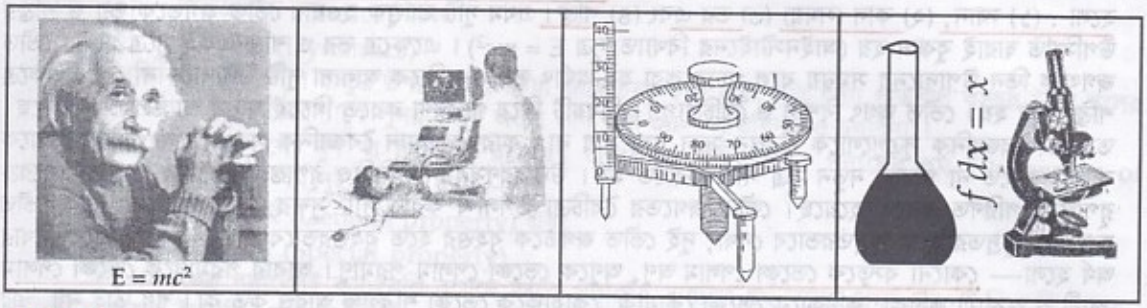
১

# ভৌত জগৎ ও পরিমাপ

## PHYSICAL WORLD AND MEASUREMENT

**প্রধান শব্দ (Key Words) :** ভৌত জগৎ, জীব জগৎ, পরিমাপ, রাশি, একক, এককের প্রকারভেদ, মৌলিক একক, লব্ধ বা যৌগিক একক, ব্যবহারিক একক, মাত্রা, নিয়মিত ত্রুটি, অনিয়মিত ত্রুটি।




### সূচনা
### Introduction

দৈনন্দিন জীবনে বিজ্ঞান আমাদের নিত্য সঙ্গী। সকালে ঘুম থেকে উঠা হতে শুরু করে রাতে ঘুমানো পর্যন্ত সকল কর্মকাণ্ডের সাথে মিশে আছে বিজ্ঞান। বিজ্ঞান মানব জীবনকে করেছে সুন্দর ও সমৃদ্ধ, বাড়িয়ে দিয়েছে আরাম-আয়েশ এবং সুখ স্বাচ্ছন্দ্য। কিন্তু বিজ্ঞানের এই সমৃদ্ধি একদিনে সম্ভব হয়নি। প্রাচীনকাল থেকে অদ্যাবধি বিজ্ঞানীদের চিন্তা-চেতনা, তথ্য উদ্ভাবন এবং প্রয়োগ বিজ্ঞানকে সমৃদ্ধ করেছে। মানব সম্পদ, চিকিৎসা বিজ্ঞান, কৃষি বিজ্ঞান, সাহিত্য-সংস্কৃতি, সমাজবিজ্ঞান, জ্যোতির্বিজ্ঞানসহ রসায়ন, গণিত এবং জীববিজ্ঞান এমন কি জীবন দর্শনের ক্ষেত্রেও অবদান রেখেছে বিজ্ঞান। দৈনন্দিন জীবনের প্রতিটি কাজের সাথে পরিমাপ বিষয়টি জড়িত। পদার্থবিজ্ঞানের প্রায় সকল পরীক্ষণেই বিভিন্ন রাশির পরিমাপ করতে হয়। ভৌত জগতের প্রকৃতি, বর্তমান সভ্যতায় পদার্থবিজ্ঞানের অবদান এবং পরিসর, বিস্ময়কর আবিষ্কার, বিভিন্ন বিজ্ঞানের সাথে পদার্থবিজ্ঞানের সম্পর্ক, পরিমাপের নির্ভুলতা দূর করে সঠিকতা যাচাই, বিভিন্ন মৌলিক এককের মধ্যে সম্পর্ক ও বিজ্ঞানীদের অবদানসহ নানা বিষয়ে বিজ্ঞানের প্রয়োগই হলো এ অধ্যায়ের মূল বিষয়।

**এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—**

- ভৌত জগতের প্রকৃতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পদার্থবিজ্ঞানের পরিসর এবং এর উদ্দীপক অবদান ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পদার্থবিজ্ঞানের ব্যবহৃত বিভিন্ন ধারণা, সূত্র, নীতি, স্বীকার্য, অনুকল্প এবং তত্ত্বের অর্থ উপলব্ধি ও ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পদার্থবিজ্ঞানের সাথে বিজ্ঞানের বিভিন্ন শাখার সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- স্থান, সময়, ভর এবং অন্যান্য প্রতিভাসের কার্যকরণ সম্পর্ক ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- মৌলিক ও লব্ধ এককের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে পারবে।
- পরিমাপের মূলনীতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পর্যবেক্ষণ ও পরীক্ষণের ক্রমবিকাশ ও গুরুত্ব ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পরিমাপের ত্রুটি ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পরিমাপযোগ্য রাশির শুদ্ধতর মান নির্ধারণের কৌশল প্রয়োগ করতে পারবে।
- **ব্যবহারিক**
  স্ফেরোমিটারের সাহায্যে গোলীয় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে পারবে।
  নিক্তির সাহায্যে দোলন পদ্ধতিতে বস্তুর ভর নির্ণয় করতে পারবে।

## ১.১ ভৌত জগতের প্রকৃতি
### Nature of Physical World

আমরা যেখানে আছি, যে কারণে আছি, যা পঞ্চইন্দ্রিয় দ্বারা অনুভব করছি বা আমাদের অনুভূতি বহির্ভূত যা কিছু অস্তিত্বশীল (ভর ও শক্তি) রয়েছে তাই জগৎ। জগতের এই ধারণা আমাদের ভৌত জগৎকে বুঝতে সাহায্য

করবে। যে কোনো বিষয় সম্পর্কে ধারণা স্পষ্ট হবার অর্থ তার অস্তিত্ব, আর অস্তিত্বের কারণ সম্পর্কে ধারণা লাভ সেই জিনিসের ধর্ম বা বৈশিষ্ট্য। জগতের শ্রেণিবিভাগ দুটি—একটি ভৌত জগৎ আর একটি জীব জগৎ। যার জীবন নেই, তা নিয়ে যে জগৎ তার নাম ভৌত জগৎ বা জড় জগৎ; যেমন ইট, পাথর, লোহা, সোনা, মাটি ইত্যাদি নিয়ে যে জগৎ তা হলো ভৌত জগৎ। আর জীবিত বস্তু নিয়ে যে জগৎ তা হলো জীব জগৎ; যেমন মানুষ, গরু, ছাগল, গাছ-পালা ইত্যাদি নিয়ে জীব জগৎ।

আর এসব ভৌত অংশ নিশ্চয়ই ভৌত জগৎ। ভৌত জগৎ মূলত চারটি উপাদানের সমন্বয়ে তৈরি। সেগুলো হলো : (১) স্থান, (২) কাল (সময়) (৩) ভর এবং (৪) শক্তি। প্রথম দুটি তাত্ত্বিক হওয়ায় ভৌত জগতকে ভর ও শক্তির উপস্থিতি দ্বারাই বুঝান হয় (আইনস্টাইনের বিখ্যাত সূত্র $E = mc^2$)। এক্ষেত্রে ভর ও শক্তি একই সূত্রে গাঁথা। ভৌত জগৎকে তিন উপাদানের সমন্বয় বলে প্রচার করা হয় অর্থাৎ ভর ও শক্তিকে আলাদা দুটি উপাদানে না রেখে একত্রে শক্তি লেখা হয়। ভৌত জগৎ বিশাল ও বৈচিত্র্যপূর্ণ। বিষয়টি নিয়ে গবেষণা করতে গিয়েই মানুষ তা উপলব্ধি করেছে। তাইতো বৈজ্ঞানিক সূত্রগুলোকে চিরন্তন সত্য বলা যায় না। কারণ বর্তমান বৈজ্ঞানিক সূত্র কোনো ভৌত বিষয়কে ব্যাখ্যা করতে না পারলে নতুন সূত্র দাঁড় করাতে হয়। উদাহরণস্বরূপ গ্যালিলিও রূপান্তরকে পরিবর্তন করে লরেঞ্জ রূপান্তরে পরিণত করতে হয়েছে। ভৌত জগতের বৈচিত্র্য উপলব্ধি করার দুটি সুন্দর উপায় রয়েছে। এক ভৌত জগতকে ক্ষুদ্রতর হতে ক্ষুদ্রতরভাবে দেখা, দুই ভৌত জগতকে বৃহত্তর হতে বৃহত্তরভাবে দেখা। ক্ষুদ্রতরভাবে দেখার অর্থ হলো— কোনো বস্তুকে ভেঙ্গে পেলাম অণু, অণুকে ভেঙ্গে পেলাম পরমাণু। আবার পরমাণুকে ভেঙ্গে পেলাম স্থায়ী ও অস্থায়ী কণিকা, কণিকাকে ভেঙ্গে কোয়ার্ক, কোয়ার্ককে ভেঙ্গে শক্তিগুচ্ছ আরও কত কী। শুধু তাই নয়, এর প্রত্যেকটি অংশের আবার বহু শ্রেণি রয়েছে। বৃহত্তর দিক হতে ভাগ বলতে বোঝায় উপগ্রহ, গ্রহ, সৌর জগতের মতো জগৎ ছায়াপথ, আরও বৃহত্তর কত কী। ভৌত জগতে আরও রয়েছে ব্ল্যাকহোল যা হতে আলোক পর্যন্ত বের হয়ে আসতে পারে না। অনুমান করা হয় এক বৃহৎ ব্ল্যাকহোলকে কেন্দ্র করে বৃহৎ ছায়াপথগুলো ঘুরছে। ভৌত জগতের নানা বিষয়ের বিশেষ জ্ঞানের আলোচনাই ভৌত বিজ্ঞান।

আজ আমরা যে আধুনিক জীবন যাপন করছি তা ভৌত বিজ্ঞানেরই অবদান। জীববিজ্ঞানের অগ্রগতিরও দাবিদার ভৌত বিজ্ঞান। ভৌত বিজ্ঞানের অনেক শাখার মধ্যে পদার্থবিজ্ঞান, রসায়ন শাস্ত্র, গণিত শাস্ত্র, জ্যোতির্বিদ্যা, ভূবিদ্যা প্রভৃতি অন্যতম। এসব বিজ্ঞানের মাধ্যমে মানুষ ভৌত জগৎকে বোঝার চেষ্টা চালিয়ে যাচ্ছে। তবে মজার বিষয় হচ্ছে সমগ্র ভৌত জগতের সকল পদার্থের মধ্যে মানুষ জানতে পেরেছে মাত্র 4%। উপরন্তু কপারনিকাস, গ্যালিলিও, রবার্ট বয়েল, স্যার আইজ্যাক নিউটন, ফ্র্যাংকলিন, জেমস্ ওয়াট, গ্যালভানী, ভোল্টা, ফ্যারাডে, অ্যাম্পিয়ার, ও'ম, মার্কনি, আচার্য জগদীশ চন্দ্র বসু, ওয়েরস্টেড, রনজেন, ডি-ব্রগলী, হাইজেনবার্গ, রাদারফোর্ড, হেনরী বেকেরেল, কুরী, মাদাম কুরী, মিলিক্যান, চ্যাডউইক, গ্লাশো, ওয়েইনবার্গ, আব্দুস সালাম প্রমুখ যশস্বী বিজ্ঞানীদের অবদান ভৌত বিজ্ঞানের অমূল্য সম্পদ। সংক্ষেপে বলা যায়— বিশ্ব ব্রহ্মাণ্ডের জীব সম্পদ ছাড়া সব কিছুই ভৌত বিজ্ঞানের দুর্ভেদ্য ভিত।

আমাদের উচিত ভৌত জগৎ নিয়ে গবেষণা করে আমাদের কৌতূহল মিটানো, ভৌত জগৎকে কল্যাণার্থে ব্যবহার করা এবং ভৌত জগতের সাথে সাথে জীব জগতের অস্তিত্বের কারণ সম্পর্কে জেনে সে অনুসারে জীবন পরিচালনা করা।

## ১·২ পদার্থবিজ্ঞানের পরিসর ও বিস্ময়কর অবদান
## Scope of Physics And Its Wonderful Contribution

### পদার্থবিজ্ঞানের পরিসর
### Scope of Physics

পদার্থবিজ্ঞান হলো বিজ্ঞানের চাবিকাঠি। অন্যান্য বিজ্ঞানের মৌলিক শাখা হলো পদার্থবিজ্ঞান। কারণ এর নীতিগুলোই বিজ্ঞানের অন্যান্য শাখাসমূহের ভিত্তি রচনা করেছে। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, অণু-পরমাণু গঠন থেকে শুরু করে ঝড়-বৃষ্টির পূর্বাভাষ পর্যন্ত পদার্থবিজ্ঞান বিস্তৃত। পঠন পাঠনের সুবিধার জন্য এবং পদার্থবিজ্ঞানকে বিশদভাবে আলোচনার জন্য তাকে বিভিন্ন ভাগে ভাগ করা হয়েছে, যথা—

(১) সাধারণ পদার্থবিজ্ঞান (General Physics)
(২) তাপবিজ্ঞান (Heat)
(৩) শব্দবিজ্ঞান (Sound)
(৪) আলোকবিজ্ঞান (Light)
(৫) চুম্বকবিজ্ঞান (Magnetism)
(৬) তড়িৎ বা বিদ্যুৎবিজ্ঞান (Electricity)
(৭) ইলেকট্রনিক্স (Electronics)
(৮) পারমাণবিক বিজ্ঞান (Atomic Physics) ইত্যাদি।

সাধারণ পদার্থবিজ্ঞানকে আবার দুই ভাগে ভাগ করা হয়েছে, যথা—

(১) বলবিদ্যা (Mechanics)

(২) পদার্থের ধর্ম (Properties of matter)

বলবিদ্যা বস্তুর উপর বলের ক্রিয়া সংক্রান্ত বিভিন্ন বিষয় আলোচনা করে। পদার্থের ধর্ম বস্তুর বিভিন্ন গুণ আলোচনা করে।

বলবিদ্যা আবার দুই ভাগে বিভক্ত, যথা—

(১) স্থিতিবিদ্যা (Statics) এবং

(২) গতিবিদ্যা (Dynamics)

স্থিতিবিদ্যা স্থিতিশীল বস্তুর উপর বলের ক্রিয়া আলোচনা করে এবং গতিবিদ্যা গতিশীল বস্তুর উপর বলের ক্রিয়া আলোচনা করে। গতিবিদ্যাকে পুনরায় দুই অংশে ভাগ করা হয়—সৃতিবিদ্যা ও চলবিদ্যা।

পদার্থের কতকগুলো গুণ বা বৈশিষ্ট্য রয়েছে। এগুলোকে মিলিতভাবে পদার্থের ধর্ম (Properties of Matter) বলে। পদার্থের ধর্ম দুই প্রকার, যথা—

(১) সাধারণ ধর্ম (General property) এবং

(২) বিশেষ ধর্ম (Special property)

যে ধর্ম সকল পদার্থেরই কম-বেশি রয়েছে তাকে পদার্থের সাধারণ ধর্ম বলে, যেমন ওজন, বিস্তৃতি, রোধ, স্থিতিস্থাপকতা ইত্যাদি। আর যে ধর্ম সকল পদার্থের নেই তাকে পদার্থের বিশেষ ধর্ম বলে, যেমন তারতা (Visco), পাততা, দৃঢ়তা, ভঙ্গুরতা ইত্যাদি ধর্ম কেবলমাত্র কঠিন পদার্থের বেলায় দেখা যায়। এসব ধর্ম কঠিন পদার্থের বিশেষ ধর্ম। সান্দ্রতা (Viscosity) তরল ও বায়বীয় পদার্থের বিশেষ ধর্ম। পৃষ্ঠটান বা তলটান (Surface Tension) তরল পদার্থের বিশেষ ধর্ম।

পদার্থবিজ্ঞানের পরিসর বা আওতা সুবিস্তীর্ণ। মানব সভ্যতার অগ্রগতির মূলে ইহা ভিত্তিপ্রস্তর স্বরূপ। মানব জীবনের প্রতিটি ক্ষেত্রে ইহা বিশেষভাবে প্রয়োজনীয়। পদার্থবিজ্ঞানের সাহায্য ছাড়া এই মহাবিশ্ব সম্বন্ধে কোনো কিছু জানা আমাদের পক্ষে সম্পূর্ণ অসম্ভব। অসীম আকাশ হতে শুরু করে প্রত্যেক পরমাণুর অভ্যন্তর পর্যন্ত এর পরিধি বিস্তৃত। যেখানেই বস্তু ও শক্তি রয়েছে সেখানেই পদার্থবিজ্ঞানের কিছু না কিছু করণীয় রয়েছে। সুতরাং সাধারণ শিক্ষার বাহক হিসেবে পদার্থবিজ্ঞানের সেবায় ব্রত হওয়া প্রত্যেক নাগরিকের কর্তব্য। পদার্থবিজ্ঞানের ব্যাপকতা এবং এর ব্যবহার মানবকল্যাণে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে চলেছে।

## বিস্ময়কর অবদান
## Wonderful Contribution

মানব কল্যাণে পদার্থবিজ্ঞানের অবদান অপরিসীম। বিভিন্ন শক্তি হতে দৈনন্দিন জীবনে আমরা প্রভূত আরাম-আয়েশ পেয়ে থাকি। একমাত্র বিদ্যুৎ শক্তি এত প্রকার কার্যে ব্যবহৃত হয়েছে যে, আধুনিক যুগকে বৈদ্যুতিক যুগ বললেও অত্যুক্তি হয় না। বৈদ্যুতিক পাখা, বৈদ্যুতিক বাতি, বৈদ্যুতিক চুল্লি, টেলিগ্রাফ, টেলিফোন, টেলিভিশন, কম্পিউটার, রেডিও, মোটর, বিদ্যুচ্চালিত ট্রেন, বিদ্যুচ্চালিত কল-কারখানা সবই বিদ্যুতের অবদান। বাষ্পীয় ইঞ্জিন, পেট্রোল ইঞ্জিন এবং তৈল ইঞ্জিন হতে আমরা যে তাপ শক্তি পাই তা বিভিন্ন কার্যে প্রয়োগ করি। বায়ুর চাপ মাপার জন্য ব্যারোমিটার, উষ্ণতা মাপার জন্য থার্মোমিটার, বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ মাপার জন্য আমরা হাইগ্রোমিটার নামক যন্ত্র ব্যবহার করি। আলোকবিজ্ঞানে আমরা চশমা, অণুবীক্ষণ যন্ত্র, দূরবীক্ষণ যন্ত্র, ক্যামেরা প্রভৃতি ব্যবহার করে থাকি। বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্র; যথা— হারমোনিয়াম, বাঁশি, ঢাক, ঘণ্টা, পিয়ানো, গ্রামোফোন, বেহালা, এসরাজ, সেতার প্রভৃতি যন্ত্র দ্বারা আমরা বিশেষভাবে উপকৃত হই। বিজ্ঞানের ক্ষেত্রে হাইড্রলিক প্রেস, বিভিন্ন পাম্প, তুলাযন্ত্র, ঘড়ি, দোলক, লিভার, ক্রেন, পুলি প্রভৃতি যন্ত্রের বহুল ব্যবহার রয়েছে। রিয়্যাক্টর নামক যন্ত্রের সাহায্যে পরমাণুর নিউক্লিয়াসকে ভেঙ্গে যে প্রচুর শক্তি পাওয়া যায় সেই শক্তিকে বিভিন্ন শিল্পে এবং চিকিৎসাবিজ্ঞানে প্রয়োগ করা হয়। এছাড়াও বিশ্লিষ্ট এই যন্ত্র পারমাণবিক বোমা প্রস্তুতে ব্যবহৃত হয়। মানুষ আজ রকেট চালিত মহাকাশযানে চড়ে চন্দ্রে এবং গ্রহান্তরে পাড়ি দিচ্ছে। এসবই বিজ্ঞানের বিস্ময়কর আবিষ্কার।

বিজ্ঞানের উন্নতির জন্যই মানুষ পেয়েছে গুহার পরিবর্তে আধুনিক বাড়ি-ঘর, পার্থিব আরাম-আয়েশ ও জীবনের নিরাপত্তা। বিজ্ঞানের অগ্রগতির ফলে মানুষ দূরকে করেছে নিকট, প্রকৃতিকে করেছে বশীভূত এবং অসম্ভবকে করেছে সম্ভব। সুখ-স্বাচ্ছন্দ্য, আরাম-আয়েশ এবং নিরাপত্তার জন্য মানবজাতি বিজ্ঞানের কাছে ঋণী। বিজ্ঞানের কল্যাণে $10^{-30}$ মিটার আকৃতির মৌলিক কণাসহ $10^{30}$ মিটার দূরত্বের আকাশ পর্যবেক্ষণ করা সম্ভব হয়েছে। অতএব আমাদের প্রত্যেক নাগরিকের বিজ্ঞান সাধনাকে সাধারণ শিক্ষার প্রধান বাহন হিসেবে গ্রহণ করা উচিত।

## ১৩ পদার্থবিজ্ঞানে ধারণা, সূত্র, নীতি, স্বীকার্য, অনুকল্প এবং তত্ত্ব-এর অর্থ
## Meaning of Concept, Law, Principle, Postulates, Hypothesis and Theory in Physics

বৈজ্ঞানিক তত্ত্ব প্রতিষ্ঠার জন্য অনেক চিন্তা-ভাবনা ও পরীক্ষা-নিরীক্ষার প্রয়োজন। বৈজ্ঞানিক তত্ত্ব কীভাবে প্রতিষ্ঠা লাভ করে তা বুঝাবার জন্য একটি মনোজ্ঞ উদাহরণ দেওয়া হলো। মনে করি, একটি ছেলে বাড়ি হতে হারিয়ে গিয়েছে। গৃহস্বামী এই সংবাদ পেয়ে সঙ্গে সঙ্গেই অস্থির হয়ে উঠবেন এবং জল্পনা-কল্পনা করতে শুরু করবেন। প্রথমেই তিনি মনে করবেন যে ছেলেটি কোনো প্রতিবেশীর বাড়িতে গিয়েছে। এটা তদন্ত করবার জন্য তিনি প্রতিবেশীর বাড়িতে যাবেন। কিন্তু ছেলেটিকে যদি প্রতিবেশীর বাড়িতে পাওয়া না যায় তবে তিনি ধরে নিবেন যে তাঁর অনুমান মিথ্যা এবং তিনি এই অনুমান পরিত্যাগ করবেন। মনে করি, ঠিক ঐ সময়ে জনৈক ভদ্রলোক গৃহস্বামীকে জানালেন যে, ছেলেটিকে 'X' নামক রাস্তায় দেখা গিয়েছে। তখন গৃহস্বামী ধরে নিবেন যে, তাঁর ছেলে হারিয়ে যায়নি বরং ছেলেটি 'X' নামক রাস্তায় গিয়েছে। তখন তিনি ছেলেটির সন্ধানে 'X' নামক রাস্তায় যাবেন। যাবার পর তিনি দেখলেন যে 'X' নামক রাস্তাটি দুটি রাস্তায় বিভক্ত হয়ে গিয়েছে। মনে করি, একটি 'Y' এবং অপরটি 'Z'। এখন তাঁর নিকট দুটি সম্ভাবনা দেখা দিবে। ছেলেটি দুটি রাস্তার যে কোনো একটি রাস্তায় যেতে পারে। ছেলেটি কোন রাস্তায় গিয়েছে এর সত্যতা নিরূপণের জন্য ঐ জায়গায় তদন্তের প্রয়োজন। তদন্তের পর দেখা গেল যে, ছেলেটি 'Z' নামক রাস্তায় গিয়েছে। এখন গৃহস্বামীর ধারণা ছেলেটি হারিয়ে যায়নি। সে 'X' নামক রাস্তা হয়ে 'Z' নামক রাস্তায় গিয়েছে। ছেলেটিকে পাবার জন্য তিনি 'Z' নামক রাস্তায় যাবেন। মনে করি, 'Z' নামক রাস্তাটি আবার তিনটি রাস্তায় বিভক্ত হয়ে গেছে। সেগুলো হলো 'P', 'Q' এবং 'R'। ছেলেটি কোন রাস্তায় গিয়েছে তা জানার জন্য আরও তদন্তের প্রয়োজন। এভাবে ছেলেটি সম্পর্কে আমরা ক্রমাগত জানতে পারি এবং আমাদের তত্ত্ব প্রতিষ্ঠা লাভ করতে থাকবে। অনুরূপভাবে বলা যেতে পারে যে বৈজ্ঞানিক তত্ত্ব প্রতিষ্ঠার জন্য শতাব্দীর পর শতাব্দী ধরে জল্পনা-কল্পনা, চিন্তা-ভাবনা ও পরীক্ষা-নিরীক্ষা চালিয়ে যেতে হবে।

**ধারণা বা প্রত্যয় (Concept) :** কোনো কিছু সম্পর্কে সঠিক উপলব্ধি বা বোধগম্যতা হলো ঐ বিষয় সম্পর্কে স্পষ্ট ধারণা। যেমন তাপের ধারণা হলো— তাপ একপ্রকার শক্তি যা কোনো বস্তুতে প্রয়োগ করলে বা বস্তুটিকে গরম করলে বস্তুটির তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায় এবং বর্জন করলে তাপমাত্রা হ্রাস পায়।

**সূত্র (Law) :** যখন কোনো তত্ত্ব অনেক পরীক্ষা-নিরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণিত হয় এবং এর মূল কথাগুলি একটি উক্তির মাধ্যমে প্রকাশ করা হয় তখন তাকে বৈজ্ঞানিক সূত্র বলা হয়। সূত্র অনেক সময় আবিষ্কর্তার নামানুসারে; যেমন ও'মের সূত্র, বয়েলের সূত্র; কখনওবা বিষয়ের নামে; যেমন শক্তির নিত্যতা সূত্র, তাপগতিবিদ্যার সূত্র; আবার কখনও আবিষ্কারক এবং বিষয় উভয়ের নামে হয়ে থাকে; যেমন নিউটনের গতিসূত্র, গ্যালিলিওর পড়ন্ত বস্তুর সূত্র।

**নীতি (Principle) :** যে সকল প্রাকৃতিক সত্য সরাসরি স্পষ্টভাবে প্রমাণ করা যায় এবং ঐ সত্যের সাহায্যে অনেক প্রাকৃতিক ঘটনাকে প্রমাণ করা যায়, তাকে নীতি বলে। যেমন ডপলারের নীতি, হাইজেনবার্গের অনিশ্চয়তা নীতি ইত্যাদি।

**স্বীকার্য (Postulates) :** কোনো গাণিতিক মডেল বা সূত্র প্রতিষ্ঠা করার লক্ষ্যে যদি কিছু পূর্বশর্ত স্বীকার করে নেওয়া হয়, তবে ঐ পূর্বশর্তসমূহকে স্বীকার্য (Postulates) বলে। যেমন—বিখ্যাত বিজ্ঞানী নীলস বোর (Neils Bohr) পরমাণু মডেল প্রদানের জন্য দুটি স্বীকার্য গ্রহণ করেন। আবার, বিজ্ঞানী আইনাস্টাইন আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব প্রবর্তন করেন যা দুটি মৌলিক স্বীকার্যের উপর প্রতিষ্ঠিত।

**অনুকল্প (Hypothesis) :** বিজ্ঞানীরা তাঁদের পর্যবেক্ষিত ঘটনার কারণ সম্বন্ধে ব্যাখ্যা প্রদানের জন্য অনেক সময় পূর্বে আবিষ্কৃত প্রাকৃতিক নিয়মের সাথে সামঞ্জস্য রেখে কিছু অনুমান করেন। এই অনুমানগুলোকে বলা হয় অনুকল্প। অনুকল্পগুলো পর্যবেক্ষিত ঘটনার প্রাথমিক ব্যাখ্যা প্রদান করে। অনুকল্পগুলোর সত্যতা যাচাইয়ের জন্য পরীক্ষা সম্পাদন করা হয় এবং পরীক্ষায় সত্য প্রমাণিত হলে তা তত্ত্বে পরিণত হয়। পরীক্ষণ বা পর্যবেক্ষণ দ্বারা অনুকল্প সমর্থিত হতেও পারে, আবার বাতিলও হতে পারে। তবে কিছু কিছু অনুকল্প আছে যা প্রমাণিত হওয়ার পরেও অনুকল্প হিসেবে এখনও পরিচিত। যেমন অ্যাভোগেড্রোর অনুকল্প (Avogadro's hypothesis)।

**তত্ত্ব (Theory) :** অনুকল্প ও নিয়মের সমন্বয়ে তত্ত্ব প্রতিষ্ঠিত। পরীক্ষা-নিরীক্ষার দ্বারা প্রমাণিত অনুকল্পকে তত্ত্ব বলে। বৈজ্ঞানিক তত্ত্বের সাহায্যে প্রকৃতিকে সবচেয়ে বিশ্বাসযোগ্যভাবে ব্যাখ্যা করা যায়। যখন কোনো তত্ত্বকে কিছু ধারণা বা উক্তি এবং সমীকরণের মাধ্যমে ব্যাখ্যা করা যায়, তখন সেই তত্ত্বকে সূত্র বলে। সুতরাং **সকল সূত্রই তত্ত্ব, তবে সকল তত্ত্ব সূত্র নয়।** আবার **সকল তত্ত্বই অনুকল্প এবং সকল অনুকল্প তত্ত্ব নয়।** তত্ত্ব সাধারণত আবিষ্কর্তার নামানুসারে অথবা বিষয়ের সাথে সংগতি রেখে নামকরণ করা হয়। যেমন আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্ব, কোয়ান্টাম তত্ত্ব ইত্যাদি।

## ১·৪ পদার্থবিজ্ঞান ও অন্যান্য জ্ঞানের জগৎ
## Physics and other Scientific World

**পদার্থবিজ্ঞানের সাথে বিজ্ঞানের অন্যান্য শাখার সম্পর্ক :** পদার্থবিজ্ঞান হচ্ছে বিজ্ঞানের অন্যান্য শাখার ভিত্তি। বিজ্ঞানের অন্যান্য শাখার উন্নয়নে পদার্থবিজ্ঞান গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করে আসছে।পদার্থবিজ্ঞানের সূত্রাবলি বিজ্ঞানের নতুন শাখার উদ্ভব ঘটিয়েছে যাকে আমরা জীবপদার্থবিদ্যা বলতে পারি। Mechanical, nuclear, gravimetric এবং acoustics পদ্ধতি বিজ্ঞানের বিভিন্ন শাখায় বিশেষ করে ভূতত্ত্ববিদ্যা, পরিমাপন বিদ্যা, সমুদ্র গবেষণা ও ভূকম্পবিদ্যায় ব্যাপক হারে ব্যবহৃত হয়ে আসছে। সুতরাং বলা যায় মানবজাতির উন্নতি এবং প্রযুক্তির উন্নয়নে পদার্থবিজ্ঞানের ভূমিকা খুবই গুরুত্বপূর্ণ। নিম্নে বিভিন্ন বিজ্ঞান এবং সাহিত্য সংস্কৃতি, সমাজবিজ্ঞানসহ দৈনন্দিন জীবনের বিভিন্ন বিষয়ের উপর পদার্থবিজ্ঞানের প্রভাব আলোচনা করা হলো।

**রসায়ন :** পরমাণুর গঠন, তেজস্ক্রিয়তা, এক্স-রে বর্তমান রসায়ন শাস্ত্রের জগতে বিপ্লব সূচনা করেছে। এই সমস্ত গবেষণা মৌলের পর্যায় সারণিতে পুনর্বিন্যাস ঘটিয়েছে, নমুনা বস্তুর গতি নির্ণয় করেছে, ভ্যালেন্সির প্রকৃতি এবং রাসায়নিক বন্ধন সম্বন্ধে অবহিত করেছে। ইহা জটিল রাসায়নিক গঠন জানতে সহায়তা করে।

**গণিতশাস্ত্র :** পদার্থবিজ্ঞান হচ্ছে তাত্ত্বিক বিজ্ঞান। পদার্থবিজ্ঞানের তত্ত্বগুলি গাণিতিক ধারণার মাধ্যমে সম্পন্ন হয়। তাত্ত্বিক পদার্থবিজ্ঞানের উন্নয়নে গণিতশাস্ত্র শক্তিশালী হাতিয়ার হিসেবে কাজ করে আসছে।

**জীববিদ্যা :** জীববিদ্যায় পদার্থবিজ্ঞানের ভূমিকা অপরিসীম। জীববিদ্যা অধ্যয়নে মাইক্রোস্কোপের ব্যবহার অনেক গুরুত্বপূর্ণ। ইলেকট্রন মাইক্রোস্কোপের সাহায্যে কোষের গঠন জানা অনেক সহজ হয়েছে। কোষের গঠন জানতে ইলেকট্রনিক মাইক্রোস্কোপ অনেকটা সম্ভবপর করে তুলেছে। X-Ray এর ব্যবহার নিউক্লিক এসিডের গঠন জানতে সহায়তা করে যা জীবনকার্যের মূল প্রক্রিয়া নিয়ন্ত্রণ করে।

**জ্যোতির্বিদ্যা :** জ্যোতির্বিদ্যা সম্পর্কীয় টেলিস্কোপ গ্যালিলিওকে জ্যোতিষ্কমণ্ডলী সম্পর্কে জানতে সহায়তা করেছিল। বিভিন্ন দেশের মানমন্দিরে বড় বড় টেলিস্কোপ স্থাপন করে সৌরজগতের বিভিন্ন গ্রহ সম্বন্ধে আমরা জ্ঞানার্জন করতে পারি। রেডিও টেলিস্কোপের ব্যবহার Quasars এবং Pulsars আবিষ্কারে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা পালন করেছে এবং ইহা জ্যোতির্বিজ্ঞানীদের বিশ্বব্রহ্মাণ্ডের অনেক রহস্য উদঘাটন করতে সহায়তা করেছে। পদার্থবিজ্ঞানের উন্নত চিত্রগ্রহণ পদ্ধতি জ্যোতির্বিদ্যার জগতে বিরাট ভূমিকা পালন করেছে।

**প্রযুক্তির বিভিন্ন শাখা :** প্রযুক্তি কীভাবে তোমার জীবনকে প্রভাবিত করে তা খেয়াল কর। সকালে ঘুম থেকে উঠা হতে শুরু করে ব্রাশ করা, গোসল করা, রান্না করা, খাওয়া, কলেজে যাওয়া, গাড়িতে উঠা, রাতে বাতি জ্বালিয়ে পড়াশুনা করা, কলম দিয়ে খাতায় লেখা, জ্বর মাপা, ঘড়ি দেখা, রেডিও-টিভিতে খবর শুনা সবকিছুই হলো প্রযুক্তি। এছাড়া কৃষকের জমি চাষ করে ফসল ফলানো, বিভিন্ন রোগের চিকিৎসার জন্য ব্যবহৃত হয় নানা রকমের প্রযুক্তি। তাই বলা যায়, প্রযুক্তি আমাদের জীবনযাত্রাকে প্রভাবিত করছে। আধুনিক প্রযুক্তির মধ্যে সবচেয়ে বিস্ময়কর প্রযুক্তি হলো তথ্য প্রযুক্তি। এই সকল প্রযুক্তিকে সুশৃঙ্খল ও সমৃদ্ধ করার জন্য ভিন্ন ভিন্ন শাখায় বিভক্ত করা হয়েছে। যেমন তথ্য প্রযুক্তি, কৃষি প্রযুক্তি, চিকিৎসা প্রযুক্তি, মহাকাশ প্রযুক্তি ইত্যাদি।

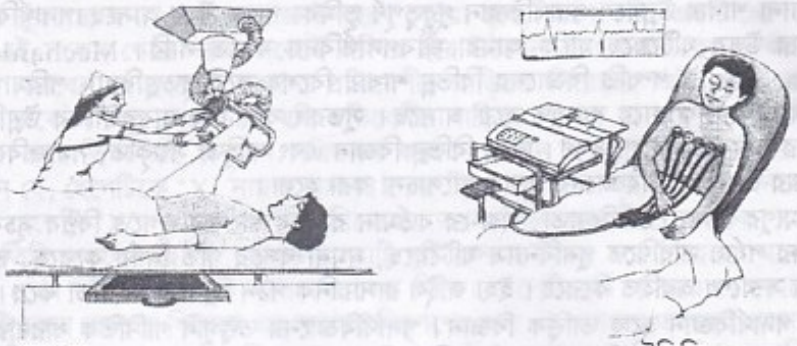
প্রযুক্তি সাধারণত সাধারণ বিজ্ঞান কিংবা পদার্থবিজ্ঞানের প্রয়োগের উপর নির্ভরশীল। পদার্থবিজ্ঞান ও অন্যান্য বিজ্ঞানের বাস্তব প্রয়োগ শিল্পের উন্নয়নে এবং মানবের জীবন-মানের উন্নয়নে বিশেষ ভূমিকা পালন করে থাকে। ফ্যারাডে কর্তৃক আবিষ্কৃত ইলেকট্রোম্যাগনেটিক ইনডাকশন এক অভূতপূর্ব আবিষ্কার যা শুধু মানুষের উন্নয়নই ঘটায়নি; বরং তা প্রযুক্তির মূল ভিত্তি। স্টিম ইঞ্জিন, জেনারেটর, মোটরের আবিষ্কার শিল্প বিপ্লবের সূচনা করেছে। দীর্ঘ তরঙ্গদৈর্ঘ্য পরিসরে তড়িৎ চৌম্বকীয় তরঙ্গের জ্ঞান রেডিও, টেলিভিশন, বেতার যোগাযোগ ব্যবস্থার উন্নয়নে বিশেষ অবদান রাখছে। স্যাটেলাইট চ্যানেলের মাধ্যমে আমরা বিভিন্ন দেশের অনুষ্ঠান টিভির পর্দায় সরাসরি দেখতে পাই। এ ধরনের স্যাটেলাইট আবহাওয়ার পূর্বাভাষ দিতে সক্ষম। তাছাড়া ভূতাত্ত্বিক জরিপ (Geophysical Survey) এবং তেলের খনি আবিষ্কার করতে সহায়তা করে।

আমরা গৃহে ও শিল্প কারখানায় যে বিদ্যুৎ ব্যবহার করে থাকি তা বিভিন্ন প্রকার শক্তির রূপান্তরের মাধ্যমে বৈদ্যুতিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। বিদ্যুৎ উৎপাদন কেন্দ্রে তাপ শক্তিকে বৈদ্যুতিক শক্তিতে রূপান্তরিত করা হয়।

জলবিদ্যুৎ কেন্দ্রে পানির বিভব শক্তিকে ব্যবহার করে যান্ত্রিক শক্তিকে বৈদ্যুতিক শক্তিতে রূপান্তরিত করা হয়। নিউক্লিয় পারমাণবিক চুল্লীতে ফিশন মিথস্ক্রিয়ার ফলে সৃষ্ট নিউক্লিয় শক্তিকে ব্যবহার করে বিদ্যুৎ উৎপাদন করা হয়। এগুলোসহ পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন প্রয়োগ প্রযুক্তিক্ষেত্র উন্নয়নে গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা রাখছে। সুতরাং পদার্থবিজ্ঞান প্রযুক্তির জগতে এবং আমাদের দৈনন্দিন জীবনে বিরাট অবদান রাখছে।

**চিকিৎসাবিজ্ঞান :** আধুনিক চিকিৎসা যেমন মানবজীবন রক্ষাকারী হিসেবে কাজ করছে তেমনি পদার্থবিজ্ঞানের উদ্ভাবিত নানাবিধ যন্ত্র সঠিক রোগ নির্ণয়ে দীর্ঘদিন অবদান রেখে চলেছে। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, এক্স-রে, আলট্রাসনোগ্রাফ, সিটিস্ক্যান, এম আর আই, ইসিজি, এন্ডোসকোপি, রেডিওথ্যারাপি, ইটিটি, এনজিওগ্রাফি

ও আইসোটোপ ব্যবহার করে চিকিৎসকগণ তাদের চিকিৎসা ব্যবস্থাকে সঠিকভাবে প্রয়োগ করতে সক্ষম হচ্ছে। চিত্র ১·১ এ এক্স-রে ও ইসিজি মেশিন দেখানো হলো। রোগ নির্ণয়ে X-Ray ব্যবহৃত হয়ে থাকে। ক্যান্সারসহ অন্যান্য রোগের চিকিৎসায় রেডিওথেরাপি প্রদান করা হয় এবং এতে রেডিও আইসোটোপ ব্যবহৃত হয়ে থাকে।



এক্স-রে ইসিজি

চিত্র ১·১

**কৃষিবিজ্ঞান :** প্রযুক্তি মানব সভ্যতার মতোই পুরানো। যখন থেকে সভ্যতার ইতিহাস লেখা হচ্ছে তার আগে থেকেই প্রযুক্তির ব্যবহার চলে আসছে। আমাদের বেঁচে থাকার জন্য সবচেয়ে গুরুত্বপূর্ণ হলো খাদ্য। প্রকৃতিতে যেসব উদ্ভিদ ও প্রাণী সহজাতভাবে জন্মে ও বৃদ্ধি পায় তা মানুষ এক সময় ব্যবহার করেছে। উদ্ভিদ, গাছের ফল, প্রাণীদের মাংস খাদ্যরূপে মানুষ গ্রহণ করেছে শত শত বছর ধরে। পরবর্তীতে যাযাবর জীবনের অবসান ঘটিয়ে মানুষ যখন খাদ্য উৎপাদন ও পশুপালন শুরু করল তখনই কৃষি সভ্যতার শুরু।

কৃষি প্রযুক্তিতে বড় ধরনের পরিবর্তন এলো দুটো কারণে। একটি হলো উদ্ভিদবিজ্ঞানীরা আবিষ্কার করলেন কীভাবে উদ্ভিদ সূর্যের আলো থেকে শক্তি নিয়ে এবং মাটি, পানি ও বাতাস থেকে প্রয়োজনীয় উপাদান নিয়ে খাদ্য উৎপাদন করে। অন্যটি হলো নতুন সব কৃষি যন্ত্রের উদ্ভাবন ও কৃষিকাজের যান্ত্রিকীকরণ। এর ফলে কৃষির ব্যাপক অগ্রগতি ঘটেছে যাকে কৃষি বিপ্লব বলা যায়। এই সকল উদ্ভাবিত সকল যন্ত্রপাতি হলো পদার্থবিজ্ঞানের অবদান। চিত্র ১·২ এ কয়েকটি কৃষি যন্ত্রপাতি দেখানো হলো।



চিত্র ১·২

**সাহিত্য ও সংস্কৃতি :** সাহিত্য ও সংস্কৃতি সভ্য জাতিসত্তার একটি উল্লেখযোগ্য দিক। সাহিত্য ও সংস্কৃতি চর্চা মানব সমাজকে সভ্য জাতি হিসেবে প্রতিষ্ঠা করে। এরই আওতায় পদার্থবিজ্ঞান নানাভাবে ভূমিকা রেখে চলেছে। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় কবিতা পাঠে, শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি করতে, মাইক্রোফোনের সাহায্যে কথা বলা থেকে শুরু করে গান-বাজনা চর্চায় ব্যবহৃত হচ্ছে বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্রসহ নানাবিধ পদার্থবিজ্ঞানের উদ্ভাবিত যন্ত্রপাতি ও কলাকৌশল।

**সমাজবিজ্ঞান :** পদার্থবিজ্ঞানের ক্ষেত্রে বিজ্ঞানীদের বিভিন্ন আবিষ্কার মানব কল্যাণ এবং উন্নয়নে গুরুত্বপূর্ণ অবদান রেখে চলেছে। পদার্থবিজ্ঞানের সাথে সমাজ জীবনের ঘনিষ্ঠ সম্পর্ক রয়েছে। পদার্থবিজ্ঞানের জগতের যে কোনো আবিষ্কার সমাজকে প্রভাবিত করে। পদার্থবিজ্ঞানের যে কোনো প্রযুক্তি আমাদের জীবনের প্রতিটি স্তরকে স্পর্শ করেছে। পদার্থবিজ্ঞানের আবিষ্কার যোগাযোগের ক্ষেত্রে বৈপ্লবিক পরিবর্তন সাধন করেছে। উদাহরণস্বরূপ— টেলিফোন, টেলিগ্রাফ, টেলিপ্রিন্টার, টেলেক্স, ই-মেইল, ফ্যাক্স, ইন্টারনেট ইত্যাদির মাধ্যমে আমরা সারা বিশ্বের সাথে অতি অল্প সময়ে যোগাযোগ স্থাপন করতে সক্ষম হচ্ছি। রেডিও ও টেলিভিশন আমাদের যোগাযোগ ব্যবস্থাকে দ্রুততর করেছে। স্যাটেলাইট চ্যানেলসমূহ আমাদের যোগাযোগ ব্যবস্থায় যুগান্তকারী বিপ্লবের সূচনা করেছে। বিশ্বের কোথায় কি ঘটেছে বা ঘটছে তা আমরা মুহূর্তের মধ্যে দেখতে পাচ্ছি। Microelectronics, lasers এবং কম্পিউটার মানবের চিন্তনে এবং জীবন ব্যবস্থায় বড় ধরনের পরিবর্তন সাধন করেছে।

**দর্শন :** মানুষের আচার-আচরণ নির্ভর করে তার ব্যক্তিসত্তা ও কর্মকাণ্ডের উপর। মানুষ প্রকৃতির দাস। সে যে আচরণ অন্যের কাছ থেকে পেয়ে থাকে অপরকেও তদ্রূপ দেওয়ার চেষ্টা করে। এক্ষেত্রে পদার্থবিজ্ঞানের ভাষায় বলা যায় প্রত্যেক ক্রিয়ারই সমান এবং বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে। মানুষের মেধা ও মনন যদি কোনো কারণে থেমে যায় বা বাধাগ্রস্ত হয় তা অন্য কোনো কর্মকাণ্ডে অন্যভাবে প্রতিফলিত হয় এবং তার মেধা, মনন ও প্রতিভার কোনো ঘাটতি ঘটে না। এদিক দিয়ে উক্ত তথ্যটি পদার্থবিজ্ঞানের ভরবেগের নিত্যতার সূত্রের সাথে একাত্ম হয়ে আছে। এভাবে চলমান জীবনে নানা ক্ষেত্রে পদার্থবিজ্ঞান ওতপ্রোতভাবে জড়িয়ে আছে।

**খেলাধুলা :** খেলাধুলা শরীর ও মনকে সতেজ করে। সুশৃঙ্খল ও নিয়মমাফিক খেলাধুলায় ব্যবহৃত বিভিন্ন সরঞ্জামাদি এবং আনুষঙ্গিক দ্রব্যাদি শুধু খেলার মানকেই বৃদ্ধি করে না বরং শরীর চর্চায় নানাবিধ সুযোগ সৃষ্টি করে দেয়। যেমন ফ্লাশলাইট ব্যবহার করে রাতে আমরা খেলা উপভোগ করি, সময় নিয়ন্ত্রণের জন্য বিভিন্ন ধরনের টাইমার ব্যবহার করি, ফলাফল প্রদর্শনের জন্য স্কোরবোর্ড ব্যবহার করি, গতি মাপার জন্য স্পিডোমিটার ব্যবহার করি। এছাড়া খেলাধুলার সাথে সম্পৃক্ত নানা ক্ষেত্রে পদার্থবিজ্ঞানের সকল প্রযুক্তি খেলার জগৎকে সমৃদ্ধ করেছে।

## ১·৫ পদার্থবিজ্ঞানে স্থান, সময় ও ভর
## Space, Time and Mass in Physics

চিরায়িত বলবিদ্যা নিউটনীয় বলবিদ্যা নামে পরিচিত। এই বলবিদ্যায় তিনটি মৌলিক রাশির ধারণা করা হয়েছে। এগুলো হলো স্থান (Space), সময় বা কাল (Time) এবং ভর (Mass)।

**(ক) স্থান :** বিজ্ঞানী নিউটনের মতে, স্থান একটি পরম জিনিস যা তার নিজের মধ্যেই অবস্থান করে। এটি বাইরের কোনো কিছুর সঙ্গে সম্পর্কীয় নয় এবং পরিবেশ দ্বারা প্রভাবিত হয় না। যেমন কোনো বস্তুর দৈর্ঘ্য বস্তুর বা পর্যবেক্ষকের গতির উপর নির্ভরশীল নয় এবং স্থির অবস্থায় অপরিবর্তনীয়।

**(খ) সময় বা কাল :** নিউটনের মতে সময় বা কাল প্রকৃতিগতভাবে একটি পরম রাশি যা বাইরের কোনো কিছুর উপর নির্ভর না করে সমভাবে এগিয়ে চলে। সুতরাং সময় সর্বজনীন এবং নির্দিষ্ট হারে এগিয়ে চলে যা বস্তু বা পর্যবেক্ষকের গতির উপর নির্ভরশীল নয়। এ থেকে দুটো মন্তব্য করা যায় :

(১) পর্যবেক্ষক চলমান বা স্থির যে অবস্থায়ই থাকুক না কেন দুটো ঘটনা ঘটার মধ্যবর্তী সময় সকল পর্যবেক্ষকের জন্য একই মনে হবে; এবং

(২) কোনো পর্যবেক্ষকের কাছে দুটো ঘটনা একই সময়ে ঘটলে পর্যবেক্ষকের কাছে সময় একই হবে, তাদের গতীয় অবস্থা যাই হোক না কেন।

**(গ) ভর :** নিউটনীয় বলবিদ্যায় বস্তুর ভর একটি মৌলিক রাশি যা তার গতির উপর নির্ভরশীল নয় এবং ভরের নিত্যতা সূত্র অনুসারে কোনো স্বতন্ত্র প্রক্রিয়াধীন বস্তুসমূহের ভর ঐ প্রক্রিয়াধীন দুই বা ততোধিক বস্তুর ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়ার দরুন হয়। এর কোনো পরিবর্তন ঘটে না।

**আধুনিক ধারণা :** বিজ্ঞানী আইনস্টাইন চিরায়ত বলবিদ্যার মৌলিক রাশি তিনটি গতির সাথে পরিবর্তন হয় তা প্রমাণ করেন। সুতরাং রাশি তিনটি পরম নয়।

**(ক) স্থান :** কোনো বস্তুর গতিশীল অবস্থার দৈর্ঘ্য ঐ বস্তুর স্থির অবস্থার দৈর্ঘ্যের চেয়ে ছোট হওয়াকে দৈর্ঘ্য সংকোচন বলে। সুতরাং গতির সাথে বস্তুর দৈর্ঘ্য সংকুচিত হয়।

**(খ) সময় বা কাল :** কোনো জড় বা স্থির কাঠামোতে সংঘটিত ঘটনা উক্ত কাঠামো সাপেক্ষে গতিশীল অন্য কোনো কাঠামো থেকে লক্ষ করলে দেখা যাবে ঘটনার সময় ব্যবধান বৃদ্ধি পেয়েছে। এ বিষয়টিকে কাল দীর্ঘায়ন বা সময় প্রসারণ বলে। সুতরাং গতির সাথে সময়ের প্রসারণ ঘটে।

**(গ) ভর :** বস্তু গতিশীল হলে এর ভর বৃদ্ধি পায়। এই ঘটনাকে ভরের আপেক্ষিকতা বা গতিজনিত ভর বৃদ্ধি বলে।

## ১·৬ মৌলিক ও লব্ধ একক
## Fundamental and Derived Unit

বিজ্ঞানে ব্যবহৃত অসংখ্য ভৌত রাশির প্রতিটির নিজস্ব একক আছে। কিন্তু প্রায় সব ভৌত রাশির এককে মাত্র তিনটি এককের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়। যথা—

(১) **মৌলিক বা মূল বা আদি একক** (Fundamental unit),

(২) **লব্ধ বা প্রাপ্ত বা যৌগিক একক** (Derived unit) এবং

(৩) **ব্যবহারিক একক** (Practical unit)।

**যে একক অন্য কোনো এককের উপর নির্ভর করে না এবং একেবারে সম্পর্কশূন্য বা স্বাধীন তাকে মৌলিক একক বলে।** যেমন দৈর্ঘ্য বা ভর বা সময়ের একক অন্য কোনো এককের উপর নির্ভর করে না। সুতরাং দৈর্ঘ্যের একক, ভরের একক এবং সময়ের একক মৌলিক একক। **এই তিনটিকে ভিত্তি করে যে একক গঠন করা হয় বা মৌলিক একক হতে যে একক পাওয়া যায় তাকে লব্ধ বা যৌগিক একক বলে।** উদাহরণস্বরূপ ক্ষেত্রফল মাপতে দৈর্ঘ্যকে প্রস্থ দিয়ে গুণ করতে হয়। যেমন— এক মিটার (m) দৈর্ঘ্য ও এক মিটার (m) প্রস্থবিশিষ্ট ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 1 মিটার (m) × 1 মিটার (m) = 1 বর্গ মিটার বা, $1m^2$।

এই বর্গ মিটারই ক্ষেত্রফল মাপার একক। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে, দৈর্ঘ্যের একক জানা থাকলে, ক্ষেত্রফলের একক জানা যায়, তার জন্য নতুন কোনো এককের দরকার হয় না। অতএব ক্ষেত্রফলের একক যৌগিক একক। তেমনি আয়তন, বেগ, ত্বরণ, বল ইত্যাদির একক যৌগিক একক।

মৌলিক একক তিনটি; যথা—

(ক) **দৈর্ঘ্যের একক** (Unit of length),

(খ) **ভরের একক** (Unit of mass) এবং

(গ) **সময়ের একক** (Unit of time)।

এই এককগুলি হবে নির্দিষ্ট, সুবিধাজনক ও অপরিবর্তনীয় অর্থাৎ গরমকালে কোনো দূরত্ব যদি 1 মিটার হয়, তবে শীতকালেও তা 1 মিটার হবে। সময় কিংবা চাপ ইত্যাদির প্রভাবে তাদের কোনো পরিবর্তন ঘটে না।

**কোনো কোনো সময় মৌলিক বা প্রাথমিক একক খুব বড় বা ছোট হওয়ায় ব্যবহারিক কাজের অনুপযোগী হয়ে পড়ে। এ সকল ক্ষেত্রে তাদের উপ-গুণিতক (ভগ্নাংশ) (Sub-multiples) বা গুণিতক (Multiples)-কে একক হিসেবে ব্যবহার করা হয়। কোনো কোনো ক্ষেত্রে সুবিধাজনক নতুন এককও ব্যবহৃত হয়। এর নাম ব্যবহারিক একক** (Practical unit); **যেমন কিলোমিটার (km), মাইক্রোন (μ), টন ইত্যাদি** । অবশ্য প্রশ্নও জাগে বিজ্ঞানী আইনস্টাইন-এর আপেক্ষিক তত্ত্ব অনুসারে কোনো ভর, সময় ও দৈর্ঘ্য মহাজগতের সব স্থান হতে সমান হবে কী ?

### এককে লেখার পদ্ধতি

1960 সালে আন্তর্জাতিক সম্মেলনে গৃহীত একক এবং সংখ্যা লেখার কয়েকটি নিয়ম নিম্নে উল্লেখ করা হলো :

(১) একক একবচনে লিখতে হবে, যথা km, কিন্তু (kms নয়)

(২) এককের শেষে ফুলস্টপ দেয়া যাবে না, যেমন km, কিন্তু (km. নয়)

(৩) দশমিক চিহ্ন দেয়ার নিয়ম 1.9, তবে অনেকে 1·9 এভাবেও লেখে।

(৪) দীর্ঘ সংখ্যা পাঠে সুবিধার জন্যে দশমিক স্থান হতে আরম্ভ করে ডানে বা বামে একত্রে তিনটি করে সংখ্যা লিখতে হবে।

| অশুদ্ধ | শুদ্ধ |
|---|---|
| 24765·321 | 24,765·321 |

(৫) একক লেখার সময় প্রয়োজন মতো বিভক্তি চিহ্ন (/) যথা ($N/m^2$) একবার মাত্র ব্যবহার করা চলে। তবে তা না করাই ভালো। যেমন $N/m^2$ এর স্থলে $Nm^{-2}$ লেখা উচিত।

(৬) এককের দশমাংশগুলো নিম্নলিখিতভাবে লিখতে হবে; যেমন

ডেসি ( $= 10^{-1}$)d

সেন্টি ($= 10^{-2}$) c ইত্যাদি।

(৭) সাধারণ ব্যবহারে মিনিট, ঘণ্টা, দিন, সপ্তাহ, মাস, বছর ইত্যাদি চললেও বিজ্ঞানের সঠিক পরিমাপে এ ধরনের একক ব্যবহার করা অনুচিত।

### এককের পদ্ধতি
### System of Units

উপরের তিনটি প্রাথমিক এককে প্রকাশ করার জন্য তিনটি পদ্ধতি আছে। এছাড়া পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন শাখার প্রয়োজন উপযোগী অতিরিক্ত এক বা একাধিক প্রমাণ রাশি ও তার একক যুক্ত করে পরিমাপের আরও দুটি পদ্ধতি প্রচলিত আছে। পদ্ধতিগুলো নিম্নে আলোচনা করা হলো।

(১) **সেন্টিমিটার-গ্রাম-সেকেন্ড পদ্ধতি বা মেট্রিক পদ্ধতি বা ফ্রেঞ্চ পদ্ধতি (Centimetre-Gramme-Second System or Metric System or French System) :** এ পদ্ধতিকে সংক্ষেপে **সি. জি. এস.** (C. G. S.) বা **সেমি. গ্রাম সে.** পদ্ধতি বলা হয়।

এখানে,

সি. অক্ষরটি বুঝাচ্ছে সেন্টিমিটার—দৈর্ঘ্যের একক

জি. " " গ্রাম—ভরের একক

এস. " " সেকেন্ড—সময়ের একক

অর্থাৎ এই পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্যের একক সেন্টিমিটার, ভরের একক গ্রাম এবং সময়ের একক সেকেন্ড। এই পদ্ধতিকে দশমিক পদ্ধতি (Decimal System) বলে ।

(২) মিটার-কিলোগ্রাম-সেকেন্ড পদ্ধতি (Metre-Kilogramme-Second System) : এই পদ্ধতিকে সংক্ষেপে এম. কে. এস. (M. K. S.) পদ্ধতি বলা হয়। এখানে,

এম. অক্ষরটি বুঝাচ্ছে মিটার—দৈর্ঘ্যের একক

কে. " " কিলোগ্রাম—ভরের একক

এস. " " সেকেন্ড—সময়ের একক

অর্থাৎ, এ পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্যের একক মিটার, ভরের একক কিলোগ্রাম এবং সময়ের একক সেকেন্ড ।

(৩) আন্তর্জাতিক পদ্ধতির একক বা এস. আই. একক (International System of Units or S. I. Units) : বিভিন্ন দেশে ভিন্ন ভিন্ন পদ্ধতির এককের প্রচলন আছে। কোথাও এফ. পি. এস. পদ্ধতি, কোথাও সি. জি. এস. পদ্ধতি, আবার কোথাও এম. কে. এস. পদ্ধতি। পরিমাপের এই বৈষম্যের জন্য বাস্তব ক্ষেত্রে বেশ অসুবিধা হয়। এই অসুবিধা দূর করার উদ্দেশ্যে বিশ্বের বিভিন্ন দেশের বিজ্ঞানীরা পরিমাপের উপরোক্ত তিনটি পদ্ধতি ছাড়াও 1960 সালে পরিমাপের একটি নতুন পদ্ধতি প্রচলন করেন। এটাই আন্তর্জাতিক পদ্ধতির একক বা এস. আই. একক.। পূর্বের এম. কে. এস. পদ্ধতির সাথে আরও কয়েকটি প্রমাণ রাশি ও উহার একক যোগ করে এই পদ্ধতি তৈরি করা হয়। এই পদ্ধতিতে ব্যবহৃত বিভিন্ন রাশি এবং তাদের একক ও প্রতীক নিচের তালিকায় উল্লেখ করা হলো। এই পদ্ধতিতে সর্বমোট নয়টি রাশি আছে।

| ক্রমিক সংখ্যা | রাশি | একক | এককের প্রতীক |
|---|---|---|---|
| 1. | দৈর্ঘ্য | মিটার | m |
| 2. | ভর | কিলোগ্রাম | kg |
| 3. | সময় | সেকেন্ড | s |
| 4. | তাপমাত্রা | ডিগ্রী-কেলভিন | K |
| 5. | বিদ্যুৎ প্রবাহমাত্রা | অ্যাম্পিয়ার | A |
| 6. | কোণ (দ্বিমাত্রিক) | রেডিয়ান | rad |
| 7. | কোণ (ত্রিমাত্রিক) | স্টেরিডিয়ান | Sr |
| 8. | দীপন মাত্রা | ক্যান্ডেলা | cd |
| 9. | পদার্থের পরিমাণ | মোল | mole |

এটি প্রণিধানযোগ্য যে, আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে এ নয়টি মূল এককের সাহায্যে বস্তু জগতের পরিমাপ বিষয়ক সর্বপ্রকার একক পাওয়া যায়।

এ পদ্ধতিতে লব্ধ একক এবং তাদের প্রতীক নিম্নে বর্ণিত হলো।

| ক্রমিক সংখ্যা | রাশি | একক | এককের প্রতীক |
|---|---|---|---|
| 1. | বল | নিউটন | N |
| 2. | শক্তি | জুল | J |
| 3. | ক্ষমতা | ওয়াট | W |
| 4. | তড়িতাধান | কুলম্ব | C |
| 5. | বৈদ্যুতিক রোধ | ওহ্‌ম | Ω |
| 6. | বৈদ্যুতিক বিভব | ভোল্ট | V |
| 7. | কম্পাঙ্ক | হার্জ | Hz |

(৪) M.K.S.A. পদ্ধতি : পরিমাপের পূর্বোক্ত পদ্ধতি ছাড়াও বলবিদ্যা, তড়িৎ ও চুম্বকের সমন্বিত প্রয়োজনে আর একটি নতুন পদ্ধতি ব্যবহৃত হয়। এর নাম মিটার-কিলোগ্রাম-সেকেন্ড-অ্যাম্পিয়ার পদ্ধতি। সংক্ষেপে একে M. K. S. A. System বা এম. কে. এস. এ. পদ্ধতি বলা হয়। এটা একটি সুসংগত পদ্ধতি। এটি চারটি প্রমাণ একক নিয়ে গঠিত, যথা—

| ক্রমিক সংখ্যা | রাশি | একক | এককের প্রতীক |
|---|---|---|---|
| 1. | দৈর্ঘ্য | মিটার | m |
| 2. | ভর | কিলোগ্রাম | kg |
| 3. | সময় | সেকেন্ড | s |
| 4. | বিদ্যুৎ প্রবাহমাত্রা | অ্যাম্পিয়ার | A |

## মৌলিক এককসমূহ, এগুলোর গুণিতক ও উপগুণিতক

আমরা জানি মৌলিক একক তিনটি; যথা—

(ক) দৈর্ঘ্যের একক,

(খ) ভরের একক এবং

(গ) সময়ের একক।

(ক) দৈর্ঘ্যের একক : সি. জি. এস. পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্যের একক সেন্টিমিটার। 90 ভাগ প্লাটিনাম ও 10 ভা ইরিডিয়ামের সংকর নির্মিত দণ্ডের উপর দুইটি নির্দিষ্ট দাগের মধ্যবর্তী দূরত্বকে আন্তর্জাতিক মিট (International Proto-type Metre) বলে। আন্তর্জাতিক ওজন ও পরিমাপ সংস্থার রক্ষণশালায় দণ্ড বিশেষভাবে রক্ষিত আছে। তাপমাত্রার বৃদ্ধি বা হ্রাসের প্রভাব যাতে এর উপর না পড়ে, সেজন্য দণ্ডটিকে 0° তাপমাত্রায় রাখা হয়। এই দূরত্বের একশ ভাগের এক ভাগকে এক সেন্টিমিটার বলে।

### এককসমূহের তালিকা

সি. জি. এস. এবং এম. কে. এস. ও আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্যের এককের তালিকা :

10 মিলিমিটার (মিমি) = 1 সেন্টিমিটার (সেমি)
10 সেন্টিমিটার = 1 ডেসিমিটার (ডেমি)
10 ডেসিমিটার (dm) = 1 মিটার (মি)
10 মিটার (m) = 1 ডেকামিটার (ডেকামি)
10 ডেকামিটার (Dm) = 1 হেক্টোমিটার (হেমি)
10 হেক্টোমিটার (Hm) = 1 কিলোমিটার (কিমি)
10 কিলোমিটার (Km) = 1 মিরিয়া মিটার (মিরিয়ামি

অন্যান্য ছোট, বড় ও নভোমণ্ডলীয় একক :

1 মাইক্রোন (μ) = $10^{-4}$ সেমি = $10^{-6}$ মিটার
1 মিলিমাইক্রোন (mμ) = $10^{-7}$ সেমি = $10^{-9}$ মিটার
1 এ্যাংস্ট্রম (Å) = $10^{-8}$ সেমি = $10^{-10}$ মিটার
1 এক্সরে ইউনিট (X.U.) = $10^{-11}$ সেমি = $10^{-13}$ মিটার
1 মাইক্রোমিটার (μm) = $10^{-4}$ সেমি = $10^{-6}$ মিটার
1 মেগামিটার (Mm) = $10^{8}$ সেমি = $10^{6}$ মিটার
1 এ্যাস্ট্রনোমিক্যাল ইউনিট (AU) = $1{\cdot}495 \times 10^{8}$ মিটার = $9{\cdot}289 \times 10^{7}$ মাইল
1 আলোক বৎসর (ly) = এক বছরে আলোকের অতিক্রান্ত দূরত্ব
= $9{\cdot}42 \times 10^{15}$ মি = $5{\cdot}865 \times 10^{12}$ মাইল
1 পারসেক (pc) = $3{\cdot}083 \times 10^{13}$ কিলোমিটার
1 একক পারমাণবিক ভর (a.m.u.) = $1{\cdot}66 \times 10^{-27}$ কিলোগ্রাম

কয়েকটি উপসর্গের (Prefixes) অর্থ :

| | উপসর্গ | সংকেত | অর্থ | এককের কত গুণ |
|---|---|---|---|---|
| এককের উপগুণিতক | ডেসি (Deci) | d | $\frac{1}{10}$ | $10^{-1}$ (দশাংশ) |
| | সেন্টি (Centi) | c | $\frac{1}{10^2}$ | $10^{-2}$ (শতাংশ) |
| | মিলি (Mili) | m | $\frac{1}{10^3}$ | $10^{-3}$ (সহস্রাংশ) |
| | মাইক্রো (Micro) | μ | $\frac{1}{10^6}$ | $10^{-6}$ (নিযুতাংশ) |
| | ন্যানো (Nano) | n | $\frac{1}{10^9}$ | $10^{-9}$ অংশ |
| | পিকো (Pico) | p | $\frac{1}{10^{12}}$ | $10^{-12}$ " |
| | ফেমটো (Femto) | f | $\frac{1}{10^{15}}$ | $10^{-15}$ " |
| | অ্যাটো (Ato) | a | $\frac{1}{10^{18}}$ | $10^{-18}$ " |
| এককের গুণিতক | ডেকা (Deca) | da | $\frac{10}{1}$ | $10^1$ (দশ গুণ) |
| | হেক্টো (Hecto) | h | $\frac{100}{1}$ | $10^2$ (শত গুণ) |
| | কিলো (Kilo) | k | $\frac{1000}{1}$ | $10^3$ (হাজার গুণ) |
| | মিরিয়া (Myria) | Ma | $\frac{10000}{1}$ | $10^4$ (দশ হাজার গুণ) |
| | মেগা (Mega) | M | $\frac{1000000}{1}$ | $10^6$ (দশ লক্ষ গুণ) |
| | গিগা (Giga) | G | $\frac{1000000000}{1}$ | $10^9$ গুণ |
| | টেরা (Tera) | T | $\frac{1000000000000}{1}$ | $10^{12}$ গুণ |
| | পেটা (Peta) | P | | $10^{15}$ গুণ |
| | এক্সা (Exa) | E | | $10^{18}$ গুণ |

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। এক টনে কত কিলোগ্রাম (kg) ?**

আমরা জানি,

$$1 \text{ টন} = 2,240 \text{ পাউন্ড}$$
$$= 2,240 \times 453{\cdot}6 \text{ g}$$
$$= \frac{2,240 \times 453{\cdot}6}{1000} \text{ kg}$$
$$= 1,016 \text{ kg}$$

২। 1 গ্যালন কত ঘন মিটার ($m^3$)-এর সমান ?

আমরা জানি,

1 গ্যালন = 277 $inch^3$ ও 1 inch = 2·54 cm

$\therefore$ 1 $inch^3$ = $(2·54\ cm)^3$ = $16·39\ cm^3$ = $16·39 \times 10^{-6}\ m^3$

কাজেই, 1 গ্যালন = $277 \times 16·39 \times 10^{-6}\ m^3 = 4·54 \times 10^{-3}\ m^3$

## মৌলিক ও লব্ধ এককের মাত্রা ও মাত্রা সমীকরণ

**মাত্রা (Dimension) :** আমরা পূর্বেই আলোচনা করেছি যে উৎপত্তি অনুসারে রাশি দুই প্রকার—একটি **মৌলিক রাশি** এবং অপরটি **যৌগিক রাশি**। আমরা আরও জানি, যে সকল রাশি অন্য কোনো রাশির উপর নির্ভর করে না, তাদেরকে মৌলিক রাশি বলে। এখন আমরা আলোচনা করব—কোনো রাশির 'মাত্রা' বলতে কী বুঝি ? কোনো রাশির মাত্রার নিম্নলিখিত যে কোনো একটি সংজ্ঞা দেয়া যেতে পারে—

**(১) কোনো একটি রাশি এবং তার মৌলিক এককের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপনের জন্য যে সংকেত ব্যবহার করা হয় তাকে উক্ত রাশির মাত্রা বলে।**

উদাহরণস্বরূপ দৈর্ঘ্য একটি রাশি। ফুট বা সেমি বা মিটার তার মৌলিক একক। দৈর্ঘ্য এবং এর মৌলিক এককের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপনের জন্য 'L' সংকেত ব্যবহার করা হয়। এখানে L দৈর্ঘ্য বুঝায়। আবার ফুট, বা সেমি বা মিটার এরাও প্রত্যেকে দৈর্ঘ্য প্রকাশ করে। সুতরাং 'L' অক্ষর দৈর্ঘ্য এবং এর মৌলিক এককের মধ্যে যোগসূত্র স্থাপনের একটি সংকেত। অতএব দৈর্ঘ্যের মাত্রা L।

**(২) কোনো একটি প্রাকৃতিক রাশির মাত্রা উক্ত রাশি এবং তার মৌলিক এককের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে।**

**(৩) কোনো লব্ধ একক গঠন করতে মৌলিক এককগুলোকে যে ঘাতে উন্নীত করা হয়, সে ঘাতকে ঐ লব্ধ এককের মাত্রা বলে।**

**মাত্রা সমীকরণ (Dimensional equation) :** পদার্থবিজ্ঞানের তিনটি মৌলিক রাশি হলো দৈর্ঘ্য, ভর এবং সময়। এদের মাত্রা যথাক্রমে L, M এব T। দৈর্ঘ্যকে L দ্বারা প্রকাশ করা হয় বলে দৈর্ঘ্য এক L-মাত্রিক রাশি, ক্ষেত্রফল হলো দৈর্ঘ্য $\times$ দৈর্ঘ্য = $L \times L = L^2$। অতএব ক্ষেত্রফল দুই L-মাত্রিক রাশি। অনুরূপভাবে, আয়তন হলো দৈর্ঘ্য $\times$ দৈর্ঘ্য $\times$ দৈর্ঘ্য = $L \times L \times L = L^3$। অতএব আয়তন হলো তিন L-মাত্রিক রাশি ইত্যাদি। এখানে [L], $[L^2]$, $[L^3]$-কে **মাত্রিক বা মাত্রা সমীকরণ** (Dimensional equation) বলে। মাত্রা সমীকরণের নিম্নরূপ সংজ্ঞা দেওয়া যেতে পারে :

**যে সমীকরণ মৌলিক একক এবং লব্ধ এককের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে তাকে মাত্রা সমীকরণ বলে।**

## মাত্রা সমীকরণের প্রয়োজনীয়তা

পদার্থবিজ্ঞানে মাত্রা সমীকরণের ভূমিকা অপরিসীম। নিম্নে এর ভূমিকা বা প্রয়োজনীয়তা উল্লেখ করা হলো :

(১) এক পদ্ধতির এককে অন্য পদ্ধতির এককে রূপান্তর করা যায়।
(২) সমীকরণের নির্ভুলতা যাচাই করা যায়।
(৩) বিভিন্ন রাশির সমীকরণ গঠন করা যায়।
(৪) কোনো ভৌত রাশির একক নির্ণয় করা যায়।
(৫) কোনো ভৌত সমস্যার সমাধান করা যায়।

## মাত্রা সমীকরণের সীমাবদ্ধতা

মাত্রা সমীকরণের বহুল প্রয়োগ থাকা সত্ত্বেও এর কিছুটা সীমাবদ্ধতা রয়েছে, যেমন—

(১) কেবল L, M ও T এই তিনটি মৌলিক রাশির উপর ভিত্তি করে আমরা মাত্রা সমীকরণ গঠন করি। কিন্তু কোনো অজ্ঞাত রাশি যদি এই তিন রাশি অপেক্ষা বেশি রাশির উপর নির্ভরশীল হয়, তবে সেই অজ্ঞাত রাশির মাত্রা সমীকরণ আমরা গঠন করতে পারি না। যেমন তাপ পরিবাহিতাংকের মাত্রা সমীকরণ কেবল L, M ও T দ্বারা প্রকাশ করা যায় না, কারণ এটি আরও একটি রাশি যথা তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীল।

(২) এছাড়া মাত্রিক পদ্ধতিতে কোনো মাত্রাবিহীন রাশি যথা 'ধ্রুবক'-এর মান বের করা যায় না।

নিম্নে কয়েকটি মাত্রা সমীকরণ দেখানো হলো :

(ক) [দৈর্ঘ্য] = [L]

(খ) [ভর] = [M]

(গ) [সময়] = [T]

(ঘ) $[\text{বেগ}] = \frac{[\text{দূরত্ব}]}{[\text{সময়}]} = \left[\frac{L}{T}\right] = [LT^{-1}]$

(ঙ) $[\text{ত্বরণ}] = \frac{[\text{বেগের পরিবর্তন}]}{[\text{সময়}]} = \left[\frac{LT^{-1}}{T}\right] = [LT^{-2}]$

(চ) [আয়তন] = [দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা] = [L][L][L] = $[L^3]$

(ছ) [বল] = [ভর × ত্বরণ] = $[M][LT^{-2}] = [MLT^{-2}]$

(জ) [ভর-বেগ] = [ভর × বেগ] = $[M][LT^{-1}] = [MLT^{-1}]$

(ঝ) $[\text{ক্ষমতা}] = \frac{[\text{কাজ}]}{[\text{সময়}]} = \frac{[ML^2T^{-2}]}{[T]} = [ML^2T^{-3}]$

(ঞ) $[\text{গতিশক্তি}] = \frac{1}{2}$ [ভর] × $[\text{বেগ}^2] = [M]\,[LT^{-1}]^2 = [ML^2T^{-2}]$

(ট) [বলের ভ্রামক] = [বল] × [লম্ব দূরত্ব] = $[MLT^{-2}][L] = [ML^2T^{-2}]$

(ঠ) $[\text{পীড়ন}] = \frac{[\text{বল}]}{[\text{ক্ষেত্রফল}]} = \frac{[MLT^{-2}]}{[L^2]} = [ML^{-1}T^{-2}]$

(ড) $[\text{মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, } G] = \frac{[\text{বল}] \times [\text{দূরত্ব}^2]}{[\text{ভর}] \times [\text{ভর}]} = \frac{[MLT^{-2}][L^2]}{[M][M]} = [M^{-1}L^3T^{-2}]$

(ঢ) $[\text{পৃষ্ঠ-টান, } S] = \frac{[\text{বল}]}{[\text{দৈর্ঘ্য}]} = \frac{[MLT^{-2}]}{[L]} = [MT^{-2}]$

(ণ) $[\text{সান্দ্রতাংক}] = \frac{[\text{বল}]}{[\text{ক্ষেত্রফল}] \times [\text{বেগ-অবক্রম}]} = \frac{[MLT^{-2}]}{[L^2][T^{-1}]} = [ML^{-1}T^{-1}]$ $\left[\because \text{বেগ-অবক্রম} = \frac{[\text{বেগ}]}{[\text{দূরত্ব}]} = \frac{[LT^{-1}]}{[L]} = [T^{-1}]\right]$

## গাণিতিক উদাহরণ

১। নিউটনের সূত্র অনুসারে গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ, $v = \sqrt{\frac{P}{D}}$, এখানে P = গ্যাসীয় চাপ, এবং D = ঘনত্ব। মাত্রা বিবেচনায় সমীকরণটি সঠিক কি-না যাচাই কর।

বামপক্ষ, $v = [LT^{-1}]$

ডানপক্ষ, $\sqrt{\frac{P}{D}} = \left[\frac{ML^{-1}T^{-2}}{ML^{-3}}\right]^{\frac{1}{2}} = [LT^{-1}]$

সুতরাং, মাত্রা বিবেচনায় সমীকরণটি সঠিক।

২। মাত্রা বিবেচনায় দেখাও যে নিচের সমীকরণটি সঠিক :

$$Fs = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$$

বামপক্ষ, $Fs = [MLT^{-2}] \times [L] = [ML^2T^{-2}]$

ডানপক্ষ, $\frac{1}{2}mv^2 = [M]\,[LT^{-1}]^2 = [ML^2T^{-2}]$

$\frac{1}{2}mu^2 = [M]\,[LT^{-1}]^2 = [ML^2T^{-2}]$

সুতরাং, মাত্রা বিবেচনায় সমীকরণটি সঠিক।

## ১·৭ পরিমাপের মূলনীতি
### Principle of Measurements

আমরা জানি কোনো কিছুর মাপ-জোখের নাম পরিমাপ। পরিমাপ ছাড়া কোনো রাশি সম্বন্ধে সম্যক জ্ঞান লাভ করা সম্ভব নয়। প্রকৃত প্রস্তাবে পদার্থবিজ্ঞানের মূল ভিত্তি হলো বিভিন্ন রাশির পরিমাপ গ্রহণ। এজন্য পদার্থবিজ্ঞানকে **পরিমাপবিজ্ঞান** বলে।

কোনো রাশি সম্বন্ধে আমরা দুভাবে জ্ঞান লাভ করতে পারি—একটি **গুণগত** ও অন্যটি **পরিমাণগত**। বস্তু ও শক্তির বৈশিষ্ট্যকে আমরা ইন্দ্রিয়াদির সাহায্যে অনুভব করতে পারি ও ভাষায় প্রকাশ করতে পারি। বস্তু ও শক্তি সম্বন্ধে এটাই আমাদের গুণগত জ্ঞান। কিন্তু এদের সম্বন্ধে পরিমাণগত জ্ঞান লাভ করতে হলেই পরিমাপের একান্ত প্রয়োজন এবং এই পরিমাপের জন্য মাপকাঠির আবশ্যক।

**কোনো একটি প্রাকৃতিক রাশি পরিমাপ করতে হলে তার একটি নির্দিষ্ট ও সুবিধাজনক অংশ বা খণ্ডকে আদর্শ** (Standard) **হিসেবে ধরে নিয়ে সেই রাশির পরিমাপ করা হয় এবং সর্বত্র ঐ নির্দিষ্ট অংশেরই প্রচলন করা হয়। পরিমাপের এই আদর্শকে ঐ রাশির একক বা মাপকাঠি বলে।** যদি বলা হয় একটি কামরা 20 মিটার লম্বা, তবে আমরা বুঝি যে মিটার নামক একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যকে আদর্শ হিসেবে ধরে নেয়া হয়েছে, যার তুলনায় কামরাটি 20 গুণ লম্বা। আবার যদি বলা হয় একটি বস্তুর ভর 10 কিলোগ্রাম, তবে বুঝতে হবে যে, কিলোগ্রাম নামক একটি নির্দিষ্ট ভরকে আদর্শ হিসেবে ধরে নেয়া হয়েছে যার তুলনায় বস্তুর মোট ভর 10 গুণ। সুতরাং **একটি রাশির মধ্যে তার একক যতবার থাকবে সেই সংখ্যাই হবে ঐ রাশির মাপ নির্দেশক এবং যে কোনো রাশির পরিমাপ নিতে হলে দুটি জিনিসের প্রয়োজন। একটি হলো সংখ্যা, অপরটি হলো একক।** একটি ছাড়া অপরটি অর্থহীন। যেমন—রেশন ব্যাগে 10 কিলোগ্রাম চাউল আছে। এখানে ভর একটি রাশি, '10' একটি সংখ্যা এবং 'কিলোগ্রাম' একক। কিন্তু যদি বলা যায় রেশন ব্যাগে চাউলের ভর 10, তবে তার কোনো অর্থ হয় না। শুধু সংখ্যা দ্বারা রাশি প্রকাশ করা যায় না, এককও বলতে হয়। সুতরাং

**রাশির মাপ = সংখ্যা × একক। এটিই হলো পরিমাপের মূলনীতি।**

## ১·৮ পর্যবেক্ষণ ও পরীক্ষণের ক্রমবিকাশ এবং গুরুত্ব
### Successive Development of Observations and Experiments and their Importance

বিজ্ঞান ও প্রযুক্তির যে সমৃদ্ধি আজ আমরা প্রত্যক্ষ করছি তা যুগে যুগে বিজ্ঞানীদের বিভিন্ন ক্ষেত্রে অবদানের ফসল। প্রাচীনকালে ভৌত বিজ্ঞানের বিকাশে গ্রিকদের একচ্ছত্র আধিপত্য ছিল। থেলেস (Thales খ্রি. পূ. 622–569) সূর্য গ্রহণ সম্পর্কে ভবিষ্যদ্বাণীর জন্য বিখ্যাত। বিভিন্ন পর্যবেক্ষণে, উদ্ভাবনে এবং বিজ্ঞানের ক্রমবিকাশের অগ্রযাত্রায় যাদের অবদান চিরস্মরণীয় এমন কয়েকজন বরেণ্য বিজ্ঞানীদের অবদান সম্বন্ধে আলোচনা করা হলো।

পিথাগোরাস (Pythagorous খ্রি. পূ. 560–480) জ্যোতির্বিদ্যা, গণিত, শব্দবিজ্ঞান বিষয়ে অবদানের জন্য বিখ্যাত। তিনি এবং তাঁর অনুসারীরা বিশ্বাস করতেন যে, গাণিতিক সূত্রের সাহায্যে সবকিছুই প্রকাশ করা যেতে পারে। খ্রি. পূ. চতুর্থ শতকে **ইউক্লিড** (Euclid) জ্যামিতি ও আলোকবিজ্ঞানের অনেক মূল্যবান গবেষণা লব্ধ তথ্য প্রদান করেন।



**আর্কিমিডিস** (খ্রি. পূ. 287—212) : খ্রি. পূ. তৃতীয় শতকে আর্কিমিডিস (Archimedes) লিভারের নীতি ও উদস্থিতিবিদ্যার সূত্র আবিষ্কার করেন। তিনি গোলকীয় দর্পণের সাহায্যে সূর্য রশ্মি কেন্দ্রীভূত করে আগুন ধরানোর কৌশল উদ্ভাবন করেন।

বিজ্ঞানের ইতিহাস পর্যালোচনা করলে দেখা যায় যে, আর্কিমিডিসের পরে কয়েক শতাব্দী বিজ্ঞানের তেমন কোনো উল্লেখযোগ্য উন্নতি হয় নি। এ সময়ে বিজ্ঞান চর্চায় এক ধরনের স্থবিরতা লক্ষ করা যায়।

### আধুনিক বিজ্ঞানের ক্রমবিকাশের ধারা শুরু



**গ্যালিলিও (Galileo 1564—1642) :** 1589 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী গ্যালিলিও (Galileo) মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর বিভিন্ন তথ্য-উপাত্ত সংগ্রহ করে তিনটি সূত্র আবিষ্কার করেন। এগুলোকে পড়ন্ত বস্তুর সূত্র বলা হয়। তিনি স্থিতিবিদ্যা ও গতিবিদ্যার ওপর যথেষ্ট অবদান রাখেন।

1610 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী গ্যালিলিও যৌগিক অণুবীক্ষণ যন্ত্র আবিষ্কার করেন। এই যন্ত্রের সাহায্যে অতি ক্ষুদ্র বস্তুকে বহুগুণে বর্ধিত করে দেখা যায়। এটি সরল অণুবীক্ষণ যন্ত্র অপেক্ষা অধিক বিবর্ধন

ক্ষমতার অধিকারী। গ্যালিলিও দূরবীক্ষণ যন্ত্রও আবিষ্কার করেন। 1610 খ্রিস্টাব্দে তিনি নব আবিষ্কৃত দূরবীক্ষণ যন্ত্র (Telescope) ব্যবহার করে বৃহস্পতি গ্রহের নক্ষত্রগুলো আবিষ্কার করেন। তিনি পানি উত্তোলনের যন্ত্র, বায়ু থার্মোস্কোপ আবিষ্কার করেন। সর্বকালের শ্রেষ্ঠ বিজ্ঞানী আইনস্টাইন গ্যালিলিওকে আধুনিক বিজ্ঞানের চমক হিসেবে আখ্যায়িত করেছেন।



**নিউটন (Newton, 1642—1727) :** বস্তু কেন মাটিতে পড়ে ? মহাবিশ্বে সূর্য, চন্দ্র, গ্রহ, নক্ষত্র ইত্যাদির গতিবিধি সম্পর্কেও প্রাচীনকাল থেকেই মানুষের কৌতূহল ছিল। সপ্তদশ শতাব্দী পর্যন্ত মানুষের ধারণা ছিল যে বস্তুর মাটিতে পতিত হওয়া বস্তুর স্বাভাবিক ঘটনা। তিনি স্বর্গীয় বস্তুসমূহের গতিবিধি সম্পর্কে প্রথমে মতবাদ ব্যক্ত করেন। দ্বিতীয় শতাব্দীর দিকে গ্রিক জ্যোতির্বিদ টলেমি ভূ-কেন্দ্রিক তত্ত্ব উপস্থাপন করেন। এ তত্ত্ব অনুসারে স্থির পৃথিবীকে কেন্দ্র করে সূর্য, চন্দ্র, গ্রহ, নক্ষত্র আবর্তনরত। পঞ্চদশ শতাব্দীতে জ্যোতির্বিদ কোপারনিকাস 'সূর্য-কেন্দ্রিক' তত্ত্ব দেন। এই তত্ত্বে সূর্যকে মহাজগতের কেন্দ্রে স্থির বিবেচনা করা হয়েছে এবং অন্যান্য গ্রহ সূর্যকে কেন্দ্র করে আবর্তন করে। কোপারনিকাসের ধারণা ছিল গ্রহগুলোকে সূর্যের চারদিকে ঘুরতে বাধ্য করে চৌম্বক বল। পঞ্চদশ শতাব্দীতে কেপলার গ্রহ-নক্ষত্রের গতিপথের বিভিন্ন উপাত্ত বিশ্লেষণ করে স্থির সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, গ্রহগুলোর গতিপথ বৃত্তাকার নয়, উপবৃত্তাকার। 1658 খ্রিস্টাব্দে নিউটন বল সম্পর্কে ধারণা লাভের জন্য তার বিখ্যাত পরীক্ষাটি করেন। তিনি বাতাসের অনুকূলে ও প্রতিকূলে লাফ দিয়ে দূরত্বের পার্থক্য পর্যবেক্ষণ করেন। 1665 সালে ক্যামব্রিজে পড়ার সময় তিনি মহাকর্ষ বলের তত্ত্ব, ক্যালকুলাস ও আলোর বর্ণালী এই তিনটি সূত্র আবিষ্কার করেন নিউটন।

গ্রহপুঞ্জের গতির মধ্যে কেপলার কিছু নিয়মনীতি খুঁজে পান এবং এই নিয়মনীতিগুলোকে তিনটি সূত্রের সাহায্যে প্রকাশ করেন। এগুলো কেপলারের সূত্র নামে পরিচিত। কিন্তু কোপারনিকাসের চৌম্বক বলের ধারণার সঙ্গে কেপলার কোনোভাবেই উপবৃত্তাকার প্রকল্প মিলাতে পারছিলেন না। সূর্যকে কেন্দ্র করে গ্রহগুলোর আবর্তন করার সন্তোষজনক কোনো কারণ তিনি দিতে পারেন নি। তাছাড়া একটি বস্তু কেন মাটিতে পতিত হয় তার ব্যাখ্যাও কেপলারের সূত্র থেকে পাওয়া যায় না। এ সকল প্রশ্নের ব্যাখ্যা পাওয়া যায় 1687 খ্রিস্টাব্দে স্যার আইজ্যাক নিউটনের 'ফিলোসোফিয়া ন্যাচারালাস প্রিন্সিপিয়া ম্যাথমেটিকস' (Philosophiae Naturalis Principia Mathematics) গ্রন্থটি প্রকাশিত হওয়ার পর। এই বইয়ে বস্তুপিণ্ডগুলো কী করে চলাচল করে, গাণিতিক বিশ্লেষণসহ তার তত্ত্ব প্রকাশ করেন। এ ছাড়াও তিনি মহাকর্ষীয় বিধি উপস্থাপন করেন। তিনি দেখিয়েছিলেন যে উপবৃত্তাকার কক্ষে চন্দ্রের পৃথিবী প্রদক্ষিণ করার এবং সূর্যের চারদিকে গ্রহগুলোর উপবৃত্তাকার পথে ভ্রমণের কারণও এই মহাকর্ষ।

আলোকবিদ্যা ও গণিতেও নিউটনের অবদান অপরিসীম। তিনি ক্যালকুলাস আবিষ্কার করেন।

তিনি আলোর কণিকা তত্ত্বের প্রবক্তা। এই তত্ত্ব অনুযায়ী যেকোনো দীপ্ত বস্তু (Luminous body) হতে অনবরত অসংখ্য ক্ষুদ্র কণিকা ঝাঁকে ঝাঁকে নির্গত হয়। এই কণিকা তত্ত্বের সাহায্যে তিনি আলোর বিভিন্ন গুণাগুণ সম্পর্কীয় বিভিন্ন ঘটনা ব্যাখ্যা করতে সক্ষম হন। আলোর সরলপথে গমন, আলোর প্রতিফলন, প্রতিসরণ গুণাবলি এ তত্ত্বের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়। তাঁর অবদান এত সুদূরপ্রসারী যে সনাতনী পদার্থবিজ্ঞানকে নিউটনীয় পদার্থবিজ্ঞান বলে।

**টমাস ইয়ং (Thomas Young, 1773—1829) :** নিউটনের কণিকা তত্ত্ব আলোর অনেক ঘটনা ব্যাখ্যা করতে পারে। তবে আলোর ব্যতিচার, অপবর্তন, সমবর্তন ইত্যাদির কোনো সন্তোষজনক ব্যাখ্যা কণিকা তত্ত্বে পাওয়া যায় না।



স্যার আইজাক নিউটনের সমসাময়িক ডাচ বিজ্ঞানী হাইগেন্স (Huygens) 1678 খ্রিস্টাব্দে আলোর তরঙ্গ তত্ত্ব প্রদান করেন। পরে টমাস ইয়ং, ফ্রেনেলসহ আরও অনেকে এ তত্ত্বকে প্রতিষ্ঠিত করেন।

টমাস ইয়ং বহুমুখী প্রতিভার অধিকারী ছিলেন। তিনি পেশায় একজন চিকিৎসক ছিলেন। বিজ্ঞানেও তাঁর অবদান অপরিসীম। তাঁর সবচেয়ে বেশি আগ্রহ ছিল আলোকবিজ্ঞানে।

1801 খ্রিস্টাব্দে তিনি আলোকের ব্যতিচার আবিষ্কার করেন। দুটি উৎস হতে সমান কম্পাঙ্ক ও বিস্তারের দুটি আলোক তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে কখনও কখনও খুব উজ্জ্বল এবং কখনও কখনও অন্ধকার দেখায়। আলোকের এ ঘটনাকে ব্যতিচার বলে। 1807 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী ইয়ং আলোকের ব্যতিচার প্রদর্শনের নিমিত্তে একটি

পরীক্ষা সম্পাদন করেন। তাঁর নামানুসারে এই পরীক্ষাকে ইয়ং-এর পরীক্ষা বলে। এই পরীক্ষার ফলে আলোকের তরঙ্গ তত্ত্ব সুদৃঢ় হয়। পদার্থের স্থিতিস্থাপকতার উপরও তিনি একটি সূত্র প্রদান করেন। মানব চোখে বিভিন্ন আলোর সংবেদনশীলতা সম্বন্ধে তিনি সর্বপ্রথম ব্যাখ্যা প্রদান করেন।

**মাইকেল ফ্যারাডে (Michael Faraday, 1791–1867) :** মাইকেল ফ্যারাডে একজন পদার্থবিদ ও রসায়নবিদ ছিলেন। তিনি ইংল্যান্ডের রয়েল ইনস্টিটিউটের রসায়নবিদ্যার অধ্যাপক ছিলেন। 1845 খ্রিস্টাব্দে তিনি



আবিষ্কার করেন যে একটি প্রবল চৌম্বকক্ষেত্রের প্রভাবে সমবর্তন তল ঘুরে যায়। এ ঘটনা ফ্যারাডে ক্রিয়া নামে পরিচিত। এই ক্রিয়া আবিষ্কারের পর বিজ্ঞানীরা ধারণা করলেন যে আলোকের সঙ্গে চুম্বকত্বের একটি গভীর সম্পর্ক রয়েছে। পরবর্তীকালে তিনি তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গতত্ত্ব আবিষ্কার করেন।

ফ্যারাডে তড়িৎ চুম্বকীয় আবেশ এবং আপেক্ষিক আবেশিক ধারকত্ব আবিষ্কারের জন্য অমর হয়ে আছেন। 1831 খ্রিস্টাব্দে তিনি আবিষ্কার করেন যে চৌম্বকক্ষেত্র দ্বারা তড়িৎ প্রবাহ সৃষ্টি করা যায়। এর নামই তড়িৎচৌম্বক আবেশ। এ আবিষ্কারকে ভিত্তি করে জেনারেটর, ট্রান্সফরমার ও অন্যান্য বৈদ্যুতিক যন্ত্রপাতি আবিষ্কৃত হয়েছে। আধুনিক সভ্যতা বিকাশে এ সমস্ত আবিষ্কার নিঃসন্দেহে যুগান্তকারী। এছাড়াও তিনি তড়িৎ বিশ্লেষণ, তড়িৎ বিশ্লেষণের সূত্র আবিষ্কার করেন। তড়িৎ প্রলেপন, তড়িৎ মুদ্রণ, ধাতু নিষ্কাশন, ধাতু বিশুদ্ধিকরণ ইত্যাদিতে তড়িৎ বিশ্লেষণ প্রক্রিয়া ব্যবহার করা হয়।

**লর্ড রাদারফোর্ড (Lord Rutherford) :** উনবিংশ শতাব্দী পর্যন্ত বিজ্ঞানীদের ধারণা ছিল যে, প্রতিটি পরমাণু ধনাত্মক আধানের বস্তু দ্বারা গঠিত এবং এই ধনাত্মক আধানযুক্ত বস্তুর মাঝে ইতস্ততভাবে ঋণাত্মক আধানযুক্ত ইলেকট্রন ছড়িয়ে রয়েছে। প্রতিটি পরমাণুর মোট ধন আধান ও ঋণ আধানের পরিমাণ সমান।



1911 সালে রাদারফোর্ড বিখ্যাত আলফা বিক্ষেপণ পরীক্ষার ফলাফল হতে এই সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, পরমাণুর সমস্ত ধন আধান এবং ভর এর কেন্দ্রে অতি অল্প পরিসর স্থানে কেন্দ্রীভূত রয়েছে। রাদারফোর্ড একে নিউক্লিয়াস নামে অভিহিত করেন, এই নিউক্লিয়াসের চারদিকে কতকগুলো ইলেকট্রন বৃত্তাকার কক্ষপথে ঘুরছে। ইলেকট্রনগুলোর ঘূর্ণনজনিত বল ও নিউক্লিয়াস এবং ইলেকট্রনগুলোর মধ্যে ক্রিয়াশীল কুলম্বীয় বল সমান ও বিপরীতমুখী হওয়ায় ইলেকট্রন সুস্থিরভাবে নির্দিষ্ট দূরত্বে নিউক্লিয়াসকে প্রদক্ষিণ করে। পরমাণুর এই মডেলকে সৌরজগতের সাথে তুলনা করা যায়। রাদারফোর্ডের পরমাণুর এই মডেল অন্যান্য মডেলের চেয়ে অধিকতর যুক্তিসঙ্গত হলেও এর সীমাবদ্ধতা ছিল যা পরবর্তীতে নীলস বোর দূর করেন।

**আলবার্ট আইনস্টাইন (Albert Einstein 1879—1955) :** আজ যদি বিশ্বের যেকোনো দেশের বিজ্ঞানমনস্ক



কোনো ব্যক্তিকে জিজ্ঞেস করা হয়, "বিংশ শতাব্দীর সবচেয়ে বিখ্যাত বিজ্ঞানী কে?" স্বাভাবিক উত্তর পাওয়া যাবে, "আলবার্ট আইনস্টাইন।" খুব কম সংখ্যক বিজ্ঞানীই আইনস্টাইনের মতো তাঁর মৌলিক কাজের সংখ্যা, বৈচিত্র্য এবং অপরিসীম গুরুত্ব বিবেচনায় এত বিখ্যাত হতে পেরেছেন। আইনস্টাইন তাঁর বহু বৈচিত্র্যময় বৈজ্ঞানিক আবিষ্কারের মধ্যে সবচেয়ে বেশি পরিচিত তাঁর আপেক্ষিক তত্ত্বের জন্য। আপেক্ষিক তত্ত্বের মধ্যে আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্বের জন্য তিনি সমধিক পরিচিত।

1905 সালে যখন তাঁর বয়স মাত্র 23 বছর তখন তিনি আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব প্রকাশ করেন। আমাদের মৌলিক চিন্তা-চেতনা বা বিশ্বাসের অনেক কিছুরই পরিবর্তন সাধন করেছে এই আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব। পারমাণবিক বিজ্ঞানের ক্রম বিকাশের ক্ষেত্রে আপেক্ষিক তত্ত্বের ভূমিকা অপরিসীম। আইনস্টাইনের মত অনুসারে স্থান, কাল, দৈর্ঘ্য, কোনোটিই পরম রাশি বা নিরপেক্ষ নয়। এগুলো পরিবর্তনশীল। চিরায়ত বলবিজ্ঞানে ভর এবং শক্তি স্বাধীন হলেও আপেক্ষিকতার বিশেষ তত্ত্ব অনুসারে এরা সমতুল্য (Equivalent)। এই তত্ত্ব অনুসারে আমরা জানতে পারি যে ভরসম্পন্ন কোনো বস্তুই আলোর বেগ বা তার বেশি বেগে ছুটতে পারে না, তা যত বলই বস্তুর উপর প্রয়োগ করা হোক না কেন।

আইনস্টাইনের আরেকটি অমর সৃষ্টি হচ্ছে আলোক তড়িৎ ক্রিয়া ব্যাখ্যা প্রদান। কোনো ধাতব পদার্থের উপর উপযুক্ত কম্পাঙ্ক বা তরঙ্গদৈর্ঘ্যের আলোক আপতিত হলে ঐ পদার্থ হতে ইলেকট্রন নির্গত হয়। এই ক্রিয়াকে আলোক তড়িৎ ক্রিয়া বলে। 1905 খ্রিস্টাব্দে আলোক তড়িৎ ক্রিয়া ব্যাখ্যার জন্য আইনস্টাইন প্ল্যাঙ্কের কোয়ান্টাম তত্ত্ব প্রয়োগ করেন। কোয়ান্টাম তত্ত্ব অনুসারে যে কোনো বিকিরণ অসংখ্য ফোটনের সমষ্টি অর্থাৎ বিকিরণ ফোটনের একটি ঝাঁক বা ঝরনা। প্রতিটি ফোটনের শক্তি হচ্ছে $h\upsilon$। এখানে $h$ হলো প্ল্যাঙ্কের ধ্রুবক এবং $\upsilon$ হচ্ছে ফোটনের কম্পাঙ্ক। এখন একটি ফোটন কোনো ধাতব পাতের পরমাণুর উপর আপতিত হলো। ফোটনের সাথে পরমাণুর সংঘাত হবে এবং

এই সংঘাত স্থিতিস্থাপক সংঘাত। এই সংঘাতের ফলে পরমাণুস্থ একটি ইলেকট্রন ফোটনের সমুদয় শক্তি গ্রহণ করবে এবং কোনো শক্তি স্থানান্তরিত হবে না। এখন ইলেকট্রনটি পরমাণুর নিউক্লিয়াসের সঙ্গে আবদ্ধ থাকায় এই শক্তির কিছু অংশ ইলেকট্রনকে নিউক্লিয়াসের আকর্ষণ হতে মুক্ত করতে ব্যয় হবে। অবশিষ্ট শক্তি নিয়ে ইলেকট্রন নির্গত হবে। এটিই আলোক তড়িৎ ক্রিয়ার ব্যাখ্যা।

**ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক (Max Planck, 1858—1947) :** বিজ্ঞানী প্ল্যাঙ্ক ছিলেন জার্মানির প্রখ্যাত পদার্থবিদ। 1900 খ্রিস্টাব্দে তিনি তেজকণাবাদ আবিষ্কার করেন। বিখ্যাত বিজ্ঞানী স্যার আইজ্যাক নিউটন এবং সমকালীন বিজ্ঞানীরা বিশ্বাস করতেন যে আলো কণা প্রকৃতির। এই তত্ত্ব অনুযায়ী যে কোনো দীপ্ত বস্তু (Luminous body) হতে অনবরত অসংখ্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কণিকা ঝাঁকে ঝাঁকে নির্গত হয়। 1802 সালে আলোকের ব্যতিচারের ক্ষেত্রে ইয়ং-এর দ্বিচিড় পরীক্ষা প্রমাণ করে যে আলো তরঙ্গ প্রকৃতির। আলোর বিভিন্ন ঘটনা বিশ্লেষণে ও ব্যাখ্যার সাফল্য এই তত্ত্বকে প্রতিষ্ঠিত করে। ইয়ং-এর পরীক্ষার প্রায় একশ বছর পরে ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক কৃষ্ণ বস্তুর বিকিরণ ব্যাখ্যায় আলোকের কণাতত্ত্ব পুনর্জীবিত করেন। এই প্রবন্ধ এবং অন্যান্য বিজ্ঞানীদের পরীক্ষালব্ধ ফলাফল থেকে এই ধারণা সৃষ্টি হয় যে আলো এবং সকল ধরনের তড়িৎ চৌম্বকীয় তরঙ্গই অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র শক্তিগুচ্ছের সমন্বয়ে গঠিত।



প্ল্যাঙ্কের অভিমত অনুসারে কোনো বস্তু হতে শক্তির বিকিরণ বা বিভিন্ন ধাতুর মধ্যে শক্তির বিনিময় নিরবচ্ছিন্নভাবে ঘটে না। এই প্রক্রিয়ায় কোনো ধারাবাহিকতা নেই। শক্তির নিঃসরণ বা শোষণ বিচ্ছিন্নভাবে খণ্ড খণ্ড আকারে বা এক একটি গুচ্ছ বা প্যাকেটে নির্গত বা শোষিত হয়। প্রতিটি শক্তিকণা বা শক্তিগুচ্ছ এক একটি অবিভাজ্য একক। তিনি শক্তির এ ক্ষুদ্র গুচ্ছের নাম দেন কোয়ান্টা (Quanta)। প্রতিটি কোয়ান্টার শক্তি বিকিরণ কম্পাঙ্কের সমানুপাতিক। এই শক্তি কোয়ান্টা পরবর্তীতে ফোটন হিসেবে পরিচিতি লাভ করে। ফোটন বিদ্যুৎ নিরপেক্ষ এবং এর কোনো ভর নেই।

## ১.৯ পরিমাপে ভুল বা ত্রুটি
### Errors in Measurements

কোনো ভৌত রাশির নির্ভুল পরিমাপ পেতে রাশির সাথে সম্পর্কযুক্ত যে সূত্র থাকে তার অন্তর্গত সকল রাশির মাপ নির্ভুল হওয়া প্রয়োজন। এর ব্যত্যয় ঘটলে পরিমাপ সঠিক হবে না। একে ভুল বা ত্রুটি বলে।

যেকোনো ভৌত রাশি পরিমাপে প্রকৃত শুদ্ধ মান পাওয়া যায় না। কিছু না কিছু ত্রুটি পরিলক্ষিত হয়। এ ত্রুটির উৎস পরীক্ষণ কাজে ব্যবহৃত যন্ত্রপাতির সূক্ষ্মভাবে রাশি পরিমাপের সীমাবদ্ধতা এবং যিনি পরিমাপ করছেন পাঠ গ্রহণে তার ত্রুটির কারণ। এর অর্থ হলো যেকোনো পরিমাপ্য রাশির পরিমাপে একটি অনিশ্চয়তা বিদ্যমান থাকে।

পরিমাপের ত্রুটিগুলোকে উৎপন্নের ধরন অনুযায়ী কয়েকটি ভাগে ভাগ করা যায়; যথা—

(১) যান্ত্রিক ত্রুটি (Instrumental errors)
(২) পর্যবেক্ষণমূলক বা ব্যক্তিগত ত্রুটি (Observational or personal errors)
(৩) এলোমেলো বা অনিয়মিত ত্রুটি (Random errors)
(৪) পুনরাবৃত্তিক বা নিয়মিত ত্রুটি (Systematic errors)

**(১) যান্ত্রিক ত্রুটি (Instrumental errors) :** পরিমাপে যে সমস্ত যন্ত্র ব্যবহার করা হয়, সেগুলো সঠিক এবং সুবেদী না হলে কোনো ভৌত রাশির পরিমাপে ত্রুটি দেখা দেয়। একে যান্ত্রিক ত্রুটি বলে।

বিভিন্ন ধরনের যান্ত্রিক ত্রুটিগুলোর মধ্যে উল্লেখযোগ্য হলো—শূন্য ত্রুটি (zero error), পিছট ত্রুটি (backlash error) ও লেভেল ত্রুটি (level error)।

**শূন্য ত্রুটি (zero error) :** সাধারণত ভার্নিয়ার স্কেল, স্ক্রুগজ, স্লাইড ক্যালিপার্স, স্ফেরোমিটার ইত্যাদির প্রধান স্কেলের '0' দাগ ভার্নিয়ার বা বৃত্তাকার স্কেলের '0' দাগের সাথে না মিলে আগে বা পিছনে থাকে। একে শূন্য ত্রুটি বলে।

**পিছট ত্রুটি (backlash error) :** নাট-স্ক্রু নীতির উপর ভিত্তি করে যে সকল যন্ত্র তৈরি সেসব যন্ত্রে এ ত্রুটি পরিলক্ষিত হয়। নতুন যন্ত্রের তুলনায় পুরাতন যন্ত্রে এ ত্রুটি বেশি দেখা যায়। কারণ অনেকদিন ব্যবহারের ফলে নাটের গর্ত বড় হয়ে যেতে পারে বা স্ক্রু ক্ষয় হয়ে আলগা হয়ে যায়; ফলে স্ক্রুকে উভয় দিকে ঘুরালে সমান সরণ হয় না। এ ধরনের ত্রুটিকে পিছট ত্রুটি বলে। পাঠ নেওয়ার সময় যন্ত্রকে একই দিকে ঘুরালে এ ত্রুটি দূর হয়।

**লেভেল ত্রুটি (level error) :** কতকগুলো পরীক্ষণের ক্ষেত্রে যন্ত্রকে ভালোভাবে লেভেলিং করে না নিলে সঠিক পাঠ পাওয়া যায় না। যেমন নিক্তি, বিক্ষেপ চৌম্বকমান যন্ত্র, ট্যানজেন্ট গ্যালভানোমিটার ইত্যাদি। লেভেলিং স্ক্রু এবং স্পিরিট লেভেলের সাহায্যে লেভেলিং করে নিতে হয়।

**(২) পর্যবেক্ষণমূলক বা ব্যক্তিগত ত্রুটি (Observational or personal errors) :** পর্যবেক্ষকের পর্যবেক্ষণে ভুল এবং সঠিক মূল্যায়নের অভাবে এ ত্রুটি পরিলক্ষিত হয়। একে পর্যবেক্ষণমূলক ত্রুটি বা ব্যক্তিগত ত্রুটি বলে। দৃষ্টিভ্রষ্ট (Parallax error) এ ধরনের একটি ত্রুটি।

**প্রতিকার (Remedy) :** পর্যবেক্ষণ সতকর্তার সাথে করে এবং একাধিকবার পাঠ নিয়ে এ ত্রুটি দূর করা যায়।

**(৩) এলোমেলো বা অনিয়মিত ত্রুটি (Random errors) :** ত্রুটির বিভিন্ন বিষয়ে উপযুক্ত সাবধানতা অবলম্বন করা সত্ত্বেও কোনো একটি রাশির পাঠ বার বার ভিন্ন হতে দেখা যায়। পরিমাপে এ ধরনের ভিন্নতা বা পার্থক্য দুই ভাবে হতে পারে। যথা— (১) পর্যবেক্ষকের পর্যবেক্ষণের ত্রুটির জন্য হতে পারে কিংবা (২) পরীক্ষাকালে যন্ত্রের অবস্থার পরিবর্তনের জন্য। উদাহরণস্বরূপ, মাধ্যাকর্ষণজনিত ত্বরণ পরিমাপের ক্ষেত্রে T পরিমাপ করার জন্য থামা ঘড়ি (Stop watch) এবং $l$ মাপার জন্য স্কেল এবং সূচক ব্যবহার করা হয়। T পরিমাপের জন্য যদি ঘড়িটি ঠিকমতো চালানো এবং থামানো না হয় তবে T-এর পরিমাপে ভুল হবে। $l$ পরিমাপের সময় সূচক যদি স্কেলের একটি নির্দিষ্ট দাগের সাথে না মিলে দুইটি সন্নিহিত দাগের মধ্যে থাকে, তবে পর্যবেক্ষকের পক্ষে সূচকের অবস্থানের নির্ভুল মান স্কেল থেকে নেয়া সম্ভব হয় না। এ ধরনের ভুলগুলোকে অনিয়মিত বা এলোমেলো ত্রুটি বলে।

**প্রতিকার (Remedy) :** অনিয়মিত ত্রুটি পরিবর্তনশীল। প্রাপ্ত পাঠ প্রকৃত পাঠ অপেক্ষা বেশি হলে ধনাত্মক এবং কম হলে ঋণাত্মক হবে। এই ত্রুটি দূর করতে হলে অধিক সংখ্যক পাঠ গ্রহণ করে তাদের গড় পাঠ বের করতে হবে।

**(৪) পুনরাবৃত্তিক বা নিয়মিত ত্রুটি (Systematic errors) :** পরীক্ষাকালে কোনো কোনো ত্রুটির ফলে পরীক্ষাধীন রাশির পরীক্ষালব্ধ মান সর্বদাই এবং নিয়মিতভাবে রাশিটির প্রকৃত মান অপেক্ষা কম বা বেশি হতে পারে। এ ধরনের ত্রুটিকে নিয়মিত বা পুনরাবৃত্তিক ত্রুটি বলে। মিটার ব্রিজের প্রান্তিক ত্রুটি, পোটেনশিওমিটারের প্রান্তিক ত্রুটি, স্ক্রুগজের শূন্য ত্রুটি এই ত্রুটির অন্তর্গত।

**প্রতিকার (Remedy) :** এই ত্রুটি সংশোধনের জন্য বিভিন্ন ক্ষেত্রে বিভিন্ন অবস্থায় পরীক্ষাকার্যটি পুনরাবৃত্তি করা হয়।

**পরম ত্রুটি (Absolute errors) : কোনো একটি রাশির প্রকৃত মান ও পরিমাপকৃত মানের পার্থক্যকে পরম ত্রুটি বলে।**

অতএব, পরম ত্রুটি = প্রকৃত মান — পরিমাপ্য মান

**আপেক্ষিক ত্রুটি ও শতকরা ত্রুটি :**

যেকোনো পরিমাপে পরম ত্রুটির চেয়ে আপেক্ষিক ত্রুটি বা শতকরা ত্রুটি অধিক গুরুত্বপূর্ণ।

$$\text{আপেক্ষিক ত্রুটি} = \frac{\text{পরম ত্রুটি}}{\text{প্রকৃত মান}}$$

বা, $\delta A = \frac{\Delta \bar{a}}{\bar{a}}$, এখানে গাণিতিক মান $\bar{a}$ কে প্রকৃত মান হিসেবে ধরা হয়েছে।

শতকরা ত্রুটি প্রকাশ করা হয় নিম্নরূপে—

$$\text{শতকরা ত্রুটি} = \frac{\Delta \bar{a}}{\bar{a}} \times 100\%$$

$$\text{অন্যভাবে বলা যায় শতকরা ত্রুটি} = \frac{\text{প্রকৃত মান} - \text{পরীক্ষালব্ধ মান}}{\text{প্রকৃত মান}} \times 100\%$$

**সামগ্রিক বা মোট ত্রুটি (Gross errors) :** পর্যবেক্ষকের অসতর্কতা বা অমনোযোগিতার কারণে এ ত্রুটি পরিলক্ষিত হয়। সতর্কতার সঙ্গে পরীক্ষণ কর্ম সম্পাদন করে এ ত্রুটি দূর করা যায়।

## ১.১০ পরিমাপ্য রাশির শুদ্ধ মান নির্ধারণ

### Determination of Correct Value of the Measurable Quantity

(১) কোনো পরিমাপ্য রাশির আনুপাতিক ভুল নির্ধারণ :

পরিমাপের সময় মূলত চার ধরনের ত্রুটি দেখা যায়। যথা:

1. যান্ত্রিক ত্রুটি/Instrumental error:
(i) শূন্য ত্রুটি (ii) পিছট ত্রুটি (iii) লেভেল ত্রুটি
2. পর্যবেক্ষণজনিত ত্রুটি/Observational error:
(i) ব্যক্তিগত ত্রুটি (ii) প্রান্ত-দাগ ত্রুটি (iii) লম্বন ত্রুটি
(iv) সূচক ত্রুটি (v) পরিবেশগত ত্রুটি
3. এলোমেলো ত্রুটি/অক্রম ত্রুটি (Random error)
4. পুনরাবৃত্তিক ত্রুটি/ক্রম ক্রম ত্রুটি (Systematic error)

ও $z$ রাশি দুইটির সাথে নিম্নোক্ত সমীকরণের দ্বারা

... ... (1.1)

। পরিমাপে তা প্রতিফলিত হবে।

garithmic differentiation) করে পাই,

• JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY

**বিজ্ঞান চর্চায় বিজ্ঞানীদের অবদান:**

| বিজ্ঞানীর নাম | জন্ম-মৃত্যু | অবদান |
|---|---|---|
| আর্কিমিডিস | খ্রি: পূর্ব ২৮৭-২১২ | লিভারের নীতি, তরলে নিমজ্জিত বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল উর্ধ্বমুখী বলের সূত্র আবিষ্কার, গোলীয় দর্পণের সাহায্যে সূর্যের রশ্মি কেন্দ্রীভূত করে আগুন ধরানো কৌশল উদ্ভাবন। |
| গ্যালিলিও | ১৫৬৪-১৬৪২ | পড়ন্ত বস্তুর সূত্র আবিষ্কার, Pendulum আবিষ্কার, স্মৃতিবিদ্যার ভিত্তি স্থাপন, দূরবীক্ষণের সাহায্যে মহাকাশ নিরীক্ষণ এবং নক্ষত্র আবিষ্কার করেন। 1610 খ্রিস্টাব্দে যৌগিক অণুবীক্ষণ যন্ত্র আবিষ্কার। শ্রেষ্ঠ রচনা "The Law of Motion." |
| স্যার আইজাক নিউটন | ১৬৪২-১৭২৭ | বলবিদ্যার ৩টি সূত্র এবং মহাকর্ষ সূত্র আবিষ্কার, ক্যালকুলাস এবং প্রতিফলক টেলিস্কোপ আবিষ্কার, আলোর কণিকা তত্ত্বের প্রবক্তা। 1687 খ্রিস্টাব্দে 'ফিলোসোফিয়া ন্যাচারালস প্রিন্সিপিয়া ম্যাথমেটিকস' গ্রন্থটি প্রকাশিত হয়। |
| থমাস ইয়ং | ১৭৭৩-১৮২৯ | বলবিদ্যা ও পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কিত তত্ত্ব, আলোর তরঙ্গ তত্ত্ব, চোখের সংবেদনশীল বর্ণগুলো নিয়ে তত্ত্ব, আলোর ব্যতিচার সম্পর্কিত দ্বি-চির পরীক্ষা আবিষ্কার করেন। |
| মাইকেল ফ্যারাডে | ১৭৯১-১৮৬৭ | তড়িৎ বিশ্লেষণ সূত্র এবং তড়িৎ চৌম্বক আবেশের আবিষ্কারক। 1831 খ্রিস্টাব্দে তিনি আবিষ্কার করেন, 'চৌম্বক ক্রিয়া তড়িৎ প্রবাহ উৎপাদন করে।' |
| আর্নেস্ট রাদারফোর্ড | ১৮৭১-১৯৩৭ | সোলার সিস্টেম এটম মডেলের উদ্ভাবক। 'তেজস্ক্রিয়তা' সম্পর্কে গবেষণার জন্য নোবেল পুরস্কার পান। |
| আলবার্ট আইনস্টাইন | ১৮৭৯-১৯৫৫ | প্লাংকের কোয়ান্টাম তত্ত্বের উপর নির্ভর করে ফোটন তত্ত্ব উপস্থাপন করেন। $E = mc^2$ সূত্র আবিষ্কার করেন। |
| ম্যাক্স প্লাংক | ১৮৫৮-১৯৪৭ | বিকিরণ বিষয়ক কোয়ান্টাম তত্ত্ব প্রদান করেন। |

$y$, $z$ রাশিগুলোকে পরিমাপ করার সময় সর্বোচ্চ সম্ভাব্য ভুল হবে $\pm\delta x$।

সুতরাং সর্বোচ্চ সম্ভাব্য আনুপাতিক ভুল,

$$\left(\frac{\delta x}{x}\right)_{max} = m\left(\frac{\delta y}{y}\right) + n\left(\frac{\delta z}{z}\right) \quad \cdots$$

পরিমাপ্য ভৌত রাশি $x$-এর সাথে যে সকল রাশি আনুপাতিক ভুল পৃথকভাবে নির্ণয় করে ঐ নির্ণিত ভুলগুলো (Power number) দ্বারা গুণ করে, গুণফলগুলো যোগ করলে আনুপাতিক ভুলের সর্বোচ্চ মান। অতএব, যে রাশির শক্তি পরিমাপ্য রাশির আনুপাতিক ভুল কম হবে। যেমন,

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

উপরে আলোচিত বিষয় অনুসারে $g$ এর সর্বোচ্চ আ

$$\frac{\delta g}{g} = \frac{\delta l}{l} + 2\frac{\delta T}{T} \quad \cdots$$

সমীকরণ (1.3) হতে দেখা যাচ্ছে যে T পরিমাপে হয়।

**হাতে কলমে কাজ : একটি সরল দোলকের দোলনকা**

**সমাধান :** বামপক্ষ, $T = [T]$

ডানপক্ষ, $\sqrt{\frac{l}{g}} = \left[\frac{\sqrt{L}}{\sqrt{LT^{-2}}}\right] = [\sqrt{T^2}] = [T]$

সুতরাং বামপক্ষের মাত্রা = ডানপক্ষের মাত্রা।

## পরীক্ষালব্ধ ফলে সূক্ষ্মতর সংখ্যার

পরিমাপ্য রাশির সূক্ষ্মতা ঐ রাশির সঙ্গে সংশ্লিষ্ট কিন্তু আমরা যখন ক্যালকুলেটরের সাহায্যে হিসাব করি ডিজিট ফলাফলে লিপিবদ্ধ করা অর্থহীন। দশমিকের পরে নির্ভর করে। কাজেই পরীক্ষালব্ধ ফলে অপ্রয়োজনীয় সং... রাখতে হবে। যেমন মিটার স্কেল দিয়ে কোনো দৈর্ঘ্য মাপলে এক মিলিমিটারের কম দৈর্ঘ্য সূক্ষ্মভাবে মাপা যায় না। সুতরাং দৈর্ঘ্য পরিমাপের সূক্ষ্মতার পরিমাপ হবে $\pm$ 1 mm।

**গড় ভুল (Mean Error) :** বিভিন্ন সতর্কতা অবলম্বন করে পরিমাপ্য কোনো রাশির প্রকৃত মানের কাছাকাছি মান আমরা পেতে পারি, তবে প্রকৃত মান পরিমাপ করতে পারি না। যে মান পাওয়া যায় তা উভয় পাশে নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে সামান্য পরিমাণ ভুল থাকা সম্ভব, যা $\pm$ শতকরা মান দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

**(i) গড় ভুল বা গড় বিচ্যুতি (Mean error or mean deviation) :** ধরা যাক, পরিমাপ্য একটি রাশির কেবল অনিয়মিত ভুল অন্তর্ভুক্ত হচ্ছে। রাশিটি যদি $n$ সংখ্যক বার মাপ নেওয়া হয়ে থাকে এবং এর মান যথাক্রমে $x_1$, $x_2$, $x_3$ ..... $x_n$ পাওয়া যায়, তবে রাশিগুলোর গড় হবে,

$$A = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots\ldots + x_n}{n}$$

এই পরিমাপে কেবল অনিয়মিত ভুলই অন্তর্ভুক্ত থাকায় পরিমাপে প্রাপ্ত গড় মান A প্রকৃত মানের কাছাকাছি হবে। রাশিটির প্রত্যেকটি মাপ এই গড় সংখ্যা A হতে সামান্য বিচ্যুত থাকে বলে ঐ মাপের ভুল ধরা যায়। সুতরাং, রাশিটির বিভিন্ন পরিমাপে যে বিচ্যুতি থাকবে তা যথাক্রমে,

$$d_1 = x_1 - A,\ d_2 = x_2 - A,\ d_3 = x_3 - A,\ \ldots\ldots\ d_n = x_n - A$$

এখন বিচ্যুতির চিহ্ন বাদ দিয়ে এগুলোর গড় নিলেই গড় বিচ্যুতি বা গড় ভুল পাওয়া যায়।

অতএব, গড় বিচ্যুতি বা গড় ভুল $d = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + \ldots\ldots + d_n}{n}$। সুতরাং পরিমাপ্য রাশিটির প্রকৃত মাপ, $x = (A \pm d)$

**(ii) প্রমাণ বিচ্যুতি (Standard deviation) :** অনেক সময় এই বিচ্যুতিগুলোর গড় নির্ণয়ের পরিবর্তে তাদের বর্গের গড় বের করে তার বর্গমূল নির্ণয় করা হয়। এই বর্গমূলের পরিমাণকে প্রমাণ বিচ্যুতি বলে।

সুতরাং, প্রমাণ বিচ্যুতি, $D = \frac{\sqrt{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 \ldots\ldots\ldots + d_n^2}}{n} = \frac{\sqrt{\sum d^2}}{n}$

অতএব, রাশিটির প্রকৃত মাপ হবে, $x = (A \pm D)$

এবার পরিমাপ্য রাশিটির আন্তর্জাতিক স্বীকৃত মান প্রাকৃতিক ধ্রুবক তালিকা (Physical constant table) থেকে সংগ্রহ করে রাশিটির শুদ্ধতার শতকরা হিসাব নিম্নোক্তভাবে নির্ণয় করতে পারি।

পরিমাপ্য রাশির শুদ্ধ মান = $\frac{\text{রাশিটির সঠিক মান} \sim \text{প্রাপ্ত মান}}{\text{সঠিক মান}} \times 100\%$, ইহাই ভুলের শতকরা হার।

**নিজে কর :** পদার্থবিজ্ঞানের ল্যাবরেটরীতে তুমি সরল দোলকের সাহায্যে $g$-এর মান নির্ণয় করে পেয়েছ $9{\cdot}89\ ms^{-2}$। $g$-এর প্রকৃত মান $9{\cdot}81\ ms^{-2}$ ধরে তোমার প্রাপ্ত মানের শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর।

এখানে পরিমাপ্য রাশির শুদ্ধ মান = $\frac{9{\cdot}89 - 9{\cdot}81}{9{\cdot}81} \times 100\% = \frac{0{\cdot}08}{9{\cdot}81} \times 100\% = 0{\cdot}815\%$

অতএব, নির্ণেয় পরীক্ষায় প্রাপ্ত মানের শতকরা ত্রুটি হলো $0{\cdot}815\%$।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। একটি গোলকের পরিমাপ্য ব্যাসার্ধ, $R = 5{\cdot}3 \pm 0{\cdot}1$ হলে আয়তনে শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর।**

এখানে, $R = 5{\cdot}3$

$\therefore$ পরম ত্রুটি, $\Delta R = 0{\cdot}1$

এখন, গোলকের আয়তন, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

$\therefore$ আয়তনে আনুপাতিক ত্রুটি, $\frac{\Delta V}{V} = \frac{3\Delta R}{R}$

$\therefore \frac{\Delta V}{V} = 3 \times \frac{0{\cdot}1}{5{\cdot}3} = \frac{0{\cdot}3}{5{\cdot}3}$

অতএব, আয়তনের ত্রুটি, $\frac{\Delta V}{V} \times 100 = \frac{0{\cdot}3 \times 100}{5{\cdot}3} = 5{\cdot}7\%$.

**২। একজন ছাত্র পরীক্ষাগারে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $9{\cdot}81\ ms^{-2}$ নির্ণয় করল। অপর দিকে যখন সে $0{\cdot}01$ kg ভরের কোনো বাটখারাকে স্প্রিং নিক্তিতে ঝুলিয়ে দিল তখন দেখল $0{\cdot}0980$ N বল দেখাচ্ছে। তার পরীক্ষালব্ধ অভিকর্ষজ ত্বরণের শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর।**

পরিমাপ্য মান, $y = 9{\cdot}81\ ms^{-2}$

নিক্তিতে চাপানো ভর, $m = 0{\cdot}01$ kg

প্রাপ্ত বল, $F = 0{\cdot}0980$ N

আমরা জানি, $F = mg$

$\therefore g = \frac{F}{m} = \frac{0{\cdot}0980}{0{\cdot}01} = 9{\cdot}80\ ms^{-2}$

$\therefore$ প্রকৃত মান, $x = 9{\cdot}80\ ms^{-2}$

আমরা জানি, ত্রুটির শতকরা হার $= \frac{x - y}{x} \times 100\%$

$= \frac{9{\cdot}80 - 9{\cdot}81}{9{\cdot}80} \times 100\% = -0{\cdot}102\%$

৩। কোনো একটি পরীক্ষায় বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহের জন্য 7টি স্বতন্ত্র পাঠ নেয়া যাক। পাঠগুলো নিম্নরূপ : $I_1 = 5{\cdot}6$ mA, $I_2 = 5{\cdot}8$ mA, $I_3 = 5{\cdot}2$ mA, $I_4 = 5{\cdot}3$ mA, $I_5 = 5{\cdot}5$ mA, $I_6 = 5{\cdot}1$ mA, $I_7 = 5{\cdot}7$ mA. (i) তড়িৎ প্রবাহের গাণিতিক গড়, (ii) গড় মান হতে বিচ্যুতি (iii) গড় বিচ্যুতি এবং (iv) প্রমাণ বিচ্যুতি নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

(i) গাণিতিক গড় মান $\bar{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_7}{7}$

বা, $\bar{x} = \dfrac{5{\cdot}6 + 5{\cdot}8 + 5{\cdot}2 + 5{\cdot}3 + 5{\cdot}5 + 5{\cdot}1 + 5{\cdot}7}{7}$ mA

$= \dfrac{38{\cdot}2}{7} = 5{\cdot}46$ mA

(ii) গড় মান হতে বিচ্যুতি,

$\delta_1 = x_1 - \bar{x} = 5{\cdot}6 - 5{\cdot}46 = +0{\cdot}14$ mA

$\delta_2 = x_2 - \bar{x} = 5{\cdot}8 - 5{\cdot}46 = +0{\cdot}34$ mA

$\delta_3 = x_3 - \bar{x} = 5{\cdot}2 - 5{\cdot}46 = -0{\cdot}26$ mA

$\delta_4 = x_4 - \bar{x} = 5{\cdot}3 - 5{\cdot}46 = -0{\cdot}16$ mA

$\delta_5 = x_5 - \bar{x} = 5{\cdot}5 - 5{\cdot}46 = +0{\cdot}04$ mA

$\delta_6 = x_6 - \bar{x} = 5{\cdot}1 - 5{\cdot}46 = -0{\cdot}36$ mA

$\delta_7 = x_7 - \bar{x} = 5{\cdot}7 - 5{\cdot}46 = +0{\cdot}24$ mA

(iii) গড় বিচ্যুতি, $\bar{\delta} = \dfrac{|\delta_1| + |\delta_2| + |\delta_3| + |\delta_4| + |\delta_5| + |\delta_6| + |\delta_7|}{7}$

$= \dfrac{0{\cdot}14 + 0{\cdot}34 + 0{\cdot}26 + 0{\cdot}16 + 0{\cdot}04 + 0{\cdot}36 + 0{\cdot}24}{7} = \dfrac{1{\cdot}54}{7} = 0{\cdot}22$ mA.

(iv) প্রমাণ বিচ্যুতি, S.D. $= \dfrac{\sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \delta_4^2 + \delta_5^2 + \delta_6^2 + \delta_7^2}}{7}$

$= \dfrac{(0{\cdot}14)^2 + (0{\cdot}34)^2 + (0{\cdot}26)^2 + (0{\cdot}16)^2 + (0{\cdot}04)^2 + (0{\cdot}36)^2 + (0{\cdot}24)^2}{7}$

$= \dfrac{(0{\cdot}0196 + 0{\cdot}1156 + 0{\cdot}0676 + 0{\cdot}0256 + 0{\cdot}0016 + 0{\cdot}1296 + 0{\cdot}0576)}{7} = \dfrac{0{\cdot}4172}{7} = 0{\cdot}0596$ mA.

**যাচাই কর :** উপরের ৩নং গাণিতিক উদাহরণটির বিভিন্ন প্রকার বিচ্যুতির তুলনা কর।

## ১·১১ ব্যবহারিক
## Experimental

### স্ফেরোমিটারের ব্যবহার (Use of Spherometer)

| | |
|---|---|
| পরীক্ষণের নাম : | স্ফেরোমিটারের সাহায্যে গোলীয় তলের বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় |
| পিরিয়ড : ২.৫ | **Determination of the radius of curvature of spherical surface by a spherometer** |

**মূলতত্ত্ব (Theory) :** কোনো বক্রতল যে গোলকের অংশবিশেষ, ঐ গোলকের ব্যাসার্ধকে বক্রতলের বক্রতার ব্যাসার্ধ বলা হয়। একে R দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$\therefore$ বক্রতার ব্যাসার্ধ, $R = \left(\dfrac{d^2}{6h} + \dfrac{h}{2}\right)$

$d$ = স্ফেরোমিটারের তিন পায়ের গড় দূরত্ব

এবং $h$ = তিনটি পায়ের তল হতে বক্রতলের উচ্চতা কিংবা নিম্নতা।

স্ফোরোমিটারের পাঠ = প্রধান স্কেলের পাঠ + বৃত্তাকার স্কেলের পাঠ × লঘিষ্ঠ মান

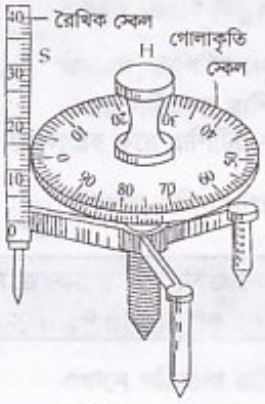
**যন্ত্রপাতি (Apparatus):** (১) স্ফেরোমিটার, (২) সমতল প্লেট, (৩) বক্রতল এবং (৪) মিটার স্কেল ইত্যাদি।

**কার্যপদ্ধতি বা কাজের ধারা (Procedure) :**

(১) স্ফেরোমিটারের ক্ষুদ্রতম ভাগের মান ও গোলাকৃতি স্কেলের মোট ভাগ সংখ্যা জেনে যন্ত্রের পীচ ও লঘিষ্ঠ ধ্রুবক বের করা হয়।

(২) যন্ত্রের ত্রুটি আছে কি-না তাও বের করা হয়।

(৩) স্ফেরোমিটারটি সমতল পাতের উপর স্থাপন করা হয়। স্ক্রুর মাথা এমনভাবে ঘুরান হয় যেন তার অগ্রভাগ সমতল পাত স্পর্শ করে।




চিত্র ১৩

(৪) রৈখিক ও গোলাকৃতি স্কেলের পাঠ নেয়া হয়। গোলাকৃতি স্কেলের পাঠকে লঘিষ্ঠ ধ্রুবক দ্বারা গুণ করে খণ্ড অংশ বা ভগ্নাংশ বের করা হয়। রৈখিক স্কেলের পাঠের সাথে ভগ্নাংশ যোগ করে মোট পাঠ বের করা হয়।

(৫) উপরোক্ত প্রক্রিয়ায় কয়েকবার পাঠ নিয়ে তার গড় মান বের করা হয়।

(৬) এখন স্ফেরোমিটারটি বক্রতলের উপর স্থাপন করা হয়। স্ক্রুর মাথা আস্তে আস্তে উপরে উঠান হয় এবং এমনভাবে স্থাপন করা হয় যেন তার অগ্রভাগ বক্রতলের সর্বোচ্চ/সর্বনিম্ন বিন্দু স্পর্শ করে। উপরের নিয়ম অনুযায়ী রৈখিক স্কেল ও গোলাকৃতি স্কেলের পাঠ নিয়ে মোট পাঠ বের করা হয়। কয়েকবার পাঠ নিয়ে গড় মান নির্ণয় করা হয়। এই দুই পাঠের অন্তরফলই হলো $h$।

(৭) মিটার স্কেলের সাহায্যে তিনটি পায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব মেপে তাদের গড় মান বের করা হয়। এটাই হলো $d$-এর মান।

(৮) এখন $h$ এবং $d$-এর মান তালিকাভুক্ত করে R-এর মান বের করা হয়।

**লঘিষ্ঠ ধ্রুবক নির্ণয় :**

রৈখিক স্কেলের ক্ষুদ্রতম ভাগের মান = $x$ মিমি

পীচ = $x$ মিমি

গোলাকৃতি স্কেলের মোট ভাগ সংখ্যা = $y$

লঘিষ্ঠ ধ্রুবক, $K = \frac{\text{পীচ}}{\text{গোলাকৃতি স্কেলের মোট ভাগ সংখ্যা}} = \frac{x}{y}$ মিমি = --- মিমি

স্ফেরোমিটারের পা তিনটির মধ্যবর্তী দূরত্ব = $d$ = --- মিমি।

**পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন (Observation and Manipulation) :**

**ছক-১ : সমতল কাচ প্লেটে পাঠ**

| পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | রৈখিক স্কেল পাঠ = M মিমি | গোলাকার স্কেল পাঠ = C | লঘিষ্ঠ ধ্রুবক = K মিমি | খণ্ড অংশ বা ভগ্নাংশ F = C×K মিমি | মোট পাঠ = M + F মিমি | গড় পাঠ X মিমি | যান্ত্রিক ত্রুটি = ± $x$ মিমি | শুদ্ধ পাঠ $X' = X - (\pm x)$ মিমি |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |

**ছক-২ : বক্রতলে পাঠ**

| পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | রৈখিক স্কেল পাঠ = M মিমি | গোলাকার স্কেল পাঠ = C | লঘিষ্ঠ ধ্রুবক = K মিমি | খণ্ড অংশ বা ভগ্নাংশ F = C×K মিমি | মোট পাঠ = M + F মিমি | গড় পাঠ X মিমি | যান্ত্রিক ত্রুটি = ± $x$ মিমি | শুদ্ধ পাঠ $X' = X - (\pm x)$ মিমি |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |

**হিসাব বা গণনা (Calculation) :**

$R = \frac{d^2}{6h} + \frac{h}{2}$ ; এখানে $d$ = --- মি. মি.

এবং $h = (Y' — X')$ = --- মি. মি.

$\therefore$ R = ---- সে.মি. = --- মিটার (m)

**ফলাফল (Result) :** নির্ণেয় বক্রতার ব্যাসার্ধ, R = --- সেমি = --- m

**সতর্কতা (Precautions) :** (১) পিছট ত্রুটি দূর করার জন্য স্ক্রুর মাথা সর্বদা একই দিকে ঘুরান উচিত।

(২) সমতল কাচ পাতের উপর ও পরীক্ষণীয় কাচ পাতের উপর স্ক্রুর মিলন তার ছায়া দ্বারা নির্ণয় করা হয়।

(৩) স্ক্রুর প্রান্ত বক্রতল ও কাচ পাতের গায়ে আলতোভাবে স্পর্শ করেছে কিনা তা সতর্কতার সাথে নির্ণয় করতে হবে।

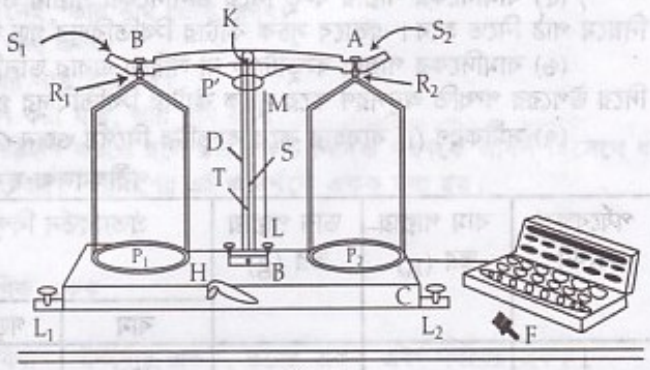
**আলোচনা (Discussions) :** বক্রতল সুষম না হওয়ায় নির্ণেয় বক্রতার ব্যাসার্ধে ত্রুটি দৃষ্ট হয়।

| পরীক্ষণের নাম : | **নিক্তির সাহায্যে দোলন পদ্ধতিতে বস্তুর ভর নির্ণয়** |
|---|---|
| **পিরিয়ড : ২.৫** | **Determination of mass of a body by the method of oscillation using a balance** |

পরীক্ষাগারে সাধারণত যে নিক্তি ব্যবহার করা হয় তা নিম্নের চিত্রে দেখানো হলো।

**নিক্তির বিবরণ (Description of the balance) :**

নিক্তির ভিত্তি হিসেবে একটি কাঠের পাটাতন B থাকে। পাটাতনের নিম্নাংশে লেবেল স্ক্রু $L_1$, $L_2$ যুক্ত থাকে। স্ক্রু দুটি ঘুরিয়ে নিক্তি স্তম্ভকে উল্লম্ব করা যায়। T হচ্ছে কাঠ ফলকের উপর লম্বভাবে দণ্ডায়মান ধাতু নির্মিত একটি ফাঁপা স্তম্ভ। একে নিক্তির পিলার (pillar) বলে। এর সাথে একটি ধাতব ফ্রেম যুক্ত থাকে। একটি হাতল H-এর সাহায্যে একটি ধাতব নির্মিত দৃঢ় শলাকা D-কে এই স্তম্ভের মাধ্যমে খাড়াভাবে উঠানো-নামানো যায়। নিক্তি দণ্ড D-এর উপর একটি এগেট পাথরের প্লেট (P′) আটকানো থাকে। নিক্তি দণ্ড AB একটি দৃঢ় ধাতব দণ্ড। এই দণ্ডের ভারকেন্দ্র বরাবর একটি এগেট পাথরের ত্রিশিরা টুকরা (K) যুক্ত থাকে। নিক্তি শলাকা D-কে উপরে উঠালে নিক্তি দণ্ড নিক্তি স্তম্ভের ফ্রেম থেকে মুক্ত হয়। এ অবস্থায় দণ্ডের ধারাল এগেট খণ্ডটি একটি সমতল এগেট খণ্ডের উপরে অবস্থান করে। এর ফলে নিক্তি দণ্ড বাধাহীনভাবে দুলতে থাকে। নিক্তি দণ্ডের ভারকেন্দ্রের ঠিক উপরে একটি লম্বা সরু কাঁটা লাগানো থাকে। একে নিক্তির সূচক কাঁটা বলে। এই কাঁটাটি নিক্তি স্তম্ভ T-এর পাদদেশে সংযুক্ত একটি স্কেল S-এর উপরে মুক্তভাবে চলাচল করতে পারে।




চিত্র ১·৪

$P_1$, $P_2$ দুটি পাল্লা নিক্তি দণ্ডের দুই প্রান্তে সংযুক্ত ধারাল ইস্পাত খণ্ডের উপরে বসানো স্টিরাপ $R_1$, $R_2$ হতে হুকের সাহায্যে ঝুলানো থাকে। নিক্তি দণ্ডের দুই প্রান্তে দুটি স্ক্রু $S_1$, $S_2$ রয়েছে। এই স্ক্রু দুটিকে ঘুরিয়ে নিক্তি দণ্ডের ভারকেন্দ্রকে এগেট খণ্ডের উপর রাখা হয়। নিক্তি স্তম্ভ উল্লম্ব আছে কিনা দেখার জন্য একটি ওলন সুতা ML লাগানো থাকে।

সঠিক ওজন নির্ণয় করতে যাতে অসুবিধা না হয় সেজন্য পাল্লাযুক্ত একটি কাচের বাক্সের মধ্যে নিক্তিটি স্থাপন করা হয়। পাল্লা ইচ্ছেমতো খোলা বা বন্ধ করা যায়।

**তত্ত্ব (Theory) :** নিক্তি দ্বারা ওজন নেবার সময় নিক্তি শলাকাটি উপরে উঠালে সূচক-কাঁটা ডানে-বামে দুলতে থাকে। ধীরে ধীরে দোলনের বিস্তার কমতে থাকে এবং একসময় এটি স্থিতি অবস্থায় আসে।

মনে করা যাক, উভয় পাল্লায় বাটখারা শূন্য অবস্থায় সূচক কাঁটার স্থিতি বিন্দু X। যে বস্তুটির ওজন নেয়া হবে সেটি বাম পাল্লায় এবং প্রয়োজনীয় বাটখারা ডান পাল্লায় স্থাপন করা হয়। বাম পাল্লায় বস্তু স্থাপন এবং ডান পাল্লায় বাটখারা ($W_1$ + 10 মিলিগ্রাম) থাকা অবস্থায় সূচক কাঁটার স্থিতি বিন্দু Y। এবার বাম পাল্লায় পূর্বোক্ত বস্তু এবং ডান পাল্লায় বাটখারা ($W_1$ + 20 মিলিগ্রাম) থাকা অবস্থায় স্থিতি বিন্দু Z হলে, অতিরিক্ত 10 মিলিগ্রাম ওজনের জন্য সূচক কাঁটার স্থিতিবিন্দুর অবস্থানের পরিবর্তন হয় Z — Y ঘর বা ভাগ সংখ্যা (divisions)।

সুতরাং, স্থিতিবিন্দুর এক ভাগ সংখ্যা পরিবর্তনের জন্য ওজনের পরিবর্তন হবে,

$$\frac{10}{Z-Y} \text{ মিলিগ্রাম} = \frac{10}{Z-Y} \times \frac{1}{1000} \text{ গ্রাম} = \frac{1}{(Z-Y)\times 100} \text{ গ্রাম}$$

∴ স্থিতিবিন্দুর $(Z-X)$ ভাগ সংখ্যা পরিবর্তনের জন্য ওজনের পরিবর্তন

$$\frac{1}{(Z-Y)\times 100}\ (Z-X) = \frac{(Z-X)}{(Z-Y)\times 100}$$

অতএব, বস্তুটির প্রকৃত ওজন

$$W = \left[W_1 + \frac{(Z-X)}{(Z-Y)\times 100}\right] \text{ গ্রাম} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(i)}$$

**যন্ত্রপাতি :** সাধারণ নিক্তি, ওজন বাক্স, ওজন নির্ণীতব্য বস্তু ইত্যাদি।

**কার্যপ্রণালী :** (১) পাল্লা দুটিকে নরম ব্রাশ দিয়ে পরিষ্কার করতে হবে।

(২) স্টিরাপ ও পাল্লা দুটি সঠিকভাবে স্থাপন করতে হবে।

(৩) লেবেল স্ক্রুর সাহায্যে নিক্তিকে অনুভূমিক করতে হবে। এ অবস্থায় ওলন $m_1$ নিম্নপ্রান্ত $m_2$ এর মাথা বরাবর অবস্থান করবে।

(৪) কোনো পাল্লায় কিছু না রেখে স্থিতিবিন্দু X-এর অবস্থান নির্ণয়ের জন্য নিক্তি শলাকাটি উপরে উঠাতে হবে। এতে সূচক কাঁটা ডানে-বামে দুলতে থাকে। এ অবস্থায় বামদিকে পরপর তিনটি এবং ডানদিকে পরপর দুটি সূচক কাঁটার দিক পরিবর্তন বিন্দুর জন্য স্কেল পাঠ নিতে হবে। এখন বামদিকের জন্য প্রাপ্ত তিনটির গড় এবং ডানদিকের জন্য প্রাপ্ত দুটির গড় নিয়ে ডান ও বামের প্রাপ্ত গড়ের আবার গড় নিয়ে স্থিতিবিন্দু X এর গড় পাওয়া যাবে।

(৫) বামদিকের পাল্লায় বস্তু নিয়ে ডানদিকের পাল্লায় ওজন $W_1$ রেখে সূচক কাঁটার দোলন লক্ষ করে উপরের নিয়মে পাঠ নিতে হবে। এভাবে সূচক কাঁটার স্থিতিবিন্দুর গড় অবস্থান Y পাওয়া যাবে।

(৬) বামদিকের পাল্লায় বস্তুটিকে না সরিয়ে এবার ডানদিকের পাল্লায় ওজনের সাথে আরও 10 মিলিগ্রাম ওজন দিয়ে উপরের পদ্ধতি অনুসরণ করে সূচক কাঁটার স্থিতিবিন্দুর গড় অবস্থান Z নির্ণয় করতে হবে।

(৭) সমীকরণ (i) ব্যবহার করে বস্তুটির নির্ণেয় ওজন বের করতে হবে।

**পরীক্ষালব্ধ ছক–১**

| পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | বাম পাল্লায় ভর (g) | ডান পাল্লায় ভর (g) | প্রত্যাবর্তন বিন্দুর (Turning Point) অবস্থান | | | | স্থিতি বিন্দু $=\frac{1}{2}(x+y)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | বাম | গড় $(x)$ | ডান | গড় $(y)$ | |
| 1<br>2<br>3 | 0 | 0 | .....<br>.....<br>..... | | .....<br>.....<br>..... | | X = |
| 1<br>2<br>3 | বস্তু | $W_1$ =<br>...(g) | .....<br>.....<br>..... | | .....<br>.....<br>..... | | Y = |
| 1<br>2<br>3 | বস্তু | $W_1 + 0{\cdot}01$<br>= ...(g) | .....<br>.....<br>..... | | .....<br>.....<br>..... | | Z = |

**হিসাব :** বস্তুর প্রকৃত ওজন, $W_1 = \left[W_1 + \frac{(Z-X)}{(Z-Y)\times 100}\right]$ গ্রাম

**ফলাফল :** নির্ণেয় বস্তুর প্রকৃত ভর, W = ------ গ্রাম

**সতর্কতা :** (১) পাটাতনের স্ক্রুগুলোকে যথাযথ দিকে ঘুরিয়ে নিক্তি স্তম্ভকে উল্লম্ব করতে হবে।

(২) স্টিরাপকে আবদ্ধ না করে পাল্লায় ওজন রাখা বা ওজন সরানো উচিত নয়।

(৩) নিক্তি শলাকাকে উপরে উঠাবার পূর্বে কাচবাক্সের ঢাকনা বন্ধ করা উচিত।

(৪) পাল্লাসহ পুরা নিক্তি ধুলাবালিমুক্ত তথা পরিষ্কার রাখতে হবে।

(৫) লম্বন ত্রুটি পরিহার করে পাঠ নিতে হবে।

(৬) নিক্তি দণ্ড ও সূচকের মুক্ত দোলন তথা অবাধ চলাচল নিশ্চিত করতে হবে।

## উচ্চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনার গাণিতিক উদাহরণ

**১। সজিব ঢাকা থেকে কুমিল্লা যাচ্ছিল। কুমিল্লা শহরে পৌঁছানোর পূর্বে মাইল পোস্টে কুমিল্লার দূরত্ব 1 km দেখতে পেল। 1 মাইলের সাথে উক্ত কিলোমিটারের দূরত্বের পার্থক্য মিটারে (m) প্রকাশ কর।**

আমরা জানি,

$$1 \text{ mile} = 1760 \times 3 \times 12 \text{ inch} = 1760 \times 3 \times 12 \times 2{\cdot}54 \text{ cm}$$

$$= \frac{1760 \times 3 \times 12 \times 2{\cdot}54}{100} \text{ m} = \frac{1760 \times 3 \times 12 \times 2{\cdot}54}{100 \times 1000} \text{ km}$$

$$= 1{\cdot}609 \text{ km} = 1{\cdot}61 \text{ কি মি (km) (প্রায়)}$$

$$\therefore \quad 1 \text{ mile} - 1 \text{ km} = (1{\cdot}609 - 1) \text{ km} = 0{\cdot}609 \text{ km} = 0{\cdot}609 \times 1000 \text{ m} = 609 \text{ m}$$

**২। একটি পরীক্ষায় কিছু মৌলিক কণার ভর 10 a.m.u. পাওয়া গেল। উক্ত ভর কয়টি ইলেকট্রনের ভরের সমান হবে ? উক্ত সংখ্যক ইলেকট্রন মৌলিক কণায় থাকতে পারে কী ?**

আমরা জানি, 1 a.m.u. বা $1 \text{ u} = 1{\cdot}66 \times 10^{-27}$ kg ও 1টি ইলেকট্রনের ভর $= 9{\cdot}1 \times 10^{-31}$ kg

ধরি, $n$টি ইলেকট্রন ভরের সমান হবে 10 a.m.u.

$\therefore$ 10 a.m.u. = $n \times$ 1টি ইলেকট্রনের ভর

বা, $10 \times 1{\cdot}66 \times 10^{-27} \text{ kg} = n \times 9{\cdot}1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

$$\therefore \quad n = \frac{10 \times 1{\cdot}66 \times 10^{-27}}{9{\cdot}1 \times 10^{-31}} = 1{\cdot}82 \times 10^{4} \text{ টি।}$$

উক্ত সংখ্যক ইলেকট্রন মৌলিক কণায় থাকা সম্ভব।

## সার-সংক্ষেপ

| | | |
|---|---|---|
| **ভৌত জগৎ** | : | যে সব জিনিসের জীবন নেই, তার নাম ভৌত জগৎ। |
| **জীব জগৎ** | : | জীব যে জগৎ তার নাম জীব জগৎ। |
| **পরিমাপ** | : | কোনো কিছুর মাপজোখের নাম পরিমাপ। |
| **রাশি** | : | যে সব জিনিসের পরিমাপ করা যায়, তার নাম রাশি। |
| **একক** | : | কোনো একটি রাশিকে পরিমাপ করতে হলে তার একটি নির্দিষ্ট অংশকে আদর্শ হিসেবে ধরে নিয়ে রাশিটি পরিমাপ করা হয়। পরিমাপের এই আদর্শকে একক বলা হয়। |
| **এককের প্রকারভেদ** | : | একক তিন প্রকার, যথা—<br>(ক) মৌলিক একক<br>(খ) লব্ধ, প্রাপ্ত বা যৌগিক একক<br>(গ) ব্যবহারিক একক<br>মৌলিক একক তিনটি, যথা— দৈর্ঘ্যের একক, ভরের একক এবং সময়ের একক। |
| **মৌলিক একক** | : | যে একক অন্য কোনো এককের উপর নির্ভর করে না এবং একেবারে স্বাধীন তাকে মৌলিক একক বলে। |
| **লব্ধ বা যৌগিক একক** | : | তিনটি মৌলিক এককে ভিত্তি করে যে একক গঠন করা হয় বা মৌলিক একক হতে যে একক পাওয়া যায় তাকে লব্ধ বা যৌগিক একক বলে। |
| **ব্যবহারিক একক** | : | কোনো কোনো মৌলিক একক খুব বড় বা ছোট হওয়ায় ব্যবহারিক কাজে তাদের উপগুণিতক (ভগ্নাংশ) বা গুণিতককে একক হিসেবে ব্যবহার করা হয়। এর নাম ব্যবহারিক একক। |
| **মাত্রা** | : | কোনো একটি রাশি এবং তার মৌলিক এককের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপনের জন্য যে সঙ্কেত ব্যবহার করা হয় তাকে উক্ত রাশির মাত্রা বলে। |
| **মাত্রা সমীকরণ** | : | কোনো ভৌত রাশি যদি একাধিক রাশির উপর নির্ভর করে, তবে দুই পাশের রাশিগুলোর মান না লিখে কেবলমাত্র মাত্রা লিখলে যে সমীকরণ পাওয়া যায় তাকে রাশিগুলোর মাত্রা সমীকরণ বলে। |
| **নিয়মিত ত্রুটি** | : | পরীক্ষাকালে কোনো কোনো ত্রুটির ফলে পরীক্ষাধীন রাশির পরীক্ষালব্ধ মান সর্বদাই এবং নিয়মিতভাবে রাশিটির প্রকৃত মান অপেক্ষা কম বা বেশি হতে পারে। এ ত্রুটিকে নিয়মিত ত্রুটি বলে। |
| **অনিয়মিত ত্রুটি** | : | ত্রুটির বিভিন্ন বিষয়ে উপযুক্ত সাবধানতা অবলম্বন করা সত্ত্বেও কোনো একটি রাশির পাঠ বারবার ভিন্ন হতে দেখা যায়। এ ধরনের ত্রুটিকে অনিয়মিত ত্রুটি বলে। |

# অনুশীলনী

## (ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। স্বতঃসিদ্ধ বা স্বীকার্য কী ?
- ক গাণিতিক যুক্তি
- খ কোনো ধারণা বা তত্ত্ব
- গ বৈজ্ঞানিক পরীক্ষায় প্রমাণিত
- ঘ পরীক্ষণের সার-সংক্ষেপ

২। তত্ত্ব কী বিষয়ের উপর ভিত্তি করে গড়ে ওঠে ?
- ক নীতি
- খ অনুকল্প
- গ অনুমিতি
- ঘ পদ্ধতি

৩। নিম্নলিখিত রাশিগুলোর মধ্যে কোনটি মৌলিক একক?
(i) দৈর্ঘ্যের একক ও শক্তির একক
(ii) দৈর্ঘ্যের ও ভরের একক
(iii) সময়ের ও ভরের একক
নিচের কোনটি সঠিক ?
- ক i ও ii
- খ i ও iii
- গ ii ও iii
- ঘ i, ii ও iii

৪। নিচের কোনটি লব্ধ রাশি ? [ঢা. বো. ২০১৫]
- ক তাপমাত্রা
- খ ভর
- গ সময়
- ঘ কম্পাঙ্ক

৫। 1 মাইল ও 1 কিলোমিটার দূরত্বের পার্থক্য মিটারে কত হবে ?
- ক 0·609 m
- খ 6·09 m
- গ 60·9 m
- ঘ 609 m

৬। পরমাণুর সমস্ত ধন আধান এবং ভর এর কেন্দ্রে অবস্থিত—এই তত্ত্ব কে উপস্থাপন করেন ?
- ক রাদারফোর্ড
- খ গ্যালিলিও
- গ আইনস্টাইন
- ঘ ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক

৭। তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ তত্ত্ব আবিষ্কার করেন—
- ক রাদারফোর্ড
- খ নিউটন
- গ মাইকেল ফ্যারাডে
- ঘ আইনস্টাইন

৮। কোন বিজ্ঞানী ক্যালকুলাস আবিষ্কার করেন ?
- ক আইনস্টাইন
- খ গ্যালিলিও
- গ টমাস ইয়ং
- ঘ নিউটন

৯। "ভর ও শক্তি সমতুল্য"—কোন বিজ্ঞানীর অভিমত?
- ক নিউটন
- খ গ্যালিলিও
- গ আইনস্টাইন
- ঘ ফ্যারাডে

১০। কোন বস্তু হতে শক্তির বিকিরণ নিরবচ্ছিন্নভাবে ঘটে না—এই তত্ত্বের প্রবক্তা কে ?
- ক লর্ড রাদারফোর্ড
- খ আলবার্ট আইনস্টাইন
- গ ম্যাক্স প্ল্যাঙ্ক
- ঘ মাইকেল ফ্যারাডে

১১। নিম্নলিখিত কোন বিজ্ঞানী কোয়ান্টাম তত্ত্বের ধারণাকে সম্প্রসারিত করেন ?
- ক মাইকেল ফ্যারাডে
- খ আলবার্ট আইনস্টাইন
- গ ম্যাক্স প্লাংক
- ঘ নিউটন

১২। আইনস্টাইনের আপেক্ষিকতা তত্ত্ব অনুসারে গতিশীল কাঠামোতে
(i) দৈর্ঘ্য কমে
(ii) ভর বাড়ে
(iii) সময় বাড়ে
নিচের কোনটি সঠিক ?
- ক i
- খ i ও ii
- গ ii ও iii
- ঘ i, ii ও iii

১৩। অনিয়মিত (random) ত্রুটি কী ধরনের ত্রুটি ?
- ক যান্ত্রিক ত্রুটি
- খ ব্যক্তিগত ত্রুটি
- গ (ক) ও (খ) উভয় ধরনের ত্রুটি
- ঘ উপরের কোনোটিই নয়

১৪। পুনরাবৃত্তিক ত্রুটি কোনটি ? [ঢা. বো. ২০১৫]
- ক স্ক্রু গজের শূন্য ত্রুটি
- খ দৃষ্টিভ্রম ত্রুটি
- গ অনিয়মিত ত্রুটি
- ঘ সামগ্রিক ত্রুটি

১৫। আপেক্ষিক ত্রুটি ও শতকরা ত্রুটির মধ্যে সম্পর্ক—
- ক শতকরা ত্রুটি = আপেক্ষিক ত্রুটি × 100
- খ আপেক্ষিক ত্রুটি = শতকরা ত্রুটি × পরম ত্রুটি
- গ শতকরা ত্রুটি = পরম ত্রুটি × 100
- ঘ উপরের কোনোটিই নয়

১৬। একটি বক্রতলের ব্যাসার্ধ নির্ণয়ের জন্য ব্যবহার করা হয়—
(i) স্ক্রুগজ
(ii) স্ফেরোমিটার
(iii) স্লাইড ক্যালিপার্স
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i
খ ii
গ i ও iii
ঘ i, ii ও iii

**উত্তর :**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ১। খ | ২। ক | ৩। গ | ৪। ঘ | ৫। ঘ | ৬। ক | ৭। গ | ৮। ঘ | ৯। গ | ১০। গ |
| ১১। খ | ১২। ঘ | ১৩। গ | ১৪। ক | ১৫। ঘ | ১৬। খ | | | | |

## (খ) সৃজনশীল প্রশ্ন

১। মনন একটি তামার গোলককে সুতায় বেঁধে মাপ চোঙের তরলে স্থাপন করে 80 mL পাঠ গ্রহণ করল। সেখান থেকে গোলকটিকে উঠানোর পর পাঠ 60 mL পাওয়া গেল। আবার সে কৌতূহলবশত তামার গোলকের পরিবর্তে সমভরের সীসার গোলক ব্যবহার করল। এক্ষেত্রে পূর্ববর্তী পাঠ পরিবর্তন হয়ে গেল। এ বিষয়টি সে তার পদার্থবিজ্ঞান শিক্ষককে অবহিত করল এবং শিক্ষক বিষয়টি মননকে সুন্দরভাবে বৈজ্ঞানিক ভিত্তিতে ব্যাখ্যা করলেন।

(ক) পরিমাপ কী ?
(খ) স্লাইড ক্যালিপার্সে ভার্নিয়ার স্কেল ব্যবহার করা হয় কেন ?
(গ) উদ্দীপকে উল্লেখিত তামার গোলকের ভর নির্ণয় কর।
(ঘ) একই ভরের তামার গোলকের পরিবর্তে সীসার গোলক ব্যবহার করায় মাপ চোঙের পূর্ববর্তী পাঠ পরিবর্তন হলো কেন তা গাণিতিক যুক্তির মাধ্যমে প্রকাশ কর।

২। পদার্থবিজ্ঞান ব্যবহারিক ক্লাসে শিক্ষক তোমাকে একটি ধাতব গোলকের খণ্ডাংশ দিলেন এবং স্ফেরোমিটার ব্যবহার করে এর বক্রতার ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে বললেন। তুমি যে স্ফেরোমিটার ব্যবহার করলে তার দুটি পায়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 8 cm। দোলন পদ্ধতিতে ভর নির্ণয়ের সময় ডান পাল্লায় 100 g রেখে স্থির বিন্দুর অবস্থানের পার্থক্য 30 পেলে, নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

(ক) ভার্নিয়ার ধ্রুবক কী ?
(খ) মৌলিক রাশি ও লব্ধ রাশির পার্থক্য লিখ।
(গ) স্ফেরোমিটারের পা তিনটির সমতল থেকে বক্রতলের উচ্চতা 1·1 cm হলে গোলকের খণ্ডাংশের বক্রতার ব্যাসার্ধ কত ?
(ঘ) অতিরিক্ত 10 g ভরের জন্য সূচক কাঁটার স্থিতিবিন্দুর পরিবর্তন 8 হলে বস্তুর প্রকৃত ভর নির্ণয় কর।

৩। গবেষণাগারে পরীক্ষার কাজে ব্যবহারের জন্য শিক্ষক অনিককে বিভিন্ন প্রস্থচ্ছেদের কয়েকটি তার দিলেন মান সঠিক আছে কিনা যাচাই করার জন্য। অনিক স্ক্রুগজ দিয়ে তারগুলোর প্রস্থচ্ছেদ মেপে দেখল যে তারের গায়ে লেখা মানের সঙ্গে প্রাপ্ত মান মিলছে না। সে শিক্ষককে এই তারতম্যের বিষয়টি জানালে তিনি দেখেন যে অনিক স্ক্রুগজ ব্যবহারের সঠিক পদ্ধতি ব্যবহার না করায় এই তারতম্য পাওয়া গেছে। পিছট ত্রুটি পরিহার করে পুনরায় মেপে অনিক দেখল যে তারের গায়ে স্থিতি মান ও প্রাপ্ত মান একই।

(ক) পিছট ত্রুটি কী ?
(খ) পরিমাপের ত্রুটিগুলো কী কী ?
(গ) পিছট ত্রুটি পরিহারের জন্য শিক্ষক অনিককে কী নিয়ম শিখিয়ে দিলেন ?
(ঘ) স্ক্রুগজের সাহায্যে দুটি তারের প্রস্থচ্ছেদ নির্ণয়ের জন্য তুমি কী পদ্ধতি ব্যবহার করবে বর্ণনা কর।

## (গ) কাঠামোবদ্ধ ও রচনামূলক প্রশ্ন

১। ভৌত জগৎ বলতে কী বোঝ ? ভৌত জগতের উপাদান কী কী ?
২। পদার্থবিজ্ঞানের কয়েকটি উল্লেখযোগ্য ভাগের নাম লিখ।
৩। পদার্থবিজ্ঞানের কয়েকটি উল্লেখযোগ্য অবদান বর্ণনা কর।
৪। পদার্থবিজ্ঞানের সূত্র, নীতি, তত্ত্ব এবং অনুকল্প বলতে কী বুঝ ?
৫। সকল সূত্রই তত্ত্ব, তবে সকল তত্ত্ব সূত্র নয়—ব্যাখ্যা কর।
৬। সকল তত্ত্বই অনুকল্প কিন্তু সকল অনুকল্প তত্ত্ব নয়—ব্যাখ্যা কর।
৭। রসায়ন, গণিতশাস্ত্র, জীবদ্যিায় পদার্থবিজ্ঞানের প্রভাব আলোচনা কর।
৮। চিকিৎসাবিজ্ঞানে পদার্থবিজ্ঞানের অবদানের বর্ণনা দাও।
৯। দৈনন্দিন জীবনে পদার্থবিজ্ঞানের সাথে প্রযুক্তির সম্পর্ক নিবিড়ভাবে জড়িত—কথাটি বুঝিয়ে লিখ।
১০। আধুনিক বিজ্ঞানের ক্রম বিকাশে নিউটন এবং আইনস্টাইনের ভূমিকা উল্লেখ কর।

১১। স্থান, সময় ও ভরের সনাতনি এবং আধুনিক ধারণা তুলনা কর।
১২। মৌলিক ও লব্ধ একক কাকে বলে ? প্রত্যেকটির উদাহরণ দাও।
১৩। ব্যবহারিক একক বলতে কী বোঝ ?
১৪। এস.আই. একক কী ? এম. কে. এস. এককের সঙ্গে এর সম্পর্ক কী ?
১৫। আন্তর্জাতিক মিটার কাকে বলে ?
১৬। কোনো রাশির মাত্রা বলতে কী বোঝ ?
১৭। মাত্রা সমীকরণ বলতে কী বুঝায় ব্যাখ্যা কর।
১৮। মাত্রা সমীকরণের প্রয়োজনীয়তা উল্লেখ কর।
১৯। পরীক্ষণ ও পর্যবেক্ষণের প্রয়োজনীয়তা কী ?
২০। শূন্য ত্রুটি, পিছট ত্রুটি ও লেভেল ত্রুটি ব্যাখ্যা কর।
২১। পরম ত্রুটি ও শতকরা ত্রুটির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।
২২। পরিমাপের ক্ষেত্রে যান্ত্রিক ত্রুটি কীভাবে পরীক্ষণকে প্রভাবিত করে ?
২৩। কোনো পরিমাপ্য রাশির আনুপাতিক ভুল কীভাবে নির্ধারণ করবে ?
২৪। গড় বিচ্যুতি কী ? কীভাবে এ বিচ্যুতি নির্ণয় করবে ?
২৫। প্রমাণ বিচ্যুতি কী ? এ থেকে পরীক্ষণের ত্রুটির সূত্রটি লিখ।
২৬। লঘিষ্ঠ ধ্রুবক কী ?

## (ঘ) ক্রিয়াকর্ম

একটি পোস্টার কাগজে মৌলিক একক ও লব্ধ এককের মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক প্রদর্শন করে শ্রেণিতে তা উপস্থাপন কর।

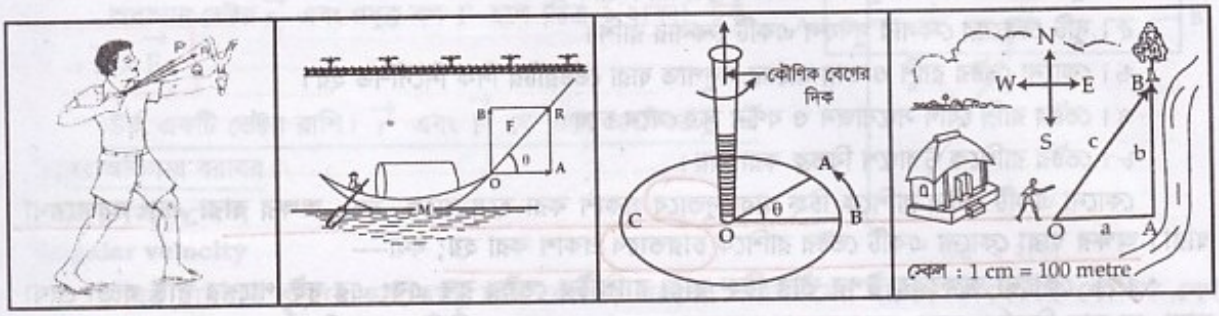
## (ঙ) কাজ (গাণিতিক সমস্যা)

১। 5 km কে ft-এ প্রকাশ কর। [ উ. $1{\cdot}64 \times 10^4$ ft ]
২। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 4000 মাইল। এর পরিধি কত ? [ উ. $40{\cdot}4 \times 10^3$ km ]
৩। রংপুর হতে ঢাকার দূরত্ব 402·3 km। এই দূরত্ব মাইলে প্রকাশ কর। [উ. 250 মাইল]
৪। লোহার ক্ষেত্রে আন্তঃআণবিক দূরত্ব $2{\cdot}5 \times 10^{-10}$ m। এই দূরত্ব অ্যাংস্ট্রম এককে প্রকাশ কর। [উ. 2·5 Å]
৫। চাঁদের ভর $7{\cdot}33 \times 10^{22}$ kg। একে পাউন্ডে প্রকাশ কর। [উ. $16{\cdot}16 \times 10^{22}$ পাউন্ড]
৬। এক "পারমাণবিক ভর একক" এর সমান ভর সম্পূর্ণরূপে শক্তিতে রূপান্তরিত হলে কী পরিমাণ শক্তি নির্গত হবে? [উ. 931 MeV]
৭। একটি গোলকের ব্যাসার্ধ পরিমাপে 1·2% ভুল করলে, ঐ গোলকের আয়তনে শতকরা কত ভুল হবে ? [উ. 3·6%]
৮। একটি ভৌত রাশি P-এর সমীকরণ, $P = \frac{a^3b^2}{\sqrt{cd}}$, $a, b, c$ এবং $d$-এর পরিমাপে যথাক্রমে 1%, 3%, 4% এবং 2% ত্রুটি পরিলক্ষিত হলো। P-এর মানে শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর। [উ. 13%]
৯। একজন ছাত্র স্ক্রুগেজের সাহায্যে একটি তারের ব্যাস পরিমাপ করে নিম্নরূপ মান পেল :
0·38, 0·40, 0·39, 0·37, 0·40, 0·41, 0·38, 0·39, 0·40, 0·41 mm।
পরিমাপের (i) গড় ত্রুটি এবং (ii) প্রমাণ বিচ্যুতি নির্ণয় কর। [উ. (i) 0·011 mm (ii) 0·013 mm]
১০। একটি বস্তুর ভর = 100 ± 2% kg এবং আয়তন = 10 ± 3% $m^3$ হলে, ঐ বস্তুর ঘনত্বে (i) শতকরা ত্রুটি এবং (ii) পরম ত্রুটি নির্ণয় কর। [উ. (i) ± 5% (ii) 0·5 kg $m^{-3}$]
১১। একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য $l$ = (100·0 ± 0·5) cm এবং দোলনকাল T = (2·00 ± 0·01) mm। অভিকর্ষজ ত্বরণ '$g$' নির্ণয়ে শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর। [উ. ± 1·5%]
১২। একজন ছাত্র একটি উত্তল লেন্সের ফোকাস দূরত্ব পরিমাপে 10 টি পাঠ গ্রহণ করেছে। প্রাপ্ত মানগুলো হলো : 16·20, 15·90, 15·98, 16·01, 16·03, 15·90, 15·93, 16·30, 16·25 এবং 16·00 cm। পরিমাপের (i) গড় ত্রুটি এবং (ii) প্রমাণ বিচ্যুতি নির্ণয় কর। [উ. (i) 0·12 cm, (ii) 0·15 cm]
১৩। একটি রোধকের রোধ পরিমাপে নিম্নোক্ত মান পাওয়া গেল—
101·2 Ω, 101·7 Ω, 101·3 Ω, 101·0 Ω, 101·5 Ω, 101·3 Ω, 101·2 Ω, 101·4 Ω, 101·3 Ω এবং 101·1 Ω ধরা যাক যে শুধুমাত্র অনিয়মিত ত্রুটি বিদ্যমান রয়েছে, তাহলে রোধের (i) গাণিতিক গড় এবং (ii) প্রমাণ বিচ্যুতি নির্ণয় কর। [উ. (i) 101·3 Ω, (ii) 0·2 Ω]
১৪। একজন ছাত্র 760 mm Hg চাপে ফুটন্ত পানিতে একটি পারদ থার্মোমিটারের পারদ প্রান্ত ডুবিয়ে দেখল যে তাপমাত্রা 95·5° C। প্রাপ্ত পাঠের শতকরা ত্রুটি নির্ণয় কর। [উ. − 0·5%]

# ২

# ভেক্টর
# VECTOR

**প্রধান শব্দ (Key Words) :** ভেক্টর রাশি, স্কেলার রাশি, একক ভেক্টর, লব্ধি ও অংশক বা উপাংশ, অবস্থান ভেক্টর, নাল বা শূন্য ভেক্টর, আয়ত একক ভেক্টর, ভেক্টর রাশির বিভাজন ও উপাংশ, ত্রিভুজ সূত্র, সামান্তরিক সূত্র, স্কেলার গুণন বা ডট গুণন, ভেক্টর বা ক্রস গুণন, অপারেটর, গ্রেডিয়েন্ট, ডাইভারজেন্স, কার্ল।




## সূচনা
## Introduction

বিজ্ঞানের বিভিন্ন বিষয় সুনির্দিষ্টভাবে জানতে হলে কোনো না কোনো ধরনের পরিমাপের প্রয়োজন হয়। পদার্থের যে সব ভৌত বৈশিষ্ট্য পরিমাপ করা যায় তাদেরকে রাশি (quantity) বলে। যেমন দৈর্ঘ্য, ভর, সময়, আয়তন, বেগ, কাজ ইত্যাদি প্রত্যেকে এক একটি রাশি। **পদার্থবিজ্ঞানের অন্তর্গত যে কোনো রাশিকে ভৌত রাশি (physical quantity) বলে।** কিছু কিছু ভৌত রাশিকে শুধুমাত্র মান দ্বারা সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করা যায়। আবার অনেক ভৌত রাশি রয়েছে যাদেরকে সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য মান ও দিক উভয়ই প্রয়োজন হয়। তাই ধর্ম বা বৈশিষ্ট্য অনুসারে ভৌত রাশিগুলোকে আমরা দুই ভাগে বিভক্ত করতে পারি ; যথা—

(ক) স্কেলার রাশি বা অদিক রাশি (Scalar quantity)।

(খ) ভেক্টর রাশি বা দিক রাশি বা সদিক রাশি (Vector quantity)।

**যে সব ভৌত রাশির শুধু মান আছে, কিন্তু দিক নেই, তাদেরকে স্কেলার রাশি বা অদিক রাশি বলে।** যেমন দৈর্ঘ্য, ভর, সময়, জনসংখ্যা, তাপমাত্রা, তাপ, বৈদ্যুতিক বিভব, দ্যুতি, কাজ ইত্যাদি স্কেলার বা অদিক রাশি। **যে সব ভৌত রাশির মান এবং দিক দুই-ই আছে, তাদেরকে ভেক্টর রাশি বা দিক রাশি বলে।** যেমন সরণ, বেগ, ত্বরণ, মন্দন, বল, ওজন ইত্যাদি ভেক্টর বা দিক রাশি।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- ভেক্টরের ধর্ম ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন ভৌত রাশি ভেক্টররূপে প্রকাশ ও ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- কতিপয় বিশেষ ভেক্টর ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন নিয়ম ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- লম্বাংশের সাহায্যে ভেক্টরের রাশির যোজন ও বিয়োজন বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- একটি ভেক্টরকে ত্রিমাত্রিক আয়তাকার বিস্তারের ক্ষেত্রে লম্বাংশে বিভাজন করতে পারবে।
- দুটি ভেক্টর রাশির স্কেলার ও ভেক্টর গুণের সংজ্ঞার্থ ও এদের ব্যবহার করতে পারবে।
- পদার্থবিজ্ঞানে ক্যালকুলাসের ব্যবহার ও গুরুত্ব ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ভেক্টর ক্যালকুলাসের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ভেক্টর অপারেটর ব্যবহার করতে পারবে।

## ২.১ ভেক্টর (ধর্ম ও চিহ্ন)
## Vector (Properties and Symbols)

কোনো কোনো ভৌত রাশিকে বর্ণনার জন্য মানের সাথে দিক নির্দেশের প্রয়োজন হয়। এই সকল ভৌত রাশিই ভেক্টর রাশি। বস্তুজগতের এ ধরনের রাশি মান ও দিক দ্বারা প্রকাশিত না হলে তা ঐ রাশির বর্ণনায় অসম্পূর্ণ

থেকে যায়। ভেক্টর রাশি কতগুলো নিয়ম মেনে চলে। যথা—

১। ভেক্টর রাশির মান ও অভিমুখ আছে।

২। দুই বা ততোধিক সমজাতীয় ভেক্টরকে যোগ করা যায়। ভিন্ন প্রকৃতির ভেক্টরকে যোগ করা যায় না।

৩। দুই বা ততোধিক ভেক্টর যোগ করলে যে ভেক্টর পাওয়া যায় তা প্রথমোক্ত ভেক্টর দুটির সম্মিলিত ক্রিয়ার ফলাফলের সমান হয়।

৪। দুটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল একটি ভেক্টর রাশি হয়।

৫। দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল একটি স্কেলার রাশি।

৬। কোনো ভেক্টর রাশি ও তার মানের অনুপাত দ্বারা ভেক্টরটির দিক নির্দেশিত হয়।

৭। ভেক্টর রাশি যোগ সংযোজন ও বণ্টন সূত্র মেনে চলে।

৮। ভেক্টর রাশিকে উপাংশে বিভক্ত করা যায়।

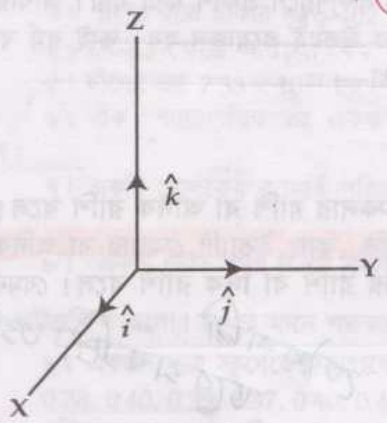
কোনো একটি ভেক্টর রাশিকে চিহ্ন দ্বারা দুভাবে প্রকাশ করা হয়ে থাকে, যথা—**অক্ষর দ্বারা** এবং **সরলরেখা দ্বারা**। **অক্ষর দ্বারা** কোনো একটি ভেক্টর রাশিকে চারভাবে প্রকাশ করা হয়, যথা—

**(ক) কোনো অক্ষরের উপর তীর চিহ্ন দ্বারা রাশিটির ভেক্টর রূপ এবং এর দুই পাশের দুটি খাড়া রেখা দ্বারা এর মান নির্দেশ করা হয়। সাধারণভাবে শুধু অক্ষর দ্বারাও রাশিটির মান নির্দেশ করা হয়।**

∴ A অক্ষরের ভেক্টর রূপ $\vec{A}$ এবং মান রূপ $|\vec{A}|$ বা $A$

**(খ) কোনো অক্ষরের উপর রেখা চিহ্ন দ্বারা রাশিটির ভেক্টর রূপ এবং এর দুই পাশের দুটি খাড়া রেখা দ্বারা এর মান নির্দেশ করা হয়।**

∴ A অক্ষরের ভেক্টর রূপ $\overline{A}$ এবং মান রূপ $|\overline{A}|$



চিত্র ২·১

**(গ) কোনো অক্ষরের নিচে রেখা চিহ্ন দ্বারা রাশিটির ভেক্টর রূপ এবং এর দুই পাশের দুটি খাড়া রেখা দ্বারা এর মান নির্দেশ করা হয়।**

∴ A অক্ষরের ভেক্টর রূপ $\underline{A}$ এবং মান রূপ $|\underline{A}|$

**(ঘ) মোটা হরফের অক্ষর দিয়ে ভেক্টর রাশি প্রকাশ করা হয়।** যেমন A অক্ষরের ভেক্টর রূপ **A** এবং এর মান A।

ভেক্টর রাশি নির্দেশের ক্ষেত্রে (ক)-এ ব্যবহৃত চিহ্নই শ্রেয়। তাই এই বই-এ আমরা এই পদ্ধতিই ব্যবহার করব।

**ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় ধনাত্মক X, Y এবং Z অক্ষের দিকে ব্যবহৃত যথাক্রমে $\hat{i}$, $\hat{j}$ এবং $\hat{k}$ চিহ্ন দ্বারা আয়ত একক ভেক্টর দেখানো হয়েছে [চিত্র ২·১]।**

## ২·২ ভেক্টর প্রকাশ
## Vector Representation

বিভিন্ন ভেক্টর রাশিকে ভেক্টররূপে গাণিতিকভাবে প্রকাশ করা যায়। ফলে রাশিটির মান ও দিক স্পষ্ট হয়। নিম্নে কয়েকটি ভৌত রাশির ভেক্টর প্রকাশ দেখানো হলো।

### বল
### Force

**যে বাহ্যিক কারণ বস্তুর গতি বা স্থিতি অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় বা ঘটাতে চায় তাকে বল বলে।**

বল একটি ভেক্টর রাশি। এর মান ও দিক আছে। কোনো একটি গতিশীল বস্তুর ভর '$m$', ত্বরণ $\vec{a}$ এবং বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল বল $\vec{F}$ হলে, এর ভেক্টর প্রকাশ হলো,

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

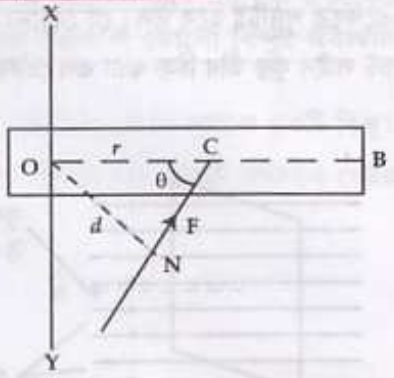
## ঘূর্ণন বল বা টর্ক
**Rotational force or torque**

ঘূর্ণন বল বলতে টর্ককে বুঝানো হয়। ঘূর্ণনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে বলের সমতুল্য রাশি হলো টর্ক।

**কোনো অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত বস্তুর উপর যে বিন্দুতে বল ক্রিয়াশীল ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর ও প্রযুক্ত বলের গুণফলকে ঘূর্ণন বল বা টর্ক বলে।**

অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$ এবং প্রযুক্ত বল $\vec{F}$ হলে [চিত্র ২·২(ক)], টর্ক, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

টর্ক একটি ভেক্টর রাশি। $\vec{r}$ এবং $\vec{F}$ যে তলে অবস্থিত $\tau$ ঐ তলের অভিলম্ব বরাবর।



চিত্র ২·২(ক)

## কৌণিক বেগ
**Angular velocity**

**সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কৌণিক সরণের পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ বা কৌণিক বেগ ( $\vec{\omega}$ ) বলে।** এর ভেক্টর গাণিতিক প্রকাশ হলো $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$



চিত্র ২·২(খ)

### কৌণিক বেগের দিক (ভেক্টর রূপ) :

কৌণিক বেগ একটি ভেক্টর রাশি। এর মান ও দিক দুই-ই আছে। একটি ডান পাকের স্ক্রুর সাহায্যে এর দিক নির্দেশ করা যায়।

একটি কণা ABC বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকলে ঐ বৃত্তের কেন্দ্র O-এ একটি ডান পাকের স্ক্রুর অগ্রভাগ বৃত্ত-তলের অভিলম্বভাবে স্থাপন করে কণাটির ঘূর্ণনের সাথে এবং কণাটি যে ক্রমে ঘুরছে সেই ক্রমে স্ক্রুটিকে ঘুরালে তার গতির দিকই হবে কণাটির কৌণিক বেগের দিক [ চিত্র ২·২(খ)]।

## কৌণিক ভরবেগ
**Angular momentum**

**ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুকণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও রৈখিক ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।**

মনে করি $\vec{r}$ = ঘূর্ণন কেন্দ্রের সাপেক্ষে কোনো বস্তুকণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং $\vec{P}$ = বস্তুর রৈখিক ভরবেগ। অতএব, সংজ্ঞানুসারে বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ

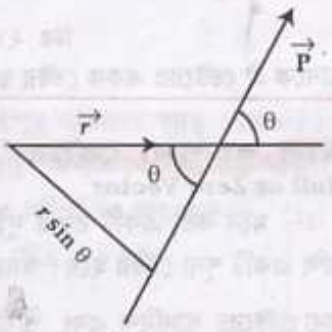
$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P}$

এটি একটি ভেক্টর রাশি।

**মান ও দিক :** কৌণিক ভরবেগের মান

$L = rP \sin\theta$

এখানে $\theta$ হচ্ছে $\vec{r}$ ও $\vec{P}$-এর মধ্যবর্তী কোণ [চিত্র ২·২(গ)]। ঘূর্ণন কেন্দ্র হতে ভরবেগের ক্রিয়ারেখার লম্ব দূরত্ব হচ্ছে $r \sin\theta$। অতএব, কোনো বস্তুকণার ভরবেগ ও ঘূর্ণন কেন্দ্র হতে ভরবেগের ক্রিয়া রেখার লম্ব দূরত্বের গুণফল কৌণিক ভরবেগের মান নির্দেশ করে।

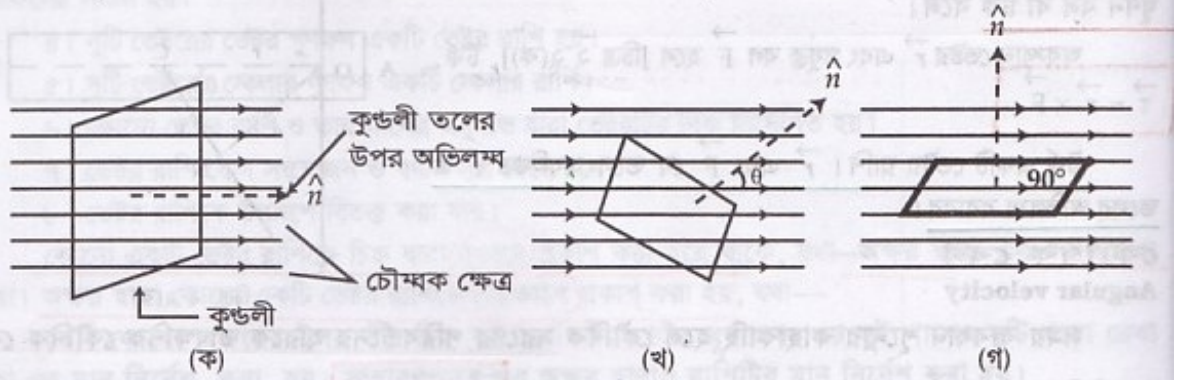


চিত্র ২·২(গ)

$\vec{r}$ ও $\vec{P}$ যে তলে অবস্থিত $\vec{L}$ এর দিক হবে ঐ তলের লম্ব বরাবর। ক্রস গুণনের নিয়ম দ্বারা $\vec{L}$-এর দিক নির্ধারিত হবে।

### তল
**Surface**

কোনো একটি পৃষ্ঠের বা সমতলের উপর অভিলম্ব অঙ্কন করলে যে দিক নির্দেশিত হয় তা ঐ তলের ভেক্টর। এক্ষেত্রে পৃষ্ঠটিই হবে তল। যে কোনো সমতলের উপর অঙ্কিত অভিলম্বকে ঐ তলের তল ভেক্টর বলে। নিচের চিত্রে ডট লাইন যুক্ত তীর চিহ্ন দ্বারা তল ভেক্টর ( $\hat{n}$ ) দেখানো হলো। চিত্রের কুণ্ডলিটি হলো তল।




চিত্র ২·৩

## ২·৩ বিশেষ ভেক্টর
**Special Vectors**

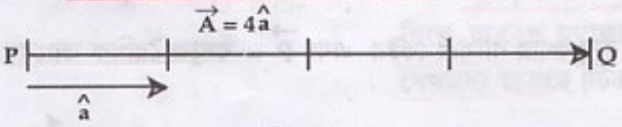
### একক ভেক্টর
**Unit Vector**

যে সকল ভেক্টরের মান শূন্য নয় এরূপ একটি ভেক্টরকে এর মান দ্বারা ভাগ করলে ঐ ভেক্টরের দিকে বা সমান্তরালে একটি একক ভেক্টর পাওয়া যাবে। অর্থাৎ **যে ভেক্টর রাশির মান এক একক তাকে একক ভেক্টর বলে।**

একক ভেক্টরকে প্রকাশ করতে সাধারণত ছোট অক্ষরের উপর একটি টুপি চিহ্ন (^) দেয়া হয়। যেমন $\hat{i}, \hat{a}, \hat{n}$ ইত্যাদি দ্বারা একক ভেক্টর প্রকাশ করা হয়।

ধরি, $\vec{A}$ একটি ভেক্টর যার মান, $A \neq 0$

$\therefore \frac{\vec{A}}{A} = \vec{A}$-এর দিকে একক ভেক্টর $= \hat{a}$ (ধরি)।




চিত্র ২·৪

কাজেই কোনো একটি ভেক্টর $\vec{A}$-এর মান, $A = 4$ একক এবং $\vec{A}$-এর দিকে একক ভেক্টর $\hat{a}$ হলে, $\vec{A} = 4\hat{a}$ [চিত্র ২·৪]। অর্থাৎ কোনো ভেক্টরের মানকে ঐ ভেক্টরের একক ভেক্টর দ্বারা গুণ করলে ভেক্টরটি পাওয়া যায়।

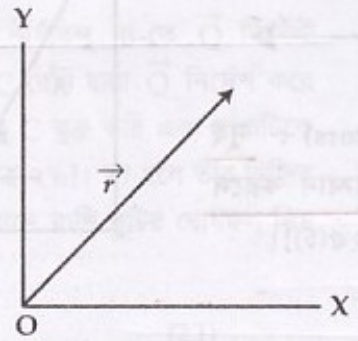
### নাল বা শূন্য ভেক্টর
**Null or Zero Vector**

মনে কর, একটি রশির দুই প্রান্তে দুইজন লোক এক সাথে একই পরিমাণ বলে টানছে। তাহলে এই টানের লব্ধি একটি শূন্য ভেক্টর হবে। অন্যভাবে বলা যায়, **যে ভেক্টর রাশির মান শূন্য, তাকে নাল বা শূন্য ভেক্টর বলে।** শূন্য ভেক্টরের পাদবিন্দু এবং শীর্ষবিন্দু একই। একে $\vec{0}$ দ্বারা সূচিত করা হয়। একটি ভেক্টরের সাথে তার বিপরীত ভেক্টর যোগ করে বা দুটি সমান ভেক্টর বিয়োগ করে নাল ভেক্টর পাওয়া যায়। এর কোনো নির্দিষ্ট দিক নেই। দুটি সমান ও বিপরীত ভেক্টর কোন বিন্দুতে একই সাথে ক্রিয়া করলে তাদের লব্ধি একটি নাল ভেক্টর হয়।

## অবস্থান ভেক্টর
**Position Vector**

প্রসঙ্গ কাঠামোতে একটি বিন্দুর অবস্থান জানার জন্য একটি ভেক্টর রাশির প্রয়োজন হয়। এর মান ও দিকের সাহায্যে বস্তুটির অবস্থান নির্ণয় করা যায়। অর্থাৎ **প্রসঙ্গ কাঠামোর মূল বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে নির্ণয় বা নির্দেশ করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।**

মনে করি পরস্পর সমকোণে অবস্থিত X ও Y দুটি অক্ষ, এদের মূল বিন্দু O। P যে কোনো একটি বিন্দু। এখানে $\overrightarrow{OP}$ ভেক্টরটি O বিন্দু সাপেক্ষে P বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করছে। সুতরাং $\overrightarrow{OP}$ একটি অবস্থান ভেক্টর [চিত্র ২·৫ ]।

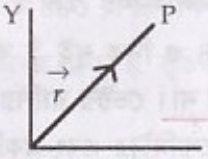



চিত্র ২·৫

অবস্থান ভেক্টরকে অনেক সময় **ব্যাসার্ধ ভেক্টর** (radius vector) বলে এবং $\vec{r}$ দিয়ে প্রকাশ করা হয়। সুতরাং $OP = \vec{r}$ । ব্যাসার্ধ ভেক্টরের সংজ্ঞা নিম্নরূপ :

**ব্যাসার্ধ ভেক্টর (Radius Vector) : মূল বিন্দু হতে কোনো বিন্দুর অবস্থানের দূরত্বকে ব্যাসার্ধ ভেক্টর বলে। একে $\vec{r}$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়** [চিত্র ২·৫(ক)]।

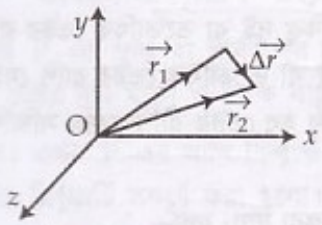
**ব্যাখ্যা :** এখানে O বিন্দু হতে P বিন্দুর অবস্থানের দূরত্বকে ব্যাসার্ধ ভেক্টর বলে।



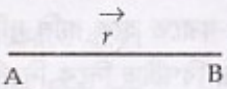

চিত্র ২·৫ (ক)

## সরণ ভেক্টর
**Displacement Vector**

**রৈখিক বা সরল পথে বা নির্দিষ্ট দিকে কোনো বিন্দুর অতিক্রান্ত দূরত্বকে সরণ ভেক্টর বলে। একে $\vec{r}$ দ্বারা সূচিত করা হয়।**



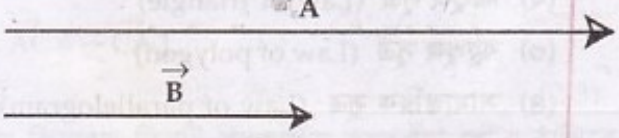

চিত্র ২·৫ (গ)




চিত্র ২·৫ (খ)

**ব্যাখ্যা :** ধরি, সরল পথে কোনো বিন্দুর অতিক্রান্ত দূরত্ব $AB = r$। অতএব $\vec{r}$ হলো সরণ ভেক্টর [চিত্র ২·৫(খ)]। অন্যভাবে বলা যায় একটি বস্তুর আদি অবস্থান $\vec{r_1}$ $(x_1, y_1, z_1)$ এবং পরিবর্তিত অবস্থান $\vec{r_2}$ $(x_2, y_2, z_2)$ হলে সরণ ভেক্টর $\Delta\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$ [চিত্র ২·৫ (গ)]।

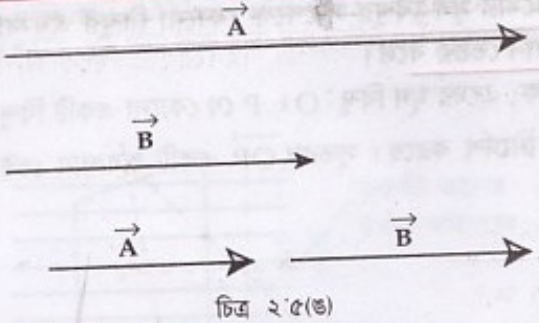
**সদৃশ ভেক্টর (Like vectors) :** সমজাতীয় অসম মানের দুটি ভেক্টর $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ যদি একই দিকে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে সদৃশ ভেক্টর বলে [চিত্র ২·৫(ঘ)]। উদাহরণ, $\vec{A} = 2\vec{B}$




চিত্র ২·৫(ঘ)

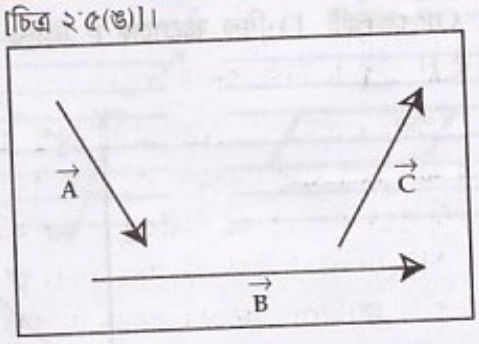
**বিপ্রতীপ ভেক্টর** (Reciprocal vectors) : দুটি সমান্তরাল ভেক্টরের একটির মান অপরটির বিপ্রতীপ হলে তাদেরকে বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে। উদাহরণ, $\vec{A} = 5\hat{i}$ ও $\vec{B} = \frac{1}{5}\hat{i}$। এখানে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ বিপ্রতীপ ভেক্টর।

**সমরেখ ভেক্টর** (Collinear vectors) : দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি এমন হয় যে তারা একই রেখায় বা সমান্তরালে ক্রিয়া করে, তাদেরকে সমরেখ ভেক্টর বলে [চিত্র ২·৫(ঙ)]।




চিত্র ২·৫(ঙ)

**সমতলীয় ভেক্টর** (Coplanar vectors) : দুই বা ততোধিক ভেক্টর একই তলে অবস্থান করলে তাদেরকে সমতলীয় ভেক্টর বলে [চিত্র ২·৫(চ)]।




চিত্র ২·৫(চ)

## ২·৪ ভেক্টর রাশির জ্যামিতিক যোজন নিয়ম
## Geometrical Addition of Vectors

**জ্যামিতিক পদ্ধতি :** একই জাতীয় দুটি ভেক্টর রাশিকে যোগ বা বিয়োগ করা যায়। যেমন সরণের সাথে কেবল সরণই যোগ বা বিয়োগ করা চলে। সরণের সাথে বেগের যোগ বা বিয়োগের প্রশ্নই ওঠে না। **ভেক্টর রাশির মান ও দিক দুই-ই আছে। এই কারণে ভেক্টর রাশির যোগ-বিয়োগ সাধারণ বীজগণিতের নিয়মানুযায়ী করা হয় না। ভেক্টর রাশির দিকই এ সব ক্ষেত্রে বিঘ্ন ঘটায়।** যেমন ধরা যাক, একটি নৌকায় দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় 8 কিলোমিটার এবং একটি নদীর পানির স্রোতের বেগ ঘণ্টায় 6 কিলোমিটার। নৌকাটিকে ঐ নদীর এক পাড় হতে সোজা অপর পাড়ের দিকে চালালে, নৌকাটির উপর যে দুটি বেগ ক্রিয়া করবে এদের যোগফল $(8 + 6) = 14$ কিলোমিটার / ঘণ্টা দ্বারা নৌকাটির প্রকৃত বেগ পাওয়া যাবে না—প্রকৃত বেগ সম্পূর্ণ আলাদা হবে। আবার নৌকাটির গতিমুখ ঐ দুই বেগের মাঝামাঝি কোনো এক দিকে হবে। এই কারণে ভেক্টর রাশির যোগ-বিয়োগ জ্যামিতিক পদ্ধতি অনুসারে করতে হয়।

একই অভিমুখী দুটি ভেক্টর রাশি যোগ করতে হলে রাশি দুটিকে একই দিকে নির্দেশ করতে হয়, আর বিয়োগ করতে হলে একটি ভেক্টর রাশিকে অপরটির বিপরীত দিকে নির্দেশ করতে হয়। কিন্তু দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশি একটি বিন্দুতে ক্রিয়া করলে এদের যোগফল আর একটি নতুন ভেক্টর রাশি হবে। দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশি যোগে যে একটি নতুন ভেক্টর রাশি হয় তাকে এদের **লব্ধি** (Resultant) বলে। অর্থাৎ লব্ধি হল ভেক্টর রাশিগুলোর সম্মিলিত ফল।

জ্যামিতিক পদ্ধতিতে ভেক্টর রাশির যোগ নিম্নলিখিত **পাঁচটি** সূত্রের সাহায্যে করা যায়; যথা—

(১) **সাধারণ সূত্র** (General law)
(২) **ত্রিভুজ সূত্র** (Law of triangle)
(৩) **বহুভুজ সূত্র** (Law of polygon)
(৪) **সামান্তরিক সূত্র** (Law of parallelogram) এবং
(৫) **উপাংশ সূত্র** (Law of components)।

- ভেক্টর রাশির যোজন: নৌকার গতি, চলন্ত গাড়িতে পড়ন্ত বৃষ্টি।
- ভেক্টর রাশির বিযোজন: গুনটানা নৌকা, লনরোলার টানা, পাখির উড্ডয়ন।
- ভেক্টর রাশিকে বিভিন্ন ভাবে বিভিন্ন শ্রেণীতে ভাগ করা হয়েছে

a. একক ভেক্টর
b. সমভেক্টর
c. বিপরীত বা ঋণ ভেক্টর
d. সীমাবদ্ধ ভেক্টর
e. সদৃশ ভেক্টর
f. স্বাধীন ভেক্টর
g. বিসদৃশ ভেক্টর
h. সমরেখ ভেক্টর
i. আয়ত একক ভেক্টর
j. নাল বা শূন্য ভেক্টর
k. অবস্থান ভেক্টর।

ভে

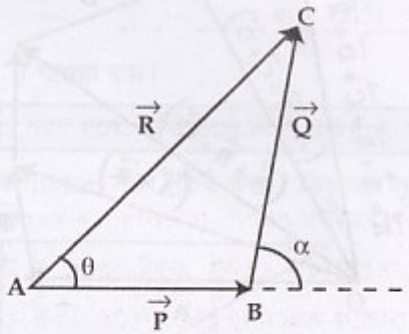
এই অনুচ্ছেদে প্রথম চারটি সূত্র আলোচনা করা হলে

## সাধারণ সূত্র

**সমজাতীয় দুটি ভেক্টরের প্রথমটির শীর্ষ বা শেষ করে প্রথম ভেক্টরের আদি বিন্দু ও দ্বিতীয় ভেক্টরের শ ভেক্টরের দিক এবং ঐ সরলরেখার দৈর্ঘ্য ভেক্টর দুটির ল**

ধরা যাক একই বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়াশীল দুটি ভেক্টর রাশি $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$-এর লব্ধি $\vec{R}$ নির্ণয় করতে হবে।

$\vec{P}$ নির্দেশী সরলরেখা AB-এর শীর্ষবিন্দু B-তে $\vec{Q}$ নির্দেশী সরলরেখার আদি বিন্দু থাকে। এরূপে BC রেখা দ্বারা $\vec{Q}$ নির্দেশ করে $\vec{P}$-এর আদিবিন্দু A এবং $\vec{Q}$-এর শীর্ষবিন্দু C যুক্ত করি এবং রেখাটিকে A হতে C অভিমুখে তীর চিহ্নিত করি [চিত্র ২·৬]। তা হলে তীর চিহ্নিত AC রেখাই লব্ধি $\vec{R}$ নির্দেশ করবে। এখানে রাশি দুটির যোগফল নিম্ন উপায়ে লেখা হয়—

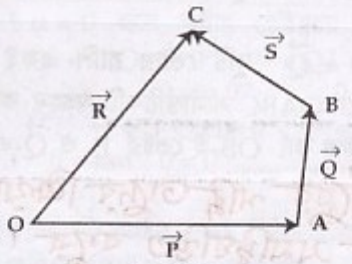


চিত্র ২·৬

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.1)$$

অনুরূপে দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশি যোগ করা যায়।

২·৭ চিত্রে তিনটি ভেক্টর রাশি $\vec{P}$, $\vec{Q}$ ও $\vec{S}$ যথাক্রমে তীর চিহ্নিত OA, AB ও BC সরলরেখায় নির্দেশ করে OC সরলরেখা দ্বারা এদের লব্ধি $\vec{R}$ সূচিত হয়েছে।



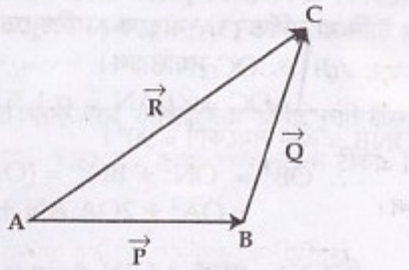
চিত্র ২·৭

এখানে লব্ধি, $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} + \vec{S}$।

## ত্রিভুজ সূত্র

**দুটি ভেক্টর কোনো ত্রিভুজের সন্নিহিত বাহু দ্বারা একই ক্রমে মানে ও দিকে সূচিত করা হলে ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টর দুটির লব্ধি নির্দেশ করবে।**

ব্যাখ্যা : মনে করি $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি ভেক্টর যোগ করতে হবে। প্রথমে $\vec{P}$-এর প্রান্ত বা শীর্ষবিন্দুর সাথে $\vec{Q}$-এর আদি বিন্দু যুক্ত করে ভেক্টর দুটি মানে ও দিকে বাহু AB ও BC দ্বারা সূচিত করা হলো। এখন $\vec{P}$-এর আদি বিন্দু ও $\vec{Q}$-এর শেষ বিন্দু যোগ করে ABC ত্রিভুজটি সম্পূর্ণ করা হলো। AC বাহুটিই দিকে ও মানে $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$-এর লব্ধি ভেক্টর $\vec{R}$ নির্দেশ করে [চিত্র ২·৮]।



চিত্র ২·৮

অর্থাৎ, $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ বা, $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$ ... ... (2.2)

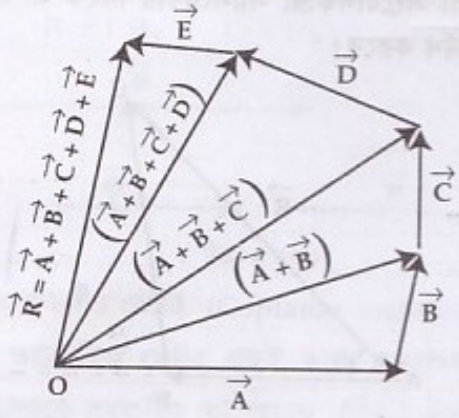
পুনঃ, $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC} = -\vec{CA}$ $[\because \vec{AC} = -\vec{CA}]$

বা, $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0$ ... ... ... (2.3)

সিদ্ধান্ত : অতএব, একই বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়ারত তিনটি সমজাতীয় সমতলীয় ভেক্টর রাশিকে কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা একই ক্রমে নির্দেশ করলে এদের লব্ধি শূন্য হবে।

## বহুভুজ সূত্র

**দুই-এর অধিক ভেক্টর রাশির ক্ষেত্রে ভেক্টর রাশিগুলোকে একই ক্রমে সাজিয়ে প্রথম ভেক্টর রাশির পাদবিন্দু এবং শেষ ভেক্টর রাশির শীর্ষবিন্দু যোগ করলে যে বহুভুজ পাওয়া যায় এর শেষ বাহুটি বিপরীতক্রমে ভেক্টর রাশিগুলোর লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করে।**




চিত্র ২·৯

ব্যাখ্যা : মনে করি, $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}, \vec{D}, \vec{E}$ পাঁচটি ভেক্টর রাশি [চিত্র ২·৯]; এদের লব্ধি নির্ণয় করতে হবে। এখন প্রথম ভেক্টর রাশির শীর্ষবিন্দুর উপর দ্বিতীয় ভেক্টর রাশির পাদবিন্দু, দ্বিতীয় ভেক্টর রাশির শীর্ষবিন্দুর উপর তৃতীয় ভেক্টর রাশির পাদবিন্দু স্থাপন করি এবং এমনিভাবে ভেক্টর রাশিগুলোকে পর পর স্থাপন করি। তাহলে বহুভুজ সূত্রানুসারে প্রথম ভেক্টর রাশির আদি বিন্দু এবং শেষ ভেক্টর রাশির শীর্ষবিন্দুর সংযোজক ভেক্টর রাশি $\vec{R}$-ই উল্লিখিত ভেক্টর রাশিগুলোর লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করবে।

$$\therefore \quad \text{লব্ধি, } \vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} + \vec{E}$$

## সামান্তরিক সূত্র

**কোনো সামান্তরিকের একই বিন্দু হতে অঙ্কিত সন্নিহিত বাহু দুটি যদি কোনো কণার উপর একই সময়ে ক্রিয়ারত দুটি ভেক্টর রাশির মান ও দিক নির্দেশ করে, তা হলে ঐ বিন্দু হতে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণই এদের লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করে।**

মনে করি O বিন্দুতে একটি কণার উপর $\vec{OA} = \vec{P}$ ও $\vec{OC} = \vec{Q}$ দুটি ভেক্টর রাশি একই সময়ে $\alpha$ কোণে ক্রিয়া করছে [চিত্র ২·১০]। OA ও OC-কে সন্নিহিত বাহু ধরে OABC সামান্তরিকটি অঙ্কন করি এবং OB যুক্ত করি। এই সূত্রানুসারে উভয় ভেক্টরের ক্রিয়াবিন্দু O থেকে অঙ্কিত কর্ণ $\vec{OB}$-ই ভেক্টর $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$-এর লব্ধি $\vec{R}$ নির্দেশ করে।

* সমান সমান ভেক্টরের লব্ধি তাদের ক্রিয়ারেখার মধ্যবর্তী কোনকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

অর্থাৎ, $\vec{OA} + \vec{OC} = \vec{OB}$

বা, $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{R}$

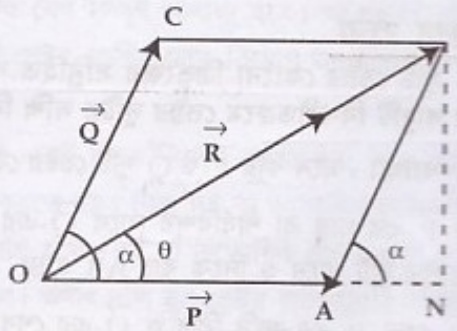
### লব্ধির মান নির্ণয়

মনে করি লব্ধির মান R এবং $\angle AOC = \alpha$ কোণটি সূক্ষ্মকোণ। এখন B বিন্দু হতে OA-এর বর্ধিত অংশের উপর BN লম্ব টানি যা বর্ধিত OA বাহুকে N বিন্দুতে ছেদ করল।

AB ও OC সমান্তরাল।

$\therefore \angle AOC = \angle BAN = \alpha$। আবার OBN ত্রিভুজের, $\angle ONB$ = এক সমকোণ = $90°$।

$$\therefore OB^2 = ON^2 + BN^2 = (OA + AN)^2 + BN^2$$
$$= OA^2 + 2OA.AN + AN^2 + BN^2$$




চিত্র ২·১০

চিত্র ২·১০ থেকে $\Delta ABN$ এ $\sin\alpha = \frac{BN}{AB}$ $\therefore$ $BN = AB \sin\alpha = Q \sin\alpha$

এবং $\cos\alpha = \frac{AN}{AB}$ $\therefore$ $AN = AB \cos\alpha = Q \cos\alpha$

$$OB^2 = OA^2 + 2OA.Q \cos\alpha + Q^2 \cos^2\alpha + Q^2 \sin^2\alpha$$
$$= P^2 + 2PQ \cos\alpha + Q^2 (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha)$$

বা, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos\alpha$

$$\therefore \quad R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos\alpha} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.4)$$

**লব্ধির দিক নির্ণয়**

মনে করি P-এর সাথে $\theta$ কোণ উৎপন্ন করে লব্ধি R ক্রিয়া করছে, অর্থাৎ $\angle AOB = \theta$।

সুতরাং OBN সমকোণী ত্রিভুজে,

$$\tan\theta = \frac{BN}{ON} = \frac{BN}{(OA + AN)}$$

$$= \frac{AB\sin\alpha}{(OA + AB\cos\alpha)} = \frac{Q\sin\alpha}{(P + Q\cos\alpha)} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.5)$$

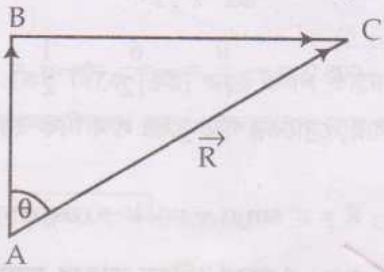
BAN সমকোণী ত্রিভুজে, $\sin\alpha = \frac{BN}{AB}$

$\therefore BN = AB\sin\alpha$

$\therefore$ সমীকরণ (2.4) এবং সমীকরণ (2.5) হতে যথাক্রমে R এবং $\theta$ পাওয়া যায়।

**হিসাব কর :** একটি কণার উত্তর ও পূর্বদিকে যথাক্রমে 4 km এবং 10 km সরণ হলে, লব্ধি সরণ নির্ণয় কর।

$\overrightarrow{AB}$ এবং $\overrightarrow{BC}$ ভেক্টর যথাক্রমে উত্তর ও পূর্বদিকে 4 km এবং 10 km সরণ সূচিত করে। ত্রিভুজের সূত্র অনুযায়ী লব্ধি $\overrightarrow{AC}$ সরণ ভেক্টর আঁকা হলো। $\overrightarrow{AB}$ এবং $\overrightarrow{AC}$-এর অন্তর্বর্তী কোণ $\theta$ এবং লব্ধি ভেক্টরের মান R হলে,




$$R = \sqrt{10^2 + 4^2} = \sqrt{116} = 10.78 \text{ km}$$

এবং $\tan\theta = \frac{10}{4} = 2.5$

$\therefore \theta = 68.2°$

**বিশেষ ক্ষেত্র (Special cases)**

(i) $\alpha = 0$ হলে অর্থাৎ ভেক্টরদ্বয় একই দিকে ক্রিয়াশীল হলে বা ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হলে, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 0° = P^2 + Q^2 + 2PQ = (P + Q)^2$, $\therefore R = P + Q$

এবং $\tan\theta = \frac{Q\sin 0°}{P + Q\cos 0°} = \frac{0}{P + Q} = 0$

$\therefore \theta = \tan^{-1} 0 = 0°$

$\therefore \theta = 0°$

সুতরাং দুটি ভেক্টর একই দিকে ক্রিয়াশীল হলে এদের লব্ধির মান হবে ভেক্টরদ্বয়ের যোগফল এবং দিক হবে ভেক্টরদ্বয় যেদিকে ক্রিয়া করে সেই দিকে।

(ii) $\alpha = 90°$ হলে, অর্থাৎ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হলে, $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 90°$ বা, $R^2 = P^2 + Q^2$

$R = \sqrt{P^2 + Q^2}$

এবং $\tan\theta = \frac{Q\sin 90°}{P + Q\cos 90°}$

$\tan\theta = \frac{Q}{P}$ বা, $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{Q}{P}\right)$

অর্থাৎ দুটি ভেক্টর পরস্পর সমকোণে ক্রিয়াশীল হলে এদের লব্ধির মান হবে রাশিদ্বয়ের বর্গের যোগফলের বর্গমূলের সমান।

(iii) $\alpha = 180°$ হলে অর্থাৎ ভেক্টর দুটি পরস্পর বিপরীতমুখী হলে,

$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 180° = P^2 + Q^2 - 2PQ$

বা, $R^2 = (P \sim Q)^2$ $\therefore$ $R = P \sim Q$

এবং $\tan\theta = \frac{Q\sin 180°}{P + Q\cos 180°} = \frac{0}{P - Q} = 0$

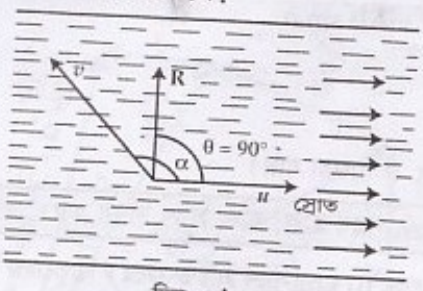
$\therefore \theta = \tan^{-1} 0 = 180°$ বা, $0°$

অর্থাৎ ভেক্টর দুটি পরস্পর বিপরীতমুখী হলে তাদের লব্ধির মান হবে ভেক্টর দুটির বিয়োগফল এবং দিক হবে বৃহত্তর ভেক্টরটির দিকে। ভেক্টর দুটি সমান ও বিপরীতমুখী হলে, লব্ধি শূন্য হবে।

**ক্রিয়াকর্ম :** 3F এবং 3F ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধি ভেক্টর R : প্রথম ভেক্টরকে দ্বিগুণ করলে লব্ধি ভেক্টরও দ্বিগুণ হয়। ভেক্টরদ্বয়ের অন্তর্বর্তী কোণ নির্ণয় কর।

## গাণিতিক উদাহরণ

১। কোনো একটি নদীতে একটি দাঁড়ের নৌকার বেগ স্রোতের অনুকূলে ঘণ্টায় 18 km এবং প্রতিকূলে ঘণ্টায় 6 km। নৌকাটিকে কোন দিকে চালনা করলে তা সোজা অপর পাড়ে পৌঁছবে এবং নৌকাটি কত বেগে চলবে?



চিত্র ২·১১

ধরা যাক স্রোতের বেগ $= u$ এবং দাঁড়ের বেগ $= v$। তা হলে $u + v = 18$ এবং $v - u = 6$.

∴ সমীকরণ দুটির যোজন ও বিয়োজনে পাওয়া যায়, $v = 12$ km h$^{-1}$ এবং $u = 6$ km h$^{-1}$।

ধরা যাক স্রোতের সাথে $\alpha$ কোণ করে নৌকাটিকে চালনা করলে তা R বেগে চলে সোজা অপর পাড়ে পৌঁছবে। তা হলে স্রোতের গতি বরাবর R-এর অংশ,

$$R\cos 90° = 0 = u\cos 0° + v\cos\alpha$$

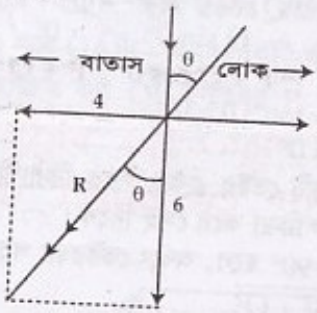
$$\therefore \quad \cos\alpha = -\frac{u}{v} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2} = \cos 120° \quad \text{বা,} \quad \alpha = 120°$$

আবার, স্রোতের গতিমুখের লম্ব দিক বরাবর R-এর অংশ, $R\sin 90° = R = u\sin 0° + v\sin\alpha$

$$\therefore \quad R = v\sin\alpha = v\sqrt{1-\cos^2\alpha} = 12\sqrt{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^2} = 6\sqrt{3} = 10{\cdot}39 \text{ km h}^{-1}$$

২। 4 ms$^{-1}$ বেগে দৌড়ে যাবার সময় একজন লোক 6 ms$^{-1}$ বেগে লম্বভাবে পতিত বৃষ্টির সম্মুখীন হলো। বৃষ্টি হতে রক্ষা পেতে হলে তাকে কত কোণে ছাতা ধরতে হবে ?

মনে করি বৃষ্টির লব্ধি বেগ উল্লম্ব দিকের সাথে $\theta$ কোণ উৎপন্ন করে।



চিত্র ২·১২

$$\therefore \quad \tan\theta = \frac{4 \text{ ms}^{-1}}{6 \text{ ms}^{-1}} = 0{\cdot}666$$

বা, $\tan\theta = \tan 33{\cdot}7°$

$\therefore \quad \theta = 33{\cdot}7°$

সুতরাং লোকটিকে উল্লম্ব দিকের সাথে $33{\cdot}7°$ কোণে ছাতা ধরতে হবে।

৩। একটি বস্তুকে 50 N বল দ্বারা পশ্চিম দিকে এবং 20 N বল দ্বারা উত্তর দিকে টানা হচ্ছে। লব্ধি বলের মান ও দিক নির্ণয় কর।

আমরা জানি

$$R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$$
$$= \sqrt{(50)^2 + (20)^2 + 2\times 50\times 20\cos 90°}$$
$$= \sqrt{(50)^2 + (20)^2} = \sqrt{2500 + 400}$$
$$= \sqrt{2900}\text{ N} = 53{\cdot}85 \text{ N}$$

এখানে

$P = 50$ N

$Q = 20$ N

$\alpha = 90°$

$R = ?$

$\theta = ?$

আবার $\tan\theta = \dfrac{Q\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$

$$= \frac{20\sin 90°}{50 + 20\cos 90°} = \frac{20}{50} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore \quad \theta = \tan^{-1}\frac{2}{5} = 21{\cdot}80°$$

### লব্ধির সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মান
### Maximum and minimum value of the resultant

মনে করি দুটি ভেক্টর রাশি $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$ একই সময়ে কোনো বিন্দুতে $\alpha$ কোণে ক্রিয়া করছে। ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্রানুসারে এদের লব্ধির মান $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha}$

(ক) উপরোক্ত সমীকরণ হতে বলা যায় লব্ধি $\vec{R}$-এর মান $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$-এর মধ্যবর্তী কোণের উপর নির্ভর করে। $\vec{R}$-এর মান সর্বাধিক হবে যখন $\cos\alpha$-এর মান সর্বাধিক হবে অর্থাৎ $\cos\alpha = 1 = \cos 0°$

বা, $\alpha = 0°$ হবে

∴ **লব্ধির সর্বোচ্চ মান**

$R_{(\text{সর্বোচ্চ})} = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 0°}$

$= \sqrt{(P+Q)^2} = (P+Q)$ ... ... ... (2.6)

**অতএব, দুটি ভেক্টর যখন একই সরলরেখা বরাবর পরস্পর একই দিকে ক্রিয়া করে তখন তাদের লব্ধির মান সর্বোচ্চ হবে এবং এই সর্বোচ্চ মান ভেক্টর রাশি দুটির যোগফলের সমান হবে।** অন্যভাবে বলা যায়, দুটি ভেক্টর রাশির লব্ধির মান এদের যোগফল অপেক্ষা বড় হতে পারে না।

(খ) লব্ধি R-এর সর্বনিম্ন মান হবে যখন $\cos\alpha$-এর মান সর্বনিম্ন হবে অর্থাৎ $\cos\alpha = -1 = \cos 180°$

বা, $\alpha = 180°$ হবে।

∴ **লব্ধির সর্বনিম্ন মান,**

$R_{(\text{সর্বনিম্ন})} = \sqrt{P^2 + Q^2 - 2PQ} = \sqrt{(P-Q)^2} = P - Q$ ... ... (2.7)

**অতএব, দুটি ভেক্টর রাশি যখন একই সরলরেখা বরাবর পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে তখন তাদের লব্ধির মান সর্বনিম্ন হবে এবং লব্ধির সর্বনিম্ন মান ভেক্টর রাশি দুটির বিয়োগফলের সমান হবে।**

**কাজ :** একটি রশির দুই প্রান্তে দুই জন ধরে সমান বলে টান দাও। দুই জনের অবস্থানের কোনো পরিবর্তন হবে কী?

দুটি সমান ও বিপরীতমুখী বল একটি সরলরেখার দুই প্রান্তে ক্রিয়াশীল হলে লব্ধি শূন্য হয় তাই দুইজনের অবস্থানের কোনো পরিবর্তন হবে না।

### গাণিতিক উদাহরণ

**১। দুটি বলের বৃহত্তম লব্ধি 10 N এবং ক্ষুদ্রতম লব্ধি 4 N; বল দুটি পরস্পরের সাথে 90° কোণে একটি কণার উপর ক্রিয়া করলে লব্ধির মান কত হবে?**

আমরা জানি

$R_{max} = P + Q$

বা, $10 = P + Q$ ... ... (i)

আবার $R_{min} = P - Q$

বা, $4 = P - Q$ ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$2P = 14\ N \quad \therefore \quad P = 7\ N$

আবার (i) ও (ii) সমীকরণ বিয়োগ করে পাই

$2Q = 6\ N \quad \therefore \quad Q = 3\ N$

আবার $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos 90° \quad [\because \cos 90° = 0]$

$= P^2 + Q^2 + 0 = (7)^2 + (3)^2 = 49 + 9 = 58$

$\therefore \quad R = \sqrt{58}\ N$

এখানে

$R_{max} = 10\ N$

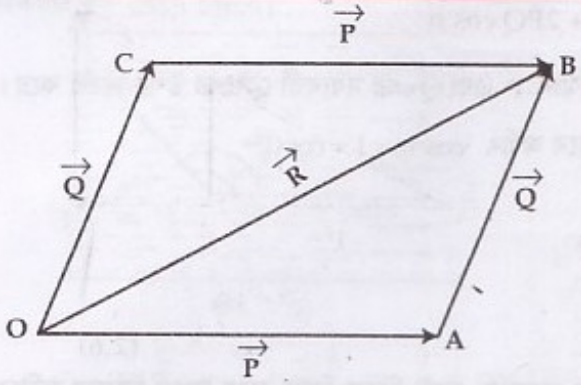
$R_{min} = 4\ N$

$\alpha = 90°$

$R = ?$

## ২·৫ ভেক্টর যোগের কয়েকটি সূত্র
**Some laws of vector addition**

(ক) বিনিময় সূত্র (Commutative law) : $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$




চিত্র ২·১৩

প্রমাণ : মনে করি, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি ভেক্টর রাশি এবং $\vec{R}$ রাশি দুটির লব্ধি [ চিত্র ২·১৩ ]।

ত্রিভুজ সূত্র অনুসারে, OAB ত্রিভুজে,

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$$

অর্থাৎ $\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB}$

এখন OABC সামান্তরিক অঙ্কন করি এবং OC ও CB-এ যথাক্রমে AB ও OA-এর ন্যায় তীর চিহ্নিত করি। OCB ত্রিভুজে,

$$\vec{OB} = \vec{OC} + \vec{CB} \quad \text{(ত্রিভুজ সূত্র অনুসারে)}$$

$$\therefore \quad \vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OC} + \vec{CB}$$

অর্থাৎ $\vec{P} + \vec{Q} = \vec{Q} + \vec{P}$ ... ... ... (2.8)

**এটিই হলো বিনিময় সূত্র।**

তেমনি স্কেলার রাশিও বিনিময় সূত্র মেনে চলে।

(খ) সংযোজন সূত্র (Associative law) : $(\vec{P} + \vec{Q}) + \vec{R} = \vec{P} + (\vec{Q} + \vec{R})$

মনে করি $\vec{P}$, $\vec{Q}$ এবং $\vec{R}$ তিনটি ভেক্টর রাশি [চিত্র ২·১৪ ]। এদেরকে যথাক্রমে $\vec{AB}$, $\vec{BC}$ এবং $\vec{CD}$ রেখা দ্বারা সূচিত করা হয়েছে। এখন AC, BD এবং AD যোগ করি। অতএব ত্রিভুজের সূত্র হতে পাই,

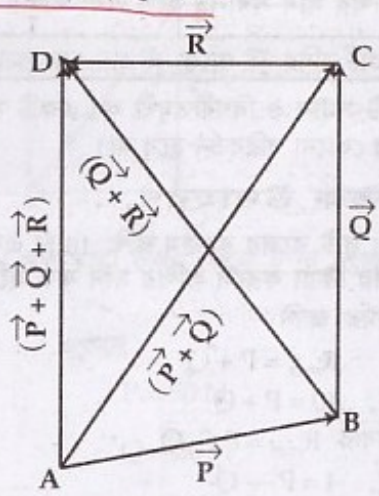
ABC ত্রিভুজে, $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{P} + \vec{Q}$

ACD ত্রিভুজে, $\vec{AD} = \vec{AC} + \vec{CD}$

$$= \left(\vec{P} + \vec{Q}\right) + \vec{R} \quad \ldots \quad (2.9)$$

আবার, BCD ত্রিভুজে,

$$\vec{BD} = \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{Q} + \vec{R}$$




চিত্র ২·১৪

এবং ABD ত্রিভুজে, $\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{P} + \left(\vec{Q} + \vec{R}\right)$ ... ... (2.10)

∴ সমীকরণ (2.9) এবং সমীকরণ (2.10) হতে পাই,

$$\left(\vec{P} + \vec{Q}\right) + \vec{R} = \vec{P} + \left(\vec{Q} + \vec{R}\right)$$

**এটিই হলো ভেক্টর রাশির যোগের সংযোজন সূত্র** অর্থাৎ **ভেক্টর রাশির যোগ সংযোজন সূত্র মেনে চলে।**

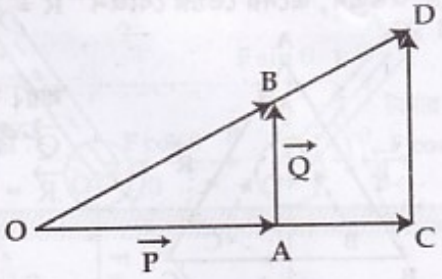
**(গ) বণ্টন সূত্র (Distributive law) :** $m(\vec{P}+\vec{Q}) = m\vec{P} + m\vec{Q}$

মনে করি, $\vec{OA} = \vec{P}$ এবং $\vec{AB} = \vec{Q}$ [চিত্র ২·১৫ ]। OB যোগ করি। এখন ত্রিভুজ সূত্রানুসারে,

$\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB} = \vec{P} + \vec{Q}$

মনে করি, OA ও OB-এর বর্ধিতাংশের উপর C ও D দুটি বিন্দু নেয়া হলো যাতে $\vec{OC} = m\vec{OA} = m\vec{P}$

এবং $\vec{CD} = m\vec{AB} = m\vec{Q}$



চিত্র ২·১৫

এখন, OAB এবং OCD সদৃশকোণী ত্রিভুজ বলে,

$$\frac{\vec{OC}}{\vec{OA}} = \frac{\vec{OD}}{\vec{OB}} = \frac{\vec{CD}}{\vec{AB}} = \frac{m\vec{Q}}{\vec{Q}} = m$$

$$\therefore \quad \vec{OD} = m\vec{OB} = m(\vec{P}+\vec{Q}) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.11)$$

আবার, ত্রিভুজ সূত্রানুসারে,

$$\vec{OD} = \vec{OC} + \vec{CD} = m\vec{P} + m\vec{Q}$$

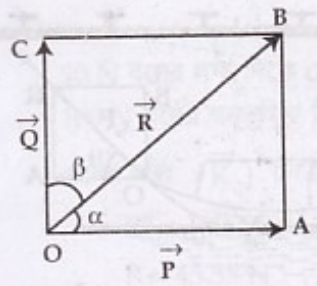
$$\therefore \quad m(\vec{P}+\vec{Q}) = m\vec{P} + m\vec{Q} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.12)$$

**এটিই হলো ভেক্টর যোগের বণ্টন সূত্র।**

## ২·৬ লম্বাংশের সাহায্যে ভেক্টর রাশির যোজন ও বিয়োজন
## Vectors addition and subtraction in terms of components

একটি ভেক্টর রাশিকে সামান্তরিক সূত্রের দ্বারা বহুভাবে দুটি ভেক্টর রাশিতে বিভক্ত করা যায়। একটি ভেক্টর রাশিকে দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশিতে বিভক্ত করার প্রক্রিয়াই হলো ভেক্টর রাশির বিভাজন বা বিশ্লেষণ। একটি ভেক্টর রাশি $\vec{R}$ কে লম্ব উপাংশে বিভাজন করা যায় এবং এর সাহায্যে ভেক্টর রাশির যোজন ও বিয়োজন করা যায়। এই বিভাজিত ভেক্টর রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে মূল ভেক্টর রাশির এক একটি অংশক বা উপাংশ (Component) বলে।

মনে করি, OB রেখা $\vec{R}$ এর মান নির্দেশ করে। যদি $\vec{R}$ সমকোণে বিভাজিত করা হয় অর্থাৎ, P এবং Q উপাংশ দুটি পরস্পর সমকোণী হয় [চিত্র ২·১৬(ক)], তবে $(\alpha + \beta) = 90°$। এক্ষেত্রে OB এর সাথে উপাংশ দুটি যথাক্রমে উৎপন্ন কোণ $\alpha$, $\beta$। এখন OABC সামান্তরিকটি অঙ্কন করা হলো।



চিত্র ২·১৬ (ক)

$\therefore \quad \sin(\alpha+\beta) = \sin 90° = 1$ এবং

$\sin\beta = \sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$

ত্রিকোণমিতির ত্রিভুজ সূত্র অনুযায়ী OAB ত্রিভুজ থেকে আমরা পাই,

$$\therefore \quad \frac{P}{\cos\alpha} = \frac{Q}{\sin\alpha} = \frac{R}{\sin 90°}$$

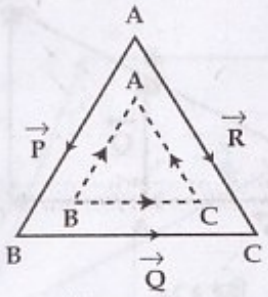
$$\therefore \quad P = R\cos\alpha \text{ এবং } Q = R\sin\alpha \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.13)$$

P এবং Q উপাংশ দুটিকে মূল ভেক্টর রাশি R-এর লম্বাংশ বলে। P-কে অনুভূমিক উপাংশ (Horizontal component) এবং Q-কে উল্লম্ব উপাংশ (Tangential component) বলা হয়।

উপাংশ দুটির ভেক্টর রূপ হলো—

$\vec{P} = R\cos\alpha\,\hat{i}$ এবং $\vec{Q} = R\sin\alpha\,\hat{j}$

অতএব, এদের ভেক্টর যোজন $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q} = R\cos\alpha\hat{i} + R\sin\alpha\hat{j}$ ... ... (2.14)



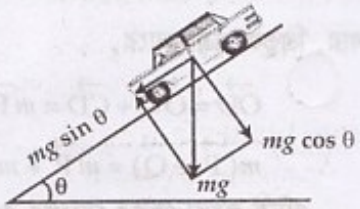
চিত্র ২·১৬ (খ)

ত্রিভুজের তিনটি বাহুর সাহায্যে যোজন ও বিয়োজন ব্যাখ্যা করা যায়। মনে করি একটি ত্রিভুজের AB বাহু বরাবর $\vec{P}$ এবং BC বাহু বরাবর $\vec{Q}$ ক্রিয়াশীল [চিত্র ২·১৬ (খ)] সলিড রেখাচিত্র। তাহলে এদের ভেক্টর যোজন $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$ কে ত্রিভুজের তৃতীয় বাহু AC দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

আবার $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি BA এবং BC বরাবর ক্রিয়াশীল হলে ভেক্টর রাশির বিয়োজন $\vec{R} = \vec{P} - \vec{Q}$ কে ত্রিভুজের তৃতীয় বাহু CA দ্বারা প্রকাশ করা যায় [চিত্র ২·১৬ (খ)] ডটেড রেখাচিত্র।

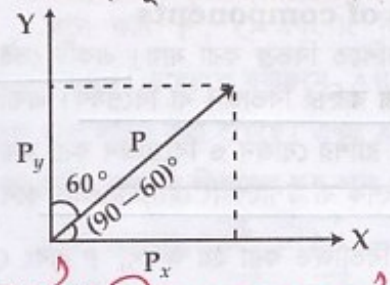
**কাজ : ২·১৭ চিত্রের দিকে লক্ষ কর। গাড়িটি ইঞ্জিন বন্ধ করে নিচে নামছে। কেবলমাত্র গাড়িটির ওজন নিচের দিকে ক্রিয়াশীল। ঘর্ষণ উপেক্ষা করে নত তল বরাবর এবং নত তলের লম্ব দিকে দুটি উপাংশ ব্যাখ্যা কর।**

বস্তুর ওজন $mg$ নিচের দিকে উল্লম্বভাবে ক্রিয়া করে। $mg$ কে নত তল বরাবর এবং নত তলের লম্ব দিকে দুটি উপাংশে বিভাজন করা যায়। নত তলটি অনুভূমিক তলের সাথে $\theta$ কোণে আনত হওয়ায় উপাংশ দুটির মান যথাক্রমে $mg\sin\theta$ এবং $mg\cos\theta$ চিত্র অনুযায়ী ক্রিয়াশীল হয়। $mg\cos\theta$ নত তলের লম্ব প্রতিক্রিয়া দ্বারা প্রশমিত হয়। কেবলমাত্র $mg\sin\theta$ বলের প্রভাবে গাড়িটি নিচের দিকে নামতে থাকে।



চিত্র ২·১৭

**উদাহরণ : ১। 30 N একটি বল Y-অক্ষের সঙ্গে 60° কোণে আনত। বলটির X ও Y অক্ষ বরাবর লম্ব উপাংশ দুটি নির্ণয় কর এবং উহাদের যোগফল ও বিয়োগফল নির্ণয় কর।**



চিত্র ২·১৮

মনে করি, P= 30 N বলের X- এবং Y- অক্ষ বরাবর উপাংশ যথাক্রমে $P_x$ এবং $P_y$। ভেক্টরের সমকৌণিক বিশ্লেষণের নীতি অনুযায়ী

$P_x = P\sin 60° = 30\times\frac{\sqrt{3}}{2}\,N = 15\sqrt{3}\,N$

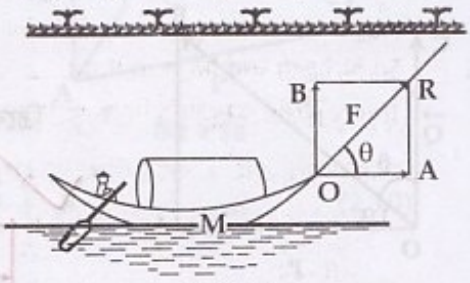
$P_y = P\cos 60° = 30\times\frac{1}{2}\,N = 15\,N$

এদের যোগফল $= P_x + P_y = (15\sqrt{3} + 15)\,N = 15\,(\sqrt{3}+1)\,N$

এবং বিয়োগফল $= P_x - P_y = (15\sqrt{3} - 15)\,N = 15\,(\sqrt{3}-1)\,N$

ভেক্টর বিভাজনের দৃষ্টান্ত :

(১) **নৌকার গুণ টানা :** মনে করি M একটি নৌকা। এর O বিন্দুতে গুণ বেঁধে OR বরাবর নদীর পাড় দিয়ে $\vec{F}$ বলে টেনে নেওয়া হচ্ছে। বিভাজন পদ্ধতি দ্বারা O বিন্দুতে F-কে দুটি উপাংশে বিভাজিত করা যায়; যথা— অনুভূমিক উপাংশ ও উল্লম্ব উপাংশ।



চিত্র ২·১৮

অনুভূমিক উপাংশ = $F\cos\theta$, এর দিক OA বরাবর।
উল্লম্ব উপাংশ = $F\sin\theta$, এর দিক OB বরাবর।

বলের অনুভূমিক উপাংশ $F\cos\theta$ নৌকাকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায় এবং উল্লম্ব উপাংশ $F\sin\theta$ নৌকাটিকে পাড়ের দিকে টানে। কিন্তু নৌকার হাল দ্বারা উল্লম্ব উপাংশ $F\sin\theta$ প্রতিহত করা হয়। গুণ যত লম্বা হবে, $\theta$-এর মান তত কম হবে; ফলে $F\sin\theta$-এর মান কম হবে এবং $F\cos\theta$-এর মান বেশি হবে। ফলে নৌকা দ্রুত সামনের দিকে এগিয়ে যাবে।

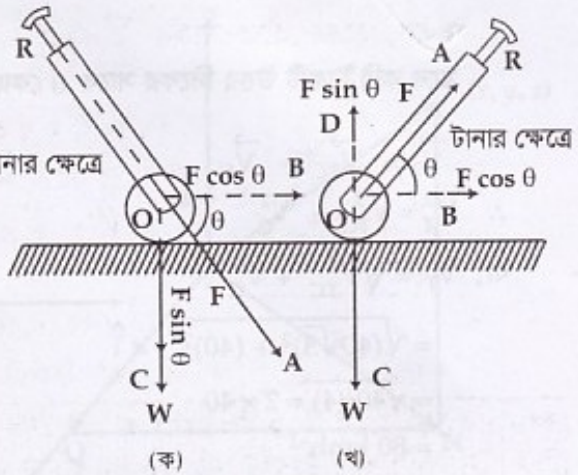
৩। **লন-রোলার চালনা :** তলের উপর দিয়ে কোনো বস্তুকে ঠেলা বা টানা হলে তল ও বস্তুর মধ্যে ঘর্ষণ বল ক্রিয়াশীল হয় এবং বস্তুর গতিকে বাধা দেয়। বস্তুর ওজন বেশি হলে ঘর্ষণ বলও বেশি হয়। রোলারকে ঠেলে বা টেনে গতিশীল করা হয়।

**ঠেলার ক্ষেত্রে :** ধরা যাক, রোলারের ওজন $= \vec{W}$

রোলারের হাতলের উপর প্রযুক্ত বল $= \vec{F}$

F বল রোলারের O বিন্দুতে অনুভূমিকের সাথে $\theta$ কোণে ক্রিয়াশীল [চিত্র ২·২০ (ক)]। O বিন্দুতে এই বল দুটি লম্ব উপাংশে বিভক্ত হয়ে যায়।

বলের অনুভূমিক উপাংশ $= F \cos\theta$, এর দিক OB বরাবর সামনের দিকে এবং উল্লম্ব উপাংশ $= F \sin\theta$, এর দিক OC বরাবর নিচের দিকে ক্রিয়াশীল যা রোলারের ওজন বৃদ্ধি করে। সুতরাং রোলারের মোট ওজন হয় $(W + R \sin\theta)$। ফলে রোলার প্রকৃত ওজনের চেয়ে ভারী হয়ে যায় বলে ঘর্ষণ বলের মানও বেড়ে যায়। তাই রোলার ঠেলা কষ্টকর হয়।




চিত্র ২·২০

**টানার ক্ষেত্রে :** ধরা যাক, রোলারের ওজন $= \vec{W}$ এবং রোলারের হাতলের উপর প্রযুক্ত বল $= \vec{F}$

F বল O বিন্দুতে অনুভূমিক রেখা OB-এর সাথে $\theta$ কোণে ক্রিয়াশীল [চিত্র ২·২০ (খ)]। F বল দুটি লম্ব উপাংশে বিভাজিত হয়ে যায়।

অনুভূমিক উপাংশ $= F \cos\theta$, এর ক্রিয়ায় রোলারটি সামনের দিকে এগিয়ে যাবে।

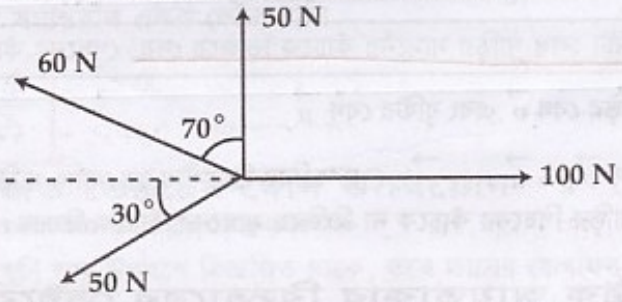
এবং উল্লম্ব উপাংশ $= F \sin\theta$, এর ক্রিয়া OD বরাবর উপরের দিকে হওয়ায় রোলারের মোট ওজন W-কে প্রশমিত করে। ফলে রোলারের ওজন হয় $(W - F \sin\theta)$। ফলে টানার ক্ষেত্রে রোলার হাল্কা অনুভূত হয় এবং ঘর্ষণ বলও হ্রাস পায়। ফলে রোলার টানা সহজতর হয়।

তাই বলা যায়, **লন-রোলার ঠেলা অপেক্ষা টানা সহজতর।**

* সাইকেলের ক্যাঞ্জ ধর গতি
* সরলদোলকের ববের গতি

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। নিচের চিত্রের 50 N এবং 100 N এর দিকে বলের লব্ধি নির্ণয় কর।**



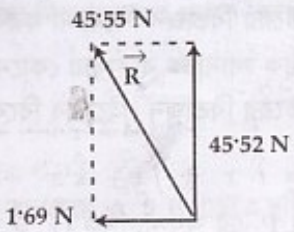

50 N বলের লম্ব দিকে মোট বল $= 50 + 60 \sin(90° + 70°) + 50 \sin(180° + 30°) = 45{\cdot}52$ N

100 N বলের অনুভূমিক দিকে মোট বল $= 100 + 60 \cos(90° + 70°) + 50 \cos(180° + 30°) = 1{\cdot}69$ N

এদের লব্ধি $(\vec{R})$ চিত্রে দেখানো হলো

$R^2 = \{(45{\cdot}52)^2 + (1{\cdot}69)^2\}$ N $= 2074{\cdot}92$ N

$\therefore \quad R = 45{\cdot}55$ N



**২। ঘণ্টায় 40 km বেগে পূর্বদিকে চলমান একটি গাড়ির চালক ঘণ্টায় $40\sqrt{3}$ km বেগে একটি ট্রাককে উত্তর দিকে চলতে দেখল। (ক) ট্রাকটি কোন দিকে চলছে এবং (খ) ট্রাকটির প্রকৃত বেগ কত?**

[রা. বো. ২০১১; চ. বো. ২০০২]

মনে করি ট্রাকটি উত্তর দিকের সাথে $\theta$ কোণে পূর্বদিকে চলছে। ত্রিভুজ সূত্রানুসারে আমরা পাই,

$$\vec{V}_T = \vec{V}_{TC} + \vec{V}_C$$

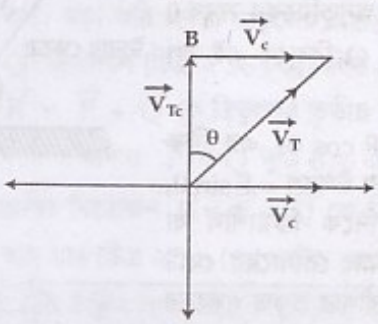
$$\therefore \quad V_T^2 = V_{TC}^2 + V_C^2$$

$$\text{বা,} \quad V_T = \sqrt{V_{TC}^2 + V_C^2}$$

$$= \sqrt{(40\sqrt{3})^2 + (40)^2}$$

$$= \sqrt{40^2(4)} = 2 \times 40$$

$$= 80 \text{ kmh}^{-1}$$




এখানে,

গাড়ির প্রকৃত বেগ,

$V_C = 40 \text{ kmh}^{-1}$

গাড়ির সাপেক্ষে ট্রাকের বেগ,

$V_{TC} = 40\sqrt{3} \text{ kmh}^{-1}$

ট্রাকের প্রকৃত বেগ,

$V_T = ?$

$$\text{আবার,} \quad \tan\theta = \frac{V_C}{V_{TC}} = \frac{40}{40\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$$

$$\therefore \quad \theta = 30^\circ$$

উত্তর : (ক) $30^\circ$ কোণে পূর্বদিকে, (খ) $80 \text{ kmh}^{-1}$

**কাজ I : পাখি উড়ার সময় পাখার সাহায্যে দুই পাশের বাতাসকে আঘাত করে কিন্তু পাখি সামনের দিকে উড়ে কী করে?**

পাখি উড়ার সময় পাখার সাহায্যে বাতাসকে আঘাত করে। ফলে বাতাস দুটি পাখার লব্ধি বলের বিপরীত দিকে একটি প্রতিক্রিয়া বলের সৃষ্টি করে। এজন্য পাখি সামনের দিকে উড়ে যায়।

**কাজ II : বৃষ্টির ফোঁটা চলন্ত গাড়ির সামনের কাঁচকে ভিজিয়ে দেয়, পেছনের কাঁচকে ভিজায় না কেন?**

মনে করি গাড়ির বেগ $\vec{v}$ এবং বৃষ্টির বেগ $\vec{u}$

$\therefore$ লব্ধি বেগ $\vec{v}_R = \vec{u} + (-\vec{v})$, OP বরাবর ক্রিয়াশীল হয় অর্থাৎ গাড়ির গতির দিকে ক্রিয়া করে। কাজেই বৃষ্টির ফোঁটা চলন্ত গাড়ির পিছনের কাঁচকে না ভিজিয়ে সামনের কাঁচকে ভিজায়।

## ২.৭ ত্রিমাত্রিক আয়তাকার বিস্তারের ভেক্টরের বিভাজন
### Resolution of Vector in Three Dimensional Co-ordinates

একটি ভেক্টর রাশিকে একক ভেক্টর রাশির সাহায্যে প্রকাশ করতে গিয়ে আমরা কেবল ত্রিমাত্রিক আয়তাকার বিস্তারের ভেক্টরের বিভাজন বিবেচনা করব।

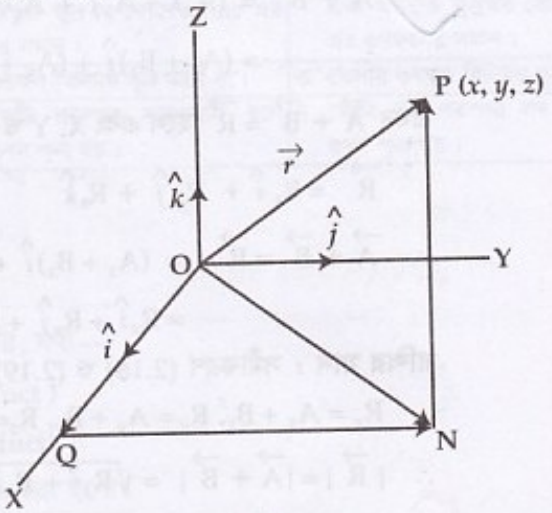
ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় কোনো অবস্থান ভেক্টরকে নিম্নলিখিত উপায়ে লেখা যায় যা ত্রিমাত্রিক আয়তাকার বিস্তারের ভেক্টরের বিভাজন হিসেবে বিবেচিত হয়।

$$\vec{r} = \hat{i}\,x + \hat{j}\,y + \hat{k}\,z$$

এখানে P-এর অবস্থানাঙ্ক $(x, y, z)$

ধরা যাক, পরস্পর সমকোণে অবস্থিত OX, OY ও OZ সরলরেখা তিনটি যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ নির্দেশ করছে [চিত্র ২·২১]। OP রেখাটি এই অক্ষ ব্যবস্থায় $r$ মানের একটি ভেক্টর রাশি $\vec{r}$ নির্দেশ করছে।

আরও মনে করি $\vec{OP}$ ভেক্টরের শীর্ষবিন্দু P-এর স্থানাঙ্ক $(x, y, z)$ এবং ধনাত্মক X, Y ও Z অক্ষে একক ভেক্টর রাশি যথাক্রমে $\hat{i}$, $\hat{j}$ ও $\hat{k}$। PN রেখাটি হলো XY সমতলের উপর এবং NQ রেখাটি হলো OX-এর উপর লম্ব।



চিত্র ২·২১

চিত্র হতে ভেক্টর যোগের নিয়ম অনুসারে পাই,

$$\vec{OP} = \vec{ON} + \vec{NP} \text{ এবং}$$

$$\vec{ON} = \vec{OQ} + \vec{QN}$$

$$\therefore \quad \vec{OP} = \vec{OQ} + \vec{QN} + \vec{NP}$$

কিন্তু $\vec{OQ} = x\hat{i}$, $\vec{QN} = y\hat{j}$,

$\vec{NP} = z\hat{k}$ ও $\vec{OP} = \vec{r}$

$$\therefore \quad \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.15)$$

এখানে $x$, $y$ ও $z$ হলো যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর $\vec{r}$ ভেক্টরের উপাংশের মান এবং $\vec{r}$ হলো ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থার অবস্থান ভেক্টর।

**ভেক্টরের মান**

চিত্র ২·২১ হতে, $OP^2 = ON^2 + NP^2$ এবং $ON^2 = OQ^2 + QN^2$

$$\therefore \quad OP^2 = OQ^2 + QN^2 + NP^2 \quad \text{বা,} \quad r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$\therefore \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.16)$$

**$\vec{r}$ বরাবর বা $\vec{r}$-এর সমান্তরাল একক ভেক্টর রাশি**

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}}{\sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.17)$$

## লম্ব উপাংশে বিভাজিত ভেক্টরের যোগ ও বিয়োগ
**Vector Addition and Subtraction using components**

দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি লম্ব উপাংশে বিভাজিত থাকে, তবে তাদের যোগাফল বা বিয়োগফলকে লম্ব উপাংশের সাহায্যে নিম্নোক্তভাবে প্রকাশ করা যায়।

**যোগফল নির্ণয় :**

ধরি, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুইটি ভেক্টর রাশি যাদেরকে লম্ব উপাংশের সাহায্যে নিম্নোক্তভাবে প্রকাশ করা যায়,

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$

এবং $\vec{B} = B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}$

এখানে $A_x$, $A_y$, $A_z$ এবং $B_x$, $B_y$, $B_z$, X, Y ও Z-অক্ষ বরাবর যথাক্রমে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টর দুটির উপাংশের মান নির্দেশ করে।

এখন $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ যোগ করে পাই,

$$\vec{A} + \vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}) + (B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})$$
$$= (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k} \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.18)$$

এখন $\vec{A} + \vec{B} = \vec{R}$ হলে এবং X, Y ও Z-অক্ষ বরাবর R-এর উপাংশের মান যথাক্রমে $R_x$, $R_y$ ও $R_z$ হলে

$$\vec{R} = R_x\hat{i} + R_y\hat{j} + R_z\hat{k}$$

$$\therefore \vec{A} + \vec{B} = \vec{R} = (A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}$$
$$= R_x\hat{i} + R_y\hat{j} + R_z\hat{k} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.19)$$

**লব্ধির মান :** সমীকরণ (2.18) ও (2.19) থেকে পাই,

$$R_x = A_x + B_x,\ R_y = A_y + B_y,\ R_z = A_z + B_z$$

$$\therefore |\vec{R}| = |\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$
$$= \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2 + (A_z + B_z)^2}$$

$\vec{R}$ বরাবর $\vec{R}$-এর সমান্তরাল একক ভেক্টর $\hat{r}$,

$$\hat{r} = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \frac{R_x\hat{i} + R_y\hat{j} + R_z\hat{k}}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}}$$

$$= \frac{(A_x + B_x)\hat{i} + (A_y + B_y)\hat{j} + (A_z + B_z)\hat{k}}{\sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2 + (A_z + B_z)^2}}$$

**বিয়োগফল নির্ণয় :**

$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের বিয়োগফল নিম্নোক্তভাবে নির্ণয় করা যায়।

$$\vec{A} - \vec{B} = (A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}) - (B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k})$$
$$= (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k} \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.20)$$

এখন বিয়োগফল $\vec{R}$ হলে,

$$\vec{R} = R_x\hat{i} + R_y\hat{j} + R_z\hat{k}$$

এখানে $R_x$, $R_y$ ও $R_z$ হলো X, Y ও Z-অক্ষ বরাবর R-এর উপাংশের মান

$$\therefore \vec{A} - \vec{B} = \vec{R} = (A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k}$$
$$= R_x\hat{i} + R_y\hat{j} + R_z\hat{k} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.21)$$

**লব্ধির মান :** সমীকরণ (2.20) ও (2.21) থেকে পাই,

$$R_x = A_x - B_x,\ R_y = A_y - B_y,\ R_z = A_z - B_z$$

$$\therefore |\vec{R}| = |\vec{A} - \vec{B}| = \sqrt{(A_x - B_x)^2 + (A_y - B_y)^2 + (A_z - B_z)^2}$$
$$= \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

□ পার্থক্য:

| ভেক্টর গুণফল | স্কেলার গুণফল |
|---|---|
| ১. ভেক্টর গুণফল একটি ভেক্টর রাশির ডানহাতি স্ক্রু-এর নিয়ম হতে এর দিক পাওয়া যায়। | ১. স্কেলার গুণফল একটি স্কেলার রাশি এর কোন দিক নেই। |
| ২. ভেক্টর গুণনের মান রাশিদ্বয়ের মানের এবং অন্তর্ভুক্ত ক্ষুদ্রতর কোণের sine এর গুণফলের সমান। | ২. স্কেলার গুণনের মান রাশিদ্বয়ের মানের এবং অন্তর্ভুক্ত ক্ষুদ্রতর কোণের cosine এর গুণফলের সমান। |
| ৩. ভেক্টর গুণফল বিনিময় সূত্র মানে না। | ৩. স্কেলার গুণফল বিনিময় সূত্র মানে। |
| ৪. ভেক্টর দুটি পরস্পর সমান্তরাল হলে ভেক্টর গুণন শূন্য হয়। | ৪. ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব হলে স্কেলার গুণন শূন্য হয়। |

$\vec{R}$ বরাবর $\vec{R}$ এর সমান্তরাল একক ভেক্টর $\hat{r}$,

$$\hat{r} = \frac{\vec{R}}{|\vec{R}|} = \frac{R_x\hat{i} + R_y\hat{j} + R_z\hat{k}}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}}$$

$$= \frac{(A_x - B_x)\hat{i} + (A_y - B_y)\hat{j} + (A_z - B_z)\hat{k}}{\sqrt{(A_x - B_x)^2 + (A_y - B_y)^2 + (A_z - B_z)^2}}$$

## ২.৮ স্কেলার গুণন ও ভেক্টর গুণন
## Scalar and Vector Multiplication

দুটি দিক রাশি বা ভেক্টর রাশির গুণফল সাধারণত দুই প্রকার, যথা—

(১) স্কেলার গুণন বা ডট গুণন (Scalar or Dot product)

(২) ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন (Vector or Cross product)

এই দুটি গুণন বা গুণফল নিম্নে পৃথক পৃথকভাবে আলোচনা করা হলো।

### স্কেলার গুণন বা ডট গুণন

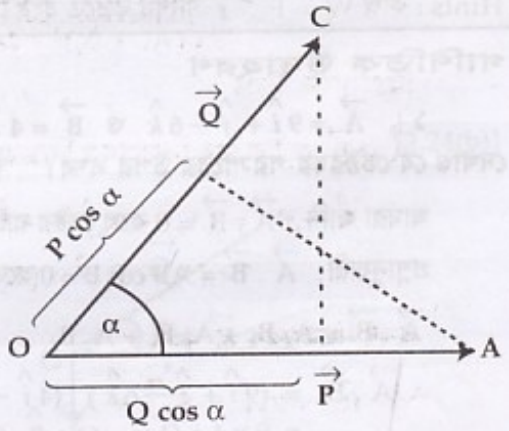
**দুটি ভেক্টর রাশির গুণনে গুণফল একটি স্কেলার রাশি হলে এই গুণনকে স্কেলার গুণন বলে। এই গুণনে গুণফলের মান ভেক্টর দুটির মানের গুণফল এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণের কোসাইনের (cosine) গুণফলের সমান হয়। দুটি ভেক্টরকে স্কেলার গুণন করতে হলে উহাদের মাঝে একটি ডট ( . ) চিহ্ন দিতে হয়। এই জন্য এ গুণনের অপর নাম ডট গুণন।**

**ব্যাখ্যা :** মনে করি $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি ভেক্টর রাশি। তীর চিহ্নিত OA ও OC সরলরেখা রাশি দুটির মান ও দিক নির্দেশ করছে [চিত্র ২·২২]। এরা পরস্পরের সাথে $\alpha$ কোণে আনত। তাদের স্কেলার বা ডট গুণফল $= \vec{P} \cdot \vec{Q}$ দ্বারা নির্দেশ করা হয় এবং পড়তে হয় $\vec{P}$ ডট $\vec{Q}$। কাজেই সংজ্ঞা অনুসারে পাই,

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = |\vec{P}|\,|\vec{Q}| \cos\alpha$$

বা, $\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ\cos\alpha = QP\cos\alpha$ ... (2.22)

এখানে $0 \le \alpha \le \pi$



চিত্র ২·২২

$Q\cos\alpha$ হচ্ছে $\vec{P}$ এর দিকে $\vec{Q}$ এর উপাংশ বা $\vec{P}$ এর উপর $\vec{Q}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ এবং $P\cos\alpha$ হচ্ছে $\vec{Q}$ এর দিকে $\vec{P}$ এর উপাংশ [চিত্র ২·২২]।

আবার, (2.22) নং সমীকরণ থেকে পাই,

$$\vec{P} \cdot \vec{Q} = PQ\cos\alpha = Q(P\cos\alpha) \quad \ldots \quad \ldots \quad [2.22(a)]$$

এখানে $P\cos\alpha$ হচ্ছে $\vec{Q}$ এর দিকে $\vec{P}$ এর উপাংশ বা $\vec{Q}$ এর উপর $\vec{P}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ।

সুতরাং যে কোনো দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল বলতে যে কোনো একটি ভেক্টরের মান এবং সেই ভেক্টরের দিকে অপর ভেক্টরের উপাংশের বা সেই ভেক্টরের উপর অপর ভেক্টরের লম্ব অভিক্ষেপের গুণফলকে বুঝায়।

**বিশেষ ক্ষেত্র :**

(ক) যদি $\alpha = 0°$ হয়, তবে $\vec{P}.\vec{Q} = PQ\cos 0° = PQ$। এক্ষেত্রে ভেক্টর দুটি পরস্পরের সমান্তরাল হবে।

(খ) যদি $\alpha = 90°$ হয়, তবে $\vec{P}.\vec{Q} = PQ\cos 90° = 0$। এক্ষেত্রে ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব হবে।

(গ) যদি $\alpha = 180°$ হয়, তবে $\vec{P}.\vec{Q} = PQ\cos 180° = -PQ$। এক্ষেত্রে ভেক্টর দুটি পরস্পরের সমান্তর এবং বিপরীতমুখী হবে।

[**উল্লেখ্য :** $\vec{P}.\vec{Q} = PQ\cos\alpha = P\times Q\cos\alpha = Q\times P\cos\alpha$, এখানে, $Q\cos\alpha = \vec{P}$ বরাবর Q-এ লম্ব অভিক্ষেপ এবং $P\cos\alpha = \vec{Q}$ বরাবর $\vec{P}$-এর লম্ব অভিক্ষেপ।]

**স্কেলার গুণনের উদাহরণ :** বল $\vec{F}$ এবং সরণ $\vec{s}$ উভয়েই ভেক্টর রাশি। কিন্তু এদের স্কেলার গুণফল ক (W) একটি স্কেলার রাশি, অর্থাৎ

$$W = \vec{F}.\vec{s} = Fs\cos\alpha \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2.23)$$

স্থিতিশক্তি, বৈদ্যুতিক বিভব ইত্যাদিও ভেক্টর রাশির স্কেলার গুণফলের উদাহরণ।

**স্কেলার গুণনের নিয়মানুসারে,**

(i) $\vec{P}.\vec{Q} = \vec{Q}.\vec{P}$

(ii) $\hat{i}.\hat{i} = \hat{j}.\hat{j} = \hat{k}.\hat{k} = 1$

(iii) $\hat{i}.\hat{j} = \hat{j}.\hat{k} = \hat{k}.\hat{i} = 0$

**কাজ :** $\vec{F} = (5\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k})$ N বল একটি বস্তুর উপর ক্রিয়া করে $\vec{r} = (3\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k})$ m সরণ সৃ করল।

Hints : কাজ $W = \vec{F}.\vec{r}$ নির্ণয় করতে হবে।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। $\vec{A} = 9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}$ ও $\vec{B} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k}$ ভেক্টর দুটির স্কেলার গুণফল নির্ণয় কর এব দেখাও যে ভেক্টরদ্বয় পরস্পরের উপর লম্ব।** [য. বো. ২০১১; ব. বো. ২০০৯; ঢা. বো. ২০০৪; রা. বো. ২০০১

আমরা জানি, $\vec{A}.\vec{B} = 0$ হলে ভেক্টর রাশি দুটি পরস্পরের উপর লম্ব হবে।

প্রশ্নানুযায়ী, $\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta = 0$ হতে হবে।

$\vec{A}.\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

$\therefore \vec{A}.\vec{B} = (9\hat{i} + \hat{j} - 6\hat{k}).(4\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k})$

$= 9\times 4 + (1\times -6) + (-6\times 5) = 36 - 6 - 30 = 0$

যেহেতু $\vec{A}.\vec{B} = 0$, কিন্তু $A \neq 0$ ও $B \neq 0$ ; $\therefore \cos\theta = 0 = \cos 90°$

অতএব ভেক্টর দুটি পরস্পরের উপর লম্ব।

**২। ভেক্টর $\vec{P} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$-এর উপর $\vec{Q} = 4\hat{j} + 5\hat{k}$-এর লম্ব অভিক্ষেপের মান নির্ণয় কর।**

$\vec{P}$ ও $\vec{Q}$-এর মধ্যবর্তী কোণ $\theta$ হলে $\vec{P}$-এর উপর $\vec{Q}$-এর লম্ব অভিক্ষেপ $= Q\cos\theta$

আমরা জানি, $\vec{P}.\vec{Q} = PQ\cos\theta$

$\therefore Q\cos\theta = \dfrac{\vec{P}.\vec{Q}}{P} = \dfrac{\vec{P}.\vec{Q}}{|\vec{P}|}$

এখন, $\vec{P}.\vec{Q} = (2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}).(4\hat{j} + 5\hat{k})$

$= 2\times 0 + (-3)\times(4) + (1)\times(5)$

$= -12 + 5 = -7$

এবং $|\vec{P}| = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2} = \sqrt{(2)^2 + (-3)^2 + (1)^2}$

$= \sqrt{4+9+1} = \sqrt{14}$

$\therefore \quad Q\cos\theta = \frac{-7}{\sqrt{14}}$

৩। $m$ এর মান কত হলে $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k}$ পরস্পর লম্ব হবে ?

আমরা জানি দুটি ভেক্টর পরস্পর লম্ব হলে

$\vec{A}.\vec{B} = AB\cos 90° = 0$ হবে।

$\therefore \quad \vec{A}.\vec{B} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}).(m\hat{i} + 3\hat{j} + 4\hat{k})$

বা, $2m + 6 - 8 = 0$

বা, $2m - 2 = 0$

বা, $m = 1$

## ভেক্টরের ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন

**Vector product or Cross product of vectors**

দুটি ভেক্টর রাশির গুণফল যদি একটি ভেক্টর রাশি হয়, তবে ঐ গুণনকে ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন বলে। এই ভেক্টর গুণফলের মান ভেক্টর রাশি দুটির মান এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণের সাইন (sine) এর গুণফলের সমান। দুটি ভেক্টরকে ভেক্টর গুণন করতে হলে উহাদের মাঝে একটি ক্রস (×) চিহ্ন দিতে হয় এজন্য এই গুণনের অপর নাম ক্রস গুণন। ভেক্টর গুণফলের দিক ডানহাতি স্ক্রু নিয়মে নির্ণয় করা হয়।

ব্যাখ্যা : মনে করি $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ দুটি ভেক্টর রাশি। এরা পরস্পরের সাথে $\alpha$ কোণে O বিন্দুতে ক্রিয়া করে। অতএব এদের ভেক্টর গুণফল বা ক্রস গুণফল—

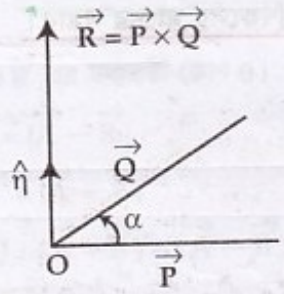
$$\vec{R} = \vec{P} \times \vec{Q} = \hat{\eta}\,|\vec{P}|\,|\vec{Q}|\,\sin\alpha,\ 0 \le \alpha \le \pi \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad [2.24(a)]$$

এখানে $\hat{\eta}$ গুণফলের দিক নির্দেশ করে চিত্র ২·২৩

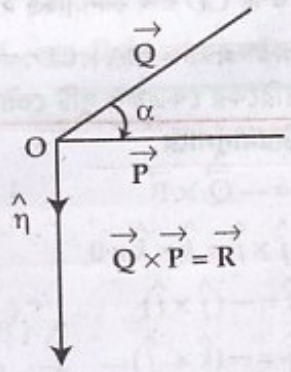
বা, $\vec{R} = \vec{Q} \times \vec{P}$

$$= \hat{\eta}\,QP\,\sin\alpha,\ 0 \le \alpha \le \pi \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad [2.24(b)]$$

এখানে $\hat{\eta}$ গুণফলের দিক নির্দেশ করে [চিত্র ২·২৪]




চিত্র ২·২৩

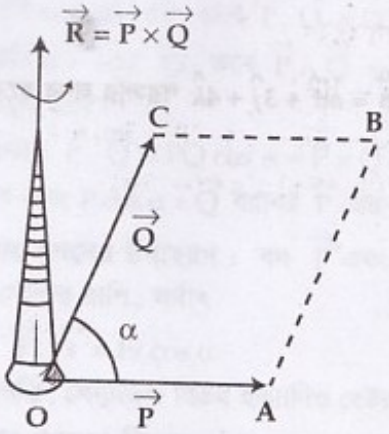



চিত্র ২·২৪

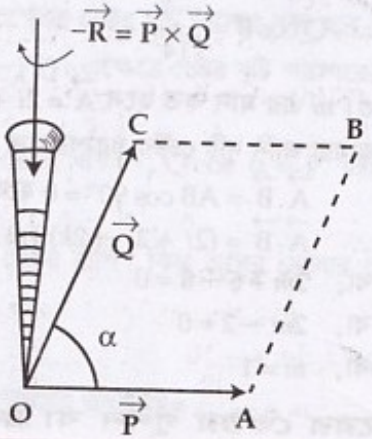
দুটি ভেক্টরের গুণফলের দিক ডান হাতি কর্ক স্ক্রু সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

ডান হাতি স্ক্রু নিয়ম : ভেক্টর দুটি যে সমতলে অবস্থিত সেই সমতলের উপর লম্বভাবে একটি ডান হাতি স্ক্রুকে রেখে প্রথম ভেক্টর হতে দ্বিতীয় ভেক্টরের দিকে ক্ষুদ্রতম কোণে ঘুরালে স্ক্রুটি যে দিকে অগ্রসর হয় সেই দিকই হবে $\vec{R}$ তথা $\hat{\eta}$ এর দিক।

উপরোক্ত নিয়ম অনুসারে $\vec{P} \times \vec{Q}$ এর অভিমুখ হবে উপরের দিকে [ চিত্র ২·২৫] এবং $\vec{Q} \times \vec{P}$ এর অভিমুখ হবে নিচের দিকে [চিত্র ২·২৬] অর্থাৎ প্রথম ক্ষেত্রে ডান হাতি স্ক্রুর দিক হবে ঘড়ির কাঁটার বিপরীতমুখী (Anti-clockwise) এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে ঘড়ির কাঁটার দিকে (Clockwise)। Anti-clockwise direction-কে positive (ধনাত্মক) ধরা হয় এবং clockwise direction-কে Negative (ঋণাত্মক) ধরা হয়।

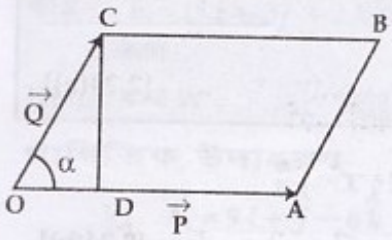


চিত্র ২·২৫



চিত্র ২·২৬

**বিশেষ ক্ষেত্র :** (ক) যদি $\alpha = 0°$ হয়, তবে $\vec{R} = \vec{P} \times \vec{Q} = \hat{\eta}\, PQ \sin 0° = 0$. এক্ষেত্রে ভেক্টর দুটি পরস্পরের সমান্তরাল হবে।



চিত্র ২·২৭

(খ) যদি $\alpha = 90°$, তবে $\vec{R} = \vec{P} \times \vec{Q} = \hat{\eta}\, PQ \sin 90° = PQ$. এক্ষেত্রে ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব হবে।

(গ) যদি $\alpha = 180°$, তবে $\vec{R} = \vec{P} \times \vec{Q} = \hat{\eta}\, PQ \sin 180° = 0$. এক্ষেত্রে ভেক্টর দুটি পরস্পর সমান্তরাল এবং বিপরীতমুখী হবে।

**উদাহরণ :** মনে করি দুটি ভেক্টর $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ পরস্পরের সাথে $\alpha$ কোণ উৎপন্ন করেছে। OABC সামান্তরিকের $\vec{OA} = \vec{P}$ এবং $\vec{OC} = \vec{Q}$ এখন C হতে OA এর উপর CD লম্ব টানি [চিত্র ২·২৭]।

$\therefore$ সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= OA \times CD = OA \times OC \sin\alpha = PQ \sin\alpha = |\vec{P} \times \vec{Q}|$

সিদ্ধান্ত—**সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল দুটি ভেক্টরের ক্রস গুণফলের মানের সমান।**

**ভেক্টর গুণনের নিয়মানুসারে,**

(i) $\vec{P} \times \vec{Q} = -\vec{Q} \times \vec{P}$

(ii) $\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$

(iii) $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} = -(\hat{j} \times \hat{i})$

(iv) $\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} = -(\hat{k} \times \hat{j})$

(v) $\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j} = -(\hat{i} \times \hat{k})$

**হিসাব :** একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু বরাবর দুটি ভেক্টর $\vec{A} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 5\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ ক্রিয়াশীল হলে সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Hints : $\vec{A} \times \vec{B}$ নির্ণয় করে $|\vec{A} \times \vec{B}|$ এর মান বের করতে হবে।

## গাণিতিক উদাহরণ

১। $\vec{A} = \hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = m\hat{i} + 6\hat{j} - 10\hat{k}$। $m$-এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে ?

যদি $\vec{A} \times \vec{B} = 0$ হয় তবে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ পরস্পর সমান্তরাল হবে।

এখানে, $\vec{A} \times \vec{B} = (\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) \times (m\hat{i} + 6\hat{j} - 10\hat{k})$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -3 & 5 \\ m & 6 & -10 \end{vmatrix} = \hat{i}(30-30) - \hat{j}(-10-5m) + \hat{k}(6+3m)$$

$$= \hat{j}(10+5m) + \hat{k}(6+3m)$$

∴ শর্ত অনুসারে,

$10 + 5m = 0$ এবং $6 + 3m = 0$

বা, $5m = -10$ বা, $3m = -6$

∴ $m = -\frac{10}{5} = -2$ ∴ $m = -\frac{6}{3} = -2$

সুতরাং, $m = -2$ হলে ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে।

২। $\vec{P} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - 4\hat{k}$, $\vec{Q} = -2\hat{j} + \hat{i} + 3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় যে তলে অবস্থান করে তার উল্লম্ব দিকে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর। [য. বো. ২০০৯, ২০০৬, ২০০৪; কু. বো. ২০০৮; চ. বো. ২০০৮]

$\vec{P} \times \vec{Q}$ একটি ভেক্টর যা $\vec{P}$ এবং $\vec{Q}$-এর তলে লম্ব।

$$\therefore \vec{P} \times \vec{Q} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(9-8) + \hat{j}(-4-6) + \hat{k}(-4-3) = \hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}$$

মনে করি, $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ যে তলে অবস্থিত তার লম্ব অভিমুখে একক ভেক্টর রাশি $= \hat{n}$

$$\therefore \hat{n} = \frac{\vec{P} \times \vec{Q}}{|\vec{P} \times \vec{Q}|} = \frac{\hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}}{\sqrt{(1)^2 + (-10)^2 + (-7)^2}} = \frac{\hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}}{\sqrt{1 + 100 + 49}} = \frac{\hat{i} - 10\hat{j} - 7\hat{k}}{\sqrt{150}}$$

৩। $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$ হলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় করে দেখাও যে, ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব।

মনে করি, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ $\theta$।

$\therefore |\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$

বা, $|\vec{A} + \vec{B}|^2 = |\vec{A} - \vec{B}|^2$

বা, $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot (\vec{A} + \vec{B}) = (\vec{A} - \vec{B}) \cdot (\vec{A} - \vec{B})$

বা, $\vec{A} \cdot \vec{A} + \vec{B} \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{B} \cdot \vec{B} = \vec{A} \cdot \vec{A} - \vec{B} \cdot \vec{A} - \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{B} \cdot \vec{B}$

বা, $2(\vec{A} \cdot \vec{B}) = -2(\vec{A} \cdot \vec{B})$, $(\because \vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A})$

বা, $4(\vec{A} \cdot \vec{B}) = 0$ বা, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$, $(A \neq 0, B \neq 0)$

বা, $AB\cos\theta = 0$ $\therefore \cos\theta = 0$ বা, $\theta = 90°$ $(A \neq 0, B \neq 0)$

∴ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $90°$; কাজেই ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব।

৪। একটি ঘূর্ণনরত কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$m এবং প্রযুক্ত বল $\vec{F} = (6\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$ N হলে টর্কের মান ও দিক নির্ণয় কর।

আমরা জানি, $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

$$= \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 2 & -1 \\ 6 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(-6+3) - \hat{j}(-6+6) + \hat{k}(6-12)$$

$$= -3\hat{i} - 6\hat{k}$$

এখানে,

ব্যাসার্ধ ভেক্টর, $\vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ m

বল, $\vec{F} = (6\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$ N

টর্ক, $\vec{\tau} = ?$

টর্কের মান, $\tau = ?$

$\therefore \quad \vec{\tau} = -(3\hat{i} + 6\hat{k})$ N-m

$\tau$-এর মান $= \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45}$

উত্তর : $-(3\hat{i} + 6\hat{k})$ N-m, $\sqrt{45}$

৫। একটি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর যার কর্ণ দুইটি যথাক্রমে $\vec{A} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$

আমরা জানি সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times |\vec{A} \times \vec{B}|$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & 4 \end{vmatrix} = \hat{i}(4-6) - \hat{j}(12+2) + \hat{k}(-9-1) = -2\hat{i} - 14\hat{j} - 10\hat{k}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2} \times |\vec{A} \times \vec{B}| = \frac{1}{2}(\sqrt{(-2)^2 + (-14)^2 + (-10)^2}$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{300} = 8.66$$

## ২.৮ পদার্থবিজ্ঞানে ক্যালকুলাস
### Calculus in Physics

ক্যালকুলাস হলো পরিবর্তনের গাণিতিক অধ্যয়ন। এর দুটি প্রধান শাখা রয়েছে— ডিফারেনসিয়াল (Differential) ক্যালকুলাস ও ইন্টিগ্রাল (Integral) ক্যালকুলাস। বিজ্ঞানী নিউটন সর্বপ্রথম তাত্ত্বিক পদার্থবিজ্ঞানে ডিফারেনসিয়াল ক্যালকুলাস প্রয়োগ করেন।

**গুরুত্ব :** পদার্থবিজ্ঞানে ক্যালকুলাস-এর অপরিহার্য গুরুত্ব রয়েছে। অনেক বাস্তব প্রক্রিয়া ডেরিভেটিভস যুক্ত সমীকরণ দ্বারা ব্যাখ্যা করা হয়। সেই সমীকরণগুলোকে ব্যবকলনীয় (ডিফারেনসিয়াল) সমীকরণ বলে। পদার্থবিজ্ঞান সময়ের সাথে রাশির পরিবর্তন ও বিকাশের পদ্ধতির সাথে সম্পর্কিত। কতিপয় গুরুত্বপূর্ণ ধারণার সম্যক জ্ঞানের জন্য time derivative-এর ধারণা থাকা আবশ্যক। বিশেষত নিউটনীয় পদার্থবিদ্যায় একটি বস্তুর অবস্থানের time derivative গুরুত্বপূর্ণ।

বেগ বস্তুর সরণের time derivative

ত্বরণ বস্তুর বেগের time derivative

**ব্যবহার :** বেগ, ত্বরণ, বক্ররেখার ঢাল ইত্যাদি হিসাবের জন্য ডিফারেনসিয়াল ক্যালকুলাস প্রয়োগ করা হয়। ক্ষেত্রফল, আয়তন, ভরকেন্দ্র, কাজ এবং চাপ ইত্যাদি হিসাবের জন্য ইন্টিগ্রাল ক্যালকুলাস ব্যবহার করা হয়। স্থান, কাল এবং গতির প্রকৃতি সম্বন্ধে সম্যক জ্ঞান অর্জনের জন্যও ক্যালকুলাস ব্যবহার করা হয়।

**উদাহরণ :**

দেয়া আছে, একটি সরলরেখার উপর বস্তুর অবস্থান

$$x(t) = -16t^2 + 16t + 32$$

তাহলে বস্তুর বেগ, $v = \frac{dx(t)}{dt} = \dot{x}(t) = -32t + 16$

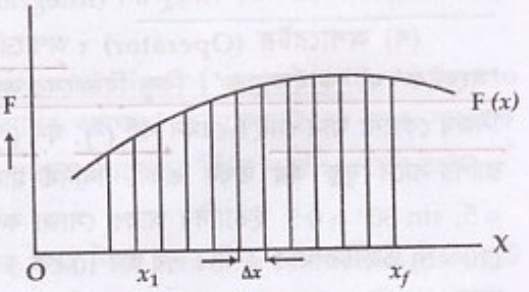
এবং ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = \ddot{x}(t) = -32$

নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র সাধারণ ব্যবকলনীয় (ডিফারেনসিয়াল) সমীকরণের মাধ্যমে নিম্নোক্তভাবে প্রকাশ করা যায়

$$F(t) = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

**ইন্টিগ্রাল ক্যালকুলাস-এর সাহায্যে পরিবর্তী বল দ্বারা কাজ নির্ণয় :** ধরি, একটি বস্তুর ওপর একটি পরিবর্তনশীল বল $x$-অক্ষ বরাবর ক্রিয়াশীল। বলটির মান বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব $x$-এর ওপর নির্ভর করে অর্থাৎ F, দূরত্ব $x$-এর একটি অপেক্ষক। চিত্রে $x$-এর বিভিন্ন মানের জন্য $F(x)$-এর আনুষঙ্গিক মান নিয়ে লেখ দেখানো হয়েছে।

মোট সরণ $\Delta x$ প্রস্থের ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র $n$ সংখ্যক সমান অংশে বিভক্ত, যেখানে $x_i$ থেকে $x_i + \Delta x$ পর্যন্ত ক্ষুদ্র সরণ হচ্ছে $\Delta x$। এই ক্ষুদ্র সরণকালে বলের মান প্রায় ধ্রুব থাকে এবং এই ধ্রুব মান $F_1$। সুতরাং এই অংশে এই বল দ্বারা সম্পন্ন ক্ষুদ্র কাজ, $\Delta W_1 = F_1 \Delta x$



চিত্র ২·২৮

অনুরূপভাবে দ্বিতীয় অংশে $x_i + \Delta x$ থেকে $x_i + 2\Delta x$ পর্যন্ত ক্ষুদ্র সরণ $\Delta x$। এই ক্ষুদ্র সরণকালে ধ্রুব বল $F_2$। সুতরাং দ্বিতীয় অংশে বল দ্বারা কৃত কাজ, $\Delta W_2 = F_2 \Delta x$। বস্তুটিকে $x_i$ থেকে $x_f$ পর্যন্ত সরাতে $F(x)$ বল দ্বারা কৃত মোট কাজ,

$$\begin{aligned} W &= \Delta W_1 + \Delta W_2 + \Delta W_3 + \ldots + \Delta W_N \\ &= F_1\Delta x + F_2\Delta x + F_3\Delta x + \ldots + F_N\Delta x \\ &= \sum_{K=1}^{N} F_K \Delta x \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.25) \end{aligned}$$

$\Delta x$-কে যত ক্ষুদ্র থেকে ক্ষুদ্রতর তথা N-এর মান যত বেশি হবে হিসাবকৃত কাজের মান তত সঠিক হবে। আমরা বল $F(x)$ দ্বারা কৃত কাজের সঠিক মান পেতে পারি যদি পরিমাপের সীমার মধ্যে $\Delta x$-কে শূন্য এবং N-কে অসীম করি। তাহলে সঠিক ফল হবে,

$$W = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_{K=1}^{N} F_K \Delta x \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (2.26)$$

কিন্তু ক্যালকুলাসের ভাষায় $\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{K=1}^{N} F_K \Delta x$ রাশিটি হচ্ছে

$\int_{x_i}^{x_f} F(x)\,dx$ যা $x_i$ থেকে $x_f$ পর্যন্ত $x$-এর সমাকলন (Integration) নির্দেশ করে।

সুতরাং (2.26) নং সমীকরণ দাঁড়ায়,

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)\, dx \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.27)$$

সংখ্যাগতভাবে এই রাশিটি হচ্ছে বল বক্ররেখা এবং $x_i$ ও $x_f$ সীমার মধ্যে অবস্থিত $x$-অক্ষের অন্তর্গত ক্ষেত্র ক্ষেত্রফল। সুতরাং সমাকলনের সাহায্যে কাজ এবং ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়।

## ২·৯ ভেক্টর ক্যালকুলাস
## Vector Calculus

### ভেক্টর অন্তরীকরণ বা ব্যবকলন বা ভেক্টর ডেরিভেটিভ
**Vector differentiation or vector derivatives**

ভেক্টর অন্তরীকরণ বা ব্যবকলন বা ভেক্টর ডেরিভেটিভ আলোচনার পূর্বে কয়েকটি প্রয়োজনীয় বিষয় জা দরকার।

**(ক) ক্যালকুলাস (Calculus) :** বিজ্ঞানের ভাষায় ক্যালকুলাস হলো অবিরত পরিবর্তনশীল ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র অ গণনার একটি শাস্ত্র। আধুনিক গণিতে এটি একটি গুরুত্বপূর্ণ শাখা।

ক্যালকুলাস দুভাগে বিভক্ত—(১) অন্তরীকরণ বা ব্যবকলন ক্যালকুলাস (Differential calculus), যোগজীকরণ বা সমাকলন ক্যালকুলাস (Integral calculus)

**(খ) অপারেটর (Operator) :** অপারেটর একটি ইংরেজি শব্দ। এর অভিধানগত অর্থ হলো **'চলক'** বা **'সংঘটক'** বা **'কার্যকারক'**। কিন্তু বিজ্ঞানের ভাষায় বলা হবে— অপারেটর এক ধরনের **প্রতীক** বা সংকেত। এ নিজস্ব কোনো মান নেই। যেমন বর্গ $(^2)$, ঘন $(^3)$, বর্গমূল $(\sqrt{})$, sine, log ইত্যাদি। তবে এরা যখন অন্য কোনে রাশির সাথে যুক্ত হয় তখন একটি নির্দিষ্ট মান বহন করে। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $\sqrt{25} = 5$, $\sin 30° = 0{\cdot}5$ ইত্যাদি। আরও সোজা কথায় বলা যেতে পারে $(10\times)$ চিহ্নটির কোনো মান হয় না। কি $(10\times5)$ চিহ্নটির মান $= 50$। এর অর্থ 10-কে 5 দ্বারা গুণ করা। এখন যদি $(10\times)$ চিহ্নকে C দ্বারা সূচিত করা হ তবে $10\times5 = C5$ হয়। অতএব C একটি অপারেটর।

**সংজ্ঞা : যে গাণিতিক চিহ্নের দ্বারা একটি রাশিকে অন্য একটি রাশিতে রূপান্তর করা যায় বা কোনে পরিবর্তনশীল রাশির ব্যাখ্যা দেয়া যায় তাকে অপারেটর বলে।**

উল্লেখ্য, অন্তরীকরণ একটি অপারেটর। $t$-সাপেক্ষে এই অপারেটর $\frac{d}{dt}$, $x$-সাপেক্ষে $\frac{d}{dx}$, $y$-সাপেক্ষে $\frac{d}{dy}$ ইত্যাদি। যোগজীকরণও একটি অপারেটর। এর চিহ্ন $\int$ অথবা $\Sigma$। ভেক্টর অন্তরীকরণ অপারেটর $\vec{\nabla}$ চিহ্ন দ্বারা সূচিত করা হয় এবং এই চিহ্নকে 'ডেল' উচ্চারণ করা হয়। বিভিন্ন উপাংশের সাহায্যে একে নিম্নলিখিতভাবে লেখা যায়,

$$\vec{\nabla} = \hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

যেহেতু স্কেলার এবং ভেক্টর উভয় প্রকার রাশিকেই অন্তরীকরণ করা যায়, সেহেতু অন্তরীকরণ অপারেটর স্কেলার এবং ভেক্টর উভয় প্রকার রাশির ক্ষেত্রেই কার্যকর।

### ভেক্টর অন্তরীকরণ বা ব্যবকলন
**Differentiation of a Vector**

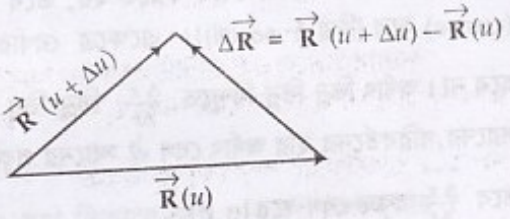
ধরা যাক $\vec{V}(u)$ একটি ভেক্টর যা একক স্কেলার চলক $u$ এর উপর নির্ভরশীল। গাণিতিক ভাষায়, V, $u$ এর অপেক্ষক (function)। তাহলে আমরা লিখতে পারি,

$$\frac{\Delta\vec{R}}{\Delta u} = \frac{\vec{R}(u+\Delta u) - \vec{R}(u)}{\Delta u}$$, এখানে $\Delta u$ দ্বারা $u$-এর সামান্য বৃদ্ধি বুঝায়।

$\frac{\Delta \vec{R}}{\Delta u}$ হচ্ছে $u$-এর সাপেক্ষে $\vec{R}$ এর পরিবর্তনের হার। $\Delta u$ শূন্যের কাছাকাছি হলে,

$$\lim_{\Delta u \to 0} \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta u} = \lim_{\Delta u \to 0} \frac{\vec{R}(u + \Delta u) - \vec{R}(u)}{\Delta u}$$

$\lim_{\Delta u \to 0} \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta u}$-কে $\frac{d\vec{R}}{du}$ রূপে লেখা যায়।



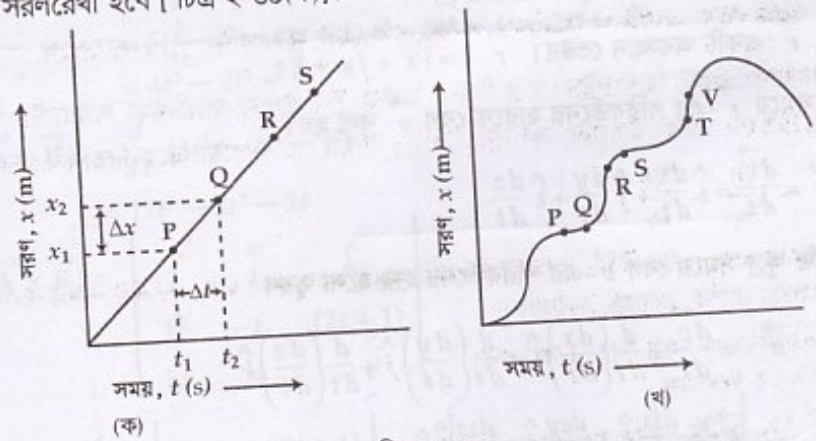
চিত্র ২·২৯

$$\therefore \lim_{\Delta u \to 0} \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta u} = \frac{d\vec{R}}{du} = \lim_{\Delta u \to 0} \frac{\vec{R}(u + \Delta u) - \vec{R}(u)}{\Delta u}$$

$\frac{d\vec{R}}{du}$ হচ্ছে $u$-এর অতি ক্ষুদ্র পরিবর্তনের জন্য, $u$-এর সাপেক্ষে $\vec{R}$-এর পরিবর্তনের হার। $\frac{d\vec{R}}{du}$-কে $u$-এর সাপেক্ষে $\vec{R}$ এর অন্তরক সহগ (differential coefficient) বলে। $\frac{d\vec{R}}{du}$ এর মান নির্ণয়ের প্রক্রিয়াকে অন্তরীকরণ বা ব্যবকলন বলা হয়।

**ভেক্টরের সময় সাপেক্ষে অন্তরীকরণ বা ব্যবকলন (Differentiation of vectors with respect to time) :** সময়ের সাথে কোনো ভেক্টর রাশির পরিবর্তন হলে ঐ রাশির ব্যবকলন করাকে ভেক্টরের সময় সাপেক্ষে ব্যবকলন করা বুঝায়। যেমন গতিশীল বস্তুর অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$, সময় $t$-এর উপর নির্ভর করে। এখানে ভেক্টর $\vec{r}$ সময় $t$-এর অপেক্ষক (function)।

**ব্যাখ্যা :** ধরা যাক, একটি বাস সমতল ও সোজা রাস্তার উপর দিয়ে উত্তর দিক থেকে দক্ষিণ দিকে ছুটে চলছে। বাসটি ১ম সেকেন্ডে 2m, ২য় সেকেন্ডে 4m, ৩য় সেকেন্ডে 6m এভাবে চলছে। তখন আমরা বলি যে বাসটির সরণ $\vec{x}$ সব সময় সমান। এখন বাসটির সরণ $\vec{x}$-কে Y-অক্ষে এবং সময় $t$-কে X-অক্ষে স্থাপন করে লেখচিত্র অঙ্কন করলে এটি সরলরেখা হবে [ চিত্র ২·৩০(ক)]।



চিত্র ২·৩০

এই সরলরেখার যে কোনো দুটি বিন্দু P ও Q হতে X ও Y-অক্ষের উপর লম্ব টেনে $\Delta x$ ও $\Delta t$ বের করতে পারি। $\Delta x$ ও $\Delta t$-এর অনুপাত অর্থাৎ ঢাল $\frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ হবে বাসের বেগ। এই সরলরেখার ঢাল সর্বত্র একই মানের হবে; অর্থাৎ বেগ সর্বত্র সমান। অর্থাৎ যে কোনো সময় ব্যবধানের জন্য (তা যতই ক্ষুদ্র হোক) বেগ সমান হবে। এ অবস্থায়

আমরা বলি যে, বাসটির গড় বেগ ও তাৎক্ষণিক বেগ সমান। কিন্তু বাসটি যদি বাঁকা ও উঁচু-নিচু রাস্তায় চলে এবং ঘন ঘন বাসের বেগ কম-বেশি করতে হয়, তবে সরণ $\vec{x}$ বনাম সময় $t$ লেখচিত্রটি সরলরেখা না হয়ে বক্ররেখা (curve) হবে [চিত্র ২·৩০ (খ)]। এক্ষেত্রে রেখার যে কোনো দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী ঢাল অন্য বিন্দুদ্বয়ের ঢালের সমান হবে না। অর্থাৎ ভিন্ন ভিন্ন বিন্দুতে $\frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ ভিন্ন ভিন্ন হবে। এবার সময় ব্যবধান $\Delta t$ যদি অত্যন্ত ক্ষুদ্র ধরা হয়, তবে সরণের পরিবর্তনের হার অর্থাৎ বেগ ঐ স্থানের প্রকৃত বেগের প্রায় কাছাকাছি হবে। $\Delta t$ যদি শূন্যের কাছাকাছি হয়, তবে $\frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ প্রকৃত বেগ হবে।

অর্থাৎ $\underset{\Delta t \to 0}{\text{Limit}} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \vec{v}$, প্রকৃত বেগ ... ... (2.28)

ক্যালকুলাসের ভাষায়, $\underset{\Delta t \to 0}{\text{Limit}} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}$ লেখা হয়। ... ... (2.29)

**এটিই ভেক্টরের সময় সাপেক্ষে অন্তরীকরণ বা ব্যবকলন।** $\vec{x}$ হলো সরণ ভেক্টর এবং $\frac{d}{dt}$ হলো অপারেটর।

সমীকরণ (2.19)-এ সরণ $\vec{x}$ ভেক্টর রাশি এবং সময় $t$ স্কেলার রাশি। সুতরাং, কোনো স্কেলারের সাপেক্ষে ভেক্টরের অন্তরীকরণ ভেক্টর হয় (যেমন এক্ষেত্রে বেগ $\vec{v}$)। স্কেলার রাশির অন্তরীকরণ স্কেলার রাশি হবে।

এখন $\vec{x}$-কে উপাংশে প্রকাশ করলে লেখা যায়,

$\vec{x} = \hat{i}x_1 + \hat{j}y_1 + \hat{k}z_1$, এখানে $x_1, y_1, z_1$ হলো যথাক্রমে X, Y ও Z অক্ষের দিকে $\vec{x}$ ভেক্টরের উপাংশের মান। $x_1, y_1, z_1$ উপাংশগুলো সময় $t$-এর অপেক্ষক কিন্তু $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ ধ্রুবক এবং সময়ের সাপেক্ষে এদের কোনো পরিবর্তন নেই; অর্থাৎ এদের পরিবর্তনের হার শূন্য। অতএব $\vec{x}$-কে উপাংশে প্রকাশ করলে এর ব্যবকলন হবে,

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \hat{i}\frac{dx_1}{dt} + \hat{j}\frac{dy_1}{dt} + \hat{k}\frac{dz_1}{dt} \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.30)$$

**অবস্থান ভেক্টর হতে বেগ ও ত্বরণ প্রতিপাদন**

ধরা যাক, $\vec{r}$ একটি অবস্থান ভেক্টর। $\vec{r} = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z$

অতি ক্ষুদ্র সময়ে $\vec{r}$-এর পরিবর্তনের হারকে বেগ $\vec{v}$ বলা হয়।

সুতরাং, $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \hat{i}\frac{dx}{dt} + \hat{j}\frac{dy}{dt} + \hat{k}\frac{dz}{dt}$ ... ... (2.31)

আবার, অতি ক্ষুদ্র সময়ে বেগ $\vec{v}$-এর পরিবর্তনের হার হলো ত্বরণ

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right)\hat{i} + \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right)\hat{j} + \frac{d}{dt}\left(\frac{dz}{dt}\right)\hat{k}$$

$$\therefore \vec{a} = \frac{d2x}{dt_2}\hat{i} + \frac{d2y}{dt_2}\hat{j} + \frac{d2z}{dt_2}\hat{k} \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.32)$$

কোনো স্কেলার রাশিকে অন্তরীকরণ করার সাধারণ নিয়ম নিম্নরূপ :

(ক) প্রথমে চল রাশিটির সহগ সংখ্যাকে ঘাত দ্বারা গুণন করতে হবে।

(খ) পরে চল রাশির ঘাতের মান হতে '1' বিয়োগ করতে হবে।

**উদাহরণ :** মনে করি, দূরত্ব $s = 16t^2$। এখানে সহগ 16, $t$ চল রাশি এবং 2 হলো ঘাত। উপরের নিয়ম অনুসারে প্রথমে সহগ 16-কে ঘাত 2 দ্বারা গুণন করে পাওয়া যাবে 32 এবং চল রাশির ঘাত 2 হতে 1 বিয়োগ করলে পাওয়া যাবে 1।

$$\therefore \frac{ds}{dt} = v = 32t$$

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ -কে ব্যবকলন করে কিভাবে বেগ ও ত্বরণ পাওয়া যায় ?**

এখানে, অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$

আমরা জানি, অতি ক্ষুদ্র সময়ে $r$-এর পরিবর্তনের হারকে বেগ বলা হয়। সুতরাং

$$\text{বেগ, } \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}$$

অতি ক্ষুদ্র সময়ে $\vec{v}$ -এর পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলা হয়।

$$\text{সুতরাং ত্বরণ, } \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} + \frac{dz}{dt}\hat{k}\right)$$

$$= \frac{d^2x}{dt^2}\hat{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\hat{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\hat{k}$$

**২। দুটি ভেক্টর $\vec{A} = \hat{i}t^2 - \hat{j}t + (2t+1)\hat{k}$ ও $\vec{B} = 5\hat{i}t + \hat{j}t - \hat{k}t^3$ হলে $\frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B})$ ও $\frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B})$ নির্ণয় কর।**

প্রশ্নানুযায়ী, $(\vec{A} \cdot \vec{B}) = \{\hat{i}t^2 - \hat{j}t + (2t+1)\hat{k}\} \cdot (5\hat{i}t + \hat{j}t - \hat{k}t^3)$

$$= 5t^3 - t^2 - (2t+1)t^3 = 5t^3 - t^2 - 2t^4 - t^3$$

$$= 4t^3 - 2t^4 - t^2$$

$$\therefore \frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = \frac{d}{dt}(4t^3 - 2t^4 - t^2)$$

$$= 12t^2 - 8t^3 - 2t$$

$$\text{পুনরায়, } (\vec{A} \times \vec{B}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ t^2 & -t & (2t+1) \\ 5t & t & -t^3 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\begin{vmatrix} -t & (2t+1) \\ t & -t^3 \end{vmatrix} - \hat{j}\begin{vmatrix} t & (2t+1) \\ 5t & -t^3 \end{vmatrix} + \hat{k}\begin{vmatrix} t^2 & -t \\ 5t & t \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(t^4 - 2t^2 - t) - \hat{j}(-t^5 - 10t^2 - 5t) + \hat{k}(t^3 + 5t^2)$$

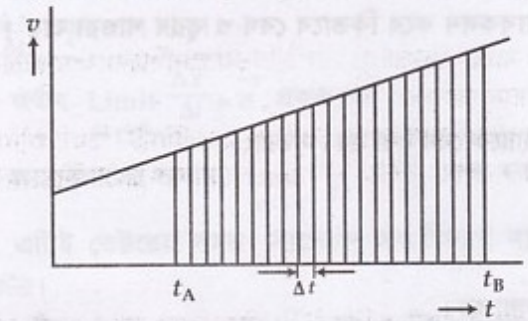
$$\therefore \frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B}) = \hat{i}(4t^3 - 4t - 1) + \hat{j}(5t^4 + 20t + 5) + \hat{k}(3t^2 + 10t)$$

## যোগজীকরণ বা সমাকলন
**Integration**

মনে করি, একটি বস্তু নির্দিষ্ট দিকে গতিশীল অর্থাৎ এটি সরলরেখা বরাবর চলছে। বেগের দিক নির্দিষ্ট হলেও এর মান ভিন্ন। ধরা যাক, বেগের মান $v$ সময় $t$-এর উপর নির্ভরশীল। অর্থাৎ $v$ সময় $t$-এর অপেক্ষক (function)। একে $v(t)$ হিসেবে প্রকাশ করা হয়।

ধরা যাক, আদি সময় $t_A$ এবং শেষ সময় $t_B$। এই সময় ব্যবধানে বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় করব। এখন আমরা সময় ব্যবধান $t_B - t_A$ কে N সংখ্যক অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সমান অংশ $\Delta t$ এ বিভক্ত করি। ধরি আদি সময় $t_A$ হতে প্রথম ক্ষুদ্রাংশ $t_A + \Delta t$ এর মধ্যে সময় ব্যবধান $\Delta t$। এই সময় ব্যবধান এত ক্ষুদ্র যে এই অংশে $v(t)$ এর পরিবর্তন অতি নগণ্য; সুতরাং এই ক্ষুদ্র সময় ব্যবধানকালে $v(t)$ এর মান প্রায় ধ্রুব থাকে। ধরা যাক $v(t)$-এর এই ধ্রুব মান $v_1$। $\Delta t$ সময় ব্যবধানে অতিক্রান্ত দূরত্ব $\Delta s_1$ হলে আমরা পাই,

$$\Delta s_1 = v_1 \Delta t$$



চিত্র ২·৩১

অনুরূপভাবে দ্বিতীয় অংশ, তৃতীয় অংশের জন্য সময় ব্যবধান হবে $\Delta t$ এবং অতিক্রান্ত দূরত্ব হবে যথাক্রমে $\Delta s_2 = v_2 \Delta t$, $\Delta s_3 = v_3 \Delta t$। N সংখ্যক অংশের জন্য অতিক্রান্ত দূরত্ব হবে $\Delta s_N = v_N \Delta t$। এখন $t_A$ হতে $t_B$ সময় ব্যবধানে বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব $s$ হবে, $\Delta s_1$, $\Delta s_2$, $\Delta s_3$ ..... $\Delta s_N$ পদগুলোর সমষ্টি।

সুতরাং, $s = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3 + \ldots + \Delta s_N$

বা, $s = v_1 \Delta t + v_2 \Delta t + v_3 \Delta t + \ldots + v_N \Delta t$

বা, $$s = \sum_{n=1}^{N} v_n \Delta t \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.33)$$

এখানে লক্ষণীয় যে আমরা ক্ষুদ্র সময় ব্যবধান $\Delta t$ এর জন্য বেগের মান প্রায় ধ্রুব ধরেছি। এই $\Delta t$ সময়ে বেগের মান যদি পুরোপুরি ধ্রুব থাকত তবে সমীকরণ (2.33) হতে আমরা সঠিক দূরত্ব নির্ণয় করতে পারতাম। এখন সময় ব্যবধান $\Delta t$ যত ক্ষুদ্রতর হবে $v$-এর মান ততই ধ্রুব মানের খুবই কাছাকাছি হবে। অতিক্রান্ত দূরত্বের মান সঠিক পেতে পারি যদি পরিমাপের সীমার মধ্যে $\Delta t$-কে শূন্য এবং ক্ষুদ্র অংশগুলোর সংখ্যা N অসীম হয়। সেক্ষেত্রে আমরা লিখতে পারি,

$$s = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_{n=1}^{N} v_n \Delta t$$

ক্যালকুলাসে $\lim_{\Delta t \to 0} \sum_{n=1}^{N} v_n \Delta t$ রাশিকে লেখা হয় $\int_{t_A}^{t_B} v(t)dt$।

$\int_{t_A}^{t_B} v(t)dt$ রাশিটি $t_A$ হতে $t_B$ পর্যন্ত $t$-এর সাপেক্ষে $v(t)$ এর সমাকলন নির্দেশ করে। সমাকলন এক ধরনের যোগজীকরণ $\sum$ বা $\int$ চিহ্ন সমষ্টিকরণ বা যোগজীকরণ বুঝায়।

অতএব, $$s = \int_{t_A}^{t_B} v(t)dt \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2.34)$$

$v(t)$ কে যোজ্য রাশি (Integrand) বলা হয়। $v(t)$ এর পরে $dt$ দ্বারা বুঝানো হয়েছে যে, যোগজীকরণটি করতে হবে $t$-এর সাপেক্ষে।

অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণ পরস্পর বিপরীত ক্রিয়া। যেমন—

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$$

আবার, $\int \cos x\, dx = \sin x$

অর্থাৎ $\sin x$-কে অন্তরীকরণ করলে $\cos x$ পাওয়া যায়, আবার $\cos x$ কে যোগজীকরণ করলে $\sin x$ পাওয়া যায়।

## ২১০ ভেক্টর অপারেটরের ব্যবহার
### Uses of Vector Operators

**গ্রেডিয়েন্ট (Gradient) :** গ্রেডিয়েন্টের সংজ্ঞা এবং ব্যাখ্যা দেয়ার পূর্বে ভেক্টর ডিফারেনশিয়াল অপারেটর ডেল (∇), স্কেলার ও ভেক্টর ক্ষেত্র এবং রেখা ইন্টিগ্রাল সম্পর্কে জানা দরকার।

**ভেক্টর ডিফারেনশিয়াল অপারেটর ∇ :** ভেক্টর ডিফারেনশিয়াল অপারেটরটি স্যার হ্যামিলটন প্রথম আবিষ্কার করেন। হিবস একে 'ডেল' নামকরণ করেন। এর অন্য নাম ন্যাবলা। ভেক্টর ডিফারেনশিয়াল অপারেটর নিম্নোক্তভাবে প্রকাশ করা হয় :

$$\text{ডেল, } \vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}$$

সাধারণ ভেক্টরের মতো এর ভেক্টর ধর্ম রয়েছে। ইহা কোন একটি রাশির উপর ক্রিয়া করে নতুন একটি রাশির সৃষ্টি করে।

তবে, $\vec{\nabla}.\vec{\nabla} = \nabla^2 = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)\cdot\left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)$

$= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, একটি স্কেলার রাশি। এখানে $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$ আংশিক অন্তরীকরণ বুঝায়।

স্কেলার ফাংশনের গ্রেডিয়েন্ট, ভেক্টর ফাংশনের ডাইভারজেন্স বা ভেক্টর ফাংশনের কার্ল সংজ্ঞায়িত করার জন্য এই অপারেটরটি ব্যবহার করা হয়।

**স্কেলার ক্ষেত্র ও ভেক্টর ক্ষেত্র**

**স্কেলার ক্ষেত্র :** যেকোনো ক্ষেত্র বিবেচনা করা হোক না কেন, ক্ষেত্রের প্রতিটি বিন্দুর সাথে একটি ভৌত গুণ (physical property) যুক্ত থাকে। **ক্ষেত্রের সাথে সংশ্লিষ্ট ভৌত গুণ যদি স্কেলার হয়, তবে ঐ ক্ষেত্রকে স্কেলার ক্ষেত্র বলে।** ঘনত্ব, উষ্ণতা, বিভব ইত্যাদি স্কেলার ক্ষেত্রের উদাহরণ। গাণিতিকভাবে, $\varphi(x, y, z) = 3x^2yx + 2xy^2x + 5zy^2)$ স্কেলার ক্ষেত্র নির্দেশ করে।

**ভেক্টর ক্ষেত্র : ক্ষেত্রের সাথে সংশ্লিষ্ট ভৌত গুণ যদি ভেক্টর হয়, তবে ঐ ক্ষেত্রকে ভেক্টর ক্ষেত্র বলে।** যেমন, তড়িৎ প্রাবল্য, মহাকর্ষ প্রাবল্য ইত্যাদি ভেক্টর ক্ষেত্রের উদাহরণ।

$\vec{F}(x, y, z) = ax^2y\,\hat{i} + bx^2yz^2\,\hat{j} + 4zx^2\,\hat{k}$ ভেক্টর ক্ষেত্র নির্দেশ করে।

**রেখা ইন্টিগ্রাল :** $\vec{V}(x, y, z)$ একটি ভেক্টর ক্ষেত্র হলে কোনো আবদ্ধ পথে ভেক্টরের রেখাজনিত ইন্টিগ্রাল $\oint \vec{V}.d\vec{l}$, এখানে $d\vec{l}$ আবদ্ধ পথের একটি অংশ যার পরিমাণ $dl$ এবং অভিমুখ ঐ অংশের স্পর্শ বরাবর।

**গ্রেডিয়েন্ট**

ধরা যাক, $\varphi(x, y, z)$ একটি ব্যবকলনযোগ্য স্কেলার ক্ষেত্র নির্দেশ করে। তাহলে $\varphi$-এর গ্রেডিয়েন্টকে $\vec{\nabla}\varphi$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

অর্থাৎ, $\text{grad}\,\varphi = \vec{\nabla}\varphi = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\varphi = \frac{\hat{i}\,\partial\varphi}{\partial x} + \frac{\hat{j}\,\partial\varphi}{\partial y} + \frac{\hat{k}\,\partial\varphi}{\partial z}$

**সংজ্ঞা : গ্রেডিয়েন্ট হলো একটি ভেক্টর ক্ষেত্র যা অদিক রাশির সর্বাধিক বৃদ্ধির হার প্রকাশ করে। একে স্কেলার অপেক্ষকও বলে।**

**গ্রেডিয়েন্টের ভৌত তাৎপর্য (Physical significances of Gradient)**

(i) স্কেলার রাশির গ্রেডিয়েন্ট একটি ভেক্টর ক্ষেত্র অর্থাৎ একটি ভেক্টর রাশি।

(ii) উক্ত ভেক্টর রাশির মান ঐ স্কেলার রাশির সর্বাধিক বৃদ্ধির হারের সমান।

(iii) স্কেলার রাশির পরিবর্তন শুধু বিন্দুর স্থানাঙ্কের উপরই নির্ভর করে না, যেদিকে এর পরিবর্তন দেখানো হয় সেদিকের উপরেও নির্ভর করে।

**গাণিতিক উদাহরণ**

১। যদি $\vec{A} = 2x^2\hat{i} + 3yz\hat{j} - xz^2\hat{k}$ এবং $\varphi = 2z - x^3y$ হয়, তাহলে (1, 1, — 1) বিন্দুতে $\vec{A} \cdot \nabla\varphi$ নির্ণয় কর।

আমরা পাই,

$$\vec{\nabla}\varphi = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right)(2z - x^3y)$$

$$= -3x^2y\,\hat{i} - x^3\,\hat{j} + 2\hat{k}$$

এখন, $\vec{A} \cdot \vec{\nabla}\varphi = (2x^2\hat{i} + 3yz\hat{j} - xz^2\hat{k}) \cdot (-3x^2y\,\hat{i} - x^3\,\hat{j} + 2\hat{k})$

$$= -6x^4y - 3x^3yz - 2xz^2$$

(1, 1, — 1) বিন্দুতে

$$\vec{A} \cdot \vec{\nabla}\varphi = -6(1)^4(1) - 3(1)^3(1)(-1) - 2(1)(-1)^2$$

$$= -6 + 3 - 2 = -5.$$

**ডাইভারজেন্স (Divergence)**

মনে করি, ত্রিমাত্রিক ব্যবস্থায় R অঞ্চলে কোনো একটি ভেক্টর ক্ষেত্রের অবস্থান ভেক্টর $\vec{V}(x, y, z) = v_1(x, y, z)\,\hat{i} + v_2(x, y, z)\,\hat{j} + v_3(x, y, z)\,\hat{k}$, তাহলে ডেল ($\nabla$) অপারেটরের সাথে $\vec{V}$ এর স্কেলার গুণফলকে ঐ ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স বলে। ডাইভারজেন্সকে $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ বা $\text{div}.\,\vec{V}$ লিখে প্রকাশ করা হয়। গাণিতিকভাবে লেখা যায়,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) \cdot (v_1\hat{i} + v_2\hat{j} + v_3\hat{k})$$

$$= \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial v_3}{\partial z}$$ এটি স্কেলার রাশি।

**সংজ্ঞা : ভেক্টর ফাংশন বা ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্সগুলো একটি স্কেলার ফাংশন বা ক্ষেত্র। যাদ্বারা ভেক্টর ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে ফ্লাক্সের প্রকৃতি (বহি/অন্ত) জানা যায়।**

**ডাইভারজেন্সের ভৌত ধর্ম (Physical properties of divergence)**

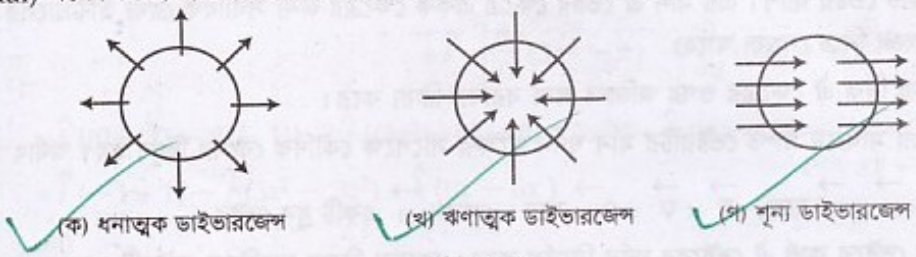
(i) ডাইভারজেন্স দ্বারা একক আয়তনে কোনো দিক রাশির মোট কতটুকু ফ্লাক্স কোনো বিন্দু অভিমুখী বা অপসারিত হচ্ছে তা প্রকাশ করে। $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$ বা $\text{div}.\vec{V}$ দ্বারা একক সময়ে কোনো তরল পদার্থের ঘনত্বের পরিবর্তনের হার বুঝায়।

(ii) মান ধনাত্মক হলে, তরল পদার্থের আয়তন বৃদ্ধি পায়; ঘনত্বের হ্রাস ঘটে।

(iii) মান ঋণাত্মক হলে, আয়তনের সংকোচন ঘটে; ঘনত্ব বৃদ্ধি পায়।

(iv) মান শূন্য হলে, আগত ও নির্গত ফ্লাক্স সমান হয়।

(v) কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স শূন্য হলে অর্থাৎ $\vec{\nabla} . \vec{V} = 0$ হলে, ঐ ভেক্টর ক্ষেত্রকে সলিনইডাল (solenoidal) বলে। নিম্নে ২·৩২ চিত্রে কয়েকটি ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স দেখানো হলো :



(ক) ধনাত্মক ডাইভারজেন্স (খ) ঋণাত্মক ডাইভারজেন্স (গ) শূন্য ডাইভারজেন্স

চিত্র ২·৩২

**গাণিতিক উদাহরণ**

**১। (1, — 1, 1) অবস্থানে $\vec{A} = 3xyz^3 \hat{i} + 2xy^2 \hat{j} - x^3y^2z \hat{k}$-এর ডাইভারজেন্স নির্ণয় কর।**

আমরা পাই, $\vec{\nabla} . \vec{A} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right) \cdot (3xyz^3 \hat{i} + 2xy^2 \hat{j} - x^3y^2z \hat{k})$

$= \frac{\partial}{\partial x}(3xyz^3) + \frac{\partial}{\partial y}(2xy^2) + \frac{\partial}{\partial z}(- x^3y^2z)$

$= 3yz^3 + 4xy - x^3y^2$

(1, — 1, 1) অবস্থানে,

$\vec{\nabla} . \vec{A} = 3(-1)(1)^3 + 4(1)(-1) - (1)^3(-1)^2$

$= -3 - 4 - 1 = -8$

**২। $p$ এর মান কত হলে $\vec{r} = (x + 3y)\hat{i} + (py - z)\hat{j} + \hat{k}(x - 2z)$ সলিনয়েড হবে ?**

আমরা জানি, $\vec{\nabla} . \vec{r} = 0$ হলে $\vec{r}$ সলিনয়েড হবে।

$\vec{\nabla} . \vec{r} = \left(\frac{\partial}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial}{\partial z}\hat{k}\right) \cdot [(x + 3y)\hat{i} + (py - z)\hat{j} + \hat{k}(x - 2z)]$

$= \frac{\partial}{\partial x}(x + 3y) + \frac{\partial}{\partial y}(py - z) + \frac{\partial}{\partial z}(x - 2z) = 1 + p - 2 = p - 1$

$\therefore \vec{\nabla} . \vec{r} = p - 1 = 0$ বা, $p = 1$

**কার্ল (Curl)**

ধরা যাক, কোনো ত্রিমাত্রিক স্থানে কোনো বিন্দুর যথার্থ ভেক্টর ফাংশন $\vec{V}(x, y, z) = v_1 \hat{i} + v_2 \hat{j} + v_3 \hat{k}$। তাহলে অপারেটর $\nabla$ এবং $\vec{V}$ এর ক্রস বা ভেক্টর গুণন দ্বারা তাৎক্ষণিকভাবে ঘূর্ণন অক্ষের দিকে একটি ভেক্টর পাওয়া যায়। এ জাতীয় গুণকে **কার্ল** বলে। সুতরাং $\vec{V}$ এর কার্ল

$$\text{curl } \vec{V} = \vec{\nabla} \times \vec{V} = \left(\hat{i}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right) \times (v_1 \hat{i} + v_2 \hat{j} + v_3 \hat{k})$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$$

**সংজ্ঞা :** কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্ল একটি ভেক্টর রাশি যা ঐ ক্ষেত্রের ঘূর্ণনের সাথে সম্পর্কিত। ভেক্টর ক্ষেত্রে অবস্থিত একটি বিন্দুর চারদিকে এর লাইন ইনটিগ্রালের মান প্রতি একক ক্ষেত্রফলে সর্বোচ্চ হলে তা উক্ত বিন্দুতে ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্ল প্রকাশ করে।

**কার্লের ভৌত তাৎপর্য (Physical significances of Curl)**

(i) কার্ল একটি ভেক্টর রাশি। এর মান ঐ ভেক্টর ক্ষেত্রে একক ক্ষেত্রের জন্য সর্বাধিক রেখা ইন্টিগ্রালের সমান। (রেখা ইন্টিগ্রালের সংজ্ঞা নিচে দেওয়া আছে)

(ii) ভেক্টরটির দিক ঐ ক্ষেত্রের ওপর অঙ্কিত লম্ব বরাবর ক্রিয়া করে।

(iii) কার্ল এর মাধ্যমে প্রাপ্ত ভেক্টরটির মান ঘূর্ণন অক্ষের সাপেক্ষে কৌণিক বেগের দ্বিগুণ হয়। অর্থাৎ $\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ হলে, $\vec{\nabla} \times \vec{V} = 2\vec{\omega}$ হবে। এখানে $\vec{\omega}$ একটি ধ্রুব ভেক্টর।

(iv) কোনো ভেক্টরে কার্ল ঐ ভেক্টরের ঘূর্ণন নির্দেশ করে। কোনো বিন্দুর চারদিকে ভেক্টরটি কতবার ঘুরে কার্ল তা নির্দেশ করে।

(v) কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের কার্ল-এর নতিমাত্রা (gradient) শূন্য। অর্থাৎ $\vec{\nabla} . (\vec{\nabla} \times \vec{V}) = 0.$

(vi) কোনো ভেক্টরের কার্ল শূন্য হলে ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল হয়। অর্থাৎ $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$ হলে $\vec{F}$ অঘূর্ণনশীল হয়।

**গাণিতিক উদাহরণ**

**১। (1, 1, − 1) বিন্দুতে $\vec{A} = xz^2\hat{i} - 2x^3yz\hat{j} + 3yz^3\hat{k}$ এর কার্ল নির্ণয় কর।**

আমরা পাই,

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ xz^2 & -2x^3yz & 3yz^3 \end{vmatrix}$$

$$= \left[\frac{\partial}{\partial y}(3yz^3) + \frac{\partial}{\partial z}(2x^3yz)\right]\hat{i} + \left[\frac{\partial}{\partial z}(xz^2) - \frac{\partial}{\partial x}(3yz^3)\right]\hat{j} + \left[\frac{\partial}{\partial x}(-2x^3yz) - \frac{\partial}{\partial y}(xz^2)\right]\hat{k}$$

$$= (3z^3 + 2x^3y)\hat{i} + (2xz)\hat{j} + (-6x^2yz)\hat{k}$$

$$= (3z^3 + 2x^3y)\hat{i} + 2xz\hat{j} - 6x^2yz\hat{k}$$

(1, 1, − 1) বিন্দুতে

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = [3(-1)^3 + 2(1)^3(1)]\hat{i} + 2(1)(-1)\hat{j} - 6(1)^2(+1)(-1)\hat{k}$$

$$= (-3+2)\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k}$$

**২। $\vec{A} = (6xy + z^3)\hat{i} + (3x^2 - z)\hat{j} + (3xz^2 - y)\hat{k}$। প্রমাণ কর যে, ভেক্টর $\vec{A}$ অঘূর্ণনশীল।**

আমরা জানি, ভেক্টর $\vec{A}$ অঘূর্ণনশীল হবে, যদি $\vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$ হয়।

এখন,

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ (6xy + z^3) & (3x^2 - z) & (3xz^2 - y) \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}\left\{\frac{\partial}{\partial y}(3xz^2 - y) - \frac{\partial}{\partial z}(3x^2 - z)\right\} - \hat{j}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(3xz^2 - y) - \frac{\partial}{\partial z}(6xy + z^3)\right\}$$
$$+ \hat{k}\left\{\frac{\partial}{\partial x}(3x^2 - z) - \frac{\partial}{\partial y}(6xy + z^3)\right\}$$

$$= \hat{i}\{(0-1) - (0-1)\} - \hat{j}\{(3z^2 - 0) - (0 + 3z^2)\} + \hat{k}\{(6x - 0) - (6x + 0)\}$$
$$= \hat{i}(-1 + 1) - \hat{j}(3z^2 - 3z^2) + \hat{k}(6x - 6x)$$
$$= 0$$

$\therefore \vec{\nabla} \times \vec{A} = 0$

$\therefore \vec{A}$ ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল।

## উচ্চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনার গাণিতিক উদাহরণ

১। তমাল সাইকেলে করে বাড়ি থেকে স্কুলে যাচ্ছিল। হঠাৎ করে বৃষ্টি নামল। বৃষ্টির ফোঁটা 6 $ms^{-1}$ তার গায়ে পড়া শুরু করল। বায়ুর প্রবাহ খুব বেশি ছিল না। তবুও বৃষ্টির ফোঁটা তার গায়ে 45° কোণে পড়ছে।

ক. সাইকেলের বেগ নির্ণয় কর।

খ. স্কুলে তাড়াতাড়ি পৌঁছানোর জন্য তমাল দ্বিগুণ বেগে সাইকেল চালালে বৃষ্টি থেকে রক্ষা পেতে তাকে কত কোণে ছাতা ধরতে হবে ?

(ক) আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{QP\sin\alpha}{P + Q\cos\alpha}$$

বা, $\tan\theta = \frac{Q\sin 90°}{P + Q\cos 90°}$

বা, $\tan 45° = \frac{6\sin 90°}{P + 6\cos 90°}$

$\therefore \quad P = 6\ ms^{-1}$

$\therefore$ সাইকেলের বেগ $6\ ms^{-1}$

এখানে,
বৃষ্টির বেগ, $Q = 6\ ms^{-1}$
সাইকেলের বেগ $= P$
$\theta = 45°$
$\alpha = 90°$

(খ) দ্বিগুণ বেগে সাইকেল চালালে পরিবর্তিত বেগ,

$P' = (6 \times 2) = 12\ ms^{-1}$

বা, $\tan\theta = \frac{6\sin 90°}{12 + 6\cos 90°} = \frac{6}{12 + 0} = \frac{1}{2} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

$\therefore \theta = 26.57°$, অর্থাৎ তাকে 26.57° কোণে ছাতা ধরতে হবে।

২। সোজা অপর পাড়ে যাওয়ার জন্য স্বপন ফেরিতে করে 15 $kmh^{-1}$ বেগে নদী পার হওয়ার সময় দেখল, ফেরিটি সোজাসুজি রওনা না দিয়ে স্রোতের প্রতিকূলে তির্যকভাবে যাচ্ছে। [স্রোতের বেগ =10 $kmh^{-1}$]

ক. লব্ধির সর্বোচ্চ মান সর্বনিম্ন মানের কতগুণ নির্ণয় কর।

খ. ফেরিটির দিক পরিবর্তনের কারণ বিশ্লেষণ কর।

(ক) আমরা জানি,

$R_{max} = v + u$
$= 15 + 10 = 25\ kmh^{-1}$

আবার, $R_{min} = v - u$
$= 15 - 10 = 5\ kmh^{-1}$

এখানে,
ফেরির বেগ, $v = 15\ kmh^{-1}$
স্রোতের বেগ, $u = 10\ kmh^{-1}$
$\frac{R_{max}}{R_{min}} = ?$

$$\therefore \quad \frac{R_{max}}{R_{min}} = = \frac{25}{5} \quad \text{বা,} \quad R_{max} = 5\,R_{min}$$

অর্থাৎ, লব্ধির সর্বোচ্চ মান, লব্ধির সর্বনিম্ন মানের 5 গুণ।

(খ) যেহেতু নদীতে স্রোত আছে সেহেতু সোজা অপর পাড়ে যাওয়ার জন্য ফেরিটিকে তির্যকভাবে রওনা দিতে হবে।

ধরি, ফেরিটিকে স্রোতের প্রতিকূলে $\alpha$ কোণে রওনা দিতে হবে। সেক্ষেত্রে, স্রোতের বেগ, $u = 10\ \text{kmh}^{-1}$, ফেরির বেগ, $v = 15\ \text{kmh}^{-1}$ এবং স্রোতের দিকের সাথে লব্ধিবেগের দিক, $\theta = 90°$ হবে।

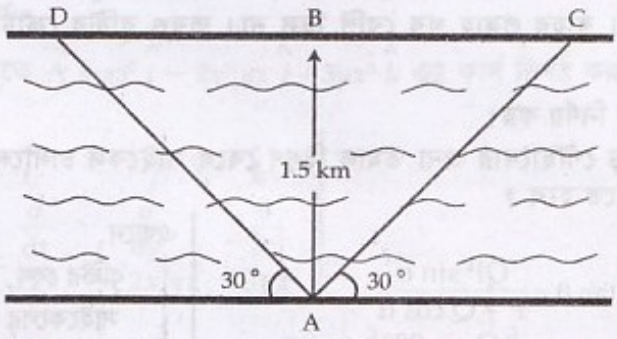
আমরা জানি, $\tan\theta = \dfrac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$ বা, $\tan 90° = \dfrac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$

বা, $\dfrac{1}{0} = \dfrac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$ বা, $u + v\cos\alpha = 0$

বা, $\cos\alpha = -\dfrac{u}{v} = -\dfrac{10}{15}$ $\therefore\ \alpha = 131{\cdot}8°$

যেহেতু $\alpha > 90°$ সেহেতু ফেরিটিকে সোজাসুজি রওনা না দিয়ে তির্যকভাবে রওনা দিতে হয়েছে।

৩।




**চিত্রে স্রোতযুক্ত একটি নদী যার প্রস্থ 1·5 km অতিক্রম করার জন্য পিন্টু A বিন্দু হতে সোজা অপর পারে B বিন্দুতে সাঁতার কেটে পৌছানোর সিদ্ধান্ত নিল। ঐ নদীতে স্রোতের বেগ 3 $\text{kmh}^{-1}$ এবং সাঁতারুর বেগ ছিল 4 $\text{kmh}^{-1}$। স্রোতের কারণে পিন্টু AB বরাবর রওয়ানা হওয়া সত্ত্বেও AC বরাবর ওপারে পৌছাল।**

**(ক) AC বরাবর অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।**

**(খ) AD বরাবর পিন্টু সাঁতার কেটে কি B বিন্দুতে পৌঁছাতে পারবে ? গাণিতিক বিশ্লেষণপূর্বক তোমার মতামত দাও।**

(ক) উদ্দীপকে AB = 1·5 km, AB-কে AC বরাবর বিভাজন করে পাই,

$$AC\sin 30° = AB$$

$\therefore$ অতিক্রান্ত দূরত্ব, $AC = \dfrac{AB}{\sin 30°} = \dfrac{1{\cdot}5}{0{\cdot}5} = 3\ \text{km}$

(খ) ধরি, পিন্টু স্রোতের প্রতিকূলে $\alpha$ কোণে রওনা দিলে B বিন্দুতে পৌঁছবে। এখানে স্রোতের বেগ $u = 3\ \text{kmh}^{-1}$ এবং সাঁতারুর বেগ $v = 4\ \text{kmh}^{-1}$ এবং স্রোতের দিকের সাথে লব্ধিবেগের দিক, $\theta = 90°$।

আমরা জানি,

$$\tan 90° = \frac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$$

বা, $\dfrac{1}{0} = \dfrac{v\sin\alpha}{u + v\cos\alpha}$

বা, $u + v\cos\alpha = 0$ বা, $v\cos\alpha = -u$

বা, $\alpha = \cos^{-1}\left(-\dfrac{u}{v}\right) = \cos^{-1}\left(-\dfrac{3}{4}\right) = 138{\cdot}59°$

যেহেতু AD বরাবর স্রোতের সাথে উৎপন্ন কোণ 150°। সুতরাং AD বরাবর সাঁতার কেটে পিন্টু B বিন্দুতে পৌঁছতে পারবে না। তাই পিন্টুকে A বিন্দু হতে স্রোতের সাথে 138°59° কোণে সাঁতার কেটে B বিন্দুতে পৌঁছাতে হবে।

## সার-সংক্ষেপ

ভেক্টর রাশি : যে সব ভৌত রাশির দিক ও মান উভয়ই আছে তাদেরকে ভেক্টর রাশি বলা হয়।

স্কেলার রাশি : যে সব ভৌত রাশির মান আছে কিন্তু দিক নেই তাদেরকে স্কেলার রাশি বলা হয়।

একক ভেক্টর রাশি : যে ভেক্টর রাশির মান এক একক তাকে একক ভেক্টর রাশি বলে।

লব্ধি ও অংশক বা উপাংশ : দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশির যোগফলকে লব্ধি এবং রাশিগুলোকে লব্ধির অংশক বা উপাংশ বলা হয়।

অবস্থান ভেক্টর : কোনো বিন্দুর সাপেক্ষে অন্য কোনো বিন্দুর অবস্থান যে ভেক্টরের সাহায্যে নির্ণয় করা হয় তাকে অবস্থান ভেক্টর বলে।

নাল বা শূন্য ভেক্টর : যে ভেক্টর রাশির মান শূন্য তাকে নাল বা শূন্য ভেক্টর বলে। শূন্য ভেক্টরের পাদবিন্দু ও শীর্ষবিন্দু একই।

আয়তাকার বা আয়ত একক ভেক্টর : ত্রিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় ধনাত্মক X, Y এবং Z অক্ষের দিকে ব্যবহৃত যথাক্রমে $\hat{i}$, $\hat{j}$ এবং $\hat{k}$ একক ভেক্টরগুলোকে আয়তাকার বা আয়ত একক ভেক্টর বলে।

সরণ ভেক্টর : রৈখিক বা সরল পথে বা নির্দিষ্ট দিকে কোনো বিন্দুর অতিক্রান্ত দূরত্বকে সরণ ভেক্টর বলে।

ব্যাসার্ধ ভেক্টর : মূল বিন্দু হতে কোনো বিন্দুর অবস্থানের দূরত্বকে ব্যাসার্ধ ভেক্টর বলে।

সদৃশ ভেক্টর : সমজাতীয় অসম মানের দুটি ভেক্টর যদি একই দিকে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে সদৃশ ভেক্টর বলে।

বিপ্রতীপ ভেক্টর : দুটি সমান্তরাল ভেক্টরের একটির মান অপরটি বিপ্রতীপ হলে তাদেরকে বিপ্রতীপ ভেক্টর বলে।

সমরেখ ভেক্টর : দুই বা ততোধিক ভেক্টর যদি এমন হয় যে তারা একই রেখায় বা সমান্তরালে ক্রিয়া করে তবে তাদেরকে সমরেখ ভেক্টর বলে।

সমতলীয় ভেক্টর : দুই বা ততোধিক ভেক্টর একই তলে অবস্থান করলে তাদেরকে সমতলীয় ভেক্টর বলে।

স্কেলার ক্ষেত্র : ক্ষেত্রের সাথে সংশ্লিষ্ট ভৌত গুণ যদি স্কেলার হয়, তবে ঐ ক্ষেত্রকে স্কেলার ক্ষেত্র বলে।

ভেক্টর ক্ষেত্র : ক্ষেত্রের সাথে সংশ্লিষ্ট ভৌত গুণ যদি ভেক্টর হয়, তবে ঐ ক্ষেত্রকে ভেক্টর ক্ষেত্র বলে।

ভেক্টর রাশির বিভাজন বা বিশ্লেষণ ও উপাংশ : একটি ভেক্টর রাশিকে দুই বা ততোধিক ভেক্টর রাশিতে বিভক্ত করার প্রক্রিয়াকে ভেক্টর রাশির বিভাজন বা বিশ্লেষণ বলে। এই বিভক্ত ভেক্টর রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে মূল ভেক্টর রাশির এক একটি উপাংশ বা অংশক বলে।

ত্রিভুজ সূত্র : দুটি ভেক্টর কোনো ত্রিভুজের সন্নিহিত বাহু দ্বারা একই ক্রমে মানে ও দিকে সূচিত করা হলে ত্রিভুজের তৃতীয় বাহুটি বিপরীত ক্রমে ভেক্টর দুটির লব্ধি নির্দেশ করে।

ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্র : কোনো সামান্তরিকের একই বিন্দু হতে অঙ্কিত সন্নিহিত বাহু দুটি যদি কোনো কণার উপরে একই সময়ে ক্রিয়ারত দুটি ভেক্টর রাশির মান ও দিক নির্দেশ করে তা হলে ঐ বিন্দু হতে অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণই এদের লব্ধির মান ও দিক নির্দেশ করবে। একে ভেক্টর রাশির যোজনের সামান্তরিক সূত্র বলে।

স্কেলার গুণন বা ডট গুণন : দুটি ভেক্টর রাশির স্কেলার গুণফল একটি স্কেলার রাশি হবে যার মান রাশি দুটির মানের গুণফলের সাথে তাদের মধ্যবর্তী কোণের কোসাইনের (cosine) গুণফলের সমান।

**ভেক্টর বা ক্রস গুণন** : দুটি ভেক্টর রাশির গুণফল যদি একটি ভেক্টর রাশি হয় তবে ঐ গুণনকে ভেক্টর গুণন বা ক্রস গুণন বলে। এ ভেক্টরের গুণফলের মান ভেক্টর রাশি দুটির মান এবং তাদের মধ্যবর্তী কোণের সাইন (sine)-এর গুণফলের সমান। ভেক্টর গুণফলের দিক ডানহাতি স্ক্রু নিয়মে নির্ণয় করা হয়।

**অপারেটর** : যে গাণিতিক চিহ্নের দ্বারা একটি রাশিকে অন্য একটি রাশিতে রূপান্তর করা যায় বা কোনো পরিবর্তনশীল রাশির ব্যাখ্যা দেওয়া যায় তাকে অপারেটর বলে।

**ডাইভারজেন্স** : ত্রিমাত্রিক ব্যবস্থায় R অঞ্চলে কোনো একটি ভেক্টর ক্ষেত্রের অবস্থান ভেক্টর $\vec{V}(x, y, z) = v_1(x, y, z)\,\hat{i} + v_2(x, y, z)\,\hat{j} + v_3(x, y, z)\,\hat{k}$, তাহলে ডেল ($\nabla$) অপারেটরের সাথে $\vec{V}$ এর স্কেলার গুণফলকে ঐ ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স বলে।

**কার্ল** : কোনো ত্রিমাত্রিক স্থানে কোনো বিন্দুর যথার্থ ভেক্টর ফাংশন $\vec{V}(x, y, z) = v_1\,\hat{i} + v_2\,\hat{j} + v_3\,\hat{k}$। তাহলে অপারেটর $\nabla$ এবং $\vec{V}$ এর ক্রস বা ভেক্টর গুণন দ্বারা তাৎক্ষণিকভাবে ঘূর্ণন অক্ষের দিকে একটি ভেক্টর পাওয়া যায়। এ জাতীয় গুণকে কার্ল বলে।

## অনুশীলনী

### (ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। কোন দুটি ভেক্টর রাশি ?
- ক গতিশক্তি, বেগ
- খ তড়িৎ বিভব, ত্বরণ
- গ কেন্দ্রমুখী ত্বরণ, তাপমাত্রা
- ঘ তড়িৎক্ষেত্র, বল

২। দুটি ভেক্টর $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ পরস্পর সমান্তরালে ক্রিয়া করছে। ভেক্টরদ্বয় হবে—
(i) সমতলীয় ভেক্টর
(ii) সমরেখ ভেক্টর
(iii) পরস্পর বিপরীত ভেক্টর
নিচের কোনটি সঠিক ?
- ক i
- খ i ও ii
- গ i ও iii
- ঘ i, ii ও iii

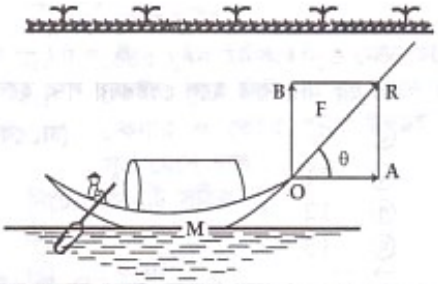
৩। কোনো ভেক্টরের পাদবিন্দু ও শীর্ষবিন্দু একই হলে ভেক্টরটি হবে—
(i) একক ভেক্টর
(ii) শূন্য ভেক্টর
(iii) অবস্থান ভেক্টর
নিচের কোনটি সঠিক ?
- ক i
- খ ii
- গ iii
- ঘ ii ও iii

৪। আয়ত একক ভেক্টর $\hat{j}$ এর অভিমুখ হচ্ছে—
(i) X-অক্ষের লম্ব বরাবর
(ii) Y-অক্ষের লম্ব বরাবর
(iii) যে-কোনো দিকে
নিচের কোনটি সঠিক ?
- ক i ও ii
- খ ii ও iii
- গ i ও iii
- ঘ iii

৫। $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ $\theta$ এবং $\vec{A}$ এর দিকে একটি একক ভেক্টর $\hat{a}$ হলে $\vec{A}$ এর উপর $\vec{B}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ হলো—
(i) $A\cos\theta$
(ii) $B\cos\theta$
(iii) $\vec{B}.\hat{a}$
নিচের কোনটি সঠিক ?
- ক i
- খ ii
- গ i ও ii
- ঘ ii ও iii

৬। যদি দুটি সমান ভেক্টরের লব্ধি এদের যে-কোনো একটির সমান হয় তবে ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ হবে—
- ক $0°$
- খ $180°$
- গ $90°$
- ঘ $120°$

৭।




উদ্দীপকের উল্লেখিত F বল অনুভূমিকের সাথে θ কোণে ক্রিয়াশীল

(i) অনুভূমিক উপাংশ F cos θ এর ক্রিয়ায় নৌকা সামনের দিকে গতিশীল হয়

(ii) উল্লম্ব উপাংশের মান F sin θ

(iii) অনুভূমিক উপাংশ নৌকার হাল দ্বারা প্রশমিত হয়

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

৮। দুটি ভেক্টরের যোগ ও বিয়োগফল একই। এদের মাঝে কোণ হলো—

ক 0°

খ 90°

গ 120°

ঘ 60°

৯। একটি লন রোলার ঠেলা বা টানার সময় যদি এর হাতলে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 19·6N বল প্রয়োগ করলে এর টানা অপেক্ষাকৃত সহজ কারণ এর ওজন তখন কমে—

ক 0·5 kg

খ 1 kg

গ 3 kg

ঘ 9·8 kg

১০। একই বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়ারত তিনটি সমতলীয় ভেক্টর রাশিকে কোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা একই ক্রমে নির্দেশ করলে এদের লব্ধি—

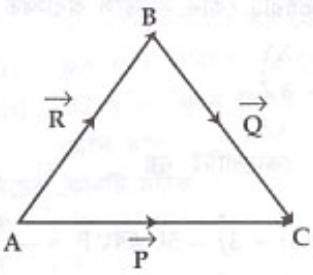
ক কম হবে

খ বেশি হবে

গ শূন্য হবে

ঘ কোনো পরিবর্তন হবে না

১১।




চিত্রানুসারে কোনটি সঠিক ?

ক $\vec{R} = \vec{P} + \vec{Q}$

খ $\vec{P} = \vec{R} + \vec{Q}$

গ $\vec{Q} = \vec{R} + \vec{P}$

ঘ $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$

১২। ভেক্টর যোগ—

(i) বিনিময় সূত্র মেনে চলে

(ii) বণ্টন সূত্র মেনে চলে

(iii) সংযোগ সূত্র মেনে চলে

নিচের কোনটি সঠিক ?

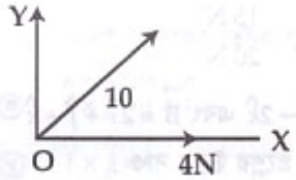
ক i ও ii

খ ii ও iii

গ i ও iii

ঘ i, ii ও iii

১৩। 10N-এর একটি বলকে লম্ব উপাংশে বিভাজিত করলে OY-এর মান কত ?




ক 4N

খ 6N

গ 12N

ঘ 14N

$\vec{P} = 8\hat{i} + 10\hat{k}$, $\vec{Q} = 4\hat{j} + 3\hat{k}$

উপরের ভেক্টর দুটি থেকে নিচের ১৪ ও ১৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১৪। $\vec{P}$ ভেক্টরটি কোন সমতলে অবস্থিত ?

ক XY

খ XZ

গ YZ

ঘ কোনোটিই নয়

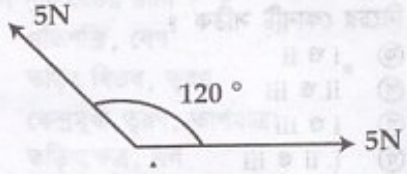
১৫। $\vec{Q}$ ভেক্টরটি কোন সমতলে অবস্থিত ?

ক XY
খ YZ
গ XZ
ঘ কোনোটিই নয়

১৬। $\vec{A} = 6\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = -4\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে $\vec{A} - \vec{B} = ?$

ক $10\hat{i} - 8\hat{j} + 2\hat{k}$
খ $10\hat{i} + 8\hat{j} - 7\hat{k}$
গ $5\hat{i} - 7\hat{j} - 5\hat{k}$
ঘ $2\hat{i} - 8\hat{j} + 7\hat{k}$

১৭। চিত্রে A বিন্দুতে 5N এর দুটি সমান বল ক্রিয়া করছে। এদের মধ্যবর্তী কোণ 120°। লব্ধি বলের মান কত ?




ক 5 N
খ 10 N
গ 15 N
ঘ 20 N

$\vec{A} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

১৮ ও ১৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১৮। ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধির মান কত ?

ক 9
খ 19
গ $\sqrt{19}$
ঘ 6

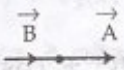
১৯। ভেক্টরদ্বয়ের সমান্তরাল একক ভেক্টর কী?

ক $\frac{3}{\sqrt{19}}\hat{i} + \frac{3}{\sqrt{19}}\hat{j} - \frac{1}{\sqrt{19}}\hat{k}$
খ $\frac{3}{9}\hat{i} + \frac{3}{9}\hat{j} - \frac{1}{9}\hat{k}$
গ $\frac{3}{19}\hat{i} + \frac{3}{19}\hat{j} - \frac{1}{19}\hat{k}$
ঘ $\frac{3}{6}\hat{i} + \frac{3}{6}\hat{j} - \frac{1}{6}\hat{k}$

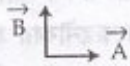
২০। $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$; $\vec{B} = 6\hat{i} - m\hat{j} +$ $m$ এর মান কত হলে ভেক্টরদ্বয় লম্ব হবে ? [ঢা. বো. ২০১৫]

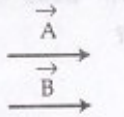
ক 9
খ 11
গ 12
ঘ 13

২১। $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ হলে নিচের কোন চিত্রটি সঠিক ?

ক 


খ 


গ 


ঘ 


২২। $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ পরস্পর সমান্তরাল হয় তখন

ক $\vec{A} \cdot \vec{B} = 1$
খ $\vec{A} \times \vec{B} = 0$
গ $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$
ঘ $|\vec{A}| \times |\vec{B}| = 1$

২৩। দুটি ভেক্টর রাশির স্কেলর গুণফল 18 একক ভেক্টর গুণফলের মান $6\sqrt{3}$ গুণন একক। ভে দুটির মধ্যবর্তী কোণ কত ?

ক 30°
খ 60°
গ 90°
ঘ 120°

২৪। দুটি ভেক্টর রাশির গুণফল—

(i) একটি স্কেলার রাশি হতে পারে
(ii) একটি ভেক্টর রাশি হতে পারে
(iii) শূন্য হলে ভেক্টর দুটি সর্বদা পরস্পর সমান্তরাল হবে

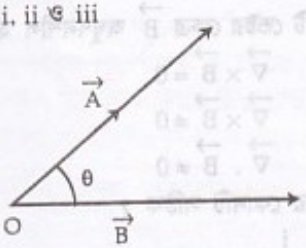
নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii
খ ii ও iii
গ i ও iii
ঘ i, ii ও iii

২৫। $\vec{P}$ ও $\vec{Q}$ ভেক্টর দুটির—
(i) ভেক্টর গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে
(ii) স্কেলার গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে
(iii) স্কেলার ও ভেক্টর গুণন উভয়ই বিনিময় সূত্র মেনে চলে
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক ii
খ ii ও iii
গ i ও iii
ঘ i, ii ও iii

২৬। $\hat{i}$ এবং $\hat{j}$ যে তলে অবস্থিত সেই তলের উপর লম্ব একক ভেক্টর হলো— [ঢা. বো. ২০১৫]
ক $\left(\hat{j}\times\hat{k}\right)$
খ $\left(\hat{i}\times\hat{j}\right)$
গ $\left(\hat{k}\times\hat{i}\right)$
ঘ $\left(\hat{i}\times\hat{k}\right)$

২৭। $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি ভেক্টর—
(i) $\vec{A}\times\vec{B}=\vec{B}\times\vec{A}$
(ii) $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$
(iii) $\vec{A}\cdot\vec{B}=\vec{B}\cdot\vec{A}$
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii




$\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে θ কোণে ক্রিয়াশীল। এদের স্কেলার গুণন A . B এবং ভেক্টর গুণন A × B দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

উদ্দীপকটি থেকে ২৮ ও ২৯ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

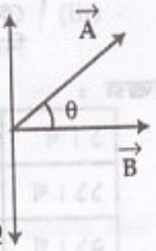
২৮। $\vec{A}=-\vec{B}$ হলে $\vec{A}\times\vec{B}$ এর মান 0 (শূন্য) হলে যখন ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ—
ক $\theta=\frac{\pi}{2}$
খ $\theta=\pi$
গ $\theta>\pi$
ঘ $\theta<\frac{\pi}{2}$

২৯। চিত্রের $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টর দুটি
(i) ডট গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে
(ii) ক্রস গুণন বিনিময় সূত্র মেনে চলে
(iii) ডট ও ক্রস গুণন উভয়ই বিনিময় সূত্র মেনে চলে
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i
খ i ও ii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৩০। $\vec{P}\times\vec{Q}$ বরাবর একক ভেক্টর $\vec{\eta}$ এর মান কোনটি?
ক $\frac{|\vec{P}\times\vec{Q}|}{\vec{P}\times\vec{Q}}$
খ $\frac{\vec{P}\times\vec{Q}}{|\vec{P}.\vec{Q}|}$
গ $\frac{\vec{P}\times\vec{Q}}{|\vec{P}\times\vec{Q}|}$
ঘ $\frac{|\vec{P}.\vec{Q}|}{|\vec{P}\times\vec{Q}|}$

৩১। $\hat{i}$ ও $\hat{j}$ দুইটি ভেক্টরের ভেক্টর গুণফল কোনটি ?
ক $\hat{i}\times\hat{j}=\hat{j}\times\hat{i}$
খ $\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k}$
গ $\hat{i}\times\hat{j}=-\hat{k}$
ঘ $\hat{i}\times\hat{j}=0$

৩২। চিত্রে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ যে তলে আছে POQ সেই তলের ওপর লম্ব। $\vec{A}\times\vec{B}$ এর দিক —।




ক $\overrightarrow{OP}$ এর দিকে
খ $\overrightarrow{OQ}$ এর দিকে
গ $\vec{A}$ এর সমান্তরালে
ঘ $\vec{B}$ এর সমান্তরালে

৩৩। একটি সামন্তরিকের সন্নিহিত দুটি বাহু যদি দুটি ভেক্টর দ্বারা নির্দেশিত হয় তবে এর ক্ষেত্রফল—
ক ভেক্টর দুটির যোগফলের সমান
খ ভেক্টর দুটির বিয়োগফলের সমান
গ ভেক্টর দুটির স্কেলার গুণফলের সমান
ঘ ভেক্টর দুটির ভেক্টর গুণফলের সমান

উদ্দীপকটি পড়ে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও :
কোনো গতিশীল কণার কোনো মুহূর্তের অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = \hat{i}\cos 5t + \hat{j}\sin 5t$.

৩৪। কণার তাৎক্ষণিক বেগ $\vec{v}$ হবে— [ঢা. বো. ২০১৫]
ক $5(\hat{j}\cos 5t - \hat{i}\sin 5t)$
খ $(\hat{j}\cos 5t + \hat{i}\sin 5t)$
গ $5(\hat{i}\cos 5t + \hat{j}\sin 5t)$
ঘ $(\hat{j}\cos 5t + \hat{i}\sin 5t)$

৩৫। $\vec{r}$ ভেক্টরের ক্ষেত্রটি হলো— [ঢা. বো. ২০১৫]
(i) সলিনয়ডাল
(ii) অঘূর্ণনশীল
(iii) ঘূর্ণনশীল
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i
খ i ও ii
গ i ও iii
ঘ i, ii ও iii

৩৬। কোনটি অপারেটর নয় ?
ক $\sin\theta$
খ $\sqrt{}$
গ log
ঘ $\frac{d}{dx}$

৩৭। ভেক্টর অপারেটরগুলোর নিম্নরূপ বৈশিষ্ট্য রয়েছে—
(i) স্কেলার রাশির গ্রেডিয়েন্ট একটি ভেক্টর রাশি
(ii) কোনো ভেক্টর ক্ষেত্রের ডাইভারজেন্স শূন্য হলে ভেক্টরটি অঘূর্ণনশীল
(iii) কোনো ভেক্টরের কার্ল ঐ ভেক্টরের ঘূর্ণন নির্দেশ করে
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৩৮। কোনো অন্তরীণযোগ্য ভেক্টর অপেক্ষকের কার্ল হলো—
ক $\vec{\nabla} \times \vec{V}$
খ $\vec{\nabla} V$
গ $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$
ঘ $\vec{V} \cdot \vec{\nabla}$

৩৯। কোনো অন্তরীণযোগ্য ভেক্টর অপেক্ষকের ডাইভারজেন্স হলো—
ক $\vec{\nabla} \times \vec{V}$
খ $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$
গ $\vec{\nabla} V$
ঘ $\vec{V} \cdot \vec{\nabla}$

৪০। কোনো অন্তরীণযোগ্য স্কেলার অপেক্ষকের গ্রেডিয়েন্ট হলো—
ক $\vec{\nabla} \cdot \vec{V}$
খ $\vec{\nabla}\varphi$
গ $\vec{\nabla} \times \vec{V}$
ঘ $\vec{\nabla} \cdot \vec{\varphi}$

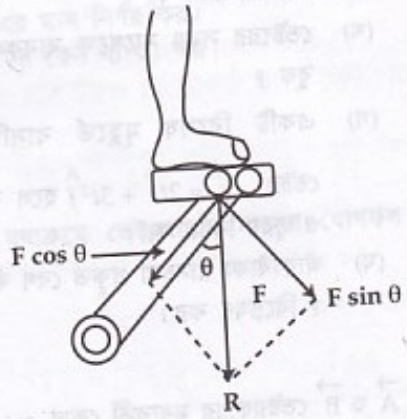
৪১। একটি ভেক্টর ক্ষেত্র $\vec{B}$ অঘূর্ণনশীল হবে যখন—
(i) $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$
(ii) $\vec{\nabla} \times \vec{B} \neq 0$
(iii) $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} \neq 0$
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i
খ i ও ii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

**উত্তর :**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ১। ঘ | ২। খ | ৩। খ | ৪। ক | ৫। ঘ | ৬। ঘ | ৭। ক | ৮। ক | ৯। ঘ | ১০। গ |
| ১১। খ | ১২। ঘ | ১৩। খ | ১৪। খ | ১৫। খ | ১৬। খ | ১৭। ক | ১৮। গ | ১৯। ক | ২০। খ |
| ২১। গ | ২২। খ | ২৩। ক | ২৪। ক | ২৫। ক | ২৬। খ | ২৭। গ | ২৮। খ | ২৯। ক | ৩০। গ |
| ৩১। খ | ৩২। খ | ৩৩। ঘ | ৩৪। ক | ৩৫। খ | ৩৬। ক | ৩৭। খ | ৩৮। ক | ৩৯। খ | ৪০। খ |
| ৪১। ক | | | | | | | | | |

## (খ) সৃজনশীল প্রশ্ন

১। রাফি রোজ সাইকেলে করে কলেজে যায়। সাইকেল চালায় আর ভাবে, সাইকেলের প্যাডেলে সোজা খাড়া নিচের দিকে বল প্রয়োগ করি অথচ সাইকেল সামনের দিকে এগিয়ে যায়। রাফির বন্ধু আল আমিন বিষয়টা সহজ করে দেয়। সে বলে এটি বলের বিভাজন দ্বারাই সম্ভব। নিচের দিকে এ বল দুইটি উপাংশে বিভক্ত হয়ে ক্রিয়া করে। এদের একটি উপাংশ বল সাইকেলকে সামনের দিকে গতিশীল করে।



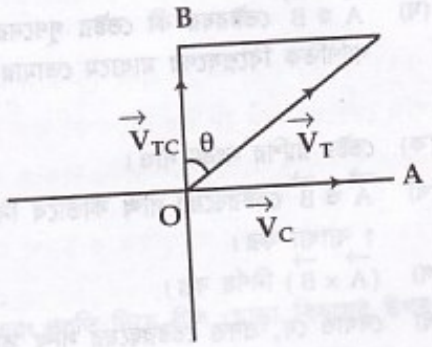

(ক) একক ভেক্টর কী ?

(খ) অবস্থান ভেক্টর হতে কীভাবে বেগ ও ত্বরণ পাওয়া যায় ?

(গ) F মানের একটি বলকে দুটি অংশে বিশ্লেষণ করলে, একটি অংশ যদি বলটির সম মানের হয় এবং এর সাথে সমকোণ উৎপন্ন করে তবে অপর অংশটির মান ও দিক নির্ণয় কর।

(ঘ) উদ্দীপকের বল F-কে যে কোনো দুই দিকে বিভাজিত করে বিশ্লিষ্টাংশদ্বয়ের রাশি দুইটি তুলনা কর।

২। চিত্রে পূর্বদিকে ঘণ্টায় 40 km বেগে ধাবমান একজন গাড়ির চালক ঘণ্টায় $40\sqrt{3}$ km বেগে একটি ট্রাককে উত্তর দিকে চলতে দেখল।



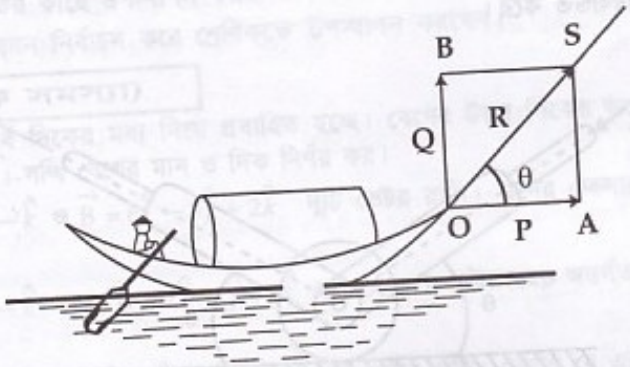

(ক) কার্ল কাকে বলে?

(খ) ভেক্টর যোগের সামান্তরিক সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

(গ) উদ্দীপকের ট্রাকটির প্রকৃত বেগ নির্ণয় কর। ট্রাকটি কোনদিকে চলছে?

(ঘ) গাণিতিকভাবে প্রমাণ কর যে লন রোলার ঠেলা অপেক্ষা টানা সহজ।

৩।




(ক) অবস্থান ভেক্টর কী ?

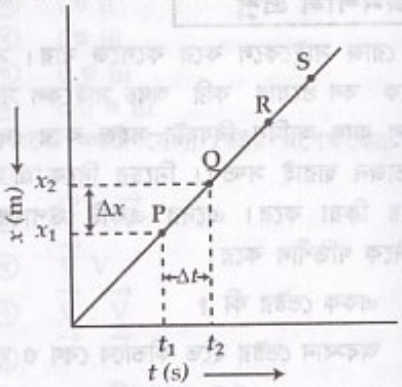
(খ) ভেক্টর বিভাজন বলতে কী বুঝায় ?

(গ) নৌকাটির গতির বিপরীত দিক থেকে 200 N টানের স্রোত আসায় নৌকাটি নদীতে স্থির হয়ে রইল। গুণের টান নির্ণয় কর।

(ঘ) গুণের টান অপরিবর্তিত থাকলে নৌকাটি নদীর কোন পথ দিয়ে চললে দ্রুত সামনের দিকে এগিয়ে যাবে— বিশ্লেষণ কর।

৪। কোনো গতিশীল বস্তুর অবস্থান ভেক্টর $\vec{r}$, সময় $t$ এর ওপর নির্ভর করে এবং $\vec{r}$ $t$-এর অপেক্ষক।

[চিত্রে একটি বাসের সময়ের সাথে সরণের পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।]




(ক) স্কেলার রাশি কী ?

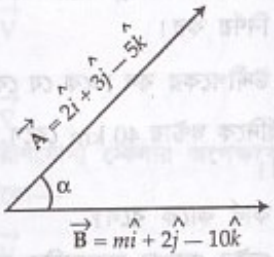
(খ) ভেক্টরের সময় সাপেক্ষে ব্যবকলন বলতে কী বুঝ ?

(গ) একটি বিশেষ মূহুর্তে বাসটির অবস্থান ভেক্টর, $\vec{r} = 2t\hat{i} + 3t^2\hat{j}$ হলে বাসটির বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

(ঘ) আঁকাবাঁকা রাস্তায় প্রকৃত বেগ কীভাবে পাবে ? বিশ্লেষণ কর।

৫।

চিত্রে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ $\alpha$।



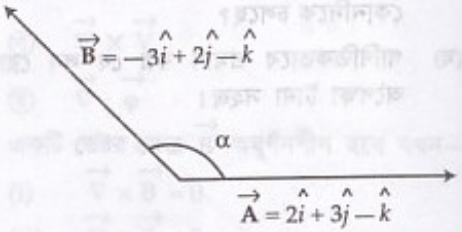

(ক) ভেক্টর গুণন কাকে বলে ?

(খ) ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধি কোন সূত্র দ্বারা নির্ণয় করা যাবে ব্যাখ্যা কর।

(গ) $m$ এর মান কত হলে $\alpha = 90°$ হবে ?

(ঘ) $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয় কী ভেক্টর গুণনের বিনিময় সূত্র মেনে চলে ? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার উত্তর যাচাই কর।

৬।



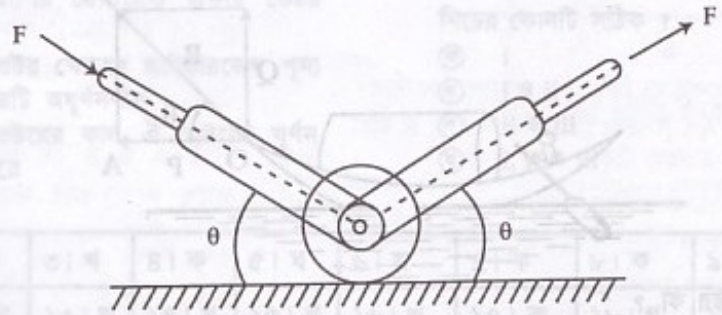

(ক) ভেক্টর রাশির সংজ্ঞা দাও।

(খ) $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধি কীভাবে নির্ণয় করা যাবে ? ব্যাখ্যা কর।

(গ) $(\vec{A} \times \vec{B})$ নির্ণয় কর।

(ঘ) দেখাও যে, প্রদত্ত ভেক্টরদ্বয়ের লব্ধি তাদের মধ্যবর্তী কোণ $\alpha$-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

৭।




চিত্রে একটি লনরোলার দেখানো হয়েছে। লনরোলারটির হাতল অনুভূমিকের সাথে $\theta$ কোণে হেলানো আছে।

(ক) ভেক্টর বিভাজন কী ?

(খ) ভেক্টর ব্যবকলন ব্যাখ্যা কর।

(গ) লনরোলারকে 20N বল দ্বারা ঠেললে বলটির অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ বের কর।

(ঘ) লনরোলারটি ঠেলা না টানা সহজতর হবে ? ব্যাখ্যা কর।

## (গ) কাঠামোবদ্ধ ও রচনামূলক প্রশ্ন

১। স্কেলার ও ভেক্টর রাশির সংজ্ঞা দাও।
২। একক ভেক্টর, নাল ভেক্টর, অবস্থান ভেক্টর ও সরণ ভেক্টরের সংজ্ঞা দাও।
৩। ঘূর্ণন বল ও কৌণিক বলবেগের ভেক্টর রূপ লিখ।
৪। ত্রিমাত্রিক আয়তাকার ব্যবস্থায় অবস্থান ভেক্টর রাশিমালা থেকে এর মান নির্ণয় কর।
৫। সাধারণ গাণিতিক নিয়মে ভেক্টর রাশির যোগ বা বিয়োগ করা যায় না কেন ব্যাখ্যা কর।
৬। ভেক্টর রাশির যোগের সাধারণ সূত্র ব্যাখ্যা কর।
৭। ভেক্টর রাশির যোগের ত্রিভুজ সূত্র বর্ণনা কর।
৮। ভেক্টর রাশির যোগের সামান্তরিক সূত্র ব্যাখ্যা কর।
৯। ভেক্টর রাশির বিয়োগের নিয়ম ব্যাখ্যা কর।
১০। দেখাও যে, দুটি ভেক্টরের লব্ধির সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান যথাক্রমে ভেক্টরদ্বয়ের মানের যোগফল ও বিয়োগফলের সমান।
১১। লম্বাংশের সাহায্যে ভেক্টর রাশির যোজন ব্যাখ্যা কর।
১২। ভেক্টর রাশির বিভাজন বলতে কী বুঝ—ব্যাখ্যা কর।
১৩। লন রোলার ঠেলা অপেক্ষা টানা সহজতর কেন ব্যাখ্যা কর।
১৪। দুটি ভেক্টর রাশির স্কেলার গুণন ব্যাখ্যা কর।
১৫। দুটি ভেক্টর রাশির ভেক্টর গুণন ব্যাখ্যা কর।
১৬। দেখাও যে, দুটি ভেক্টর ডট গুণন বিনিময় সূত্র মানে, কিন্তু ক্রস গুণন বিনিময় সূত্র মানে না।
১৭। ভেক্টর রাশির অন্তরীকরণ ব্যাখ্যা কর।
১৮। ভেক্টর রাশির যোগজীকরণ ব্যাখ্যা কর।
১৯। স্কেলার ক্ষেত্র কাকে বলে ? উদাহরণ দাও।
২০। ভেক্টর ক্ষেত্র বলতে কী বুঝ ? উদাহরণ দাও।
২১। পদার্থবিজ্ঞানে ক্যালকুলাসের প্রয়োজনীয়তা ব্যাখ্যা কর।
২২। ভেক্টর অপারেটর কী ? এর গাণিতিক রূপ লিখ।
২৩। গ্রেডিয়ান্ট-এর ভৌতিক তাৎপর্য লিখ।
২৪। ডাইভারজেন্স-এর ভৌতিক তাৎপর্য লিখ।
২৫। কার্ল-এর ভৌতিক তাৎপর্য লিখ।

## (ঘ) ক্রিয়াকর্ম

**প্রতিবেদন রচনা :** ভেক্টর বিভাজনের আলোকে পাখির আকাশে উড়া এবং গুলতি দিয়ে ঢিল ছোড়া বিষয়ের উপর একটি প্রতিবেদন প্রস্তুত করে শিক্ষকের কাছে উপস্থাপন কর।

শিক্ষক সবচেয়ে ভালো প্রতিবেদন নির্বাচন করে শ্রেণিকক্ষে উপস্থাপন করবেন।

## (ঙ) কাজ (গাণিতিক সমস্যা)

১। বায়ু উত্তর ও পূর্ব দিকের মধ্য দিয়ে প্রবাহিত হচ্ছে। বেগের উত্তর দিকের অংশক ঘণ্টায় 5 km এবং পূর্ব দিকের অংশক ঘণ্টায় 12 km। লব্ধি বেগের মান ও দিক নির্ণয় কর। [উ. 13 km/h, 67°30′]

২। $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ও $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ দুটি ভেক্টর রাশি। এদের স্কেলার গুণফল ও ভেক্টর গুণফলের মান নির্ণয় কর। [উ. 4, $5\sqrt{17}$]

৩। $\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ হলে A ও B ভেক্টরদ্বয়ের অন্তর্গত কোণের মান নির্ণয় কর। [উ. 90°]

৪। $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 5\hat{i} + 5\hat{j} + 5\hat{k}$ দুটি ভেক্টর রাশি। দেখাও যে এরা পরস্পর সমান্তরাল।

৫। $\vec{A} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{B} = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}$ দুটি দিক রাশি। $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর ভেক্টর গুণন নির্ণয় কর এবং দেখাও যে এরা পরস্পর সমান্তরাল। [উ. 0]

৬। $\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} - \hat{k}$ , $\vec{B} = \hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$ হলে দেখাও যে, $(\vec{A} \times \vec{B}) + (\vec{B} \times \vec{A}) = 0$.

৭। $\vec{P} = 2\hat{i} + m\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 6\hat{i} - 3\hat{j} - 9\hat{k}$ পরস্পর সমান্তরাল হলে $m$-এর মান নির্ণয় কর। [উ. $m = -1$]

৮। একটি ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু তিনটি (2, 3, 1), (1, 1, 3) এবং (2, 2, 5) হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
[উ. $\frac{1}{2}\sqrt{53}$ বর্গ একক]

৯। দেখাও যে, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে যদি, $|\vec{A}-\vec{B}| = |\vec{A}+\vec{B}|$ হয়।

১০। প্রমাণ কর : $|\vec{A}\times\vec{B}|^2 + (\vec{A}\cdot\vec{B})^2 = A^2B^2$

১১। একজন লোক স্রোতহীন অবস্থায় 100 মিটার প্রশস্ত একটি নদী 4 মিনিটে সোজাসুজি সাঁতরিয়ে পাড় হতে পারে। কিন্তু স্রোত থাকলে সে একই পথে 5 মিনিটে একে অতিক্রম করতে পারে। স্রোতের গতিবেগ বের কর।
[উ. 15 মিটার/মিনিট]

১২। একটি কণার উপর $\vec{F} = (6\hat{i}+3\hat{j}-2\hat{k})$ N বল প্রয়োগে কণাটির $\vec{r} = (3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k})$ m সরণ হয়। বল দ্বারা সম্পাদিত কাজ কত ?
[উ. 10 Joules]

১৩। এমন একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর যা XY তলের সমান্তরাল এবং $2\hat{i}-2\hat{j}+6\hat{k}$ এর সাথে সমকোণে অবস্থিত।
(উ. $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{i}+\hat{j})$

১৪। $a$-এর মান কত হলে $\vec{A} = 2\hat{i}+a\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i}-2\hat{j}-2\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর লম্ব হবে ?
[ঢা. বি. ভর্তি পরীক্ষা, ২০০০, ২০১১] [ উ. 2]

১৫। যদি $\vec{A} = 2\hat{i}+3\hat{j}-5\hat{k}$ এবং $\vec{B} = x\hat{i}+2\hat{j}+10\hat{k}$ ভেক্টর দুটি পরস্পরের উপর লম্ব হলে $x$-এর মান কত?
[ঢা. বি. ভর্তি পরীক্ষা, ২০০৮, ২০০৯] [ উ. 22]

১৬। যদি $\vec{P} = 2\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = \hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ হয় তবে এদের মধ্যবর্তী কোণ কত ?
[ঢা. বি. ভর্তি পরীক্ষা, ২০০১, ২০১০]

১৭। $\vec{P} = \hat{i}+2\hat{j}-2\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = 3\hat{i}+2\hat{j}+2\sqrt{3}\hat{k}$ ভেক্টর দুটি একটি বিন্দুতে পরস্পর লম্বভাবে ক্রিয়াশীল। এদের লব্ধি ভেক্টরের দিক ($\vec{P}$ এর সাপেক্ষে) কত ?
[ঢা. বি. ভর্তি পরীক্ষা, ২০০৭, ২০০৮]

১৮। দুটি দিক রাশির প্রত্যেকটির মান 8 একক। তারা একই বিন্দুতে পরস্পর 120° কোণে ক্রিয়া করে। তাদের লব্ধির মান ও দিক নির্ণয় কর।
[ উ. 8 একক, 60° ]

১৯। একটি বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশের মান যথাক্রমে 60 $ms^{-1}$ ও 80 $ms^{-1}$। বেগটির মান কত ?
[উ. 100 $ms^{-1}$]

২০। $\vec{A} = 2\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ ও $\vec{B} = 6\hat{i}-3\hat{j}+2\hat{k}$ দুটি ভেক্টর রাশি।
(ক) $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মান নির্ণয় কর। (খ) $(2\vec{A}+3\vec{B})$ এর মান নির্ণয় কর। [উ. (ক) 3, 7 ; খ) $5\sqrt{21}$]

২১। যদি $\vec{P} = 2\hat{i}+4\hat{j}-5\hat{k}$ এবং $\vec{Q} = \hat{i}+2\hat{j}+3\hat{k}$ হয় তবে এদের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।
[উ. 101·49°]

২২। $\vec{a} = 2\hat{i}-6\hat{j}-3\hat{k}$ এবং $\vec{b} = 4\hat{i}+3\hat{j}-\hat{k}$ ভেক্টর রাশি দুটি যে তলে অবস্থিত তার লম্ব অভিমুখে একটি একক ভেক্টর নির্ণয় কর।
[উ. $\frac{3}{7}\hat{i}-\frac{2}{7}\hat{j}+\frac{6}{7}\hat{k}$ ]

২৩। দুটি ভেক্টর $\vec{A} = \hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i}-3\hat{j}+6\hat{k}$-এর ভেক্টর গুণফল এবং এদের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।
[উ. 4 ; 98·69°]

২৪। দেখাও যে, $\vec{A} = 5\hat{i}-4\hat{j}+2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 2\hat{i}+\hat{j}-3\hat{k}$ ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব।

২৫। $\vec{A} = 2\hat{i}+\hat{k}$ এবং $\vec{B} = -\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}$ হলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$-এর মধ্যবর্তী কোণের সাইনের মান নির্ণয় কর। দেখাও যে, এরা পরস্পর লম্ব।
[উ. $\alpha = 90°$]

২৬। $a$-এর মান কত হলে $\vec{A} = 2\hat{i}+a\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\vec{B} = 4\hat{i}-2\hat{j}-2\hat{k}$ ভেক্টর রাশি দুটি পরস্পর লম্ব হবে ?
[উ. 3]

২৭। $\vec{A} = 3\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ ; $\vec{B} = 4\hat{i}-5\hat{j}+2\hat{k}$ ; $\vec{C} = \hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$ হলে (i) $\vec{A}-\vec{B}+2\vec{C}$ নির্ণয় কর।
[ উ. $\hat{i}+5\hat{j}-5\hat{k}$ ]

২৮। $a$-এর মান কত হলে $\vec{A} = 2\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k}$ ও $\vec{B} = 2\hat{i} + a\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টরদ্বয় পরস্পর সমান্তরাল হবে। [ উ. $a = -5$ ]

২৯। $\vec{A} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ ও $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে $\vec{B}$ বরাবর $\vec{A}$-এর অভিক্ষেপ বা অংশক নির্ণয় কর। [ উ. 4 ]

৩০। একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু দুটি যথাক্রমে $\vec{A} = \hat{i} - 4\hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{B} = -2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$। সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [উ. $\sqrt{107}$]

৩১। দেওয়া আছে $\vec{A} = 4\hat{i} + 3\hat{j}$, $\vec{B} = -2\hat{j} + 5\hat{k}$। $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু নির্দেশ করলে সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। [ উ. 26·25 একক ]

৩২। কোনো কণার অবস্থান ভেক্টর, $\vec{r} = 2t\hat{i} + 3t^2\hat{j}$ হলে কণাটির বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

[উ. $\vec{v} = 2\hat{i} + 6t\hat{j}$ এবং $\vec{a} = 6\hat{j}$]

৩৩। কোনো কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = [(3{\cdot}0\ \mathrm{ms^{-1}})t + 4{\cdot}2\ \mathrm{m}]\hat{i} + (5{\cdot}3\ \mathrm{ms^{-1}})\hat{j}$ হলে বেগ $\vec{v}$ নির্ণয় কর। [ য. বো. ২০০৪ ] [উ. $3{\cdot}0\ \mathrm{ms^{-1}}\hat{i}$]

৩৪। $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{B} = \hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}$ একটি সামান্তরিকের দুটি কর্ণ নির্দেশ করে। সামন্তরিকের ক্ষেত্রফল কত হবে ? [ উ. 8·9 ]

৩৫। দুটি ভেক্টরের যোগফল $\vec{A} + \vec{B} = 12\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}$ এবং বিয়োগফল $\vec{A} - \vec{B} = -6\hat{i} + 12\hat{j} + 10\hat{k}$ হলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ নির্ণয় কর এবং এদের স্কেলার গুণন নির্ণয় কর।

[উ. $\vec{A} = (3\hat{i} + 4\hat{j} + 9\hat{k})$, এবং $\vec{B} = (9\hat{i} - 8\hat{j} - \hat{k})$, $-14$]

৩৬। $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ও $\vec{B} = 6\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ দুটি ভেক্টর রাশি। এদের লম্ব অভিমুখে একটি একক ভেক্টর রাশি নির্ণয় কর। [উ. $\frac{1}{20{\cdot}6}\hat{i} - \frac{10}{20{\cdot}6}\hat{j} - \frac{18}{20{\cdot}6}\hat{k}$]

৩৭। $\vec{A} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ও $\vec{B} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ হলে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর।

[উ. 79·01° ]

৩৮। $\vec{A} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ এবং $\vec{C} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ হলে প্রমাণ কর যে, $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot \vec{C}$

৩৯। যদি $\varphi(x, y, z) = 3xy^2z^3 - 4xy$ হয়, তবে $\vec{\nabla}\varphi$ বের কর। $(2, -1, 1)$ বিন্দুতে $\vec{\nabla}\varphi$ নির্ণয় কর।

[উ. $(3y^2z^2 - 4y)\hat{i} + (6xyz^3 - 4x)\hat{j} + (9xy^2z^2)\hat{k}$ ; $7\hat{i} - 20\hat{j} + 18\hat{k}$ ]

৪০। যদি $\varphi = 2xy^4 - x^2z$ হয়, তবে $(2, -1, 2)$ বিন্দুতে $\vec{\nabla}\varphi$ নির্ণয় কর। [উ. $-(6\hat{i} + 16\hat{j} + 4\hat{k})$ ]

৪১। যদি $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ হয় তবে $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$ বের কর। [উ. 3]

৪২। যদি $\vec{r} = (3x^2z)\hat{i} + (xyz)\hat{j} - (x^3y^2z)\hat{k}$ হয়, তবে $(2, -1, 2)$ বিন্দুতে $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$ নির্ণয় কর। [উ. 24]

৪৩। যদি $\vec{A} = 4xyz\hat{i} + 2x^2y\hat{j} - x^2y^2z\hat{k}$ হয়, তবে $(2, -2, -1)$ বিন্দুতে, $\vec{\nabla} \times \vec{A}$ নির্ণয় কর।

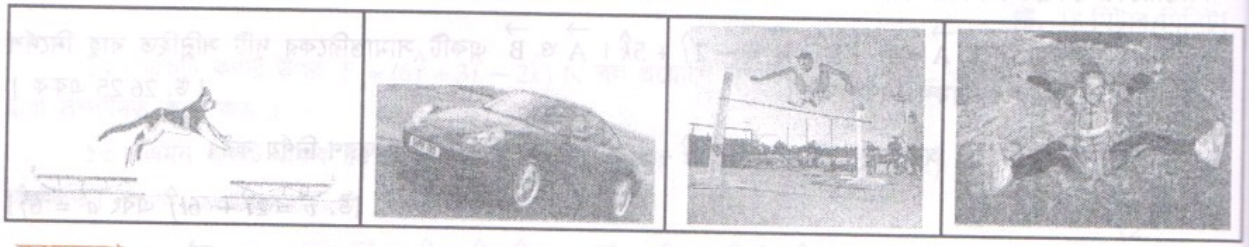
[উ. $-(16\hat{i} + 32\hat{j} + 8\hat{k})$ ]

৪৪। যদি $\vec{V} = V_x\hat{i} + V_y\hat{j} + V_z\hat{k}$ হয়, তবে দেখাও যে, $\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{V}) = 0$

৩

# গতিবিদ্যা
# DYNAMICS

প্রধান শব্দ (Key Words) : প্রসঙ্গ কাঠামো, সরণ, গড় দ্রুতি, তাৎক্ষণিক দ্রুতি বা দ্রুতি, গড় বেগ, তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ, সমবেগ, গড় ত্বরণ, তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা ত্বরণ, সমত্বরণ, পড়ন্ত বস্তুর সূত্র, প্রক্ষেপক, বিচরণ কাল, পাল্লা, বৃত্তাকার গতি, সুষম বৃত্তাকার গতি, কেন্দ্রমুখী বা অভিকেন্দ্র ত্বরণ।



## সূচনা
## Introduction

গতিবিদ্যা হলো গতি সংক্রান্ত বিজ্ঞান। ইহা বেগ, ত্বরণ, বল এবং বড় বস্তুর শক্তি; যেমন উড়োজাহাজ, রেল গাড়ি, মোটর গাড়ি এবং ছোট বস্তু যেমন পরমাণু, ইলেক্ট্রন ইত্যাদির গতি নিয়ে আলোচনা করে। গতিবিদ্যা কোনো বস্তুর উপর আরোপিত অথবা প্রয়োগকৃত বলের ফলে সৃষ্ট গতির অনুসন্ধান, প্রকৃতি এবং সম্পর্ক স্থাপন করে। একটি গতিশীল বস্তুর গতির বৈশিষ্ট্যসমূহ প্রকাশের জন্য আমাদের গতি সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশির প্রয়োজন।

ফুটবল, টেনিস, ক্রিকেট খেলার পূর্বে কীভাবে খেলা শুরু করতে হবে তার সম্পর্কে যেমন সাধারণ জ্ঞান থাকা প্রয়োজন তেমনি গতিবিদ্যার শুরুতে গতি সম্পর্কে অবগত হবার পর একজন শিক্ষার্থী বেগ, ত্বরণ, পড়ন্ত বস্তুর সূত্র, মহাকর্ষ এবং গতির বিভিন্ন লেখচিত্রে তার প্রয়োগ ঘটাতে সক্ষম হবে।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- জড় কাঠামোর ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পরম গতি ও আপেক্ষিক গতি বর্ণনা করতে পারবে।
- গতি বর্ণনায় অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণের প্রাথমিক ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- অবস্থান-সময় ও বেগ-সময় লেখচিত্র বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- প্রক্ষেপকের গতি বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- পড়ন্ত বস্তুর সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- সুষম বৃত্তীয় গতি ব্যাখ্যা করতে পারবে।

## ৩.১ জড় কাঠামো
## Inertial Frame

যেকোনো সরলরেখা বরাবর গতিশীল একটি বস্তুর সরণ, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদিকে স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় যেকোনো একটি অক্ষ বরাবর বিবেচনা করে বস্তুটির গতিকে সম্পূর্ণভাবে বর্ণনা করা যায়। কোনো গতির বর্ণনার জন্য একটি প্রসঙ্গ কাঠামোর প্রয়োজন হয় যার সাপেক্ষে গতি বিবেচনা করা হয়। একটি বস্তু X-অক্ষ বরাবর গতিশীল হলে তার সরণ, বেগ, ত্বরণ যথাক্রমে $x$, $v_x$, $a_x$ হবে। এক্ষেত্রে দেখা যায় কোনো বস্তুর গতির সম্যক অবস্থা বা গতিশীল বস্তুর অবস্থান নির্ণয়ের জন্য প্রয়োজন হয় কোনো না কোনো প্রসঙ্গ স্থানাঙ্ক কাঠামো (coordinate system)। এই স্থানাঙ্ক ব্যবস্থাকে বলা হয় প্রসঙ্গ কাঠামো। সবচেয়ে সহজ এবং পরিচিত প্রসঙ্গ কাঠামো হলো কার্তেসীয় অক্ষ পদ্ধতি (Cartesian coordinate system)। এর দ্বারা একটি বস্তুকণার অবস্থান তিনটি পরস্পর লম্ব অক্ষ X, Y, Z দ্বারা নির্দিষ্ট করা যায়।

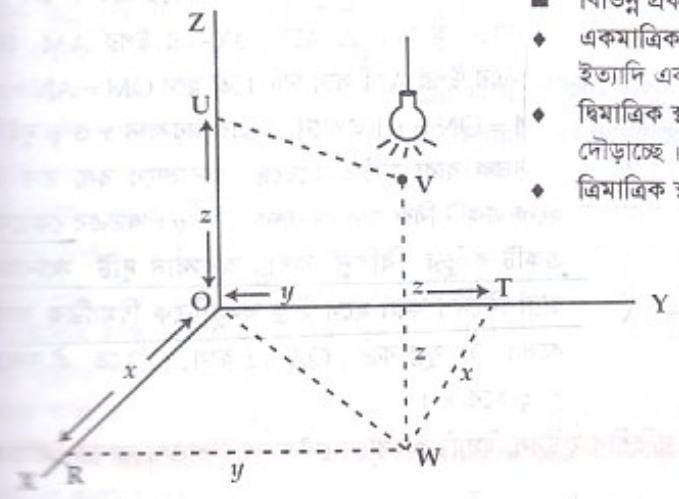
তোমার পড়ার ঘরে একটি প্রজাপতি প্রবেশের পর এদিক-ওদিক উড়তে দেখ। এখন মনে কর প্রজাপতিটি তোমার পড়ার ঘরে বুক সেল্ফ এর উপর এসে বসল। প্রজাপতিটিকে নির্দিষ্ট করতে ঘরের যেকোনো কোণাকে মূলবিন্দু (origin) ধরে দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা বরাবর নির্দিষ্ট পরিমাণ স্থান, ফিতা দিয়ে পরিমাপ করে প্রজাপতির অবস্থান নির্দিষ্ট করা যায়। মনে করা যাক ঘরের কোণা থেকে দৈর্ঘ্য বরাবর 5m, প্রস্থ বরাবর 3m এবং উচ্চতা

জাবর 2m মেপে প্রজাপতিটিকে নির্দিষ্ট করা হলো। এক্ষেত্রে প্রজাপতির স্থানাঙ্ক হবে (5, 3, 2); আবার তুমি যদি ঘরের বাইরের কোনো বিন্দুকে মূলবিন্দু ধরে প্রজাপতির অবস্থান নির্ণয় করতে যাও তাহলে স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা পরিবর্তিত হবে। কার্তেসীয় পদ্ধতি ছাড়াও বস্তুর অবস্থান অন্যভাবে নির্ণয় করা যায়। যেমন গোলকভিত্তিক (spherical) বা সিলিন্ডারভিত্তিক (cylindrical) স্থানাঙ্ক নির্দেশ পদ্ধতি। অর্থাৎ **কোনো বস্তুর গতির বর্ণনার জন্য ত্রিমাত্রিক স্থানে যে সুনির্দিষ্ট স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা বিবেচনা করা হয় এবং যার সাপেক্ষে বস্তুটির গতি বর্ণনা করা হয় তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।** ভূপৃষ্ঠ, গ্রহ, সূর্য, কোনো বিন্দু ইত্যাদিকে প্রসঙ্গ কাঠামো হিসেবে বিবেচনা করতে পার। তবে এদের সব সময়ই সুনির্দিষ্ট করতে হবে। কোনো বস্তুর স্থানাঙ্ক সময় ও প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে পরিবর্তিত অথবা স্থির থাকতে পারে। কোনো বস্তুর সকল বিন্দুর স্থানাঙ্ক যদি সময় ও প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে স্থির থাকে তাহলে বস্তুর এই অবস্থাকে স্থিতি বলে। বস্তুটির যেকোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক যদি সময় ও প্রসঙ্গ কাঠামোর সাপেক্ষে পরিবর্তিত হয় তাহলে বস্তুর এই অবস্থাকে গতি বলে।

পৃথিবী পৃষ্ঠে বা মহাবিশ্বে কোনো কিছুর অবস্থান নির্দেশ করার জন্য আমাদের একটি বিন্দুকে স্থির করতে হয়। এই বিন্দুকে আমরা **মূলবিন্দু** বা **প্রসঙ্গ বিন্দু** বলি, আর যে দুই বস্তুর সাথে তুলনা করে আমরা অন্য বস্তুর অবস্থান, স্থিতি ও গতি নির্ণয় করি তাকে **প্রসঙ্গ কাঠা**

তুমি ব্রিজের উপর একটি গাড়িকে দাঁড়ানো দেখে তার অবস্থান যদি প্রসঙ্গ কাঠামোর মাধ্যমে প্রকাশ করতে চাও তবে তোমাকে একটি স্থানাঙ্ক ব্যবস্থা বিবেচনা করতে হবে। ৩·১ চিত্রে ব্রিজের উপর রাখা একটি গাড়ির অবস্থান দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় X অক্ষের দিকে OP দূরত্ব এবং Y অক্ষের দিকে OQ দূরত্ব প্রকাশের মাধ্যমে মূলবিন্দুর সাপেক্ষে গঠিত প্রসঙ্গ কাঠামোতে গাড়িটির অবস্থান নির্দেশ করছে। এক্ষেত্রে OP = $x$ = 2 একক এবং OQ = $y$ = 2 একক নির্দেশ করে অর্থাৎ গাড়িটির অবস্থানের স্থানাঙ্ক হবে চিত্র ৩·১ অনুযায়ী (2, 2)।

তুমি যখন ডাইনিং টেবিলে খেতে বস তখন




চিত্র ৩·২

■ প্রসঙ্গ কাঠামোতে গতির প্রকারভেদ:

- **রৈখিক বা একমাত্রিক গতি:** সোজা সড়কে গাড়ির গতি।
- **সমতলীয় বা দ্বিমাত্রিক গতি:** গতি সমতলের উপর সীমাবদ্ধ। যেমন– দেওয়াল বা মেঝের উপর পিপঁড়ার গতি, টেবিলের উপর মার্বেলের গতি।
- **স্থানিক গতি বা ত্রিমাত্রিক গতি:** কোন স্থানে পাখির গতি স্থানিক গতি।
- **চলন গতি:** একটি পাথরকে কিছু উঁচু হতে ফেলে দিলে তা খাড়া সরল রেখায় নিচের দিকে পড়ে।

■ চলন গতি দুই ধরনের:

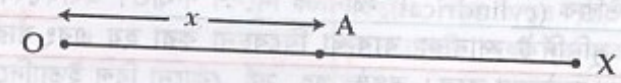
- **সরল চলন গতি/ ঋজু গতি:** পড়ন্ত অথবা সরল পথ বরাবর বস্তুর গতি।
- **বক্র চলন গতি:** আকাবাকা বা বক্র পথে চলন্ত জীপের বা রেলগাড়ির গতি।
- **ঘূর্ণন গতি:** বৈদ্যুতিক পাখার গতি, ঘড়ির কাটার গতি, যাতার গতি।
- **পর্যায় গতি/ পর্যায়বৃত্ত গতি:** ঘড়ির কাটার গতি, বাষ্প ও পেট্রোল ইঞ্জিনের সিলিন্ডারের মধ্যে পিষ্টনের গতি, দোলনার গতি, বৈদ্যুতিক পাখার গতি।
- **দোলন গতি:** দেয়াল ঘড়ির গতি।

■ বিভিন্ন প্রকার প্রসঙ্গ কাঠামোর উদাহরণ:

- **একমাত্রিক স্থান:** একটি দীর্ঘ সরু দন্ড, একটি দীর্ঘ সরু সূতা, ঝুলন্ত সূতা ইত্যাদি একমাত্রিক বস্তু ভাবা যায়।
- **দ্বিমাত্রিক স্থান:** ফুটবল খেলার মাঠে একটি গতিশীল ফুটবল দ্বিমাত্রিক স্থানে দৌড়াচ্ছে। পাতলা কাগজ, পাতলা ধাতব পাত্র ইত্যাদি দ্বিমাত্রিক বস্তু।
- **ত্রিমাত্রিক স্থান:** টেবিল, চেয়ার, ইট, পাথর ইত্যাদি ত্রিমাত্রিক বস্তু।

নির্দিষ্ট করতে হবে। এখানে মূলাবন্দু এবং অক্ষত্রয় সমন্বয়ে একটি ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো (Three dimensional space) গঠিত হয়েছে। ৩·২ চিত্রে V দ্বারা বাল্বের অবস্থান নির্দেশ করা হয়েছে। চিত্র অনুযায়ী OR = WT = $x$, OT = RW = $y$ এবং OU = VW = $z$। তাহলে বালবটির অবস্থানের স্থানাঙ্ক হবে $(x, y, z)$। আপেক্ষিক স্থিতি এবং আপেক্ষিক গতি নির্ণয়ের জন্যে প্রসঙ্গ বিন্দু (বা প্রামাণ্য বিন্দু) ও প্রসঙ্গ কাঠামো (বা প্রামাণ্য কাঠামো)-এর প্রয়োজন।

**(১) একমাত্রিক স্থান (One dimensional space) :** মনে করি একটি কণা একটি সরলরেখা OX-বরাবর গতিশীল। বিভিন্ন সময়ে কণাটির অবস্থান একটি বিন্দু সাপেক্ষে নির্ণয় করতে হয়। যে বিন্দুর সাপেক্ষে কণাটির অবস্থান নির্ণয় করা হয়, তাকে **প্রসঙ্গ বিন্দু বা নির্দেশ বিন্দু** বলে। চিত্রে O-কে প্রসঙ্গ বিন্দু ধরে নেয়া হয়েছে।




চিত্র ৩·৩

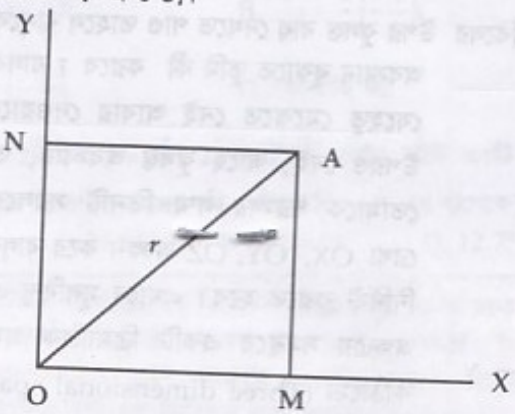
OX সরলরেখাকে X-অক্ষ বলা হয়। প্রসঙ্গ বিন্দু O এবং X-অক্ষ নিয়ে গঠিত হয়েছে একটি একমাত্রিক কাঠামো। এ কাঠামোর সাহায্যে কণার যেকোনো সময়ের অবস্থান নির্ণয় করা হয় [চিত্র ৩·৩]।

মনে করি একটি নির্দিষ্ট সময়ে কণাটি A অবস্থানে আছে। উক্ত সময়ে O বিন্দু হতে কণাটির দূরত্ব = OA = $x$। কণাটি স্থিতিশীল হলে $x$-এর একটিমাত্র মান থাকবে। আর কণাটি গতিশীল হলে $x$-এর মান বিভিন্ন হবে। এখানে $x$-কে স্থানাঙ্ক বলা হয়। একটিমাত্র স্থানাঙ্ক দ্বারা কণাটির অবস্থান নির্দেশিত হওয়ায় কণাটি একমাত্রিক স্থানে অবস্থিত। **যে বস্তুর বিভিন্ন কণার অবস্থান একটিমাত্র স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা হয় তাকে একমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো বলে।**

মুক্তভাবে পড়ন্ত একটি বস্তুর গতি আলোচনা করলে দেখা যাবে বিভিন্ন সময়ে বস্তুর অবস্থান বিভিন্ন হবে। এর গতি একটি একমাত্রিক কাঠামো দ্বারা প্রকাশ করা যাবে। যে বিন্দু হতে বস্তুটি পড়তে শুরু করে তাকে প্রসঙ্গ বিন্দু বলে এবং এর গতিপথ X-অক্ষ ধরা হবে।

**উদাহরণ :** একটি দীর্ঘ সরু দণ্ড, একটি দীর্ঘ সরু সূতা, ঝুলন্ত সূতা ইত্যাদি একমাত্রিক বস্তু ভাবা যায়।

**(২) দ্বিমাত্রিক স্থান (Two dimensional space) :** মনে করি একটি কণা একটি সমতলে অবস্থিত। ধরি কণাটি গতিশীল। সেজন্য বিভিন্ন সময়ে এর অবস্থান বিভিন্ন হবে। এর অবস্থান সূচিত করার লক্ষ্যে পরস্পর দুটি লম্বিক সরলরেখার দরকার। চিত্রে OX ও OY এরূপ দুটি সরলরেখা। এই দুটি সরলরেখা পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। অতএব O হলো প্রসঙ্গ বিন্দু বা মূল বিন্দু (reference or origin)। এখানে OX-কে X অক্ষ ও OY-কে Y অক্ষ বলা হয়। প্রসঙ্গ বিন্দু এবং অক্ষ দুটি মিলে একটি কাঠামো তৈরি হয়েছে। এর নাম দ্বিমাত্রিক কাঠামো [চিত্র ৩·৪]।




চিত্র ৩·৪

মনে করি একটি নির্দিষ্ট সময়ে একটি কণা A অবস্থানে আছে। A হতে OX-এর উপর AM এবং OY-এর উপর AN লম্ব টানি। তা হলে OM = AN = $x$ এবং AM = ON = $y$। এখানে A-এর অবস্থান $x$ ও $y$ দুইটি স্থানাঙ্ক দ্বারা সূচিত হয়েছে। অন্যভাবে বলা যায় A হলো একটি বিন্দু যার স্থানাঙ্ক $x$ ও $y$। অতএব **কোনো একটি বস্তুর বিভিন্ন কণার অবস্থান দুটি স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা হলে উক্ত বস্তুটিকে দ্বিমাত্রিক বস্তু** বলে। OA যুক্ত করি। OA = $r$ হলে, O হতে ঐ কণার দূরত্ব হবে $r$।

**উদাহরণ :** ফুটবল খেলার মাঠে একটি গতিশীল ফুটবল দ্বিমাত্রিক স্থানে দৌড়াচ্ছে। পাতলা কাগজ, পাতলা ধাতব পাত ইত্যাদি দ্বিমাত্রিক বস্তু। ২০-২৪

**(৩) ত্রিমাত্রিক স্থান (Three dimensional space) :** মনে করি বায়ু ভর্তি কামরার মধ্যে একটি কণা অবস্থিত। কণাটির অবস্থান নির্দেশ করার জন্য পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত তিনটি সরলরেখা দরকার। ধরি সরলরেখা তিনটি যথাক্রমে OX, OY এবং OZ। সরলরেখা তিনটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। অতএব O বিন্দু

হলো **মূল বিন্দু** বা **প্রসঙ্গ বিন্দু**। এখানে OX কে X অক্ষ, OY কে Y-অক্ষ এবং OZ-কে Z-অক্ষ বলা হয়। মূল বিন্দু O এবং তিনটি অক্ষ মিলে যে কাঠামো তৈরি হয়েছে তার নাম **ত্রিমাত্রিক প্রসঙ্গ কাঠামো** [চিত্র ৩·৫]।

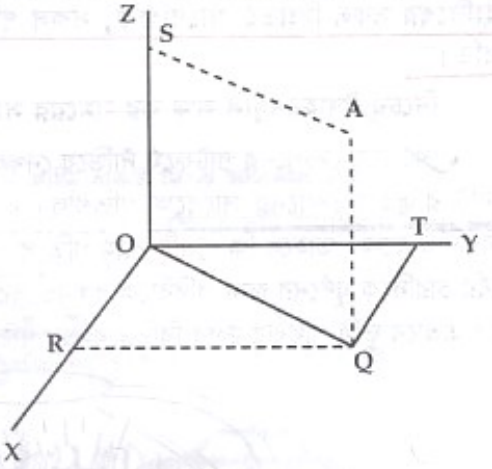
মনে করি কোনো নির্দিষ্ট সময়ে কণাটি A অবস্থানে আছে। A হতে XY তলের উপর AQ লম্ব টানি। Q হতে OX-এর উপর QR এবং OY-এর উপর QT লম্ব টানি। A হতে OZ-এর উপর AS লম্ব টানি।

তাহলে $OR = QT = x$

$OT = RQ = y$

এবং $OS = AQ = z$

এখানে A-এর অবস্থান $x$, $y$ এবং $z$ এই তিনটি স্থানাঙ্ক দ্বারা নির্দেশ করা হয়েছে। মূল বিন্দু O এবং এই তিনটি স্থানাঙ্কসহ এই কাঠামোকে ত্রিমাত্রিক কাঠামো বলে। **কোনো একটি বস্তুর বিভিন্ন কণা এই কাঠামোয় অবস্থান করলে বস্তুটিকে ত্রিমাত্রিক বস্তু বলে।**



চিত্র ৩·৫

**উদাহরণ :** টেবিল, চেয়ার, ইট, পাথর ইত্যাদি ত্রিমাত্রিক বস্তু।

**হাতে কলমে কাজ:** ফুটবল মাঠে দুই দল ছেলেরা ফুটবল খেলছে, আবার তোমার পড়ার ঘরে একটি প্রজাপতি উড়াউড়ি করছে। এই দুটি ঘটনাকে প্রসংগ কাঠামো ব্যবস্থায় উপস্থাপন কর। ফুটবলের অবস্থান বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন হবে কী ?

ফুটবল খেলার সময় সমতলের উপর ফুটবলের অবস্থান পরিবর্তন হচ্ছে তাই এটিকে দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় ঘটে। ফুটবলের অবস্থান সময়ের সাথে পরিবর্তিত হবে।

## পরম গতি
### *Absolute Motion*

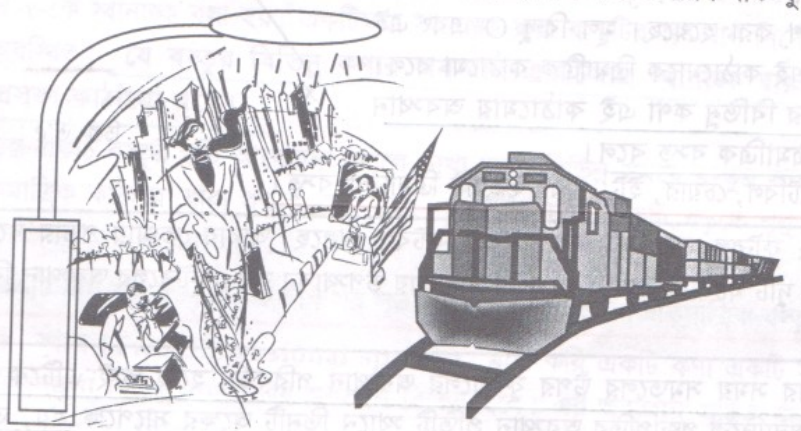
তুমি যখন রাস্তা দিয়ে হেঁটে কলেজে যাও তখন রাস্তার উপর চলন্ত অনেক গাড়ি, রিক্সা এবং আশেপাশে অনেক গাছ দেখতে পাও। এক্ষেত্রে গাড়ি ও রিক্সা গতিশীল আর গাছ স্থির। আবার ভ্যাকুয়াম ক্লিনার দিয়ে যখন মেঝে পরিষ্কার করতে দেখ তখন ভ্যাকুয়াম ক্লিনারের আশেপাশের প্রত্যেকটি বস্তু থেকে ভ্যাকুয়াম ক্লিনারের দূরত্ব এবং দিক ক্রমাগত পরিবর্তন হয়। অর্থাৎ সময়ের সাথে সাথে ভ্যাকুয়াম ক্লিনারের অবস্থানের পরিবর্তন হয়। এক্ষেত্রে আমরা বলি পারিপার্শ্বিকের সাপেক্ষে ভ্যাকুয়াম ক্লিনারটি গতিশীল। সময়ের সাথে সাথে পারিপার্শ্বের সাপেক্ষে যখন কোনো বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন ঘটে তখন তাকে গতিশীল বস্তু বলি। কোনো বস্তু স্থির না গতিশীল তা বুঝার জন্য প্রসঙ্গ বস্তু তথা প্রসঙ্গ কাঠামো বিবেচনা করতে হয়। যেমন গাছের তুলনায় রিক্সাটি যদি গতিশীল হয় তখন আলোচ্য বস্তু বা রিক্সাকে গতিশীল ধরা হয়। আবার রিক্সা ও গাড়ি যদি একই দিকে একই বেগে চলতে থাকে তাহলে সময়ের সাথে তাদের মধ্যবর্তী দূরত্বের কোনো পরিবর্তন হবে না। এক্ষেত্রে একটির তুলনায় অপরটি গতিশীল ধরা হয়। আবার চলন্ত উড়োজাহাজে দুই বন্ধু যদি মুখোমুখি বসে গল্প করতে থাকে তাহলে সময়ের পরিবর্তনের সাথে সাথে তাদের অবস্থানের কোনো পরিবর্তন হবে না। সুতরাং বলা যায় একজনের সাপেক্ষে অপরজন স্থির। আমরা দেখতে পাচ্ছি কোনো বস্তু প্রকৃতপক্ষে স্থির না গতিশীল তা নির্ণয়ে একটি প্রসঙ্গ বস্তু নির্ধারণ করে নিতে হয়।

প্রসঙ্গ বস্তু যদি প্রকৃতপক্ষে স্থির হয় তাহলে তার সাপেক্ষে যে বস্তু স্থিতিশীল রয়েছে সেও প্রকৃতপক্ষে স্থির। এ ধরনের স্থিতিকে আমরা পরম স্থিতি বলি। প্রসঙ্গ বস্তুটি যখন পরম স্থিতিতে থাকে তাহলেই কোনো বস্তু তার সাপেক্ষে স্থির থাকলে সে বস্তুকে পরম স্থিতিশীল বলি। আবার **প্রসঙ্গ বস্তুটি যখন পরম স্থিতিতে থাকে তখন তার সাপেক্ষে অন্য কোনো বস্তু গতিশীল থাকলে তাকে পরম গতি বলি।** এই মহাবিশ্বে আমরা যা কিছু দেখি যেমন চন্দ্র, গ্রহ, উপগ্রহ, পৃথিবী সবই প্রতিনিয়ত সূর্যের চারদিকে ঘুরছে। তাই এক কথায় বলা যায়,

পৃথিবীর উপর অবস্থিত সকল বস্তু স্থির নয়—সকল বস্তু গতিশীল। আমরা যখন কোনো বস্তু স্থিতিশীল না গতিশীল জানার চেষ্টা করি তা কোনো আপাত স্থিতিশীল বস্তুর সাপেক্ষে বিবেচনা করি। এক কথায় বলা যায় **"এ মহাবিশ্বের সকল স্থিতিই আপেক্ষিক, সকল গতিই আপেক্ষিক। কোনো গতিই পরম নয়, পরম নয় কোনো স্থিতি।"**

**নিচের উদাহরণগুলি লক্ষ কর সময়ের সাথে সাথে বস্তুর অবস্থান কীভাবে পরিবর্তিত হচ্ছে।**

(ক) রাজু স্টেশনের প্লাটফর্মে দাঁড়িয়ে দেখল একটি ট্রেন রাজুকে অতিক্রম করে চলে গেল [চিত্র ৩·৬]। তাহলে ট্রেনটি রাজুর অবস্থানের সাপেক্ষে গতিশীল। এক্ষেত্রে ট্রেনটির এবং রাজুর মধ্যকার দূরত্ব সময়ের সাথে সাথে পরিবর্তিত হচ্ছে। তাহলে কি ট্রেনটি পরম গতি প্রাপ্ত নয় ? ট্রেনটি যদিও রাজুর সাপেক্ষে গতিশীল কিন্তু পৃথিবী নিজে সূর্যের চারদিকে ঘূর্ণনের জন্য পৃথিবীকে কখনও পরম স্থিতি বিবেচনা করা যায় না। এক্ষেত্রে ট্রেনটির গতি পরম গতি নয়। এভাবে তুমি পৃথিবীর উপর বিভিন্ন বস্তুর গতির কথা ভাব এবং পরম স্থিতি ও পরম গতি বুঝার চেষ্টা কর।



চিত্র ৩·৬

(খ) সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর আবর্তনের বিস্তৃত তথ্য বিজ্ঞানীরা অনেকদিন আগেই গণনা করেছেন। অর্থাৎ পৃথিবীর গতি হিসাব করে রেলগাড়ির গতি কি নির্ণয় করা যায় না ? কিন্তু সূর্যও স্থির নয়। সমস্ত সৌরজগতই ছায়াপথের মধ্য দিয়ে প্রচণ্ড বেগে ছুটে চলেছে। আবার ছায়াপথগুলোও একে অন্যের সাপেক্ষে গতিশীল। প্রকৃতপক্ষে এই মহাবিশ্বের সমস্ত বস্তুই গতিশীল। সুতরাং পরম গতি নির্ণয় করা অসম্ভব। অতএব বলা যায়, **কোনো বস্তুর স্থিতি অথবা গতি সবসময়ই আপেক্ষিক।**

## আপেক্ষিক গতি
## Relative Motion

যেকোনো বস্তুর অবস্থান জানতে হলে অন্য আরেকটি বস্তুর প্রয়োজন হয়। তাহলেই এই দ্বিতীয় বস্তু সাপেক্ষে প্রথম বস্তুটির অবস্থান নির্দিষ্ট করা যায়; না হলে বস্তুর অবস্থান বলার কোনো অর্থ হয় না বা বস্তুর গতি সম্পর্কে ধারণা স্পষ্ট হয় না। মনে কর স্রোতহীন একটি নদীতে তুমি নৌকায় মাছ শিকারের জন্য হুইল নিয়ে বসে আছ। দেখতে পেলে দুটি নৌকা প্রতিযোগিতা করে একই দিকে এগিয়ে যাচ্ছে। কিছুক্ষণ পর দেখতে পেলে দুটি নৌকা পরস্পর বিপরীত দিকে যাচ্ছে। এখন তোমার মাথায় চিন্তা আসল একই দিকে গতিশীল নৌকা দুটির মধ্যকার এবং পরস্পর বিপরীত দিকে গতিশীল নৌকা দুটির মধ্যকার বেগ কেমন ? এই ধরনের গতি নির্ণয়ের জন্য দ্বিতীয় আরেকটি বস্তুর সাপেক্ষে গণনা করতে হয়। এই দ্বিতীয় বস্তুটি হলো নির্দেশ বস্তু বা নির্দেশ ফ্রেম।

সাধারণত 'কোনো বস্তুর বেগ' বলতে আমরা পৃথিবী সাপেক্ষে এর বেগ বুঝি। আবার আমরা একটি বস্তু A-এর বেগ পৃথিবীর উপর সচল আরেকটি বস্তু B-এর সাপেক্ষেও নির্ণয় করতে পারি। একে B বস্তুর সাপেক্ষে A বস্তুর আপেক্ষিক বেগ বলে। এক্ষেত্রে কোনো বস্তু সাপেক্ষে আরেকটি বস্তুর আপেক্ষিক বেগ হবে বেগদ্বয়ের ভেক্টর বিয়োগফলের সমান; অর্থাৎ পৃথিবী পৃষ্ঠের উপর সচল কোনো বস্তু সাপেক্ষে আরেকটি বস্তুর আপেক্ষিক বেগ বস্তু দুটির বেগের ভেক্টর বিয়োগফলের সমান।

মনে কর A ও B দুটি বস্তুর বেগ যথাক্রমে $v_A$ এবং $v_B$ হলে B সাপেক্ষে A-এর আপেক্ষিক বেগ

$$v_{AB} = v_A - v_B \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.1)$$

আবার A সাপেক্ষে B-এর আপেক্ষিক বেগ

$$v_{BA} = v_B - v_A$$

$$\therefore \quad v_{BA} = -v_{BA} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.2)$$

**উদাহরণ (ক) :** নিচের চিত্র দুটি লক্ষ কর। প্রথম চিত্রে দুটি গাড়ি একই দিকে গতিশীল এবং দ্বিতীয় চিত্রে পরস্পর বিপরীত দিকে গতিশীল। এদের আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় করবে কীভাবে ? এক্ষেত্রে দুটি সমান্তরাল সরল চলন গতির ক্ষেত্রে আপেক্ষিক বেগ নির্ণয়ে নিম্নের দুটি গতি বিবেচনা করতে হবে।




চিত্র ৩·৭

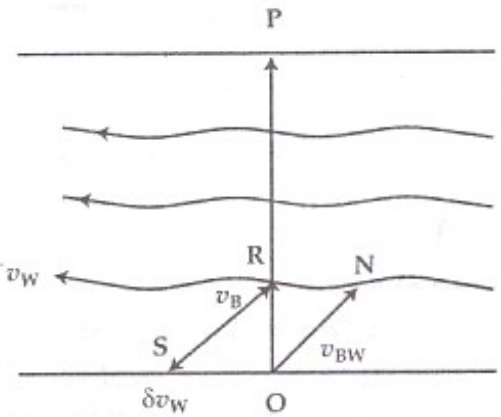
● **সমমুখী গতি :** দুটি বস্তু সরলরেখা বরাবর একই দিকে চললে B বস্তু সাপেক্ষে A বস্তুর আপেক্ষিক বেগের মান বস্তুদ্বয়ের বেগের মানের বিয়োগফলের সমান হয়।

অর্থাৎ $v_{AB} = v_A - v_B$, যদি $v_A > v_B$ হয়, তবে $v_{AB}$ এর অভিমুখ হবে $v_A$ এর অভিমুখের দিকে। সুতরাং B থেকে দেখলে A বস্তুকে সামনের দিকে $v_{AB}$ বেগে এগোতে দেখা যাবে। আবার A থেকে দেখলে B বস্তুকে $v_{BA}$ $(= -v_{AB})$ বেগে পেছনের দিকে যেতে দেখা যাবে। কারণ $v_{BA}$ এর অভিমুখ $v_{AB}$ এর বিপরীতমুখী।

● **বিপরীতমুখী গতি :** দুটি বস্তু সরলরেখা বরাবর বিপরীত দিকে চলতে থাকলে যদি A বস্তুর বেগ $v_A$ কে ধনাত্মক ধরা হয়, তাহলে B বস্তুর বেগ $v_B$ কে ঋণাত্মক ধরতে হবে। এখানে B সাপেক্ষে A বস্তুর আপেক্ষিক বেগ হবে, $v_{AB} = v_A - (-v_B) = v_A + v_B$, যদি $v_A > v_B$ হয়।

সুতরাং B বস্তু থেকে দেখলে A বস্তু $v_{AB}$ বেগে B বস্তুর দিকে এগোচ্ছে বা দূরে চলে যাচ্ছে বলে মনে হবে। যেহেতু $v_{BA} = -v_B - v_A = -(v_B + v_A)$, অতএব A বস্তু থেকে দেখলে মনে হবে যে, B বস্তুটি $v_{BA}$ $(= -v_{AB})$ বেগে A বস্তুর দিকে এগোচ্ছে বা দূরে সরে যাচ্ছে।

(খ) মনে কর এক ব্যক্তি নৌকা করে এপারের কোনো বিন্দু O থেকে নদীর ওপারে ঠিক বিপরীতে অবস্থিত P বিন্দুতে সরাসরি যেতে চায়; তাহলে তাকে ON অভিমুখে নৌকা চালাতে হবে [চিত্র ৩·৮]।




চিত্র ৩·৮

যদি স্রোত সাপেক্ষে নৌকাটির আপেক্ষিক বেগ $v_{BW}$ এবং স্রোতের বেগ $v_W$ হয়, তবে এদের ভেক্টর যোগফল নৌকাটির বেগ $v_B$ কে প্রকাশ করে, অর্থাৎ $\vec{v_B} = \vec{v_W} + \vec{v_{BW}}$.

**সিদ্ধান্ত :** উপরের উদাহরণ থেকে এ সিদ্ধান্ত নেয়া যায় :

(১) দুটি গতিশীল বস্তু একই দিকে চললে বস্তু দুটির বেগ বিয়োগ করে আপেক্ষিক বেগ পাওয়া যায়।

(২) দুটি গতিশীল বস্তু বিপরীত দিকে চললে আপেক্ষিক বেগ বের করতে বেগ দুটি যোগ করতে হয়।

## ৩·২ গতি বর্ণনায় অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণের প্রাথমিক ধারণা
## Preliminary Idea of Differentiation and Integration to Describe Motion

### অন্তরীকরণ
### Differentiation

মনে কর একটি রাশি অন্য একটি রাশির উপর নির্ভরশীল, তাহলে গণিতের ভাষায় এ নির্ভরশীল রাশিটি অপরটির অপেক্ষক (function) হয়।

$y$ রাশিটি $x$ রাশির উপর নির্ভরশীল হলে $y$, $x$-এর একটি অপেক্ষক হয়।

অর্থাৎ $y = f(x)$ ... ... ... (3.3)

আবার $y$-এর ক্ষুদ্রতম পরিবর্তন $\Delta y$ এর জন্য $x$ এর ক্ষুদ্রতম পরিবর্তন $\Delta x$ ধরলে $y$ এবং $x$ এর ক্ষুদ্রতম পরিবর্তনের জন্য লেখা যায়

$$y + \Delta y = f(\Delta x + x) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.4)$$

বা, $\Delta y = f(\Delta x + x) - y$

বা, $\Delta y = f(\Delta x + x) - f(x)$ ... ... ... (3.5)

$$\therefore \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(\Delta x + x) - f(x)}{\Delta x} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.6)$$

এখানে $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ হলো উল্লেখিত ক্ষুদ্রতম পরিবর্তনের জন্য $x$ এর সাপেক্ষে $y$ এর পরিবর্তনের হার। হর $\Delta x$ এর মান যখন শূন্যের কাছাকাছি হয় তখন (3.6) নং সমীকরণকে লেখা যায়

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.7)$$

বা, $$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.8)$$

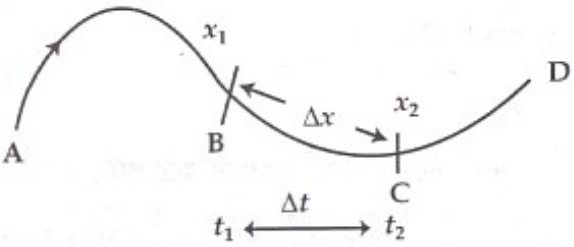
এখানে $\frac{dy}{dx}$ হলো, $x$ এর অতি ক্ষুদ্র পরিবর্তনের জন্য $x$ এর সাপেক্ষে $y$ এর পরিবর্তনের হার। $\frac{dy}{dx}$ কে $x$ এর সাপেক্ষে $y$ এর differential সহগও বলে এবং $\frac{dy}{dx}$ এর মান নির্ণয়ের পদ্ধতিকে অন্তরীকরণ বা ব্যবকলন বলে। গতির বর্ণনার ক্ষেত্রে এই অন্তরীকরণ পদ্ধতি প্রয়োগ করা যায়। এখানে $\frac{dy}{dx}$ একটি প্রতীক, যা $y$-এর উপর $\frac{d}{dx}$ এর ক্রিয়াকে নির্দেশ করে। ইহা $dy$ ও $dx$ এর ভাগফল নয়। $\frac{dy}{dx}$, $x$ এর সাপেক্ষে $y$ এর পরিবর্তনের হার বুঝায়।

মনে কর তুমি তোমার বন্ধুর মোটর সাইকেলে করে নিউমার্কেট থেকে মতিঝিল যাচ্ছ। তাহলে যাওয়ার পথে তুমি লক্ষ করবে মোটর সাইকেল কখনও একই বেগে চলেনি। কখনও আস্তে কখনও জোরে চলেছে। কখনও ব্রেক চেপে থামতেও হয়েছে। ফলে মোটর সাইকেলটির গতি সুষম ছিল না। কিন্তু তোমাকে যদি মোটর সাইকেলটির বেগ নির্ণয় করতে বলা হয় তাহলে তুমি নিউমার্কেট থেকে মতিঝিলের মোট দূরত্ব নিয়ে মোট অতিক্রান্ত সময় দ্বারা ভাগ করে বেগের মান নির্ণয় করে নিবে। এক্ষেত্রে এই নির্ণেয় বেগ গড় বেগ বুঝাবে। অর্থাৎ সময়ের সাপেক্ষে দূরত্বের অবস্থানের পরিবর্তন হবে বেগ $v$, অর্থাৎ $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ কে বলা হয় উল্লিখিত সময়ের পরিবর্তনের জন্য $x$-এর সাপেক্ষে সময়ের পরিবর্তনের হার বা বেগ। আবার সময়ের মান ক্ষুদ্র হলে উক্ত সময়ের বেগই হলো তাৎক্ষণিক বেগ। এক্ষেত্রে এই বেগকে অন্তরীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ

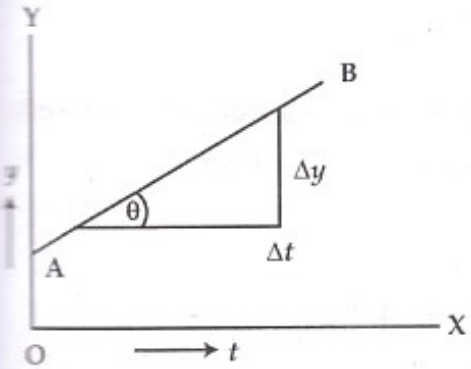
করা যায়; অর্থাৎ $\Delta t \to 0$ হলে $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ এর নির্দিষ্ট মান পাওয়া যায় তাহলে ঐ সীমাস্থ মানকে অর্থাৎ $\underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ কে $x(t)$ অপেক্ষকের $t$ এর সাপেক্ষে বৃদ্ধির হার বা অন্তরক সহগ বা তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

ধরা যাক একটি কণার গতিপথ AD এবং এই গতিপথের উপর একটি বিন্দু B-তে এর বেগের মান নির্ণয় করতে হবে। তাহলে ধরা যাক $t$ সময়ে কণার অবস্থান B এবং $t + \Delta t$ সময়ে কণার অবস্থান C [চিত্র ৩·৯]।



চিত্র ৩·৯

এক্ষেত্রে B ও C বিন্দুর মধ্যে দূরত্বের ব্যবধান $\Delta x$ এবং সময়ের ব্যবধান $\Delta t$, তাহলে বেগের মান, $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ; বলা যায় $t$-এর সাপেক্ষে $x$-এর পরিবর্তন হলো অন্তরীকরণের ভাষায় বেগের মান।



চিত্র ৩·১০

আবার $t$ এর $\Delta t$ পরিবর্তনের জন্য $\Delta y$ এর অতি ক্ষুদ্র পরিবর্তন লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করা যায় [চিত্র ৩·১০]। আলোচ্য ক্ষেত্রে $\Delta y$ তথা $\Delta t$ অতি ক্ষুদ্র হলে $\frac{\Delta y}{\Delta t}$ সরলরেখাটির ঢাল নির্দেশ করবে।

$$\therefore \quad \underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \frac{\Delta y}{\Delta t} = \text{ঢাল}$$

$$\text{বা,} \quad \frac{dy}{dt} = \text{ঢাল}$$

অর্থাৎ সরণ ($y$) বনাম সময় ($t$) লেখচিত্র থেকে ঢাল নির্ণয়ের মাধ্যমে সময়ের পরিবর্তনের সাথে সরণের পরিবর্তন দ্বারা বেগ নির্ণয় করতে পারি।

আবার, মনে কর $x = f(t) = t^2$

$$\therefore \quad \frac{dx}{dt} = \underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} = \underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \frac{(t + \Delta t)^2 - t^2}{\Delta t}$$

$$= \underset{p \to 0}{\text{Lt}} \frac{(t + p)^2 - t^2}{p}, \quad \Delta t = p \text{ ধরি}$$

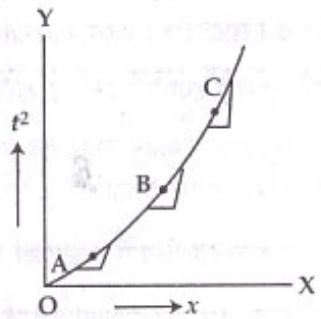
$$= \underset{p \to 0}{\text{Lt}} \frac{2tp + p^2}{p} = \underset{p \to 0}{\text{Lt}} \, 2t + p = 2t$$

$$\therefore \quad \frac{d}{dt}(t^2) = 2t \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (3.9)$$

নিচের লেখচিত্রে বক্র রেখায় বিভিন্ন বিন্দুতে অঙ্কিত ঢালের মান সমান নয়। এইরূপ লেখচিত্রে কোনো বিন্দুর ঢাল নির্ণয় করতে হলে উক্ত বিন্দু সংলগ্ন এলাকায় অতি ক্ষুদ্র $\Delta t$ এবং তৎসংলগ্ন $\Delta x$ বিবেচনা করতে হবে। এই ঢাল ঐ বিন্দুতে অন্তরক সহগের সমান তা দেখানো যায়।

এক্ষেত্রে ঢালের মান $= \frac{\Delta t^2}{\Delta x}$ বা, $\frac{d}{dx}(t^2) = 2t$ বুঝায়।

৩·১১ নং চিত্রে $t^2$ বনাম $x$ লেখ অঙ্কন করা হয়েছে।



চিত্র ৩·১১

## গাণিতিক উদাহরণ

১। $s = \frac{1}{3}t^3 + 3t$ সূত্রানুসারে একটি বস্তু সরলরেখায় চলছে। 2 sec পর এর বেগ নির্ণয় কর।

মনে করি গতিবেগ $= v$

আমরা জানি, $v = \frac{ds}{dt}$

এখন $s = \frac{1}{3}t^3 + 3t$

এখানে,
সময়, $t = 2$ sec
বেগ, $v = ?$

$s$-কে $t$ এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

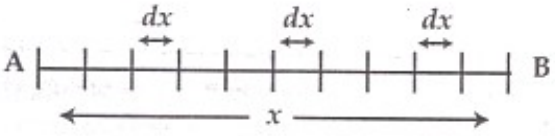
$\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{3}t^3 + 3t\right)$ বা, $v = \frac{1}{3} \times 3t^2 + 3 = t^2 + 3$

$\therefore$ 2 sec পরের বেগ $v = (2)^2 + 3 = 7$ একক।

## যোগজীকরণ বা সমাকলন
## Integration

মনে করি একটি দণ্ডের দৈর্ঘ্য $x$; দণ্ডটিকে অসংখ্য সমান ও ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশে বিভক্ত করা হলো। এরূপ একটি ক্ষুদ্র অংশের দৈর্ঘ্য $= dx$। ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সকল অংশকে যোগ করলে সমগ্র দণ্ডের দৈর্ঘ্য $x$ নির্ণয় করা যায়।

$\therefore \quad \sum dx = x \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.10)$




চিত্র ৩·১২

এখানে $\sum$ চিহ্ন যোগজীকরণ বা সমষ্টিকরণ বুঝায়।

সমীকরণ (3.10) কে নিম্নলিখিত উপায়ে লেখা যায়

$$\int dx = x \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.11)$$

'$\int$' প্রতীকটি দ্বারাও যোগজীকরণ বা সমাকলন বুঝায়। এই সমীকরণ হতে দেখা যায় যে, $dx$ এর সমাকলিত মান $x$ এর সমান। তাহলে আমরা বলতে পারি সমাকলন এক ধরনের যোগজীকরণ। উপরের সমীকরণটির উভয় পাশে সমতা আনার জন্য উত্তর লেখার সময় একটি সমাকলন ধ্রুবক $c$ যোগ করে লিখতে হয়, $\int dx = x + c$।

আবার মনে করি একটি ফাংশন $f(t)$ এর সমাকলিত মান, $\int f(t)dt = \mathrm{A}(x)$

তাহলে $f(t)$ কে যোগজ রাশি বা integral রাশি বলে। $f(t)$ এর পর $dt$ দ্বারা বুঝানো হয়েছে যে সমাকলনটি করতে হবে $t$ এর সাপেক্ষে। একে variable বা চলরাশি বলে।

### ১। কয়েকটি ক্ষেত্রে যোগজীকরণের প্রয়োগ :

● ভেক্টরের সাধারণ সমাকলন স্কেলার রাশির মতোই। মনে করি $\vec{\mathrm{A}}(t) = \hat{i}\,\mathrm{A}_x(t) + \hat{j}\,\mathrm{A}_y(t) + \hat{k}\,\mathrm{A}_z(t)$ ভেক্টরটি একটিমাত্র স্কেলার চলরাশি $t$-এর সমাকলন; তাহলে,

$\int \vec{\mathrm{A}}(t)\,dt = \hat{i}\int \mathrm{A}_x(t)\,dt + \hat{j}\int \mathrm{A}_y(t)dt + \hat{k}\int \mathrm{A}_z(t)\,dt$ হবে।

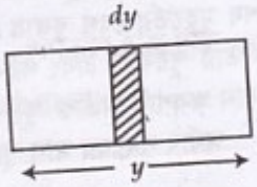
একে $\vec{\mathrm{A}}(t)$-এর অনির্দিষ্ট সমাকলন (Indefinite integral) বলে।

- অনেক ক্ষেত্রে সমাকলন ব্যবকলনের বিপরীত প্রক্রিয়া যেমন—

$\int \cos x\, dx = \sin x$

$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$

অর্থাৎ $\sin x$ কে ব্যবকলন করলে $\cos x$ এবং $\cos x$ কে সমাকলন করলে $\sin x$ পাওয়া যায়।



চিত্র ৩·১৩

- একটি আয়তক্ষেত্র অসংখ্য ফালির সমন্বয়ে গঠিত হলে যার দৈর্ঘ্য $x$ এবং প্রস্থ $dy$ হলে [চিত্র ৩·১৩] আয়তক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল হবে $\int xdy, = x\int dy = xy$

- যদি প্রস্থের সীমা উল্লেখ করে দেওয়া থাকে তাহলে ক্ষেত্রফল $= \int_0^y x\, dy = x\,[y]_0^y = x\,(y-0) = xy$

**২। বেগের ক্ষেত্রে সমাকলনের প্রয়োগ :**

গতিশীল বস্তুর বেগ নির্ণয় কালে সরণকে মোট সময় দ্বারা ভাগ করে বেগ নির্ণয় করে থাকি। কিন্তু এই বেগ গড়বেগ ছাড়া আর কিছুই নয়। কারণ চলার ক্ষেত্রে বস্তুর গতি কখনও সুষম, কখনও অসম হয়। তাই যদি চলমান পথকে ক্ষুদ্রতম অসংখ্য প্রস্থে বা অংশে বিভক্ত করে প্রতিটি ক্ষুদ্রতম অংশ $(dx)$ এবং এই ক্ষুদ্রতম অংশ অতিক্রমের সময় $(dt)$ দ্বারা ভাগ করি তাহলে ক্ষুদ্রতম অংশের জন্য বেগ নির্ণয় করতে পারি। এরপর এই ক্ষুদ্রতম প্রস্থের জন্য নির্ণেয় বেগ $(dv)$ কে সমাকলন করলে সমগ্র পথের জন্য বস্তুর প্রকৃত বেগ নির্ণয় করতে পারি। সমাকলন পদ্ধতিতে নিচে ইহা দেখানো হলো :

$dx$ অংশের বেগ, $dv = \frac{dx}{dt}$

আবার সমগ্র পথের জন্য বেগ $= \int dv = v + c$ ... ... ... (3.12)

যদি বেগের মান নির্দিষ্ট করা থাকে তাহলে উপরোক্ত সমাকলনটি ঐ সীমার মধ্যে রেখে সমাধান করলে প্রকৃত বেগ জানা যায়। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় বেগের মান $v = 0$ থেকে $v = v$ হলে (3.12) নং সমীকরণকে এই সীমার মধ্যে সমাকলন করলে মোট বেগ পাওয়া যায়।

এক্ষেত্রে মোট বেগ $= \int_0^v dv = [v]_0^v = (v-0) = v$

সুতরাং বলা যায় ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশের যোগফলই হলো মোট বা সমাকলন। একটি বাস্তব উদাহরণ দ্বারা বিষয়টি সম্বন্ধে ধারণা পাওয়া যায়। যেমন একজন মানুষ যখন টিভি স্টুডিওতে ক্যামেরার সামনে খবর পাঠ করে তখন তার প্রতিকৃত ছবিটি অসংখ্য টুকরায় বিভক্ত করা হয়, আবার এটি যখন টিভির পর্দায় পৌঁছে তখন টুকরা টুকরা ছবিগুলো একত্রিত হয়ে পূর্ণাঙ্গ চিত্রে রূপ নেয়। এক্ষেত্রে স্টুডিওতে খণ্ড খণ্ড ছবিতে পরিণত হবার নাম ব্যবকলন আর টিভির পর্দায় খণ্ড খণ্ড চিত্র একত্রিত হওয়ার প্রক্রিয়াকে সমাকলন বা যোগজীকরণ বলে।

## গতিবিষয়ক বিভিন্ন রাশি
## Different quantities related to motion

**(১) গড় বেগ (Average velocity) : যে কোনো সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর মোট সরণকে ঐ সময় ব্যবধান দিয়ে ভাগ করলে যে রাশি পাওয়া যায় তাকেই বস্তুটির গড় বেগ বলে।**

ব্যাখ্যা : মনে করি $\Delta t$ সময় ব্যবধানে একটি বস্তুর মোট সরণ $\Delta\vec{r}$

$\therefore$ গড় বেগ, $\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

যদি বস্তুটির গতি একমাত্রিক হয় এবং বস্তুটি X-অক্ষ বরাবর গতিশীল হয়, সেক্ষেত্রে বেগের একটিমাত্র উপাংশ থাকে। উপাংশটি হবে—

$\vec{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{i}$ [$\because$ একমাত্রিক কাঠামোতে $\vec{r} = x\hat{i}$]

এবং গড় বেগের মান $\overline{v_x} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$।

**(২) তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ (Instantaneous velocity or velocity) : সময়ের ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বস্তুর সরণের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ বলা হয়।** তাৎক্ষণিক বেগ বলতে কোনো বস্তুর বিশেষ মুহূর্তের বেগ বুঝায়। কোনো বস্তুর তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করতে হলে যে মুহূর্তের বেগ নির্ণয় করতে হবে ঠিক তার পূর্ববর্তী এবং পরবর্তী মুহূর্তে বস্তুটির অবস্থান জানা প্রয়োজন। পূর্ববর্তী এবং পরবর্তী মুহূর্ত বা সময়ের ব্যবধান অবশ্যই অত্যন্ত ক্ষুদ্র হতে হবে (প্রায় শূন্যের কাছাকাছি)।

অর্থাৎ সময়ের মান শূন্যের কাছাকাছি হলে উক্ত সময়ে সরণের পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বলে।

সুতরাং তাৎক্ষণিক একমাত্রিক বেগ $\vec{v}_x = \underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}$

উপরের আলোচনা থেকে তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায় :

**সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে গড় বেগের সীমান্তিক মানকেই তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ বলে।**

**(৩) মধ্য বেগ (Mean velocity) : কোনো একটি গতিশীল বস্তুর প্রথম এবং শেষ বেগ-এর অভিমুখ একই হলে তাদের যোগফলের অর্ধেককে মধ্য বেগ বলে।**

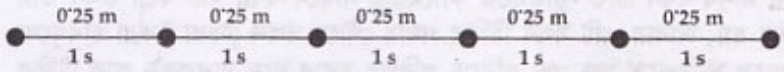
মনে করি, কোনো নির্দিষ্ট দিকে একটি বস্তুর আদি বা প্রথম বেগ $\vec{v}_0$ এবং শেষ বেগ $\vec{v}$.

$$\therefore \text{ মধ্য বেগ } = \frac{\vec{v}_0 + \vec{v}}{2}$$

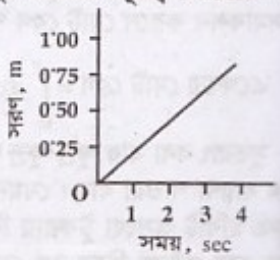
**(৪) সমবেগ (Uniform velocity) : কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বলের মান ও দিক ধ্রুব থাকলে, ঐ বস্তুর বেগও ধ্রুব থাকে। বস্তুর এই ধ্রুব বেগকে সমবেগ বলে।**

**উদাহরণ :** শব্দের বেগ, আলোর বেগ ইত্যাদি।

**ব্যাখ্যা :** ৩·১৪ (ক) চিত্রে পাঁচটি বিন্দু দ্বারা 1 সেকেন্ড পর পর কোনো একটি সরলরেখা বরাবর একই দিকে গতিশীল একটি বস্তুর অবস্থান প্রকাশ করা হয়েছে। এখানে পর পর দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব 0·25m। গতি অনুসারে বস্তুটি একই অভিমুখে প্রতি সেকেন্ড 0·25m দূরত্ব অতিক্রম করছে এবং সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করছে। কাজেই বস্তুর এ বেগ সমবেগ এবং সমবেগের মান 0·25 $ms^{-1}$। ৩·১৪(খ) চিত্রে সরণ বনাম সময় লেখচিত্র দ্বারা সমবেগ দেখানো হয়েছে।




চিত্র ৩·১৪ (ক)

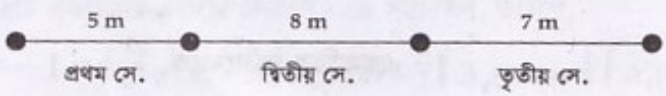



চিত্র ৩·১৪ (খ)

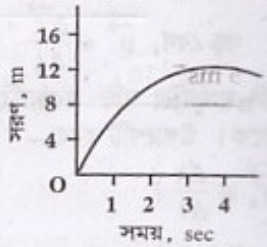
**একটি বস্তুর সমবেগ 5 $ms^{-1}$। উক্তিটির অর্থ বস্তুটি একটি নির্দিষ্ট দিকে প্রতি সেকেন্ডে 5m দূরত্ব অতিক্রম করে চলছে।**

**(৫) অসম বেগ (Variable velocity) : যদি ভিন্ন ভিন্ন সময়ে বস্তুর বেগ ভিন্ন ভিন্ন হয় তবে তাকে অসম বেগ বলে। কাজেই সময়ের সাথে সরণের হারের মান অথবা দিক অথবা উভয়েই পরিবর্তিত হলে সরণের হারই অসম বেগ।**

**ব্যাখ্যা :** ধরি, একটি গতিশীল বস্তু কোনো একটি দিকে প্রথম সেকেন্ডে 5m, দ্বিতীয় সেকেন্ডে 8m এবং তৃতীয় সেকেন্ডে 7m পথ অতিক্রম করল [চিত্র ৩·১৫ (ক)]। এখানে বস্তু সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করছে না। সুতরাং বস্তুর এই বেগ অসম বেগ। অসম বেগের লেখচিত্র ৩·১৫ (খ)-এ দেখানো হয়েছে।




চিত্র ৩·১৫ (ক)




চিত্র ৩·১৫ (খ)

**(৬) তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা ত্বরণ (Instantaneous acceleration or acceleration) : কোনো একটি গতিশীল বস্তুর সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে বেগ পরিবর্তনের হারকে তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা সংক্ষেপে ত্বরণ বলে।**

**ব্যাখ্যা :** ধরা যাক, অত্যন্ত অল্প সময়ে $\Delta t$ -এ কোনো বস্তুর বেগ পরিবর্তন $\Delta\vec{v}$ হয়। বস্তুটির বেগের পরিবর্তনকে যে খুবই স্বল্প সময়ে এ পরিবর্তন ঘটেছে তা দিয়ে ভাগ করলে তাৎক্ষণিক ত্বরণ পাওয়া যায়।

অতএব, তাৎক্ষণিক ত্বরণ, $\vec{a} = \underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

সুতরাং, তাৎক্ষণিক ত্বরণকে নিম্নলিখিত উপায়ে সংজ্ঞায়িত করা হয় :

**সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে, গড় ত্বরণের সীমান্তিক মান ত্বরণের সমান।**

ত্বরণের মান হবে, $a = \left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right|$

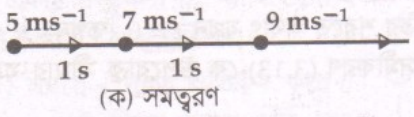
**উল্লেখ্য, কোনো বিন্দুতে তাৎক্ষণিক ত্বরণ ঐ বিন্দুতে বস্তুটির বেগের লম্ব বরাবর হবে।**

**(৭) ত্বরণ দুই প্রকার। যথা—(ক) সমত্বরণ (uniform acceleration) ও (খ) অসমত্বরণ (variable acceleration)।**

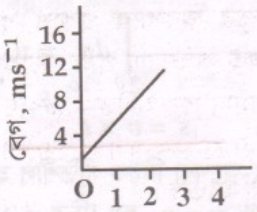
**(ক) সমত্বরণ : ত্বরণ যদি সব সময় ধ্রুব হয় তবে তাকে সমত্বরণ বলে।** অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সমত্বরণ। সমত্বরণশীল বস্তুতে সমবল ক্রিয়া করে। সমত্বরণে ত্বরণের মান ও দিক উভয়ই ধ্রুব থাকে।

৩·১৬ (ক) চিত্রে একটি সরলরেখা বরাবর বস্তুর পর পর সেকেন্ডের বেগ দেখিয়ে তার ত্বরণের প্রকৃতি নির্দেশ করা হয়েছে। ৩·১৬ (খ) চিত্রে লেখচিত্রের সাহায্যে সমত্বরণ দেখানো হয়েছে। এখানে সমত্বরণের মান $2 ms^{-2}$। সমত্বরণের ক্ষেত্রে লেখচিত্র সরলরেখা এবং ঢাল সর্বত্র সমান হয়।

**একটি বস্তুর সমত্বরণ $10 ms^{-2}$—এই উক্তি দ্বারা বুঝা যায় একই দিকে বস্তুর বেগ প্রতি সেকেন্ডেই $10 ms^{-1}$ বৃদ্ধি পাচ্ছে।**



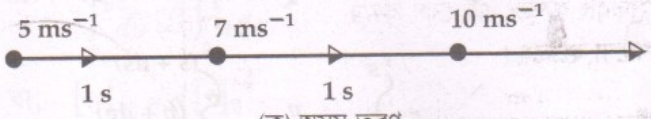
(ক) সমত্বরণ



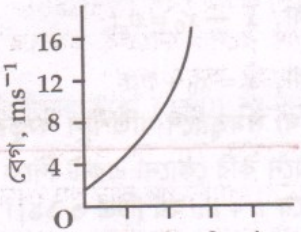
(খ) সমত্বরণ

চিত্র ৩·১৬

**(খ) অসম ত্বরণ : সময়ের সাথে যখন ত্বরণ ভিন্ন ভিন্ন হয় তখন তাকে অসম ত্বরণ বলে।** ত্বরণের মান ও দিক, কিংবা মান অথবা দিক পরিবর্তনের জন্য অসম ত্বরণ সৃষ্টি হতে পারে। বাস, ট্রেন, মোটরগাড়ি ইত্যাদির ত্বরণ অসম ত্বরণের উদাহরণ। এক কথায় গতিশীল প্রায় বস্তুর ত্বরণই অসম ত্বরণ।



(ক) অসম ত্বরণ



(খ) অসম ত্বরণ

চিত্র ৩·১৭

৩·১৭ (ক) ও (খ) চিত্রে যথাক্রমে সরলরেখা ও লেখচিত্র দ্বারা অসম ত্বরণ দেখানো হয়েছে। লেখচিত্রে বিভিন্ন বিন্দুতে ঢাল ভিন্ন ভিন্ন হয়।

## ৩·৩ অন্তরীকরণ ও যোগজীকরণ-এর সাহায্যে গতির সমীকরণ প্রতিপাদন
**Derivation of Equations of motion using differentiation and integration**

পূর্বের অনুচ্ছেদে দূরত্ব, সরণ, বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি রাশিগুলো সম্বন্ধে আলোচনা করা হয়েছে। এই রাশিগুলো পরস্পর সম্পর্কযুক্ত। এগুলোকে কয়েকটি সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়। এই সমীকরণগুলোকে গতি সমীকরণ বলে। অন্তরীকরন ও যোগজীকরণ ব্যবহার করে এ সমীকরণগুলো নিম্নে প্রতিপাদন করা হলো :

**(ক) সমবেগে গতিশীল বস্তুর দূরত্বের সমীকরণ ($s = vt$ বা, $x = x_0 + v_x t$)**

মনে করি একটি বস্তু নির্দিষ্ট দিকে সমবেগে গতিশীল।

ধরি, বস্তুটির সমবেগ= $v$

আদি সরণ = 0

$t$ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব = $s$

অতি ক্ষুদ্র সময় $dt$ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব $ds$ হলে

$t + dt$ সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব = $s + ds$

আমরা জানি,

$$\text{বেগ, } v = \frac{ds}{dt}$$

$$\text{বা, } ds = v\,dt \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.13)$$

যখন $t = 0$, তখন $s = 0$ এবং $t = t$ তখন $s = s$

সমীকরণ (3.13)-কে উল্লিখিত সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাওয়া যায়

$$\int_0^s ds = \int_0^t v\,dt$$

$$\text{বা, } \int_0^s ds = v\int_0^t dt \quad [\because v \text{ ধ্রুবক}]$$

$$\text{বা, } s = v \times t \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.14)$$

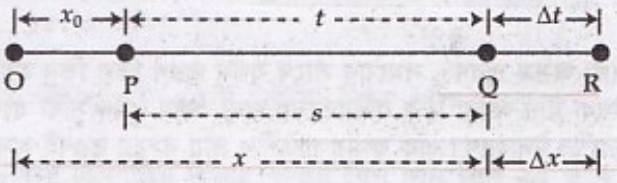
যদি বস্তুটি X-অক্ষের দিকে গতিশীল হয় এবং গতির শুরুতে অর্থাৎ যখন $t = 0$, তখন $s = x_0$ এবং যখন $t = t$ তখন $s = x$ এবং বেগ, $v = v_x$ হয় [চিত্র ৩.১৮], তবে সমীকরণ (3.13)-কে উপরোক্ত সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{x_0}^{x} ds = v_x \int_0^t dt$$

$$\text{বা, } [s]_{x_0}^{x} = v_x [t]_0^t$$

$$\text{বা, } x - x_0 = v_y t$$

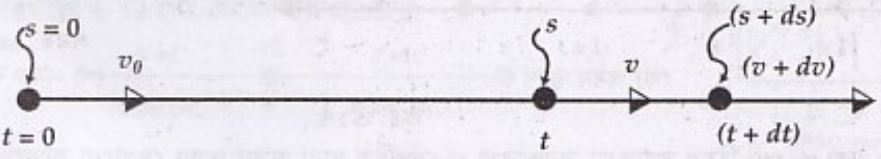
$$\text{বা, } x = x_0 + v_x t \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.15)$$



চিত্র ৩·১৮

**(খ) সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর শেষ বেগের সমীকরণ ($v = v_0 + at$ বা $v_x = v_{x0} + a_x t$)**

মনে করি কোনো একটি দিকে $v_0$ আদি বেগসহ $a$ সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর বেগ অতি অল্প $dt$ সময়ে $v$ হতে বৃদ্ধি পেয়ে $v + dv$ হয় [চিত্র ৩·১৯]। তাহলে



চিত্র ৩·১৯

ত্বরণের সংজ্ঞা অনুসারে,

$$\text{ত্বরণ } a = \frac{dv}{dt}$$

$$\text{বা, } dv = a\,dt \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.16)$$

যখন, $t = 0$, তখন $v = v_0$ এবং যখন $t = t$, তখন $v = v$। এই সীমার মধ্যে সমীকরণ (3.16)-এর উভয় পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t a\,dt$$

$$\text{বা, } \int_{v_0}^{v} dv = a\int_0^t dt$$

$$\text{বা, } [v]_{v_0}^{v} = a[t]_0^t$$

$$\text{বা, } v - v_0 = at$$

$$\text{বা, } v = v_0 + at \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.17)$$

বস্তু সম মন্দনে চললে, মন্দন = — ত্বরণ = $-a$ এবং সেক্ষেত্রে

$$v = v_0 - at \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.18)$$

**বি. দ্র.** $X$ অক্ষ বরাবর গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে আদিবেগ $v_{x0}$, শেষ বেগ $v_x$ এবং ত্বরণ $a_x$ ধরলে সমীকরণ (3.17) পরিবর্তিত হবে।

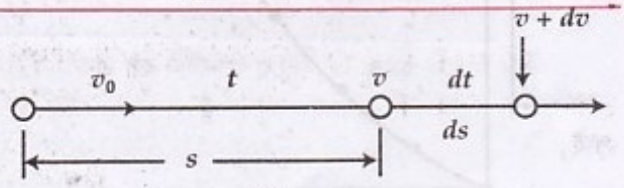
$$v_x = v_{x0} + a_x t \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.19)$$

অনুরূপভাবে, সমীকরণ (3.18) পরিবর্তিত হবে। Y বা Z অক্ষ বরাবর গতির ক্ষেত্রে $x$-এর স্থলে যথাক্রমে $y$ বা $z$ ব্যবহার করতে হবে।

**(গ) সমত্বরণে বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্বের সমীকরণ ($s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ বা, $x = x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$)**

মনে করি, একটি বস্তুকণা $v_0$ আদি বেগসহ $a$ সমত্বরণে কোনো নির্দিষ্ট দিকে গতিশীল।

বস্তুকণাটি $t$ সময়ে $s$ দূরত্ব অতিক্রম করে $v$ বেগ প্রাপ্ত হয় এবং একই দিকে আরো অতি ক্ষুদ্র সময় $dt$ পরে $ds$ দূরত্ব অতিক্রমের পর $v + dv$ বেগ প্রাপ্ত হয় [চিত্র ৩·২০]।



চিত্র ৩·২০

এখন, তাৎক্ষণিক ত্বরণের সংজ্ঞানুসারে আমরা পাই,

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$\text{বা, } dv = a\,dt \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.20)$$

যখন, $t = 0$ তখন বেগ $v = v_0$ এবং যখন $t = t$ তখন বেগ $v = v$; এই সীমার মধ্যে (3.20) নং সমীকরণের উভয় পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t a\,dt$$

$$\text{বা, } [v]_{v_0}^{v} = a[t]_0^t$$

$$\text{বা, } v - v_0 = a(t - 0)$$

$$\text{বা, } v = v_0 + at \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.21)$$

আবার, তাৎক্ষণিক বেগের সংজ্ঞানুসারে,

$$v = \frac{ds}{dt}$$

বা, $ds = vdt$

বা, $ds = (v_0 + at)dt$ [(3.21) নং সমীকরণের সাহায্যে]

বা, $ds = v_0 dt + atdt$ ... ... ... (3.22)

আবার, যখন সময়, $t = 0$ অর্থাৎ গণনার শুরুতে $s = 0$ এবং $t$ সময় পরে $s = s$; এই সীমার মধ্যে (3.22) নং সমীকরণের উভয় পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\int_0^s ds = \int_v^t v_0 dt + \int_v^t at\,dt$$

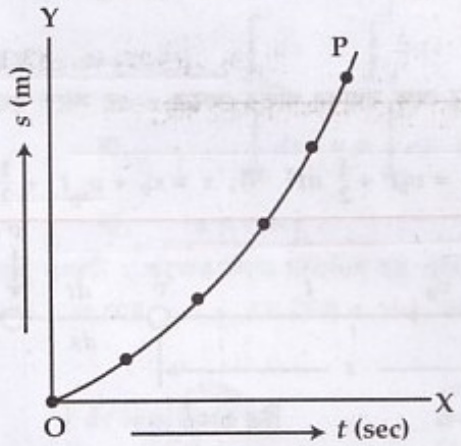
বা, $\int_0^s ds = v_0 \int_v^t dt + a \int_v^t t\,dt$

বা, $[s]_0^s = v_0 [t]_0^t + a \left[\frac{t^2}{2}\right]_0^t$

বা, $(s - 0) = v_0 (t - 0) + a\left(\frac{t^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right)$

বা, $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ ... ... ... (3.23)

আবার, বস্তুটি স্থির অবস্থান হতে সমত্বরণে গতিশীল হলে, আমরা পাই,




চিত্র ৩·২১

$$s = 0 \times t + \frac{1}{2} at^2$$

বা, $s = 0 + \frac{1}{2} at^2$

বা, $s = \frac{1}{2} at^2$

বা, $s = \text{ধ্রুবক} \times t^2 \quad \left[\because \frac{1}{2} a = \text{ধ্রুবক}\right]$

বা, $s \propto t^2$

অর্থাৎ **স্থির অবস্থান হতে সম-ত্বরণে চলমান বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।**

চিত্র ৩.২১-এ সময়ের সঙ্গে সরণের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে।

যদি বস্তুটি X অক্ষ বরাবর গতিশীল হয় এবং $t = 0$ সময়ে আদিবেগ $= v_{x_0}$, অন্য যেকোনো সময় $t$-তে শেষ বেগ $= v$ ও সমত্বরণ $a_x$ ধরা হলে সমীকরণ (3.23) লেখা যায়, $s = v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$

এখন $t = 0$ সময়ে বস্তুটির আদি অবস্থান $x_0$ এবং $t$ সময়ে এর অবস্থান $x$ হলে, $s = x - x_0$ হবে।

সেক্ষেত্রে

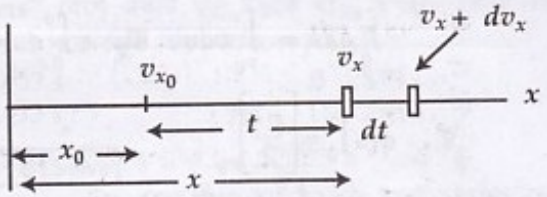
$$s = x - x_0 = v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

বা, $x = x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$ ... ... ... (3.24)

বস্তু $a$ সমত্বরণে না চলে $a$ সমমন্দনে চললে, মন্দন = —ত্বরণ = $-a$ সমীকরণ (3.24) হতে পাই,

$$s = v_0 t - \frac{1}{2} at^2$$ ... ... ... (3.25)

মনে করি, একটি বস্তু X-অক্ষ বরাবর $a_x$ সমত্বরণে গতিশীল এবং গণনার শুরুতে অর্থাৎ যখন $t = 0$ তখন বস্তুটির আদি অবস্থান = $x_0$, বেগ = $v_{x_0}$ এবং $t$ সময় পরে অবস্থান = $x$, বেগ = $v_x$; এখন, বস্তুটি একই দিকে আরও ক্ষুদ্র সময় $dt$ পরে, $dx$ দূরত্ব অতিক্রম করে $v_x + dv_x$ বেগ প্রাপ্ত হলে, তাৎক্ষণিক ত্বরণের সংজ্ঞানুসারে আমরা পাই,



চিত্র ৩·২২

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

বা, $dv_x = a_x dt$ ... ... ... (3.26)

(3.26) নং সমীকরণকে যথাযথ সীমা তথা $t = 0$ ও $t = t$ এবং $v_{x_0}$ ও $v_x$ সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{v_{x_0}}^{v_x} dv_x = \int_0^t a_x dt$$

বা, $\left[v_x\right]_{v_{x_0}}^{v_x} = a_x \left[t\right]_0^t$

বা, $v_x - v_{x_0} = a_x (t - 0)$

বা, $v_x = v_{x_0} + a_x t$ ... ... ... (3.27)

আবার, তাৎক্ষণিক বেগের সংজ্ঞানুসারে পাই,

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

বা, $dx = v_x dt$ বা, $dx = (v_{x_0} + a_x t)\, dt$ ... ... ... (3.28) [(3.27) নং এর সাহায্যে]

(3.28) নং এর উভয় পক্ষকে $x_0$ ও $x$ এবং $t = 0$ ও $t$ সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t (v_{x_0} + a_x t)\, dt$$

বা, $\left[x\right]_{x_0}^{x} = v_{x_0} \left[t\right]_0^t + a_x \left[\frac{t^2}{2}\right]_0^t$

বা, $x - x_0 = v_{x_0} t + a_x \times \frac{t^2}{2}$

বা, $x = x_0 + v_{x_0} t + \frac{1}{2} a_x t^2$

**(ঘ) সমত্বরণে বস্তুর আদি বেগ, শেষ বেগ এবং দূরত্বের মধ্যে সম্পর্ক ($v^2 = v_0^2 + 2as$ বা, $v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a\,(x - x_0)$ :** মনে করি কোনো একটি সরলরেখা বরাবর $a$ সমত্বরণে গতিশীল একটি বস্তুর আদি বেগ = $v_0$; $t$ সময় পরে তার শেষ বেগ = $v$ এবং উক্ত সময়ে বস্তুটি $s$ দূরত্ব অতিক্রম করে। $v$, $v_0$, $a$ ও $s$-এর সম্পর্কজনিত সমীকরণ প্রতিপাদন করতে হবে।

তাৎক্ষণিক ত্বরণের সংজ্ঞানুসারে,

$$a = \frac{dv}{dt}$$

বা, $a = \frac{dv}{ds} \times \frac{ds}{dt}$

বা, $a = \frac{dv}{ds} \times v$

বা, $ads = v \times dv$ ... ... ... (3.29)

যখন, $s = 0$ তখন $v = v_0$ এবং যখন $s = s$ তখন $v = v$; এই সীমার মধ্যে (3.29) নং সমীকরণের উভয় পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\int_0^s a\,ds = \int_{v_0}^{v} v\,dv \quad \text{বা,} \quad a\int_0^s ds = \int_{v_0}^{v} v\,dv$$

বা, $a[s]_0^s = \left[\frac{v^2}{2}\right]_{v_0}^{v}$

বা, $a(s-0) = \left(\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2}\right)$

বা, $as = \frac{v^2 - v_0^2}{2}$

বা, $2as = v^2 - v_0^2$

বা, $v^2 = v_0^2 + 2as$ ... ... ... (3.30)

আবার, বস্তুটি স্থির অবস্থান হতে সমত্বরণে চলা শুরু করলে, আমরা পাই,

$v^2 = 0^2 + 2as$

বা, $v^2 = 2as$

বা, $v^2 =$ ধ্রুবক $\times s$ [$\because 2a$ ধ্রুব সংখ্যা]

বা, $v^2 \propto s$

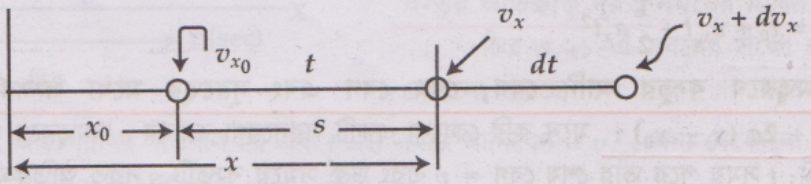
বা, $v \propto \sqrt{s}$

অর্থাৎ **স্থির অবস্থান হতে সমত্বরণে গতিশীল কোনো বস্তুর শেষ বেগ অতিক্রান্ত দূরত্বের বর্গমূলের সমানুপাতিক।**

**$v_x^2 = v_x^2 + 2a_x(x - x_0)$ প্রতিপাদন :**

মনে করি, একটি বস্তু X-অক্ষ বরাবর $a_x$ সমত্বরণে গতিশীল।

গণনার শুরুতে, অর্থাৎ যখন সময়, $t = 0$ ; তখন বস্তুটির আদিবেগ $= v_{x0}$ এবং আদি অবস্থান $= x_0$ এবং $t$ সময় পরে বেগ $= v_x$ এবং অবস্থান $= x$




চিত্র ৩·২৩

এখন, বস্তুটি ঐ X-অক্ষ বরাবরই আরও অতি ক্ষুদ্র সময় $dt$ পরে $v_x + dv_x$ বেগ প্রাপ্ত হলে, তাৎক্ষণিক ত্বরণের সংজ্ঞানুসারে, আমরা পাই,

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

বা, $a_x = \frac{dv_x}{dx} \times \frac{dx}{dt}$

বা, $a_x = \frac{dv_x}{dx} \times v_x$

বা, $a_x dx = v_x \times dv_x$ ... ... ... (3.31)

যখন $x = x_0$ তখন $v = v_{x0}$ এবং যখন $x =$ পক্ষকে সমাকলন করে পাই,

$$\int_{x_0}^{x} a_x dx = \int_{v_{x0}}^{v_x} v_x dv_x$$

বা, $a_x \int_{x_0}^{x} dx = \int_{v_{x0}}^{v_x} v_x dv_x$

বা, $a_x [x]_{x_0}^{x} = \left[\frac{v_x^2}{2}\right]_{v_{x0}}^{v_x}$

বা, $a_x (x - x_0) = \left(\frac{v_x^2}{2} - \frac{v_{x0}^2}{2}\right)$

বা, $a_x (x - x_0) = \frac{v_x^2 - v_{x0}^2}{2}$

বা, $v_x^2 - v_{x0}^2 = 2a_x (x - x_0)$

বা, $v_x^2 = v_{x0}^2 + 2a_x (x - x_0)$

**01. যদি একটি বস্তু ২য় সেকেন্ডে 10 m এবং ৩য় সেকেন্ডে 20 m সমত্বরণে অতিক্রম করে তবে এর ত্বরণ কত? [14-15]**

A. 8 $ms^{-2}$ B. 10 $ms^{-2}$
C. 15 $ms^{-2}$ D. 20 $ms^{-2}$

**Ans | B | Solve** $a = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1} = \frac{20 - 10}{3 - 2} = 10\ ms^{-2}$

**02. 9.2 $ms^{-1}$ বেগে একটি ক্ষুদ্র বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে কত সময় পরে বস্তুটি ফিরে আসবে? [11-12]**

A. 3.453 s B. 1.878 s
C. 2.433 s D. 4.293 s

**Ans | B | Solve** $T = \frac{2u}{g} = \frac{2 \times 9.2}{9.8} = 1.878$ sec

**03. ভূমির সাথে 30° কোণে আনত একটি মসৃণ তল বরাবর একটি বস্তু অভিকর্ষের টানে স্থিরাবস্থা হতে সরল চলন গতিতে 9.8m দূরত্ব অতিক্রম করার পর কত বেগ লাভ করবে? [10-11]**

A. 10.4$ms^{-1}$ B. 9.8$ms^{-1}$
C. 12.6$ms^{-1}$ D. 2.4$ms^{-1}$

**Ans | B | Solve** $v = \sqrt{2 \times g \times h} = 9.8$ m/s ; $h = 9.8 \sin 30 = 4.9$

## ৩.৩ অবস্থান-সময় ও বেগ-সময় লেখচিত্র
## Position-Time and Velocity-Time Graphs

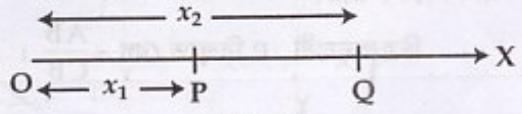
বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন অবস্থান-সময় এবং বেগের পরিবর্তন বেগ-সময় লেখচিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়।

### অবস্থান-সময় লেখচিত্র
### Position-time Graphs

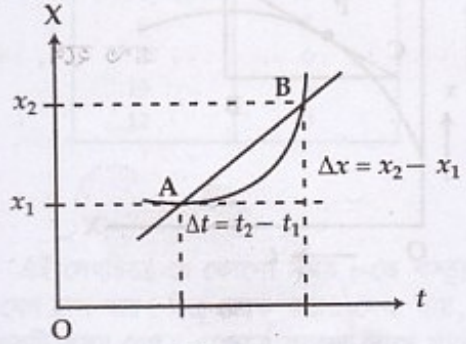
সময় অতিবাহিত হওয়ার সাথে সাথে একটি গতিশীল বস্তুর অবস্থানের পরিবর্তন ঘটে। এই সম্পর্ক লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রকাশ করা যায়। এক্ষেত্রে গ্রাফ কাগজে X-অক্ষ বরাবর সময় ($t$) Y-অক্ষ বরাবর অবস্থানের পরিবর্তন ($\Delta x$) স্থাপন করা হয়। এই লেখচিত্রকে অবস্থান-সময় লেখচিত্র বলে। এই লেখচিত্র থেকে বস্তুর বেগ নির্ণয় করা হয়। নিম্নে সুষম, অসম বস্তুর গতি বুঝানো হয়েছে এবং সরল রেখা বরাবর গতি বিবেচনা করা হয়েছে।

**১. কোনো বস্তু একটি নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে কোনো নির্দিষ্ট দূরত্বে অবস্থিত হলে সেই বিন্দু থেকে বস্তুর দূরত্বকে অবস্থান (position) বলে।**

মনে কর একটি বস্তু X-অক্ষ বরাবর গতিশীল। বস্তুটি যখন P বিন্দুতে তখন মূলবিন্দু O থেকে বস্তুটির দূরত্ব $x_1$ এবং Q বিন্দুতে যখন অবস্থান করে তখন দূরত্ব $x_2$। X-অক্ষ বরাবর বস্তুর এরূপ গতি চিত্র ৩.২৪ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।



চিত্র ৩.২৪



চিত্র ৩.২৫

আবার মনে করি কোনো একটি বস্তু $t_1$ সময়ে A বিন্দুতে এবং $t_2$ সময়ে B বিন্দুতে অবস্থান করে। X-অক্ষ বরাবর A ও B বিন্দুর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $x_1$ এবং $x_2$। এক্ষেত্রে $t_2$ এবং $t_1$ সময়ের মধ্যকার ব্যবধান $\Delta t = t_2 - t_1$ চিত্র ৩.২৫ এ দেখানো হলো।

২. লেখচিত্রের সাহায্যেও কোনো বস্তুর গতির বিষয়ে আলোচনা করা যায়। এই পদ্ধতিতে Y-অক্ষ বরাবর সরণ, বেগ বা ত্বরণের মানকে এবং $x$-অক্ষ বরাবর সময় সূচিত করে লেখচিত্র আঁকা যায়।

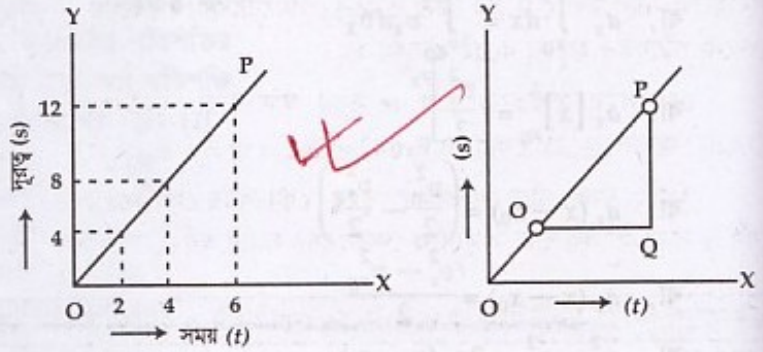
## দূরত্ব-সময় লেখচিত্র
**Distance-time Graphs**

**(i) দূরত্ব-সময় লেখচিত্র (সমবেগের ক্ষেত্রে) :**

একটি মোটর সাইকেলের গতি সমতল রাস্তায় ২ মিনিট পরপর নিচের সারণিতে (৩·১) দেখান হলো।

সারণি ৩·১ : দূরত্ব–সময়

| সময় $t$ (min) | দূরত্ব $s$ (km) |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 2 | 4 |
| 4 | 8 |
| 6 | 12 |




চিত্র ৩·২৬

সমবেগে গতিশীল বস্তু একই সময়ে একই দূরত্ব অতিক্রম করবে। সুতরাং সময় সাপেক্ষে দূরত্বের লেখচিত্র মূল বিন্দুগামী একটি সরলরেখা OP হয় [চিত্র ৩·২৬]।

$$\text{OP রেখার ঢাল} = \frac{PQ}{OQ} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \text{বেগ}$$

অতএব বস্তুর সমবেগ দূরত্ব-সময় লেখচিত্রের নতির সমান হয়। অর্থাৎ যে কোনো সময়ে বেগের মান হবে ঐ বিন্দুতে অঙ্কিত ঢালের মান।

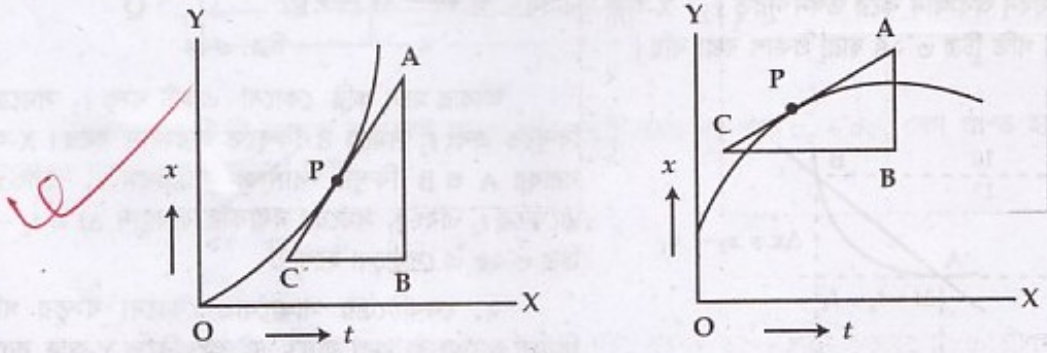
**কাজ :** একটি গ্রাফ কাগজে তোমার পছন্দমতো ও সুবিধাজনক মান নিয়ে উপরের সারণিতে বর্ণিত গতির জন্য দূরত্ব-সময় লেখচিত্রটি অংকন কর। এই লেখচিত্র থেকে এবং 10 মিনিটে অতিক্রান্ত দূরত্ব ও বেগ নির্ণয় কর।

**(ii) দূরত্ব-সময় লেখচিত্র (অসম বেগের ক্ষেত্রে) :**

অসম বেগে গতিশীল বস্তু একই সময়ে একই দূরত্ব অতিক্রম করে না। অবস্থান ($x$) ও সময় ($t$) এর লেখচিত্র বক্ররেখা হয়। যেকোনো সময়ের বেগ নির্ণয়ে ঐ বিন্দু হতে স্পর্শক টেনে ঢাল নিলে বেগ পাওয়া যায়। ৩·২৭ চিত্রে P বিন্দুতে বেগ নির্ণয় করা হয়েছে।

এরূপ বক্ররেখার ঢাল বিভিন্ন বিন্দুতে বা ভিন্ন ভিন্ন সময়ে ভিন্ন হয়। এই ঢালের মান ঐ সময়ে অসম বেগের মান নির্দেশ করে।

চিত্র অনুযায়ী, P বিন্দুতে বেগ $= \frac{AB}{CB}$ ।



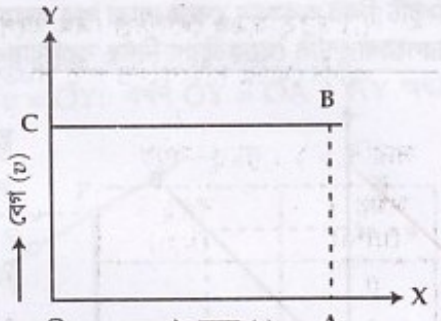

চিত্র ৩·২৭

## বেগ-সময় লেখচিত্র
**Velocity-time Graphs**

(i) **বেগ-সময় লেখচিত্র (সমবেগের ক্ষেত্রে) :** সমবেগে চলমান বস্তুর সময় সাপেক্ষে বেগের লেখচিত্র সময় অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা CB হয় [চিত্র ৩·২৮]। সময়ের সাথে বেগের কোনো পরিবর্তন হয় না বলেই এরকম হয়।

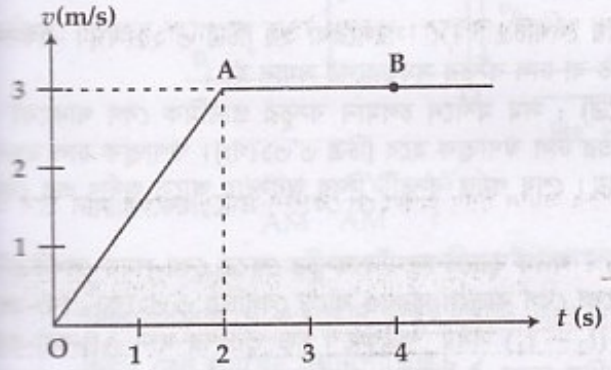
বেগ-সময় লেখচিত্রে বেগ ও সময় অক্ষ দ্বারা সীমাবদ্ধ OABC আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $OC \times OA = vt = s$

অর্থাৎ বস্তু দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব বেগ-সময় লেখচিত্রের বেগ ও সময় অক্ষের দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রফলের সমান হয়।

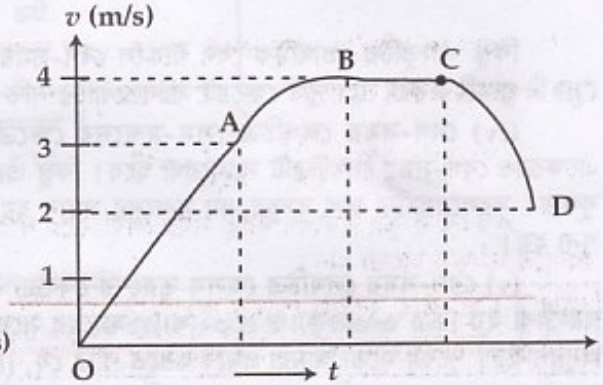


চিত্র ৩·২৮

**কর্ম অনুশীলন I.** একটি গ্রাফ কাগজে নিচের লেখচিত্রটি ৩·২৯(ক) অঙ্কন কর এবং A এবং B বিন্দুতে বেগ ব্যাখ্যা কর।



চিত্র ৩·২৯(ক)



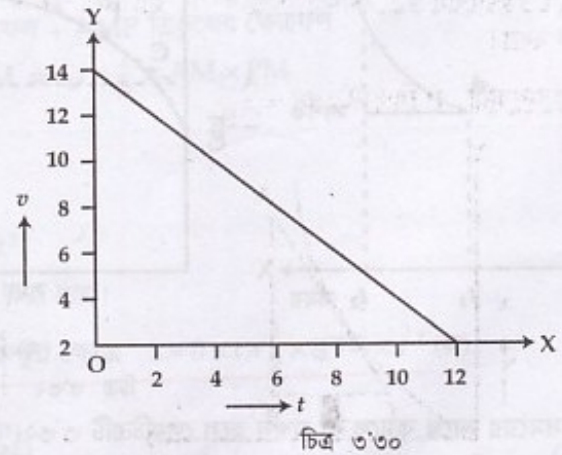
চিত্র ৩·২৯(খ)

**কর্ম অনুশীলন II.** একটি গ্রাফ কাগজে লেখচিত্রটি ৩·২৩(খ) অঙ্কন কর এবং A, B, C, D বিন্দুতে বেগ ব্যাখ্যা কর।

**(ii) বেগ-সময় লেখচিত্র (অসমবেগের ক্ষেত্রে) :** $t = 0$ sec থেকে 2 sec পর পর বেগ হ্রাসের মান সারণি ৩·২ দেওয়া হলো। প্রাপ্ত মান থেকে $v - t$ লেখচিত্র অঙ্কন করলে লেখচিত্রটি নিম্নরূপ হয় [চিত্র ৩·৩০]।

সারণি : ৩·২

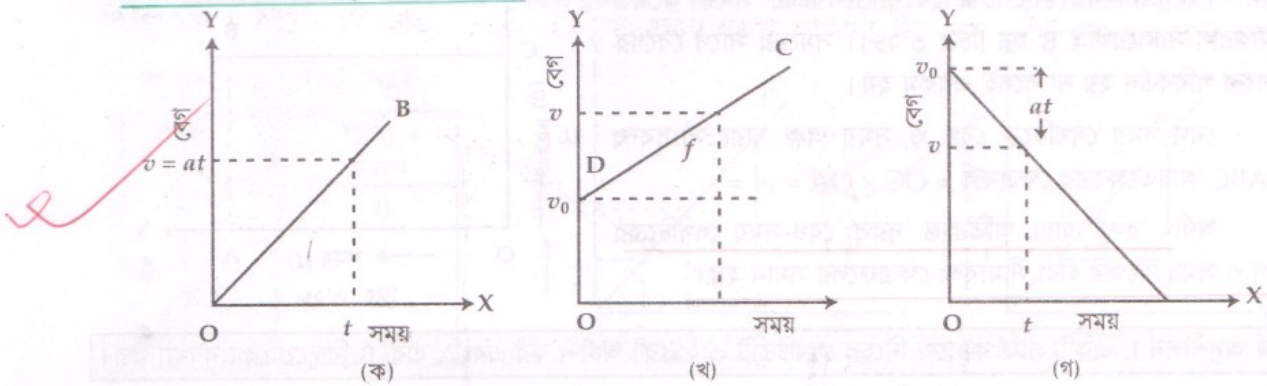
| সময় $t$ sec | বেগ $v$ ms$^{-1}$ |
|---|---|
| 0 | 14 |
| 2 | 12 |
| 4 | 10 |
| 6 | 8 |
| 8 | 6 |
| 10 | 4 |
| 12 | 0 |



চিত্র ৩·৩০

এই লেখচিত্রে যে কোনো সময় $t$-তে বস্তুর বেগ $v$ নির্ণয় করা যায়। চিত্র থেকে দেখা যায় সময়ের সাথে সাথে বেগ হ্রাস পায়। চিত্র থেকে আরও দেখা যায়, 0 সময়ে বস্তুর বেগ 14 ms$^{-1}$ এবং 12 sec সময়ে বেগ শূন্য। এটি একটি অসম বেগ। এক্ষেত্রে সময়ের সাথে সাথে বেগ হ্রাস পাচ্ছে এবং প্রতিক্ষেত্রে ত্বরণ (বা মন্দন) ধ্রুব থাকে।

**(iii) বেগ-সময় লেখচিত্র (সমত্বরণের ক্ষেত্রে)** : সমত্বরণে সরলরেখা বরাবর সচল বস্তুর বেগ-সময় লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা হয়। একই সময় অবকাশে একই পরিমাণ বেগ বৃদ্ধি হয় বলে লেখচিত্রটি এরূপ হয়। বস্তুটি স্থির অবস্থান থেকে যাত্রা শুরু করলে সরলরেখাটি মূল বিন্দুগামী হয়, ৩·৩১(ক) চিত্রে OB সরলরেখা। এই সরলরেখার ঢাল থেকে ত্বরণ নির্ণয় করা যায়।

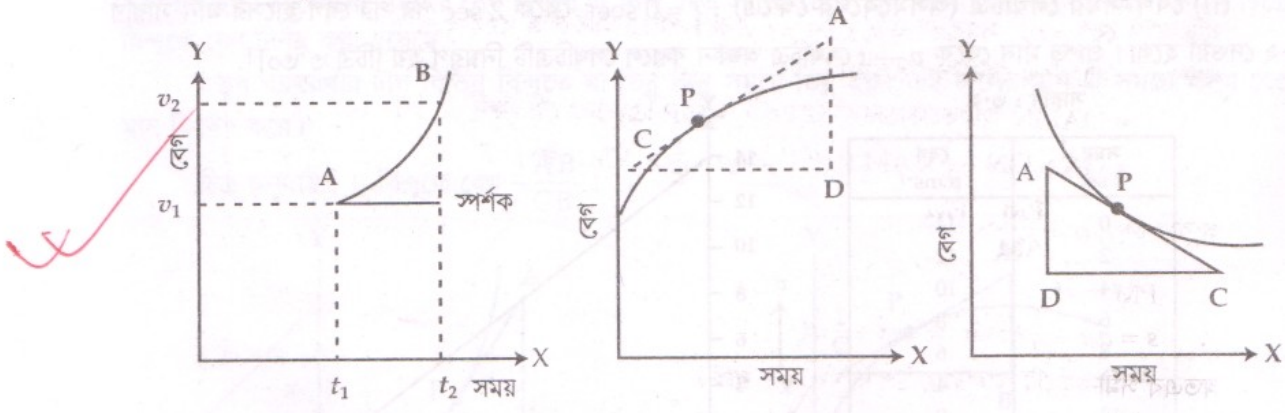



চিত্র ৩·৩১

কিন্তু বস্তুটির প্রাথমিক বেগ থাকলে বেগ-সময় লেখচিত্রটি DC সরলরেখা হয় [চিত্র ৩·২৫(খ)]। এখানে OD = প্রাথমিক বেগ $v_0$। দুটি ক্ষেত্রেই সরলরেখাটির নতি বা ঢাল বস্তুর সমত্বরণের সমান হয়।

**(iv) বেগ-সময় লেখচিত্র (সম-মন্দনের ক্ষেত্রে)** : সম মন্দনে চলমান বস্তুর প্রাথমিক বেগ থাকবেই। এক্ষেত্রেও বেগ-সময় লেখচিত্রটি সরলরেখা হবে। কিন্তু এর ঢাল ঋণাত্মক হবে [চিত্র ৩·৩১(গ)]। ঋণাত্মক ঢাল মন্দন বুঝায়। সরলরেখাটির ঢাল বস্তুর সম মন্দনের সমান হয়। শেষ পর্যন্ত বস্তুটি স্থির অবস্থায় আসে অর্থাৎ এর বেগ শূন্য হয়।

**(v) বেগ-সময় লেখচিত্র (অসম ত্বরণের ক্ষেত্রে)** : অসম ত্বরণে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে বেগ-সময় লেখচিত্রটি বক্ররেখা হয় [চিত্র ৩·৩২(ক) ও ৩·৩২(খ)]। সময়ের সঙ্গে বেগ বাড়লে ত্বরণও বাড়ে লেখচিত্র ৩·৩২(ক), (খ)-এর অনুরূপ হয়। পূর্বের মতো আমরা প্রমাণ করতে পারি যে, $(t_2 - t_1)$ সময় অবকাশে গড় ত্বরণের মান AB জ্যা-এর ঢালের সমান হয়। লেখচিত্রের যেকোনো বিন্দুতে তাৎক্ষণিক ত্বরণ ঐ বিন্দুতে লেখচিত্রের স্পর্শকের ঢালের সমান হয়। সময়ের সঙ্গে লেখচিত্রটির ঢাল বাড়তে থাকে। এ থেকে বোঝা যায় যে, ত্বরণ স্থির নয় [চিত্র ৩.২৬(খ)] বরং সময়ের সঙ্গে বাড়ছে।




চিত্র ৩·৩২

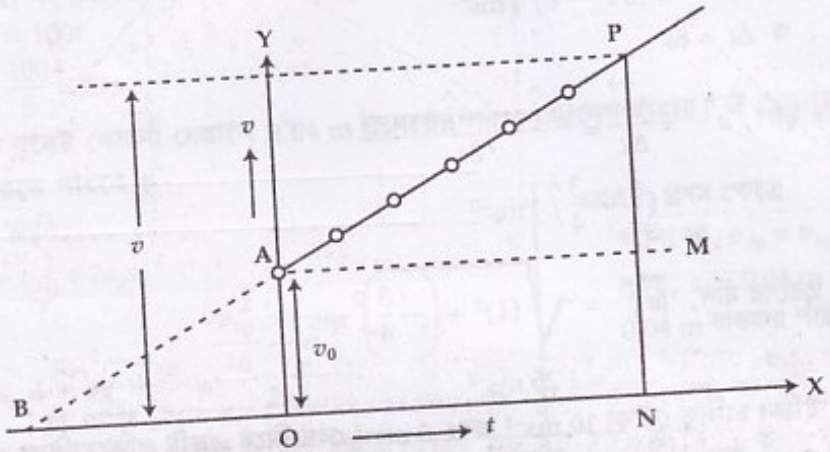
বস্তুর বেগ সময়ের সাথে কমলে বা মন্দন হলে লেখচিত্রটি ৩·৩২(গ) চিত্রের অনুরূপ হয়। P বিন্দুর ত্বরণ ΔADC এর ঢাল থেকে পাওয়া যায়।

$$\therefore \text{ত্বরণ} = \text{ঢাল} = \frac{AD}{DC}.$$

## গতি সংক্রান্ত সমীকরণ বেগ-সময় লেখচিত্রের সাহায্যে উপস্থাপন

(a) $v = v_0 + at$ সমীকরণের ক্ষেত্রে লেখচিত্র

এই সমীকরণে দুটি চলরাশি আছে, একটি হলো সময় $t$ অপরটি হলো বেগ $v$। $t$ কে X অক্ষে এবং $v$ কে Y অক্ষে স্থাপন করে একটি বস্তুকণার বেগ-সময় লেখচিত্র আঁকা হলো [চিত্র ৩·৩৩]। চিত্রে P বিন্দু হতে Y অক্ষের উপর PY লম্ব টানি। মনে করি $t$ সময়ে বস্তুর চূড়ান্ত বেগ = $v$ = OY; এখন OY = OA + AY অর্থাৎ $v = v_0 + at$.




চিত্র ৩·৩৩

এখানে ঢাল, $a = \frac{PM}{AM} = \frac{AY}{AM} = \frac{AY}{t}$

$\therefore \quad v = v_0 + at$ সমীকরণটি লেখচিত্রে উপস্থাপন করা যায়।

স্থির অবস্থান থেকে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে $v_0 = 0$, $a$ = ধ্রুবক হয় $\therefore \quad v = 0 + \text{ধ্রুবক} \times t \quad \therefore \quad v \propto t$

অর্থাৎ **বেগ সময়ের সমানুপাতিক।**

(b) $s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ সমীকরণের ক্ষেত্রে লেখচিত্র

চিত্র ৩·৩৩-এ $v$ বনাম $t$ লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা। চিত্রে PN ⊥ OX ; AM ⊥ PN

ধরি আদি বেগ = $v_0$, সমত্বরণ = $a$, ON = $t$ এবং $t$ সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব = $s$.

এখন $s$ = OAPN ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= OAMN আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল + AMP ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$= OA \times ON + \frac{1}{2} \times AM \times PM = v_0 t + \frac{1}{2} \times AM \times PM$

আবার ঢাল, $a = \frac{PM}{AM} = \frac{PM}{t}$

$\therefore \quad PM = at$

$\therefore \quad s = v_0 t + \frac{1}{2} t \times at = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

অতএব সমীকরণটি লেখচিত্রে উপস্থাপন করা যায়।

স্থির অবস্থান থেকে সমত্বরণে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে $s = 0 \times t + \frac{1}{2} \times \text{ধ্রুবক} \times t^2$

বা, $s = \text{ধ্রুবক} \times t^2$ বা, $s \propto t^2$

অর্থাৎ **সরণ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।**

অনুরূপভাবে বেগ-সময় লেখচিত্রের সাহায্যে $v^2 = v_0^2 + 2as$ প্রতিপাদন করা যায়। এক্ষেত্রে স্থির অবস্থান এবং সমত্বরণে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে $v \propto \sqrt{s}$ হয়। অর্থাৎ **বেগ দূরত্বের বর্গমূলের সমানুপাতিক।**

## গাণিতিক উদাহরণ

১। একটি বস্তুর বেগ 8s-এ $(4\hat{i}+2\hat{j})\ ms^{-1}$ হতে বৃদ্ধি পেয়ে $(12\hat{i}-4\hat{j})\ ms^{-1}$ হলো। গড় ত্বর নির্ণয় কর।

প্রশ্নানুযায়ী, $\Delta\vec{v} = \{(12\hat{i}-4\hat{j}) - (4\hat{i}+2\hat{j})\}\ ms^{-1}$

$= (8\hat{i}-6\hat{j})\ ms^{-1}$

ও $\Delta t = 8s$

$\therefore$ গড় ত্বরণ, $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{(8\hat{i}-6\hat{j})\ ms^{-1}}{8s}$

$= (\hat{i}-\frac{3}{4}\hat{j})\ ms^{-2}$

এবং গড় ত্বরণের মান, $|\vec{a}| = \sqrt{(1)^2+\left(-\frac{3}{4}\right)^2}\ ms^{-2}$

$= 1{\cdot}25\ ms^{-2}$

২। দুটি ইঞ্জিন চালিত নৌকা $10\ ms^{-1}$ এবং $5\ ms^{-1}$ বেগ নিয়ে একটি প্রতিযোগিতা শুরু করে। তাদের ত্বরণ যথাক্রমে $2\ ms^{-2}$ এবং $3\ ms^{-2}$। যদি নৌকা দুটি একই সময়ে শেষ প্রান্তে পৌঁছায় তবে তারা কত সময় প্রতিযোগিতায় অংশগ্রহণ করেছিল ?

প্রথম নৌকার ক্ষেত্রে

$s = v_{01}t + \frac{1}{2}a_1t^2$ ... ... (i)

দ্বিতীয় নৌকার ক্ষেত্রে

$s = v_{02}t + \frac{1}{2}a_2t^2$ ... ... (ii)

এখানে

প্রথম নৌকার আদিবেগ $v_{01} = 10\ ms^{-1}$

প্রথম নৌকার ত্বরণ $a_1 = 2\ ms^{-2}$

দ্বিতীয় নৌকার আদিবেগ $= v_{02} = 5\ m$

দ্বিতীয় নৌকার ত্বরণ $a_2 = 3\ ms^{-2}$

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই

$v_{01}t + \frac{1}{2}a_1t^2 = v_{02}t + \frac{1}{2}a_2t^2$

$(v_{01}-v_{02})t = \frac{1}{2}(a_2-a_1)t^2$ ... (iii)

বা, $(10-5)t = \frac{1}{2}(3-2)t^2$ বা, $5t = \frac{1}{2}\times t^2$

বা, $5 = \frac{1}{2}t$

$\therefore$ $t = 10\ sec$

৩। একটি ট্রেন স্থির অবস্থান হতে $10\ ms^{-2}$ ত্বরণে চলতে আরম্ভ করল। একই সময়ে একটি গাড়ি $100\ ms^{-1}$ সমবেগে ট্রেনের সমান্তরালে চলা শুরু করল। ট্রেন গাড়িটিকে কখন পিছনে ফেলে যাবে ?

মনে করি, ট্রেনটি $t$ সময় পরে $s$ দূরত্ব অতিক্রম করে গাড়িটিকে পিছনে ফেলবে।

ট্রেনের ক্ষেত্রে

$s = v_{01}t = \frac{1}{2}a_1t^2$

বা, $s = 0 + \frac{1}{2}\times 10\times t^2$

বা, $s = 5t^2$ ... ... (i)

এখানে,

ট্রেনের আদিবেগ, $v_{01} = 0$

ত্বরণ, $a_1 = 10\ ms^{-2}$

গাড়ির আদিবেগ, $v_{02} = 100\ ms^{-1}$

গাড়ির ত্বরণ, $a_2 = 0$

গাড়ির ক্ষেত্রে

$$s = v_{02}t + \frac{1}{2}a_2t^2$$

বা, $s = 100t + \frac{1}{2}\times 0$

বা, $s = 100t$ ... ... ... (ii)

(i) ও (ii) নং সমীকরণ থেকে

$5t^2 = 100t$

$\therefore\ t = \frac{100}{5} = 20$ s.

৪। একটি বুলেট কোনো দেয়ালে 0·04 m প্রবেশের পর 75% বেগ হারায়। ঐ দেয়ালে বুলেটটি আর কতদূর প্রবেশ করতে পারবে ? [রা. বো. ২০১০]

আমরা জানি,

$v_{x_1}^2 = v_{x0}^2 + 2a_xs_1$

বা, $a_x = \frac{v_{x_1}^2 - v_{x0}^2}{2s_1} = \frac{\frac{v_{x0}^2}{16} - v_{x0}^2}{2s_1}$

$= \frac{-15v_{x0}^2}{32s_1} = \frac{-15v_{x0}^2}{32\times 0{\cdot}04} = \frac{-15v_{x0}^2}{1{\cdot}28}$

আবার, $v_{x_2}^2 = v^2{}_{x01} + 2a_xs_2$

$0 = \frac{vx_0^2}{16} + 2\times\left(\frac{-15vx_0^2}{1{\cdot}28}\right)\times s_2 = \frac{v_{x0}^2}{16} + \frac{30v_{x0}^2}{1{\cdot}28}s_2$

$= \frac{30v_{x0}^2}{1{\cdot}28}s_2 = \frac{v_{x0}^2}{16}$

$\therefore\ s_2 = \frac{1{\cdot}28}{480} = 2{\cdot}67\times 10^{-3}$ m

এখানে, প্রথম ক্ষেত্রে

আদিবেগ, $v_{x_0} = v_{x0}$

দূরত্ব, $s_1 = 0{\cdot}04$ m

0·04 m যাওয়ার পরে শেষ বেগ

$v_{x_1} = \frac{v_{x_0}}{4}$

ত্বরণ, $a_x = ?$

এখানে, দ্বিতীয় ক্ষেত্রে

আদিবেগ, $v_{x01} = \frac{v_{x_0}}{4}$

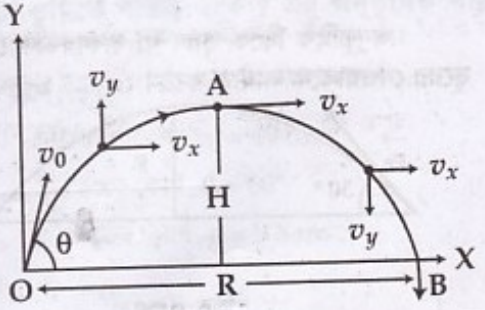
ত্বরণ, $a_x = -15\,v_{x0}^2 / 32\times{\cdot}04$

শেষ বেগ, $v_{x_2} = 0$

দূরত্ব, $s_2 = ?$

## ৩·৪ প্রক্ষেপণ গতি
## Projectile Motion

তুমি যদি স্টেডিয়ামে কখনও ক্রিকেট খেলা দেখতে যাও তাহলে বাউন্ডারি থেকে ছোঁড়া ক্রিকেট বলের গতি লক্ষ করলে দেখবে বলটি প্রথমে ভূমি থেকে উপরে ওঠে পুনরায় বাঁকা পথে ভূমিতে ফিরে আসে। আবার বন্দুক থেকে উপরের দিকে ছোঁড়া বুলেটের গতি, নিক্ষিপ্ত তীর বা বর্শার গতি, বিমান থেকে নিক্ষিপ্ত বোমার গতি সকল ক্ষেত্রে একই প্রকার গতিপথ লক্ষ করা যায়।এই ধরনের বক্রগতিকে প্রাসের গতি বলে এবং গতিপথকে প্রক্ষেপণ (trajectory) বলে। ইহা একটি অধিবৃত্ত। এ ধরনের গতি দ্বিমাত্রিক গতি। বাতাসের বাধা উপেক্ষা করলে প্রাসের গতি কেবলমাত্র অভিকর্ষের ক্রিয়ায় হয়। প্রাসের গতিপথ সর্বদা প্যারাবোলা বা অধিবৃত্ত হয়। প্রাস সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছালে এর বেগ সর্বনিম্ন হয়। আবার সর্বাধিক উচ্চতায় প্রাসের গতি একমাত্রিক হয়। প্রাস প্রক্ষেপণ বিন্দু হতে অনুভূমিক দিকে সর্বাধিক যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে প্রাসের পাল্লা (Range) বলে। অনুভূমিক বরাবর প্রাসের ত্বরণ, $a_x = 0$, উল্লম্ব বরাবর প্রাসের ত্বরণ, $a_y = -g$ হয়। প্রক্ষেপণ বিন্দুতে প্রাসের মূলবিন্দুর স্থানাঙ্ক




চিত্র ৩·৩৪

$x = 0, y = 0$ হয়। মনে কর O বিন্দু হতে $\theta$ কোণে একটি প্রাসকে $v_0$ আদিবেগে উপরের দিকে নিক্ষেপ হলো [চিত্র ৩·৩৪]। প্রাসের প্রাথমিক বেগ $v_0$ কে দুটি উপাংশে বিভক্ত করা যায়। একটি উপাংশ OX বরাবর, উপাংশ OY বরাবর। উপাংশ দুটি হলো $v_{x_0} = v_0 \cos\theta$ এবং $v_{y_0} = v_0 \sin\theta$।

আমরা প্রক্ষেপ মুহূর্ত থেকে সময় গণনা করতে পারি। অর্থাৎ $t = 0$ সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব $x$ হলে সমীকরণ অনুযায়ী $x = v_{x_0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

$$x = v_0 \cos\theta t + 0 \quad [\because \text{অনুভূমিক গতি } v_{x0} = v_0\cos\theta]$$

$$\therefore \quad t = \frac{x}{v_0 \cos\theta} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3$$

আবার $a_x = -g$ হওয়ায় $t$ সময় পর উল্লম্ব দিকে প্রাসের বেগ বা উল্লম্ব গতি

$$v_y = v_{y_0} - gt = v_0 \sin\theta - gt \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3$$

$t$ সময় পর প্রাস যদি $y$ উচ্চতায় আরোহণ করে, তবে

$$y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3$$

$t$ সময়ে লব্ধি বেগ, $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

লব্ধি বেগ অনুভূমিক দিকের সাথে $\alpha$ কোণ করলে, $\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x}$

$t$ এর মান (3.34) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

$$y = v_0 \sin\theta \times \frac{x}{v_0\cos\theta} - \frac{1}{2}g \times \frac{x^2}{v_0^2\cos^2\theta}$$

$$y = (\tan\theta)x - \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2$$

$$y = ax - bx^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.35)$$ ইহা একটি প্যারাবোলা বা অধিবৃত্তের সমীকর

এখানে $a = \tan\theta,\ b = \frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}$

এই রাশি দুটি প্রক্ষেপ পথে ধ্রুব থাকে। সুতরাং প্রাসের গতিপথ একটি প্যারাবোলা।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। অনুভূমিকের সাথে 30° কোণ করে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 40 ms$^{-1}$ বেগে শত্রুপক্ষের একটি বিমানের দি একটি কামানের গোলা নিক্ষেপ করা হলো। গোলাটি 30 m দূরে অবস্থিত একটি দেয়ালকে কত উচ্চ আঘাত করবে ?**

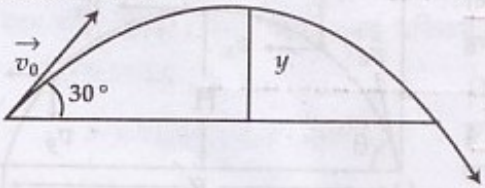
মনে করি গোলাটি $y$ উচ্চতায় দেওয়ালকে আঘাত করে।

আদিবেগের অনুভূমিক উপাংশ

$$v_{x0} = v_0\cos 30° = 40\cos 30° = 34{\cdot}641 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,
নিক্ষেপ কোণ, $\theta = 30°$
আদিবেগ, $v_0 = 40$ ms$^{-1}$
উচ্চতা, $y = ?$

অনুভূমিক দিকে ত্বরণ না থাকার কারণে বেগের উপাংশ অপরিবর্তিত থাকবে। ধরি $t$ সময় পর গোলাটি 3 দূরের দেওয়ালকে আঘাত করে।




চিত্র ৩·৩৫

$$\therefore \quad v_{x0}t = 30$$

$$t = \frac{30}{34{\cdot}641} = 0{\cdot}866 \text{ sec}$$

আদিবেগের উল্লম্ব উপাংশ,

$$v_{y0} = 40\sin 30° = 20 \text{ ms}^{-1}$$

$t$ সময় পর উল্লম্ব সরণ

$$y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 = 20 \times 0{\cdot}866 - \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8 \times (0{\cdot}866)^2 = 13{\cdot}645 \text{ m}$$

**সর্বাধিক উচ্চতা (H) :** সর্বোচ্চ বিন্দু A-তে বেগের উল্লম্ব উপাংশের মান শূন্য হয় অর্থাৎ $v_y = 0$ হয়

এক্ষেত্রে (3.33) সমীকরণ থেকে $v_0 \sin\theta - gt = 0,\ t = \dfrac{v_0 \sin\theta}{g}$ ... ... (3.36)

(3.34) নং সমীকরণে $y = H$ এবং $t$ এর মান বসিয়ে পাওয়া যায়

$$H = v_0 \sin\theta \times \left(\frac{v_0 \sin\theta}{g}\right) - \frac{1}{2}\frac{g v_0^2 \sin^2\theta}{g^2}$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g} - \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$= \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$\therefore \quad H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g} \quad \text{... ... ...} \quad (3.37)$$

**বিচরণ কাল (T) :** এক্ষেত্রে উঠা এবং নামার জন্য $y = 0$ হয়

ফলে (3.34) নং সমীকরণ থেকে $v_0 \sin\theta t - \frac{1}{2} g t^2 = 0$

$$\therefore \quad t\left(v_0 \sin\theta - \frac{1}{2} g t\right) = 0 \text{ অথবা } t = 0$$

$$\therefore \quad t = \frac{2v_0 \sin\theta}{g}$$

$t = 0$ হলে প্রাসের প্রাথমিক অবস্থা 0-কে নির্দেশ করে। অতএব বিচরণ কাল $t = T$ বসিয়ে পাই

$$T = \frac{2v_0 \sin\theta}{g} \quad \text{... ... ...} \quad (3.38)$$

**প্রক্ষেপণ সীমা বা পাল্লা (R) :** অনুভূমিক দিকে OB = পাল্লা = R

অতএব পাল্লা, $R = v_{x_0} T = v_0 \cos\theta T = v_0 \cos\theta \times \dfrac{2v_0 \sin\theta}{g} = \dfrac{2v_0^2 \sin\theta \cos\theta}{g}$

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta \quad \text{... ... ...} \quad (3.39)$$

**সর্বাধিক পাল্লা ($R_{max}$) :**

$v_0$ এর যেকোনো প্রদত্ত মানে R সর্বাধিক হয় যখন $\sin 2\theta = 1$ বা $2\theta = 90°$ হয় বা $\theta = 45°$ হয়।

$$\therefore \quad R_{max} = \frac{v_0^2 \sin 90°}{g} = \frac{v_0^2}{g}$$

অর্থাৎ 45° নিক্ষেপণ কোণে নিক্ষিপ্ত বস্তুর পাল্লা সর্বাধিক।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। 49 $ms^{-1}$ বেগে ভূমির সাথে 60° কোণে একটি বস্তুকে শূন্যে নিক্ষেপ করা হলো। এটা সর্বোচ্চ কত উপরে উঠবে ? এতে কত সময় লাগবে ? কত সময় পর এটা ভূমিতে পতিত হবে ? এর অনুভূমিক পাল্লা কত হবে ?**

এখানে,

নিক্ষেপণ বেগ, $v_0 = 49\ ms^{-1}$

নিক্ষেপণ কোণ, $\theta = 60°$

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$

সর্বাধিক উচ্চতা

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$= \frac{(49)^2 \times (\sin 60°)^2}{2 \times 9{\cdot}8} = 91{\cdot}87 \text{ m}$$

সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে $t_m$ সময় লাগলে

$$t_m = \frac{v_0 \sin\theta}{g} = \frac{49 \times \sin 60°}{9{\cdot}8} = 4{\cdot}33 \text{ sec}$$

ভূমিতে আসার সময় T হলে

$$T = \frac{2v_0 \sin\theta}{g} = \frac{2 \times 49 \times \sin 60^\circ}{9{\cdot}8} = 8{\cdot}66\ s$$

পাল্লা, $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{(49)^2 \times \sin(2 \times 60^\circ)}{9{\cdot}8} = 212{\cdot}18\ m$

**২। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা 79·53 m এবং বিচরণকাল 5·3 sec। নিক্ষেপণ বেগ ও নিক্ষেপণ কোণ নির্ণয় কর।** [ঢা. বো. ২০১০; চ. বো. ২০০৯, ২০০৪

আমরা জানি,

$$T = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$$

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_0}{g} = \frac{v_0^2\, 2\sin\theta_0 \cos\theta_0}{g} \quad \ldots \quad \ldots \quad (ii)$$

এখানে, $R = 79{\cdot}53\ m$, $T = 5.3\ sec$, $g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই, $\frac{T}{R} = \frac{\frac{2v_0 \sin\theta_0}{g}}{\frac{v_0^2\, 2 \sin\theta_0 \cos\theta_0}{g}}$ বা, $\frac{5{\cdot}3}{79{\cdot}53} = \frac{1}{v_0 \cos\theta_0}$

বা, $v_0 \cos\theta_0 = 15{\cdot}006 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (iii)$

সমীকরণ (i) থেকে পাই,

$$T = \frac{2\, v_0 \sin\theta_0}{9{\cdot}8}$$

$$\therefore\ v_0 \sin\theta_0 = \frac{9{\cdot}8}{2} \times T = \frac{9{\cdot}8}{2} \times 5{\cdot}3 = 25{\cdot}97 \quad \ldots \quad \ldots \quad (iv)$$

সমীকরণ (iii) ও (iv) থেকে পাই,

$$\tan\theta_0 = \frac{25{\cdot}97}{15{\cdot}006} = 1{\cdot}7306 \qquad \therefore\ \theta_0 = 60^\circ$$

সমীকরণ (iii)-এ $\theta_0$-এর মান বসিয়ে পাই, $v_0 \cos 60^\circ = 15{\cdot}006$

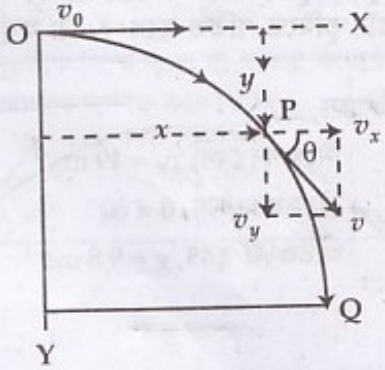
$$v_0 \times 0{\cdot}5 = 15{\cdot}006$$

$$\therefore\ v_0 = \frac{15{\cdot}006}{0{\cdot}5} = 30\ ms^{-1}$$

## অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বা প্রাসের গতির সমীকরণ

**Equation of motion of a horizontal projectile**

ধরি একটি বস্তুকে O বিন্দু হতে $v_0$ বেগে অনুভূমিক দিকে নিক্ষেপ করা হলো [ চিত্র ৩·৩৬ ]। বায়ুর বাধা ও উচ্চতার সাথে $g$-এর পরিবর্তন অগ্রাহ্য করলে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতিপথের যে কোনো বিন্দুতে অনুভূমিক বেগ অভিক্ষ এবং $v_0$ হবে। কিন্তু নিক্ষিপ্ত বস্তুর বেগের খাড়া উপাংশ না থাকায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের দরুন খাড়া নিচের দিকে বস্তুর বেগ সময়ের সমানুপাতে বৃদ্ধি পাবে। ধরি $t$ সেকেন্ড পরে বস্তুটি অনুভূমিক দিকে $x$ দূরত্ব ও খাড়া নিচের দিকে $y$ দূরত্ব অতিক্রম করে P বিন্দুতে এল এবং P বিন্দুতে বস্তুটির বেগ $v$ ও $v$-এর অনুভূমিক ও উল্লম্ব অংশকের মান যথাক্রমে $v_x$ ও $v_y$ । তা হলে,




চিত্র ৩·৩৬

$$v_x = v_0 = v\cos\theta$$

ও $v_y = 0 + gt = gt = v\sin\theta$

$$\therefore\ v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

এখানে অনুভূমিকের সাথে $v$-এর কৌণিক ব্যবধান $\theta$।

$\therefore \quad \tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$

আবার, $x = v_0 \times t$ ... ... ...(3.40) [$\because$ অনুভূমিক দিকে ত্বরণ = 0]

ও $y = \frac{1}{2} gt^2$ ... ... ...(3.41) [$\because$ উল্লম্ব দিকে আদি বেগ = 0]

সমীকরণ (3.40) হতে $t$-এর মান সমীকরণ (3.41)-এ বসিয়ে পাওয়া যায়—

$$y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \quad \text{... ... ...} \quad (3.42)$$

$\therefore \quad x^2 = \frac{2v_0^2}{g} y$

উপরের সমীকরণে $\frac{2v_0^2}{g} = 4A$ বসিয়ে পাওয়া যায়,

$$x^2 = 4Ay \quad \text{... ... ...} \quad (3.43)$$

**এটি একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ। কাজেই বাধাহীন পথে অনুভূমিকভাবে নিক্ষিপ্ত বস্তুর বা প্রাসের গতিপথ প্যারাবোলা (Parabola) বা অধিবৃত্ত রচনা করে।**

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। ভূ-পৃষ্ঠ থেকে 490 m উঁচুতে একটি বিম কোনো বিন্দু A এর উপর উল্লম্ব অবস্থানে এসে সে বিন্দুতে আঘাত করল। AB এর দূরত্ব কত ?**

মনে করি O অবস্থানে বিমানটি থেকে বস্তুটি ফেলা হলো; অতএব OA = 490 m, $t$ সময় পর বস্তুটি বিন্দুতে আঘাত করল। উল্লম্ব দিকে বস্তুটির প্রাথমিক বে শূন্য।

$\therefore \quad h = v_{y_0} t + \frac{1}{2} gt^2$

বা, $490 = 0 + \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8t^2$

বা, $490 = 4{\cdot}9\, t^2$ বা, $t^2 = 100$

$\therefore \quad t = 10$ sec

$\therefore$ অনুভূমিক সরণ, $x = v_{x_0} \times t = 147 \times 10 =$

**২। একটি ফুটবলকে ভূমির সাথে 30° কোণে বেগের মান কত হবে নির্ণয় কর।**

মনে করি, ফুটবলটি যে বিন্দু হতে কিক করা হলে এবং খাড়া উপরের দিক Y অক্ষ ধনাত্মক।

শেষ বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে $v_x$

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

আদি বেগের অনুভূমিক ও উল্লম্ব উপাংশ যথাক্রমে

আমরা পাই, $v_x = v_{x_0} + a_x t = v_0 \cos\theta + a$

$= v_0 \cos\theta = 40 \cos 30° = 3$

- গতিশীল কণাটির তিনটি ত্বরণ থাকে। যথা ঃ
  1. বৃত্তপথে ঘূর্ণনরত বস্তুর কেন্দ্র ও কণার মধ্যে সংযোগকারী কেন্দ্রমুখী ত্বরণ।
  2. স্পর্শী ত্বরণ।
  3. কৌনিক ত্বরণ।
- বৃত্তীয় গতি এক ধরনের ঘূর্ণন গতি।
- বায়ুর বাধা না থাকলে একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে $45^0$ কোণে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তার অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হবে।
- সেকেণ্ডের কাঁটার প্রান্তের রৈখিকবেগ সবচেয়ে বেশি এবং ঘন্টার কাঁটার প্রান্তের রৈখিকবেগ সবচেয়ে কম।
- একটি প্রসঙ্গ বিন্দু ও দুইটি অক্ষের দ্বারা সূচিত কাঠামোকে দ্বিমাত্রিক কাঠামো বলে।
- একটি প্রসঙ্গ বিন্দু ও তিনটি অক্ষের দ্বারা সূচিত কাঠামোকে ত্রিমাত্রিক কাঠামো বলে।
- একটি নির্দিষ্ট দিকে কোনো একটি গতিশীল বস্তু কোনো সময়ে যে পরিমাণ দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে ঐ বস্তুর সরণ ভেক্টর বলে।
- সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর তাৎক্ষণিক ত্বরণ যে কোনো সময় ব্যবধান বা অবকাশের গড় ত্বরণের সমান।
- রৈখিক বেগ ঘূর্ণন অক্ষ হতে দূরত্বের সমানুপাতিক।
- প্রাসের গতিপথ প্রধানত নিক্ষেপণ বেগ, নিক্ষেপণ কোণ ও অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভরশীল।
- ঘূর্ণন যদি কোন অক্ষকে কেন্দ্র করে সম্পাদিত হয় তবে ঐ অক্ষকে ঘূর্ণন অক্ষ বলে।
- কোন বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান দৈর্ঘ্যের বৃত্তচাপ বৃত্তের কেন্দ্রে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে এক রেডিয়ান বলে।
- ঘূর্ণায়মান বস্তুর প্রতিটি কণার কৌণিক ত্বরণ বা মন্দন সমান।
- কোন ঘড়ির কাঁটার প্রান্তের রৈখিকবেগ সর্বাধিক ও কেন্দ্রের শূন্য।
- রৈখিক ত্বরণ = কৌণিক ত্বরণ × ব্যাসার্ধ
- রৈখিক বেগ = কৌণিক বেগ × ব্যাসার্ধ
- ঘূর্ণন গতিশক্তি = ½ (জড়তার মোমেন্ট × কৌণিক বেগ$^2$)
- একটি ঘূর্ণায়মান চাকার অক্ষ সংলগ্ন বস্তু কণার রৈখিক বেগ সবচেয়ে কম এবং চাকার পরিধিস্থ বস্তু কণার রৈখিক বেগ সবচেয়ে বেশি।

এবং $v_y = v_{y_0} + a_y t = v_0 \sin\theta + a_y t$

বা, $v_y = 40 \sin 30° + (-9{\cdot}8) \times 2$ [ উল্লম্ব উপাংশ নিম্নমুখী হওয়ায় $a_y = -g = -9{\cdot}8\ \text{ms}^{-2}$ ]

$= 20 - 19{\cdot}6 = 0{\cdot}4\ \text{ms}^{-1}$

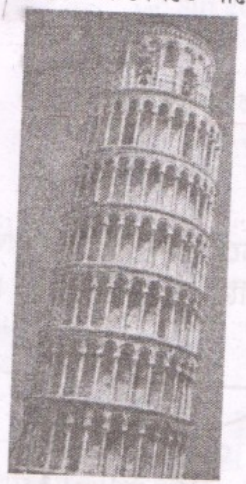
$\therefore v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(34{\cdot}64)^2 + (0{\cdot}4)^2}$

$= \sqrt{1199{\cdot}9 + 0{\cdot}16} = \sqrt{1200} = 34{\cdot}64\ \text{ms}^{-1}$

## ৩·৫ পড়ন্ত বস্তুর সূত্র

### Laws of Falling Bodies

তুমি যদি কখনও ছাদের উপর থেকে এক টুকরা কাগজ ও এক খণ্ড পাথর একই সাথে নিচে ফেলে দাও তাহলে কী দেখতে পাবে ? দেখবে যে, পাথর খণ্ডটি কাগজ অপেক্ষা আগে মাটিতে পৌঁছেছে।



চিত্র ৩·৩৮

আমরা জানি যে, বস্তুর এই খাড়াভাবে পতনের কারণ অভিকর্ষজ বা পৃথিবীর আকর্ষণ বা অভিকর্ষ। অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না, তাহলে কাগজের টুকরা এবং পাথর খণ্ডটি একই সময়ে মাটিতে পৌঁছাল না কেন ? এক্ষেত্রে বাতাসের বাধা বস্তু দুটির ভিন্ন সময়ে মাটিতে পতনের ক্ষেত্রে দায়ী। ইতালিয় বিজ্ঞানী গ্যালিলিও গ্যালিলিও পড়ন্ত বস্তুর গতি নিয়ে গবেষণা করেন এবং পরীক্ষালব্ধ কিছু সূত্র দেন। তিনি 1589 খ্রিস্টাব্দে পিসা শহরের বিখ্যাত 180 ফুট উঁচু হেলানো একটি স্তম্ভের ছাদ থেকে বিভিন্ন ধরনের ভারী বস্তু ফেলে দেখান যে, তারা প্রায় একই সময়ে মাটিতে পৌঁছায় [চিত্র ৩·৩৮]। ভারী ও হালকা বস্তুর পতনের ক্ষেত্রে সামান্য এই সময়ের পার্থক্য বায়ুর বাধার জন্য ঘটে। পরবর্তীকালে বিজ্ঞানী নিউটন গিনি ও পালক পরীক্ষার সাহায্যে এই তথ্যের সত্যতা প্রমাণ করেন। গ্যালিলিও এ ধরনের মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর গতি সংক্রান্ত তিনটি সূত্র প্রদান করেন। সূত্রগুলো হলো :

**প্রথম সূত্র : একই উচ্চতায় স্থির অবস্থান থেকে মুক্তভাবে সকল পড়ন্ত বস্তু সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।**

**ব্যাখ্যা :** মনে করা যাক, $m_1$ ও $m_2$ ভরের দুটি বস্তু উঁচু কোনো স্থির অবস্থান থেকে সম্পূর্ণ বাধাহীনভাবে $t$ সময়ে $h_1$ ও $h_2$ নিম্নমুখী দূরত্ব অতিক্রম করে। তাই এক্ষেত্রে $h_1 = h_2$.

**দ্বিতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময় ($t$)-এ প্রাপ্ত বেগ ($v$) ঐ সময়ের সমানুপাতিক।**

**ব্যাখ্যা :** ধরা যাক, একটি বস্তু উঁচু কোনো স্থির অবস্থান থেকে সম্পূর্ণরূপে বাধাহীনভাবে ভূমিতে পতিত হচ্ছে। এক্ষেত্রে $t$ সময়ে বস্তুটির বেগ $v$ হলে $v \propto t$

বা, $\frac{v}{t} = \text{ধ্রুবক}$ বা, $\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} = \text{ধ্রুবক}$

এখানে $v_1$ ও $v_2$ হলো যথাক্রমে $t_1$ ও $t_2$ সময়ে বেগ।

**তৃতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।**

**ব্যাখ্যা :** ধরা যাক একটি বস্তু উঁচু কোনো স্থির অবস্থান থেকে সম্পূর্ণ বাধাহীনভাবে ভূমিতে পতিত হচ্ছে। এক্ষেত্রে $t$ সময়ে বস্তুটির অতিক্রান্ত দূরত্ব $h$ হলে $h \propto t^2$

$\frac{h}{t^2} = \text{ধ্রুবক}$। বা, $\frac{h_1}{t_1^2} = \frac{h_2}{t_2^2} = \text{ধ্রুবক}$

এখানে $h_1$ ও $h_2$ যথাক্রমে $t_1$ ও $t_2$ সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব।

04. 1 ডিগ্রী সমান —— রেডিয়ান [08-09]

A. 57.3 B. 0.0175
C. 0.05 D. 1.5

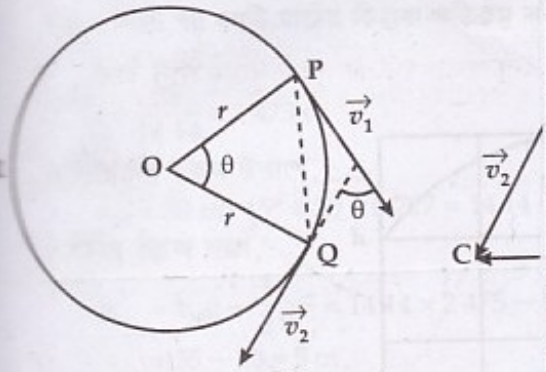
Ans | B | Solve $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ rad

| কৌণিক বেগ | রৈখিক বেগ |
|---|---|
| ১. কৌণিক পথে একটি বস্তুর কৌণিক সরণের হারকে কৌণিক বেগ বলে। | ১. নির্দিষ্ট দিকে রৈখিক পথে কোন একটি বস্তুর স্থান পরিবর্তনের হারকে এর রৈখিক বেগ বলে। |
| ২. একক সময়ের অতিক্রান্ত কৌণিক দূরত্ব দ্বারা কৌণিক বেগ পরিমাপ করা হয়। | ২. একক সময়ের অতিক্রান্ত রৈখিক দূরত্ব দ্বারা রৈখিক বেগ পরিমাপ করা হয়। |
| ৩. এর সমীকরণ $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ | ৩. এর সমীকরণ, $V = \frac{dr}{dt}$ |
| ৪. এর মাত্রা সমীকরণ $[T^{-1}]$ | ৪. এর মাত্রা সমীকরণ $[LT^{-1}]$ |
| ৫. এর একক হলো রেডিয়ান/সে, ডিগ্রী/সে. | ৫. এর একক মিটার/সে. |
| ৬. রৈখিক বেগকে বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ দ্বারা ভাগ করলে কৌণিক বেগ পাওয়া যায়। | ৬. কৌণিক বেগকে বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ দ্বারা গুণ করলে রৈখিক বেগ পাওয়া যায়। |
| ৭. বস্তু সমকৌণিক বেগে চললেও এর রৈখিক ত্বরণ থাকে। | ৭. বস্তু সমরৈখিক বেগে চললে এর রৈখিক ত্বরণ থাকে না। |
| ৮. আবর্তনরত কোন বস্তুর বিভিন্ন কণার কৌণিক বেগ সর্বদা একই থাকে। | ৮. আবর্তনরত কোন একটি বস্তুর বিভিন্ন কণার রৈখিক বেগ বিভিন্ন হয়। |

■ **তথ্য:**

- দ্রুতি পরিমাপক যন্ত্রের নাম– স্পিডোমিটার
- বেগ পরিমাপক যন্ত্রের নাম– ভেলোটোমিটার
- একটি বস্তুকে যে বেগে ভূমি থেকে নিক্ষেপ করা হয় বস্তুটি ঠিক একই বেগে ভূমিকে আঘাত করবে।

অভিবাহু ত্রিভুজ এবং $\angle BAC = \angle POQ = \theta$ । কাজে




চিত্র ৩·৪১

এখানে বৃত্তচাপ PQ-কে জ্যা PQ-এর সমান ধর কেননা এমতাবস্থায় বৃত্তচাপ PQ ও জ্যা PQ প্রায় $\Delta t \to 0$ হলে, P ও Q-এর মধ্যবর্তী দূরত্ব ও θ বিন্দু হবে এবং $\Delta \vec{v}$ ও $\vec{v_1}$ বা $\vec{v_2}$-এর মধ্যবর্তী কোণ $\varphi = 90^\circ$ অর্থাৎ $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করবে।

কাজেই তাৎক্ষণিক ত্বরণের মান,

$$a = \text{Lt}_{\Delta t \to 0} \left| \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right| = \frac{v^2}{r} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3.49)$$

∴ $r$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে $v$ সমদ্রুতিতে আবর্তনরত বস্তুর উপর সর্বদাই বৃত্তপথের কেন্দ্রের দিকে একটি সমান $a = \frac{v^2}{r}$ ক্রিয়া করে।

**সমীকরণ (3.49) বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুর কেন্দ্রমুখী ত্বরণের রাশিফল।**

∴ বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত $m$ ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়ারত কেন্দ্রমুখী বল F হলে নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী, $F = ma$

বা, $F = m\frac{v^2}{r}$

বস্তুটির কৌণিক বেগ ω হলে, $v = \omega r$ হেতু

$$F = \frac{mv^2}{r} = \frac{m\omega^2 r^2}{r} = m\omega^2 r$$

06. স্থির অবস্থা থেকে যাত্রা করে একটি বস্তু প্রথম সেকেন্ডে 1m দূরত্ব অতিক্রম করল। পরবর্তী 1m অতিক্রম করতে বস্তুটির কত সময় লাগবে? [11-12]

A. 1sec B. 1.414sec
C. 0.414sec D. None

Ans | C | Solve $t = \sqrt{S_1 + S_2} - 1$

$= \sqrt{(1+1)} - 1 = \sqrt{2} - 1 = 0.414$ sec

## গাণিতিক উদাহরণ

১। হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেকট্রন নিউক্লিয়াস কক্ষপথে $2{\cdot}2 \times 10^6$ ms$^{-1}$ বেগে ঘুরছে। ইলেকট্রনের

আমরা জানি, অভিলম্ব ত্বরণ,

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{(2{\cdot}2 \times 10^6)^2}{5{\cdot}2 \times 10^{-11}}$$

$$= \frac{2{\cdot}2 \times 2{\cdot}2 \times 10^{12} \times 10^{11}}{5{\cdot}2}$$

$$= 9{\cdot}31 \times 10^{22} \text{ ms}^{-2}$$

03. একটি বস্তুকে ভূপৃষ্ঠ থেকে খাড়া উপরে নিক্ষেপ করলে উহা 10 সে বাতাসে থাকে। বস্তুটি কত সময়ে সর্বোচ্চ স্থানে পৌছুবে? [07-08]

A. 8 সেকেণ্ড B. 6 সেকেণ্ড C. 5 সেকেণ্ড D. 4 সেকেণ্ড

Ans | C | Solve

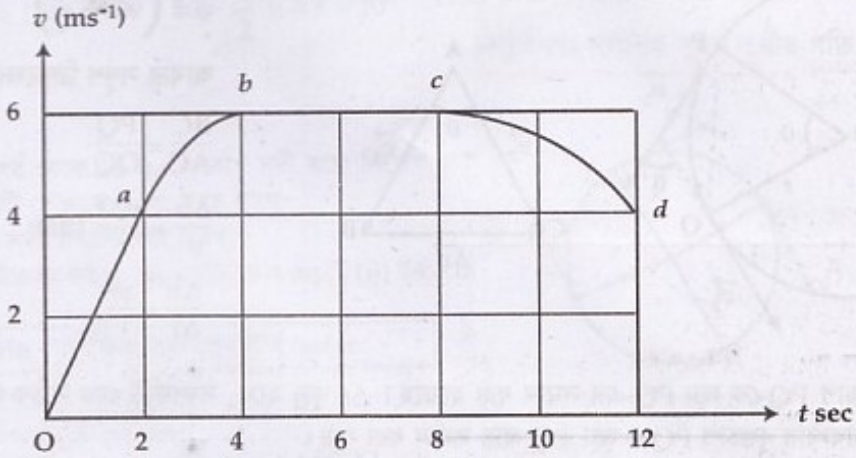
$T = t_1 + t_2$
$T = t_1 + t_1 = 2t_1$
$10 = 2t_1 \therefore t_1 = 5$sec

$t_1$ = সর্বোচ্চ উচ্চতায় উঠতে সময়
= সর্বোচ্চ উচ্চতা হতে নামতে সময় = $t_2$

T = মোট সময় = 10 sec

## উচ্চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনা গাণিতিক উদাহরণ

১। স্বাধীনতা দিবসে কলেজের 100m দৌড় প্রতিযোগিতায় রুবেলের গতিবেগ সময়ের সাথে কীভাবে পরিবর্তিত হয়েছিল তা নিম্নে গ্রাফে দেখানো হলো :




(ক) রুবেল 4 sec ও 8 sec এর মধ্যে কত দূরত্ব অতিক্রম করেছে ?

(খ) উদ্দীপক অনুসারে রুবেলের ত্বরণ বিশ্লেষণ কর।

সমাধান : (ক) রুবেল 4 এবং 8 sec-এর মধ্যবর্তী সময়ে সমবেগে দৌড়াচ্ছে

কাজেই $v = 6\ \text{ms}^{-1},\ t = (8 - 4) = 4\ \text{sec}$

$\therefore$ দূরত্ব $s = vt = 6 \times 4 = 24\ \text{m}$

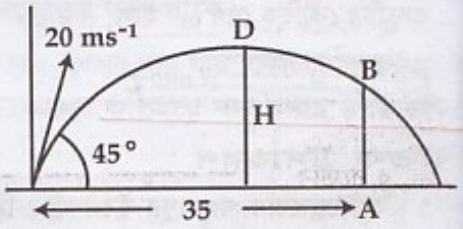
(খ) 0 থেকে $a$ বিন্দুতে অসমবেগে আবার $a$ থেকে $b$ তে অসমবেগে আবার $b$ থেকে $c$ তে বেগ সমান হওয়ায় এখানে ত্বরণ = 0। আবার $c$ হতে $d$ তে বেগ হ্রাস পায় অর্থাৎ মন্দন হয়।

আবার $a$ বিন্দুতে ত্বরণ $= \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{4 - 2}{2 - 0} = \dfrac{2}{2} = 1\ \text{ms}^{-2}$

$b$ বিন্দুতে ত্বরণ $= 0$

$c$ বিন্দুতে ত্বরণ $= 0$, $d$ তে মন্দন $= \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}\ \text{ms}^{-2}$

২। একটি ক্রিকেট টেস্টে তামিম একটি বলকে ব্যাটের সাহায্যে আঘাত করায় বলটি 45° কোণে এবং 20 $\text{ms}^{-1}$ বেগে বোলারের মাথার উপর দিয়ে মাঠের বাইরের দিকে যেতে শুরু করে। মধ্য মাঠ থেকে বিপক্ষ দলের একজন ফিল্ডার দৌড়াতে শুরু করলেন। ফিল্ডারটি বলের লাইনে পৌঁছানোর আগেই সেটি দর্শক গ্যালারিতে পৌঁছে গেল। মাঠের ভেতর বলটির অতিক্রান্ত দূরত্ব 35 m, ঐ স্থানে $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$। (ক) ব্যাটে আঘাত পাওয়া বলটি সর্বাধিক কত উচ্চতায় উঠবে ? (খ) উদ্দীপকের ফিল্ডার ঊর্ধ্বে লাফ দিয়ে 3 m উচ্চতায় বল ধরতে পারেন। তিনি যদি সময় মতো বলের লাইনে পৌঁছতে পারতেন তাহলে তিনি বলটি ধরতে সক্ষম হতেন কি ? উত্তরের সপক্ষে গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।




(ক) মনে করি, বলটি সর্বাধিক উচ্চতা H-এ উঠবে।

আমরা জানি,

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{2g}$$

$$\therefore\ H = \frac{(20)^2 \times (\sin 45^\circ)^2}{2 \times 9.8} = \frac{400 \times 0.5}{2 \times 9.8}$$

$$= 10.2\ \text{m}$$

এখানে,

আদিবেগ, $v_0 = 20\ \text{ms}^{-1}$

নিক্ষেপ কোণ, $\theta = 45^\circ$

মাঠের দূরত্ব, $x = 35\ \text{m}$

$g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$

(খ) মনে করি বলটি $y$ উচ্চতায় মাঠ অতিক্রম করে।

এখন, আদিবেগের অনুভূমিক উপাংশ,

$$v_{x0} = v_0 \cos 45° = 20 \times 0.707 = 14.14 \text{ ms}^{-1}$$

ধরি, $t$ সময় পর বলটি মাঠের সীমানা অতিক্রম করে।

$$\therefore \quad v_{x0}t = 35$$

$$\therefore \quad t = \frac{35}{14.14} = 2.475 \text{ s}$$

আদিবেগের উল্লম্ব উপাংশ,

$$v_{y0} = 20 \sin 45° = 20 \times 0.707 = 14.14 \text{ ms}^{-1}$$

$t$ সময়ে উল্লম্ব সরণ,

$$y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 = 14.14 \times 2.475 - \frac{1}{2} \times 9.8 \times (2.475)^2$$

$$= 35 - 30 = 5 \text{ m}$$

ফিল্ডার লাফ দিয়ে 3 m উচ্চতায় পৌঁছতে পারেন, কিন্তু বলটি 5 m উপর দিয়ে মাঠ অতিক্রম করে। সুতরাং ফিল্ডার বলটি ধরতে পারতেন না।

**অনুসন্ধান : 100 মিটার দৌড়ে শিক্ষার্থীর ত্বরণ নির্ণয় এবং লেখচিত্রে তা বিশ্লেষণ।**

**উদ্দেশ্য :** বিভিন্ন সময়ে অতিক্রান্ত গড় দ্রুতি নির্ণয়, বেগ-সময় লেখচিত্র অঙ্কন এবং যে কোনো সময়ে গড় ত্বরণ নির্ণয়।

**যন্ত্রপাতি :** মিটার স্কেল, থামা ঘড়ি, দড়ি অথবা মাপ ফিতা, স্পিডোমিটার যা প্রত্যেকের জুতার ভিতরে লাগানো থাকবে।

**কাজের ধারা :**

১. স্কুলের খেলার মাঠের (স্কুলের নিজস্ব মাঠ না থাকলে অন্য কোনো মাঠে) এক প্রান্তে চুনের গুড়া দিয়ে দাগ দাও।

২. এই দড়ি থেকে 20 মিটার দূরে দূরে আরো 5টি দাগ দাও। সুতরাং 5নং দাগটি হবে 100 মিটার দূরে।

৩. প্রথম দাগের কাছে তুমি দাড়াও এবং বাঁকি 4টির পাশে তোমার চার বন্ধু ঘড়ি নিয়ে দাঁড়াবে।

৪. শিক্ষক বাঁশিতে ফুঁ দেওয়ার সাথে সাথে তুমি দৌড় শুরু করবে এবং প্রত্যেকে যার যার স্পিডোমিটার চালু করবে।

৫. দৌড়বিদ যখন যার সামনের দড়ি অতিক্রম করবে তখন সে তার স্পিডোমিটার বন্ধ করবে। স্পিডোমিটার থেকে ঐ দূরত্বের জন্য বেগ পাওয়া যাবে।

৬. দূরত্বকে সময় দিয়ে ভাগ করে ঐ সময় ব্যবধানের জন্য বা ঐ দূরত্বের জন্য বেগ পাওয়া যাবে।

৭. এখন একটি ছক কাগজে X-অক্ষের দিকে সময় ($t$) এবং Y-অক্ষের দিকে বেগ ($v$) স্থাপন করে একটি লেখচিত্র অঙ্কন কর।

৮. লেখচিত্র থেকে যে কোনো সময়ে বেগ এবং এই সময় ব্যবধানের গড় ত্বরণ নির্ণয় কর।

৯. লেখচিত্রটি পুনরায় অঙ্কন কর। এখন যে কোনো দুটি সময়ের জন্য তাৎক্ষণিক ত্বরণ বের কর।

১০. বিভিন্ন দ্রুতিতে হেঁটে এবং দৌড়ে এই পরীক্ষাটির পুনরাবৃত্তি কর।

১১. এভাবে প্রত্যেক শিক্ষার্থী পরীক্ষণটি সম্পন্ন কর।

**অনুসন্ধানের ছক**

| পাঠ | অতিক্রান্ত দূরত্ব (m) | সময় (s) | বেগ $v$ ms$^{-1}$ | গড় ত্বরণ = $\frac{\text{বেগ}}{\text{সময়}}$ ms$^{-2}$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |

## সার-সংক্ষেপ

| | | |
|---|---|---|
| প্রসঙ্গ কাঠামো | : | যে দৃঢ় বস্তু বা বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো স্থানে অন্য বিন্দু বা বস্তুকে নির্দি করা হয়, তাকে প্রসঙ্গ কাঠামো বলে। |
| সরণ | : | কোনো বস্তুর সরণ একটি ভেক্টর রাশি যার মান বস্তুটির শেষ এবং আ অবস্থানের মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব এবং দিক হলো আদি থেকে শেষ অবস্থানে দিকে। |
| গড় দ্রুতি | : | কোনো বস্তু কর্তৃক অতিক্রান্ত মোট দূরত্ব এবং মোট ব্যয়িত সময়ের ভাগফল গড় দ্রুতি বলে। |
| তাৎক্ষণিক দ্রুতি বা দ্রুতি | : | সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সঙ্গে বস্তুর দূরত্বের পরিবর্তনে হারকে তাৎক্ষণিক দ্রুতি বা দ্রুতি বলে। |
| গড় বেগ | : | যে কোনো সময় ব্যবধানে কোনো বস্তুর মোট সরণকে ঐ সময় ব্যবধান দি ভাগ করলে যে রাশি পাওয়া যায় তাকেই বস্তুটির গড় বেগ বলে। |
| তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ | : | সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে সময়ের সঙ্গে বস্তুর সরণের পরিবর্তনে হারকে তাৎক্ষণিক বেগ বা বেগ বলে। |
| সমবেগ | : | কোনো বস্তুর বেগ সবসময় ধ্রুব থাকলে ঐ বেগকে সমবেগ বলে। |
| গড় ত্বরণ | : | কোনো একটি গতিশীল বস্তুর বেগের বৃদ্ধি এবং ঐ বৃদ্ধির জন্য ব্যয়িত সময় ভাগফলকে গড় ত্বরণ বলে। |
| তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা ত্বরণ | : | সময় ব্যবধান শূন্যের কাছাকাছি হলে কোনো একটি গতিশীল বস্তুর বেগ বৃদ্ধি হারকে তাৎক্ষণিক ত্বরণ বা ত্বরণ বলে। |
| সমত্বরণ | : | ত্বরণ যদি সবসময় ধ্রুব হয় তবে তাকে সমত্বরণ বলে। |
| পড়ন্ত বস্তুর সূত্র | : | পড়ন্ত বস্তুর তিনটি সূত্র রয়েছে। সূত্রগুলো নিম্নে বিবৃত হলো। |
| ১ম সূত্র | : | বায়ুশূন্য স্থানে সকল বস্তুই স্থির অবস্থান হতে যাত্রা করে সমান সময়ে সম পথ অতিক্রম করে। |
| ২য় সূত্র | : | বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ের প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক |
| ৩য় সূত্র | : | বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ের অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের বর্গে সমানুপাতিক। |
| প্রাস বা প্রক্ষেপক | : | কোনো একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে তির্যকভাবে উপরের দিকে নিক্ষে করা হলে তাকে প্রাস বা প্রক্ষেপক বলে। |
| বিচরণ কাল বা ভ্রমণকাল | : | নিক্ষেপের মুহূর্ত হতে সমতলে ফিরে আসতে নিক্ষিপ্ত বস্তুর যে সময় লা তাকে বিচরণ কাল বা ভ্রমণ কাল বলে। |
| পাল্লা | : | নিক্ষেপণ বিন্দু ও বিচরণ পথের শেষ প্রান্ত বিন্দুর মধ্যবর্তী রৈখিক দূরত্বকে পা বলে। |
| বৃত্তীয় গতি | : | কোনো বস্তুকণা যদি কোনো অক্ষ বা বিন্দুকে কেন্দ্র করে একটি বৃত্তাকার প গতিশীল থাকে, তবে বস্তুকণার এই গতিকে বৃত্তীয় গতি বলে। |
| সুষম বৃত্তীয় গতি | : | বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুকণার গতিকে সুষম বৃত্তীয় গ বলে। |
| কেন্দ্রমুখী বা অভিকেন্দ্র ত্বরণ | : | কোনো বস্তু কণা যখন বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন বৃত্তের ব্যাসার্ধ বরা এবং কেন্দ্রের অভিমুখে বস্তুকণার উপর যে ত্বরণ ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী অভিকেন্দ্র ত্বরণ বলে। |

# অনুশীলনী

## (ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

পরম স্থিতিশীল প্রসঙ্গ বস্তুর সাপেক্ষে কোনো বস্তুর গতিকে কী বলে ?

ⓚ পরম গতি
ⓛ আপেক্ষিক গতি
ⓜ পরম স্থিতি
ⓝ কোনোটাই নয়

অবস্থান-সময় লেখ নির্দেশ করে—

ⓚ ত্বরণ
ⓛ সরণ
ⓜ বেগ
ⓝ দ্রুতি

বেগ বনাম সময় লেখচিত্রের ঢাল বস্তুর কী নির্দেশ করে ?

ⓚ সরণ
ⓛ দ্রুতি
ⓜ বেগ
ⓝ ত্বরণ

এক ব্যক্তি $s$ প্রস্থের একটি রাস্তা সোজাসুজি পার হচ্ছে। প্রথম অর্ধেক যায় $v_1$ সমদ্রুতিতে এবং বাকী অর্ধেক যায় $v_2$ সমদ্রুতিতে। ব্যক্তিটির গড় দ্রুতি কত ?

ⓚ $\sqrt{\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}}$
ⓛ $\sqrt{\frac{v_1+v_2}{2}}$
ⓜ $\frac{v_1+v_2}{2}$
ⓝ $\frac{2v_1v_2}{v_1+v_2}$

একটি বস্তু স্থিতিশীল অবস্থা হতে যাত্রা করে 5 $ms^{-2}$ সমত্বরণে চলতে লাগল। 5 s-এ বস্তুটি কত পথ অতিক্রম করবে ?

ⓚ 50 m
ⓛ 55 m
ⓜ 60·5 m
ⓝ 62·5 m

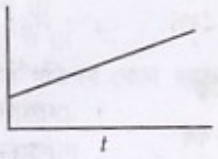
নিচের উদ্দীপকটি পড় এবং ৬ ও ৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

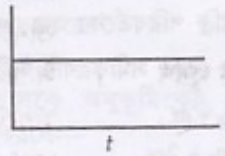
$x=\frac{1}{3}t^3+3t$ মিটার, সমীকরণটি একটি বস্তুর সরণ নির্দেশ করে।

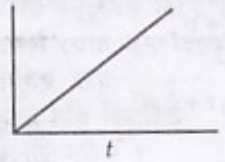
৬। 3 s পরে বস্তুর বেগ কত ?

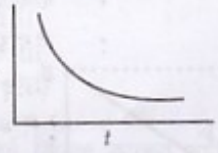
ⓚ $9\ ms^{-1}$
ⓛ $12\ ms^{-1}$
ⓜ $6\ ms^{-1}$
ⓝ $15\ ms^{-1}$

৭। উদ্দীপক থেকে প্রাপ্ত তথ্য অনুসারে নিচের কোন লেখচিত্রটি ঠিক ?

ⓚ 


ⓛ 


ⓜ 


ⓝ 


$s=\left(\frac{1}{3}t^3+3t\right)$ সূত্রানুসারে একটি বস্তু সরলরেখায় চলছে। ৮ ও ৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

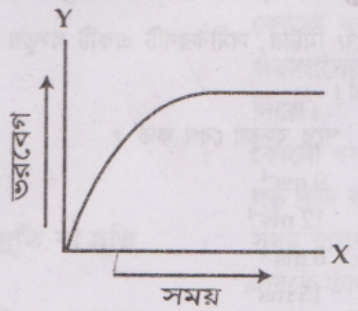
৮। 2 s পর বস্তুটির বেগ হবে—

ⓚ 5 একক
ⓛ 7 একক
ⓜ 9 একক
ⓝ 3 একক

৯। 4 s পর বস্তুটির ত্বরণ হবে—

ⓚ 8 একক
ⓛ 6 একক
ⓜ 10 একক
ⓝ 2 একক

১০। একটি গাড়ি স্থির অবস্থা হতে ত্বরণশীল হলো। নিচের গ্রাফটি সময়ের বিপরীতে গাড়িটির ভরবেগ নির্দেশ করছে— [ঢা. বো. ২০১৫]

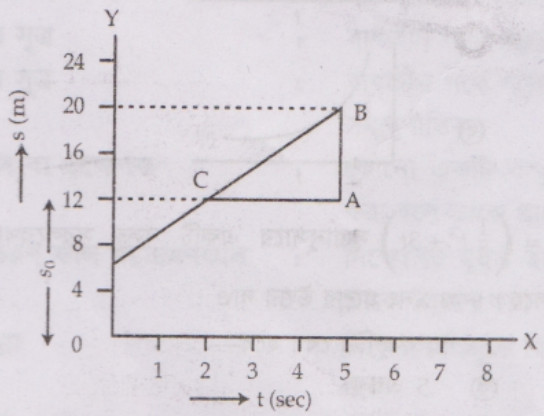



কোনো নির্দিষ্ট সময়ে গ্রাফটির ঢাল গাড়িটির কী নির্দেশ করে ?

ক বেগ
খ গতিশক্তি
গ প্রযুক্ত বল
ঘ গতিশক্তি পরিবর্তনের হার

১১। গতি সংক্রান্ত কোন সমীকরণটি সঠিক নয় ?

ক $v = v_0 + at$
খ $v^2 = v_0 + 2as$
গ $s = \frac{v_0 + v}{2} t$
ঘ $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$




লেখচিত্র থেকে ১২ ও ১৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১২। লেখচিত্রটির ঢাল $= \frac{AB}{AC}$, গতিবিষয়ক কোন রাশিটি প্রকাশ করে ?

ক ত্বরণ
খ বেগ
গ দ্রুতি
ঘ সরণ

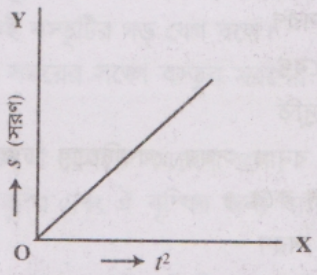
১৩। লেখচিত্রটির নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য দেখা যায়—

(i) $s$ বনাম $t$ লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা হবে
(ii) আদিবেগ শূন্য হলে লেখচিত্রটি মূল বিন্দু-গামী সরলরেখা হবে
(iii) লেখচিত্রটির Y-অক্ষের ছেদক আদি দূরত্ব প্রকাশ করে

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i
খ i ও ii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

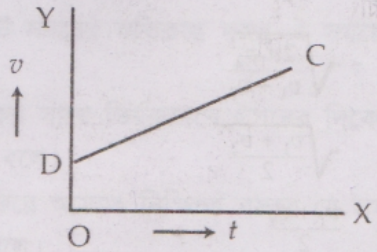
১৪।




লেখটি গতিশীল বস্তুর কোন্ অবস্থা নির্দেশ করে ?

ক সমবেগ
খ সমত্বরণ
গ সমমন্দন
ঘ অসম ত্বরণ

১৫। নিচের বেগ-সময় লেখচিত্র থেকে নিম্নরূপ সিদ্ধান্ত গ্রহণ করা যায়—

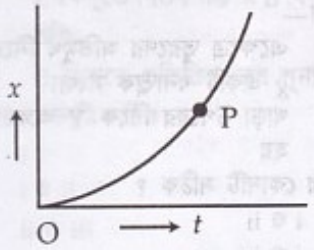



(i) বস্তুটি সমত্বরণে গতিশীল
(ii) সরলরেখার ঢাল থেকে ত্বরণ নির্ণয় করা যায়
(iii) বস্তুটি স্থির অবস্থান থেকে যাত্রা শুরু করেছে

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii
খ ii ও iii
গ i ও iii
ঘ i, ii ও iii

নিচের অবস্থান সময় লেখচিত্র থেকে পাওয়া যায়—




(i) বক্ররেখাটি সমবেগে বস্তুটির গতি নির্দেশ করে

(ii) বক্ররেখায় P বিন্দুতে ঢাল নিলে ঐ অবস্থানে বেগ পাওয়া যায়

(iii) বস্তুটি অসম ত্বরণে গতিশীল

নিচের কোনটি সঠিক ?

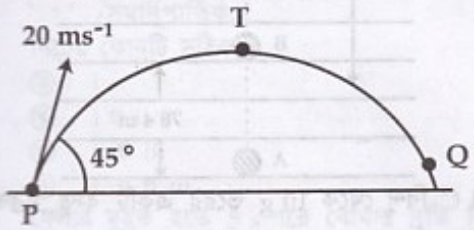
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

স্থির অবস্থান থেকে সুষম ত্বরণে চলমান বস্তুর ক্ষেত্রে নিম্নের কোন সম্পর্কটি সঠিক ?

ক $s \propto t^2$
খ $s \propto \sqrt{t}$
গ $s \propto \sqrt{v}$
ঘ $s \propto t$

উদ্দীপকটি পড়ে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

বাতাসের বাধার অনুপস্থিতিতে একটি পাথরকে ভূমির সাথে $\theta$ কোণে P বিন্দু হতে তির্যকভাবে ছুঁড়ে দেওয়া হলো। পাথরটির গতিপথের সর্বোচ্চ বিন্দু T এবং পাথরটির ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে Q বিন্দুতে পৌঁছায়।




পাথরটির সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা কত ?

ক 81·6 $ms^{-1}$ [ঢা. বো. ২০১৫]
খ 40·8 $ms^{-1}$
গ 28·8 $ms^{-1}$
ঘ 2·04 $ms^{-1}$

১৯। পাথরটির বেগের উল্লম্ব উপাংশ—

ক T বিন্দুতে শূন্য [ঢা. বো. ২০১৫]
খ T বিন্দুতে Q বিন্দুর তুলনায় বেশি
গ Q বিন্দুতে T বিন্দুর তুলনায় বেশি
ঘ Q এবং T বিন্দুতে সমান

২০। প্রাসের নিক্ষেপণ বেগের—

(i) অনুভূমিক উপাংশের মান সময়ের সাথে পরিবর্তন হয় না

(ii) উল্লম্ব উপাংশের মান সময়ের সাথে পরিবর্তন হয় না

(iii) সার্বিক মান সময়ের সাথে পরিবর্তন হয়

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

২১। প্রক্ষেপকের গতিপথ কোন ধরনের হয় ?

ক সরলরেখা
খ প্যারাবোল
গ বন্ধবক্র রেখা
ঘ বৃত্তাকার

২২। একটি প্রাসকে অনুভূমিকের সথে তির্যকভাবে নিক্ষেপ করলে—

(i) প্রাসের অনুভূমিক দিকে ত্বরণ সর্বাধিক হবে

(ii) নিক্ষেপ কোণ 45° হলে অনুভূমিক পাল্লা সর্বাধিক হবে

(iii) প্রাসের গতি দ্বিমাত্রিক

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

২৩। প্রক্ষেপকের বিচরণ কালের সমীকরণ কোনটি ?

ক $T = \frac{2v_0 \sin\theta_0}{g}$
খ $T = \frac{v_0 \cos\theta_0}{g}$
গ $T = \frac{v_0 \sin\theta_0}{g}$
ঘ $T = \frac{2v_0 \cos\theta_0}{g}$

২৪। একটি বস্তুকে অনুভূমিকের সাথে 45° কোণে 9·8 $ms^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করলে কতদূরে গিয়ে পড়বে ?

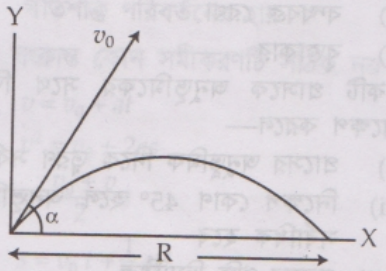
ক 19·6 m
খ 9·8 m
গ 15 m
ঘ 36 m

২৫। একটি প্রাসের তাৎক্ষণিক বেগের অভিমুখ—
ⓚ উল্লম্ব দিকে
ⓛ বিচরণ পথের স্পর্শক বরাবর
ⓜ অনুভূমিক দিকে
ⓝ বিচরণ পথের লম্ব বরাবর

২৬। বাধাহীন পথে অনুভূমিকভাবে প্রাসের গতিপথ কোনটি?
ⓚ প্যারাবোলা
ⓛ হাইপারবোলা
ⓜ উপবৃত্তাকার
ⓝ বৃত্তাকার

২৭। প্রাসের সর্বোচ্চ অতিক্রান্ত উচ্চতার সমীকরণ কোনটি?
ⓚ $H = \frac{v_0^2}{g}$
ⓛ $H = \frac{v_0^2}{2g}$
ⓜ $H = \frac{2v_0^2}{g}$
ⓝ $H = \frac{v_0}{g}$

২৮।




প্রক্ষিপ্ত বিন্দু ও বিচরণ পথের শেষ প্রান্ত বিন্দুর মধ্যবর্তী অনুভূমিক দূরত্বকে অনুভূমিক পাল্লা বলে। অনুভূমিক পাল্লা

$R = v_0^2 \cdot \frac{\sin 2\alpha}{g}$ ..... (1)

(1) নং সমীকরণটিতে R-এর মান সর্বোচ্চ হবে—
(i) $\sin 2\alpha$ এর মান সর্বোচ্চ হলে
(ii) $\alpha = 45°$ হলে
(iii) $\alpha = \left(\frac{\pi}{4}\right)$ হলে

নিচের কোনটি সঠিক ?
ⓚ i
ⓛ i ও ii
ⓜ ii ও iii
ⓝ i, ii ও iii

২৯। বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের—
ⓚ সমানুপাতিক
ⓛ ব্যস্তানুপাতিক
ⓜ বর্গের সমানুপাতিক
ⓝ বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

৩০। মুক্তভাবে পরন্ত কোনো বস্তুর ত্বরণ $\vec{a} = -g\hat{j}$. এখানে ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে, কারণ—
(i) এক্ষেত্রে ত্বরণের অভিমুখ নিচের দিকে
(ii) $g$ একটি ধনাত্মক সংখ্যা
(iii) খাড়া উপরের দিকে Y অক্ষ ধনাত্মক ধরা হয়

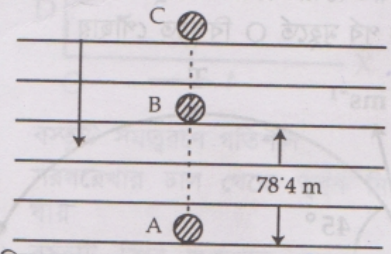
নিচের কোনটি সঠিক ?
ⓚ i ও ii
ⓛ i ও iii
ⓜ ii ও iii
ⓝ i, ii ও iii

৩১। মুক্তভাবে পড়ন্ত কোনো বস্তুর প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় সেকেন্ডে অতিক্রান্ত দূরত্বের অনুপাত—
ⓚ 1 : 1 : 1
ⓛ 1 : 2 : 3
ⓜ 1 : 3 : 5
ⓝ 1 : 4 : 9

৩২। একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে সর্বোচ্চ উচ্চতায় এর বেগ হবে—
ⓚ সর্বাধিক
ⓛ শূন্য
ⓜ আদিবেগ
ⓝ অসীম

৩৩। একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌঁছার সময়—
ⓚ $t = \frac{v_0}{2g}$
ⓛ $t = \frac{2v_0}{g}$
ⓜ $t = \frac{v_0}{g}$
ⓝ $t = v_0 g$

নিচের চিত্রটি পর্যবেক্ষণ কর এবং ৩৪ ও ৩৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :




চিত্রে C বিন্দু থেকে 10 g ভরের একটি বস্তু মুক্তভাবে পড়ছে।

৩৪। B বিন্দুতে বস্তুটির বিভব শক্তি কত ?
ⓚ 1·25 J
ⓛ 2·77 J
ⓜ 7·68 J
ⓝ 7·69 J

চিত্রের বস্তুটির ক্ষেত্রে—
(i) কৃত কাজ ঋণাত্মক
(ii) C বিন্দুতে বিভবশক্তি = B বিন্দুতে মোট শক্তি
(iii) B বিন্দুতে প্রতিক্রিয়া বল শূন্য
নিচের কোন্‌টি সঠিক ?
ক i
খ i ও ii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

পড়ন্ত বস্তুর গতির সমীকরণ—
(i) $v^2 = 2gh$
(ii) $h_t = \frac{1}{2}g(2t-1)$
(iii) $h = gt^2$
নিচের কোন্‌টি সঠিক ?
ক i
খ i ও ii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

গিনি ও পালক পরীক্ষার সাহায্যে বিজ্ঞানী নিউটন পড়ন্ত বস্তুর কোন সূত্র প্রমাণ করেন?
ক ১ম সূত্র
খ ২য় সূত্র
গ ৩য় সূত্র
ঘ ৪র্থ সূত্র

পড়ন্ত বস্তুর সূত্র হলো—
(i) বায়ুশূন্য স্থানে সকল বস্তুই স্থির অবস্থান হতে যাত্রা করে সমান সময়ে সমান পথ অতিক্রম করে
(ii) বাধাহীনভাবে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ের প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক
(iii) বাধাহীনভাবে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ের প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক
নিচের কোন্‌টি সঠিক ?
ক i
খ i ও ii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

ফেলার মুহূর্ত হতে 5 s পরে বোমার দ্রুতি নির্ণয় কর।
ক $154{\cdot}95\ ms^{-1}$
খ $54\ ms^{-1}$
গ $254\ ms^{-1}$
ঘ $300\ ms^{-1}$

৪০। একটি পাথর A কোনো দালানের ছাদ থেকে নিচে ফেলে দেয়া হলো। অন্য একটি পাথর B কৌণিক-ভাবে নিচে নিক্ষিপ্ত হলো। কোন পাথরটি ভূমিতে আগে পৌছবে ?
ক A পাথরটি
খ B পাথরটি
গ দুটি পাথর একই সময়ে পৌছবে
ঘ পাথর দুটির ভরের উপর নির্ভর করবে

৪১। বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে—
(i) অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের সমানুপাতিক
(ii) নির্দিষ্ট সময়ে বস্তুটির প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক
(iii) সকল বস্তু সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৪২। রৈখিক ত্বরণ ও কৌণিক ত্বরণের সম্পর্ক—
ক $a = \frac{r}{\alpha}$
খ $a = \frac{\alpha}{r}$
গ $a = r^2\alpha$
ঘ $a = r\alpha$

৪৩। কৌণিক বেগ, $\omega =$ .....
(i) $\frac{2\pi}{T}$
(ii) $\frac{v}{r}$
(iii) $2\pi n/t$
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i
খ i ও ii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৪৪। একটি বস্তু $r$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে $v$ সমদ্রুতিতে ঘুরছে। এক্ষেত্রে—
(i) বস্তুটির ত্বরণ নেই
(ii) বস্তুটির ত্বরণ আছে
(iii) বস্তুটির কৌণিক বেগ $\omega = \frac{v}{r}$
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i
খ i ও ii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

একটি বোমারু বিমান 147 $ms^{-1}$ বেগে অনুভূমিক বরাবর চলার পথে 490 m উঁচু হতে একটি বোমা ফেলে দিল।

৪৫ ও ৪৬নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৪৫। বোমাটি কোথায় মাটিতে পতিত হবে ?

ক 470 m
খ 970 m
গ 1470 m
ঘ 250 m

৪৬। কেন্দ্রমুখী ত্বরণের রাশিমালা হলো—

ক $a=\frac{v^2}{r}$
খ $a=\frac{v}{r^2}$
গ $a=\frac{v}{r}$
ঘ $a=\frac{r^2}{v}$

৪৭। সুষম বৃত্তীয় গতিতে—

(i) ত্বরণ থাকে না
(ii) বেগের অভিমুখ বৃত্তের স্পর্শক বরাবর
(iii) ত্বরণের অভিমুখ বৃত্তের কেন্দ্রমুখী

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৪৮। $1\ rps = ?$ [ঢা. বো. ২০১৫]

ক $\frac{\pi}{2}\ rads^{-1}$
খ $\pi\ rads^{-1}$
গ $2\pi\ rads^{-1}$
ঘ $4\pi\ rads^{-1}$

**উত্তর :**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ১। ক | ২। গ | ৩। ঘ | ৪। গ | ৫। ঘ | ৬। খ | ৭। গ | ৮। খ | ৯। ক | ১০। গ |
| ১১। গ | ১২। গ | ১৩। ঘ | ১৪। খ | ১৫। ক | ১৬। গ | ১৭। ক | ১৮। খ | ১৯। ক | ২০। খ |
| ২১। খ | ২২। গ | ২৩। ক | ২৪। খ | ২৫। খ | ২৬। ক | ২৭। খ | ২৮। ঘ | ২৯। ক | ৩০। গ |
| ৩১। ঘ | ৩২। খ | ৩৩। খ | ৩৪। গ | ৩৫। গ | ৩৬। খ | ৩৭। ক | ৩৮। খ | ৩৯। ক | ৪০। গ |
| ৪১। গ | ৪২। ঘ | ৪৩। খ | ৪৪। গ | ৪৫। গ | ৪৬। ক | ৪৭। গ | ৪৮। গ | | |

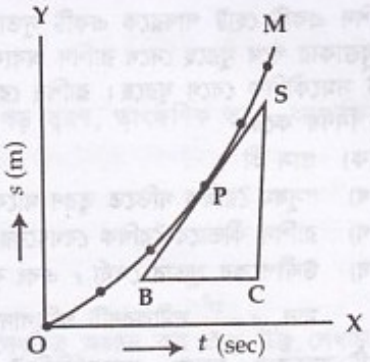
## (খ) সৃজনশীল প্রশ্ন

১। কমলাপুর রেলস্টেশন থেকে একটি ট্রেন 0·5 $ms^{-1}$ সমত্বরণে চলতে আরম্ভ করল। একই সময়ে একটি খরগোশ 5 $ms^{-1}$ সমবেগে ট্রেনটির সমান্তরাল পথে যাত্রা শুরু করল। এক পর্যায়ে ট্রেনটি খরগোশটিকে অতিক্রম করে।

(ক) তাৎক্ষণিক বেগ কী ?
(খ) সমদ্রুতিতে চলমান বস্তুর ত্বরণ থাকে না কেন ?
(গ) খরগোশটি কত মিটার দূরত্ব অতিক্রম করার পর ট্রেনটি খরগোশটিকে পেছনে ফেলবে ?
(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনাটি নিউটনের গতির তৃতীয় সমীকরণটিকে সমর্থন করে কী ? গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে মতামত দাও।

২। তানিয়া একটি বস্তুকে 180 m উঁচু একটি মিনারের চূড়া হতে ফেলে দিল। একই সময়ে তার বন্ধু জয়ীতা একটি বস্তুকে 60 $ms^{-1}$ বেগে খাড়া ওপরের দিকে নিক্ষেপ করল। নিক্ষিপ্ত বস্তুটি সর্বোচ্চ উচ্চতায় ওঠে আবার ভূমিতে পতিত হয়।

(ক) সুষম বেগ কী ?
(খ) পড়ন্ত বস্তুর ত্বরণ সুষম ত্বরণ কেন ?
(গ) উদ্দীপকের দুই বন্ধুর বস্তু দুটি কখন এবং কোথায় মিলিত হবে ?
(ঘ) খাড়া ওপরের দিকে নিক্ষিপ্ত বস্তুর গতির সমীকরণ বিশ্লেষণের মাধ্যমে বস্তুটির সর্বাধিক উচ্চতার রাশিমালা বের কর।

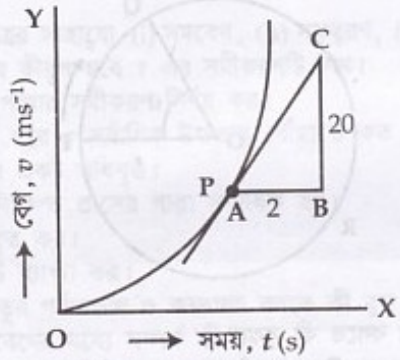



(ক) সুষম ত্বরণ কী ?

(খ) তাৎক্ষণিক ত্বরণ বলতে কী বুঝায় ?

(গ) স্থিরাবস্থা হতে যাত্রা শুরু করে একটি বস্তু 10 সেকেন্ডে 300 m দূরত্ব অতিক্রম করে। বস্তুটির ত্বরণ কত ?

(ঘ) উদ্দীপকের লেখচিত্রের কী কী বৈশিষ্ট্য পরিলক্ষিত হয় ? বিশ্লেষণ কর।



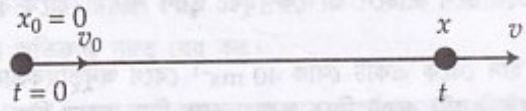

একটি বস্তুর সময়ের সঙ্গে বেগের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে।

(ক) ত্বরণ কী ?

(খ) লেখচিত্রটির সকল বিন্দুতে তাৎক্ষণিক বেগের মান কী সমান ? ব্যাখ্যা কর।

(গ) P বিন্দুর স্থানাঙ্ক (5, 10) হলে OP-এর জন্য বস্তুটির গড় বেগ কত ?

(ঘ) P বিন্দুতে বস্তুটির তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় কর। প্রদত্ত লেখচিত্রের সাহায্যে কী গতির ৩য় সমীকরণ প্রতিপাদন করা যাবে ? উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।




ভরের একটি বস্তু ধনাত্মক $x$-অক্ষের দিকে $a$ সমত্বরণে গতিশীল।

(ক) সমত্বরণ কী ?

(খ) বস্তুর ওপর ধ্রুব বল না পরিবর্তনশীল বল ক্রিয়া করছে ব্যাখ্যা কর।

(গ) $v_0 = 0$ এবং সমত্বরণ $5\ ms^{-2}$ হলে 5 s পরে গড় বেগ ও অতিক্রান্ত দূরত্ব নির্ণয় কর।

(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনা অনুসারে $t$ সময়ে বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্বের সমীকরণ বের কর।

ঢাকা থেকে একটি বাস $60\ kmh^{-1}$ সমবেগে সোজা উত্তর দিকে রওনা দিল। একই সময়ে অপর একটি বাস একই সমবেগে সোজা পূর্বদিকে রওনা দিল।

(ক) সমবেগ কী ?

(খ) বাস দুটির প্রত্যেকটির ওপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল কত এবং কেন ?

(গ) 3 ঘণ্টা পর বাস দুটির মধ্যে দূরত্ব কত হবে ?

(ঘ) বাস দুটির বেগ কী সমান ? ব্যাখ্যা কর। কত ঘণ্টা পরে বাস দুটির মধ্যে দূরত্ব 800 km হবে ?

৭। রাশিদ একটি ছোট্ট পাথরকে একটি সুতা দিয়ে বেঁধে সুতার অপর প্রান্ত ধরে পাথরটিকে ঘুরাতে থাকে। পাথর একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরছে দেখে রাশিদ অবাক দৃষ্টিতে চেয়ে থাকে। এবার রাশিদ তার গ্রামোফোনটি অন করে দে রেকর্ডটি সমকৌণিক বেগে ঘুরছে। রাশিদ রেকর্ডের উপর কেন্দ্র হতে 0·12 m ও 0·18 m দূরের বিন্দুতে রৈখিক বেগ অনুপাত নির্ণয় করে।

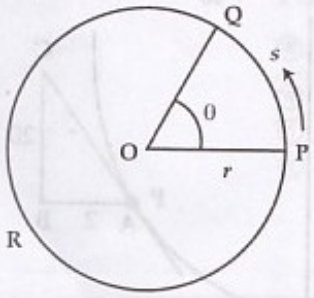
(ক) প্রাস কী ?

(খ) "সুষম রৈখিক গতিতে ত্বরণ থাকে না, কিন্তু বৃত্তাকার গতিতে ত্বরণ থাকে"—ব্যাখ্যা কর।

(গ) রাশিদ কীভাবে রৈখিক বেগদ্বয়ের অনুপাত নির্ণয় করে ?

(ঘ) উদ্দীপকের সুতার দৈর্ঘ্য $r$ এবং বৃত্তাকার পথে পাথরটি $v$ সমদ্রুতিতে ঘূর্ণনরত। পাথরটির অভিলম্ব ত্বরণে মান, $a = \frac{v^2}{r}$ সমীকরণটি প্রতিপাদন কর।

৮। একটি বস্তুকণা $t$ সময়ে $r$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তের $s$ বৃত্তচাপ অতিক্রম করে এবং কেন্দ্রে $0$ রেডিয়ান কোণ উৎপন্ন করে




(ক) কৌণিক বেগ কী ?

(খ) দ্বিমাত্রিক ক্ষেত্রে সরণ ভেক্টর বলতে কী বুঝায় ?

(গ) $t = 0·1s$ এবং $s = 3m$ হলে কণাটির আবর্তনকাল এবং কৌণিক বেগ কত ?

(ঘ) সমকৌণিক বেগে গতিশীল বস্তুকণার রৈখিক বেগ ঘূর্ণন অক্ষ হতে দূরত্বের সমানুপাতিক হবে কী উদ্দীপকের আলোকে বিশ্লেষণ কর।

৯। হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে বৃত্তাকার কক্ষপথে ঘুরছে।

(ক) কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কী ?

(খ) কেন্দ্রমুখী বল এর গাণিতিক সমীকরণটি লিখ।

(গ) বৃত্তের ব্যাসার্ধ যদি $5·2 \times 10^{-11}$ m হয় এবং ইলেকট্রনের বেগ যদি $2·20 \times 10^{6}$ $ms^{-1}$ হয় তাহলে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কত হবে ?

(ঘ) ইলেকট্রন যদি সমদ্রুতিতে চলে তাহলে কী কেন্দ্রমুখী ত্বরণ পাওয়া যাবে ? উদ্দীপকের আলোকে বিশ্লেষণ কর।

১০। 20 m উঁচু একটি দালানের ছাদ থেকে একটি লোক 40 $ms^{-1}$ বেগে অনুভূমিকভাবে বুলেট ছুঁড়ল। একই সময়ে অপর একটি লোক একই উচ্চতা হতে একটি বুলেট স্থির অবস্থা হতে নিচে ফেলে দিল। [ বাতাসের বাধা অনুপস্থিত।

(ক) অনুভূমিক পাল্লা কী ?

(খ) প্রাস গতির ক্ষেত্রে সর্বাধিক উচ্চতার সমীকরণটি লিখ।

(গ) ১ম বুলেট কর্তৃক অতিক্রান্ত অনুভূমিক দূরত্ব নির্ণয় কর।

(ঘ) কোন বুলেটটি আগে ভূমিতে আঘাত করবে ? উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

## (গ) কাঠামোবদ্ধ ও রচনামূলক প্রশ্ন

১। জড় প্রসঙ্গে কাঠামো কী ? এর প্রয়োজনীয়তা উল্লেখ কর।

২। এক মাত্রিক, দ্বি-মাত্রিক, ত্রি-মাত্রিক স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় জড় প্রসঙ্গে কাঠামোর সাহায্যে কীভাবে কোনো বস্তুর অবস্থান নির্ণয় করা যায় ?

৩। পরম গতি কী ? "এ মহাবিশ্বের সকল স্থিতিই আপেক্ষিক, সকল গতিই আপেক্ষিক। কোনো গতিই পরম নয়, পরম নয় কোনো স্থিতি।"—উক্তিটির ব্যাখ্যা দাও।

৪। পরম গতি ও পরম স্থিতি বলতে কী বুঝ ?

৫। পরম গতি বা পরম স্থিতি নেই কেন—ব্যাখ্যা কর।

৬। আপেক্ষিক গতি কাকে বলে ?

৭। তাৎক্ষণিক বেগ এবং আপেক্ষিক বেগের সংজ্ঞা দাও।

৮। গড়বেগ থেকে কীভাবে তাৎক্ষণিক বেগ নির্ণয় করা যায় ?

৯। সংজ্ঞা লেখ : সরণ, বেগ, গড় বেগ, তাৎক্ষণিক বেগ, ত্বরণ, গড় ত্বরণ, তাৎক্ষণিক ত্বরণ, আপেক্ষিক বেগ, সমত্বরণ।

১০। সরণ, বেগ ও ত্বরণের মাত্রা লিখ।

১১। অবস্থান-সময় লেখ থেকে কীভাবে বেগ নির্ণয় করা যায় ?

১২। বেগ-সময় লেখ থেকে কীভাবে ত্বরণ নির্ণয় করা যায় ?

১৩। ক্যালকুলাস পদ্ধতিতে প্রমাণ কর : $x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

১৪। অসমবেগ কিন্তু সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর বেগ বনাম সময় লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং উক্ত লেখচিত্র থেকে প্রমাণ কর যে, $s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

১৫। সরণ বনাম সময় লেখচিত্রের সাহায্যে (i) সমবেগ, (ii) সমত্বরণ, (iii) সমমন্দন প্রকাশ কর।

১৬। প্রাস কী ? প্রাসের গতিপথ কীরূপ হবে ? এর সমীকরণটি লিখ।

১৭। প্রাসের সর্বাধিক উচ্চতা, পাল্লার সমীকরণ নির্ণয় কর।

১৮। প্রাসের বেগ কোথায় শূন্য হবে ? সর্বাধিক উচ্চতায় পৌঁছাতে কত সময় লাগবে ?

১৯। দেখাও যে প্রাসের গতিপথ একটি অধিবৃত্ত।

২০। দেখাও যে, 45° কোণে নিক্ষিপ্ত প্রাসের পাল্লা সর্বাধিক হয়।

২১। পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলি বিবৃত কর।

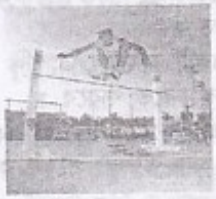
২২। পড়ন্ত বস্তুর দ্বিতীয় সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

২৩। বৃত্তাকার পথে চলমান বস্তুর পর্যায়কাল ও কম্পাঙ্ক বলতে কী বুঝ ? এদের মধ্যে সম্পর্ক কী ?

২৪। রৈখিক বেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক কী ?

## (ঘ) ক্রিয়াকর্ম

চিত্রে প্রদর্শিত লাফের সাথে প্রক্ষেপকের গতির সাদৃশ্যমূলক প্রতিবেদন তৈরি কর এবং শ্রেণি কক্ষে তা উপস্থাপন কর।



## (ঙ) কাজ (গাণিতিক সমস্যা)

১। একটি মটর গাড়ি ঘণ্টায় 316·8 km বেগে চলে। ব্রেক চেপে একে 2 min-এ থামিয়ে দেয়া হলো। মন্দন এবং স্থিতিতে আসার পূর্ব মুহূর্ত পর্যন্ত অতিক্রান্ত দূরত্ব বের কর। [উ: $\frac{11}{15}$ ms$^{-2}$.; 5280 m]

২। সরণ $\vec{r} = 4x^2t^3\hat{i} + 2y^2t^2\hat{j}$ হলে ব্যবকলনের সাহায্যে বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।
[উ: $12x^2t^2\hat{i} + 4y^2t\hat{j}$ ; $24x^2t\hat{i} + 4y^2\hat{j}$]

৩। একটি বস্তু স্থির অবস্থান হতে যাত্রা আরম্ভ করে প্রথম সেকেন্ডে 1 m দূরত্ব অতিক্রম করে। পরবর্তী 1 m দূরত্ব অতিক্রম করতে বস্তুটির কত সময় লাগবে বের কর। [উ. 0·41 sec]

৪। কোনো কণার অবস্থান ভেক্টর $\vec{r} = \{30\text{ ms}^{-1})\,t + 4{\cdot}2\text{ m}\}\,\hat{i} + (15{\cdot}3\text{ m})\,\hat{j}$ হলে বেগ নির্ণয় কর।
[উ. 3·0 ms$^{-1}$ $\hat{i}$ ]

৫। সমত্বরণে গতিশীল বস্তুর ক্ষেত্রে, $s = v_0t + \frac{1}{2}at^2$ সমীকরণ হতে ক্যালকুলাসের সাহায্যে দেখাও যে, $v = v_0 + at$.

৬। স্থিরাবস্থা হতে চলতে আরম্ভ করে 625 m দূরত্ব অতিক্রম করলে একটি বস্তুর বেগ 125 ms$^{-1}$ হলো। ত্বরণ নির্ণয় কর। [উ. 12·5 ms$^{-2}$]

৭। ঘণ্টায় 40 km বেগে চলন্ত একটি গাড়িকে 6s যাবত 1·5 ms$^{-2}$ হারে ত্বরিত করা হলো। এর শেষ বেগ কত হবে এবং ত্বরণ কালে এটি কতদূর চলবে ? [উ. 20·11 ms$^{-1}$, 93·66 m]

৮। দুটি মোটর গাড়ি 16 ms$^{-1}$ এবং 12 ms$^{-1}$ বেগে একই সময়ে যাত্রা শুরু করে এবং একই সময়ে গন্তব্যে পৌঁছায়। গাড়ি দুটির ত্বরণ যথাক্রমে 5 ms$^{-2}$ এবং 4 ms$^{-2}$ হলে তাদের গন্তব্যে পৌঁছাতে কত সময় লেগেছিল এবং গন্তব্যের দূরত্ব কত ছিল ? [উ. 8 s, 256 m, 128 m]

৩০। একটি দালানের ছাদ থেকে একটি পাথর অনুভূমিকভাবে 20 $ms^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করা হলো। 3s পরে পাথরটির বেগ কত হবে ? ($g = 9.8\ ms^{-2}$) [উ. 35.58 $ms^{-1}$ ]

৩১। একটি প্রস্তর খন্ডকে 98 $ms^{-1}$ বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। (i) কতক্ষণ ধরে এটি উপরে উঠবে ? (ii) 4s পরে এর বেগ কত হবে ? (iii) যাত্রাস্থানে ফিরে আসতে এর কত সময় লাগবে ?

[উ. 10 s, 58.8 $ms^{-1}$, 20s ]

৩২। একটি মিনারের শীর্ষদেশ থেকে একটি বন্দুকের গুলি অনুভূমিকভাবে 980 $ms^{-1}$ বেগে ছোঁড়া হলো এবং এটি 2s পরে ভূমি স্পর্শ করল। মিনারের উচ্চতা এবং মিনারের পাদদেশ হতে যে স্থানে গুলি ভূমি স্পর্শ করল তার দূরত্ব বের কর। [উ. 19.6 m; 1960 m]

৩৩। 98 m উঁচু একটি মিনারের চূড়া হতে একটি বস্তুকে ছেড়ে দেয়া হলো। একই সময়ে অন্য একটি বস্তুকে ভূমি হতে 24.5 $ms^{-1}$ বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। কখন এবং কোথায় বস্তু দুটি মিলিত হবে ?

[উ. 4 s, 19.3 m]

৩৪। একটি প্রাসকে 10 $ms^{-1}$ বেগে নিক্ষেপ করা হলো। প্রাসটির সর্বাধিক অনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় কর।

[উ. 10.204 m]

৩৫। কত কোণে নিক্ষেপ করলে একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা তার সর্বাধিক উচ্চতার সমান হবে ?

[উ. 15.96°]

৩৬। একটি প্রাসের অনুভূমিক পাল্লা 96m এবং আদিবেগ 66 $ms^{-1}$. নিক্ষেপ কোণ কত ? [উ. 6.24°]

৩৭। একটি বস্তু কণাকে অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 50 $ms^{-1}$ বেগে উপর দিকে নিক্ষেপ করা হলো। বস্তুটি সর্বাধিক কত উচ্চতা অতিক্রম করবে এবং ঐ উচ্চতা অতিক্রম করতে কত সময় লাগবে ? ($g$ = 10N/kg)

[উ: 31.25 m, 2.5 s]

৩৮। একটি ফুটবলকে ভূমির সাথে 30° কোণে 30 $ms^{-1}$ বেগে কিক করা হলো। 1 sec পরে ফুটবলের বেগের মান কত হবে? [উ: 26.495 $ms^{-1}$]

৩৯। একটি প্রাস অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে 40 $ms^{-1}$ বেগের উপর দিকে নিক্ষিপ্ত হলে তার বিচরণকাল নির্ণয় কর। ($g$ = 10 N/kg) [উ: 4 s]

৪০। অনুভূমিকের সাথে 60° কোণ করে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 60 $ms^{-1}$ বেগে একটি বুলেট ছোঁড়া হলো। বুলেটটি 50 m দূরে একটি দালানকে কত উচ্চতায় আঘাত করবে ? [উ: 73 m]

৪১। একজন প্যারাসুট আরোহী মুক্ত হয়ে বাধাহীনভাবে 50m নিচে পতিত হয়েছে। যখন প্যারাসুটটি খুলেছে তখন গতি হ্রাসের হার হলো 2$ms^{-2}$ এবং সে 3$ms^{-1}$ গতিতে মাটিতে এসে পৌঁছেছে। কত উচ্চতায় সে মুক্ত হয়েছিল ?

[বুয়েট ভর্তি পরীক্ষা : ২০১১-১২]

৪২। একটি বস্তুকে 40 $ms^{-1}$ বেগে অনুভূমিকের সাথে 60° কোণে নিক্ষেপ করা হলো। সর্বাধিক উচ্চতা এবং অনুভূমিক পাল্লা নির্ণয় কর। [উ. 61.22 m, 141.39 m]

৪৩। একটি কণা 4.5 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 225 বার আবর্তন করে। এর রৈখিক বেগ কত ? [উ. 106 $ms^{-1}$]

৪৪। পৃথিবীর চারদিকে চাঁদের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ $3.85 \times 10^5$ km। কক্ষপথ একবার প্রদক্ষিণ করতে সময় লাগে 27.3 দিন। চাঁদের কৌণিক দ্রুতি বের কর। [উ. $2.665 \times 10^{-6}$ rad.$s^{-1}$]

৪৫। বৃত্তাকার পথে 72 $kmh^{-1}$ সমদ্রুতিতে চলমান কোনো গাড়ির কেন্দ্রমুখী ত্বরণ 1 $ms^{-2}$ হলে বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ কত ? [উ. 400 m]

৪৬। একটি কণা বৃত্তাকার পথে মিনিটে 300 বার আবর্তন করে। পর্যায়কাল ও কৌণিক বেগ নির্ণয় কর।

[উ. 0.2 s, 31.4 $rads^{-1}$]

৪৭। একটি গ্রামোফোন রেকর্ড সম কৌণিক বেগে ঘুরছে। রেকর্ডের উপর কেন্দ্র হতে 0.12 ও 0.18 m দূরের বিন্দুতে রৈখিক বেগের অনুপাত নির্ণয় কর। [উ. 2 : 3]

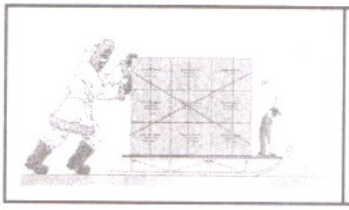
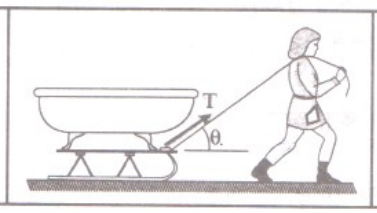
৪৮। বৃত্তাকার পথে 3.14 $ms^{-1}$ সমদ্রুতিতে একটি কণা প্রতি সেকেন্ডে 10টি পূর্ণ আবর্তন সম্পন্ন করে। বৃত্তকার পথের ব্যাসার্ধ কত ? [উ. 0.05 m]

৪৯। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ 7000 km ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাকার কক্ষপথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির পর্যায়কাল 2$h$ হলে কেন্দ্রমুখী ত্বরণ কত ? [উ. 5.325 $ms^{-2}$]

# ৪

# নিউটনিয়ান বলবিদ্যা
# NEWTONIAN MECHANICS

প্রধান শব্দ (Key Words) : বল, মৌলিক বল, ভরবেগ, নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র, ঘাত, অভিকর্ষ, মহাকর্ষ সূত্র, মহাকর্ষ, মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, জড়তার ভ্রামক, কৌণিক ভরবেগ, চক্রগতির ব্যাসার্ধ, টর্ক, কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র, কেন্দ্রমুখী বল, কেন্দ্রবিমুখী বল, সংঘর্ষ, স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ, অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ, একমাত্রিক সংঘর্ষ।




## সূচনা
## Introduction

বিজ্ঞানী স্যার আইজাক নিউটন বস্তুর গতি সংক্রান্ত সূত্র নিয়ে প্রথম আলোচনা করেন। তাঁর আবিষ্কৃত তিনটি সূত্র গতিবিদ্যার স্তম্ভস্বরূপ। পদার্থবিদ্যা ও ইঞ্জিনিয়ারিং বিদ্যার বহু সমস্যা এই সূত্র প্রয়োগ করে সফলভাবে সমাধান করা সম্ভব হয়েছে। সরলরৈখিক এবং ঘূর্ণায়মান বস্তুর ক্ষেত্রেও পদার্থবিদ্যার গতি, ভরবেগ এবং সংরক্ষণশীলতার নীতি ব্যাখ্যা ও প্রমাণ নিউটনিয়ান বলবিদ্যার অন্যতম সাফল্য।

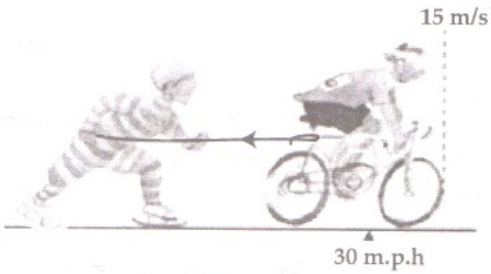
এই অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- বলের স্বজ্ঞামূলক ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- নিউটনিয়ান বলবিদ্যায় ব্যবহৃত সূত্রগুলো ক্যালকুলাস ব্যবহার করে বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- রৈখিক ও কৌণিক ভরবেগ সংক্রান্ত রাশিমালা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- কেন্দ্রমুখী ও কেন্দ্রবিমুখী বলের ব্যবহার জানতে পারবে।
- স্থিতিস্থাপক ও অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ব্যাখ্যা করতে এবং এ সংক্রান্ত সমস্যা সমাধান করতে পারবে।
- **ব্যবহারিক :** পরীক্ষার সাহায্যে একটি ফ্লাই হুইলের জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করতে পারবে।

## ৪.১ বলের স্বজ্ঞামূলক ধারণা
## Intuitive Concept of Force

স্থিতি জড়তা, গতি জড়তা, সরণ, বেগ, ত্বরণ সম্পর্কে আমরা আগের অধ্যায়ে জেনেছি। একটি ফুটবলকে কিক করলে তা সহজে সামনের দিকে এগিয়ে যায়। আবার একই আকৃতির একটি লোহার বলে আঘাত করে তাকে


চিত্র ৪.১ (ক)



চিত্র ৪.১ (খ)

একইভাবে সচল করা যায় না। একটি জেট প্লেনকে একা ঠেলে নড়ানো যায় না [চিত্র ৪.১(ক)] কিন্তু নির্দিষ্ট বেগে চলন্ত একটি সাইকেলকে পেছন দিক থেকে টেনে থামানো যায় [চিত্র ৪.১(খ)]। এই উদাহরণগুলো থেকে বোঝা

যায় যে বস্তুর ভর যত বেশি তার স্থিতি বা গতির অবস্থা পরিবর্তন করা তত কঠিন। অতএব যে বস্তুর ভর যত বেশি হয় তার জড়তাও তত বেশি হয়।

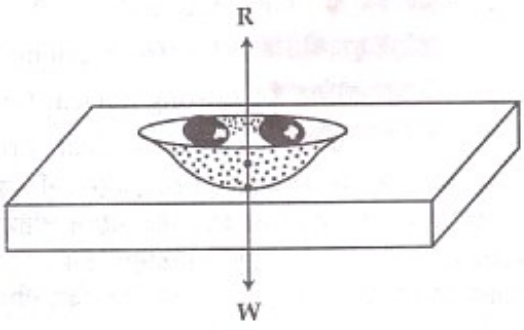
উপরের ঘটনা থেকে আমরা বুঝতে পারি যে, বস্তু স্থির থাকলে তা গতিশীল করতে বা গতিশীল থাকলে তা স্থির করতে বস্তুর উপর বাইরে থেকে স্পর্শীয়ভাবে কিছু একটা প্রয়োগ করতে হবে। আমাদের দৈনন্দিন কাজকর্মে আমরা কখনও কোনো বস্তুকে পাশে ঠেলে রাখি, কখনও টান দিয়ে, কখনও বা উঁচু করে একস্থান থেকে অন্যস্থানে নিয়ে যাই। সকল ক্ষেত্রে বল প্রয়োগের জন্য বল প্রয়োগকারীর এবং বস্তুর প্রত্যক্ষ সংস্পর্শ প্রয়োজন। এই ধরনের বলকে বলা হয় **স্পর্শ বল**। স্পর্শ বলের উদাহরণ হলো—ঘর্ষণ বল, সংঘর্ষের ফলে সৃষ্ট বল, টানা বল ইত্যাদি। এক্ষেত্রে বলা যায় কোনো স্থিতিশীল বস্তুকে গতিশীল করতে এবং গতিশীল বস্তুর অবস্থার পরিবর্তন করতে বস্তুর উপর যা প্রযুক্ত করতে হয় তাকেই বল বলে।

এমনিভাবে প্রকৃতিতেও অনেক ঘটনা ঘটছে যার কারণে দুটি বস্তু একে অপরকে আকর্ষণ করছে বা পরস্পরকে বিকর্ষণ করছে। আবার দুটি বস্তু পাশাপাশি না থাকলেও একে অপরের দ্বারা আকর্ষিত হতে পারে। যেমন গাছের একটি আম পাশের আমকে আকর্ষণ করছে কিনা বা ঐ আমটিকে পৃথিবী আকর্ষণ করছে কিনা তা সহজে বুঝতে পারি না। যখন আমটি গাছ থেকে পড়ে তখন দেখা যায় পৃথিবীর আকর্ষণে বা আমের ভরের কারণে তা দ্রুত মাটি স্পর্শ করছে। এ ধরনের আকর্ষণ বল হলো **মহাকর্ষ বল**।

আবার মেঝের উপর দিয়ে একটি বাক্সকে টানা হলে মেঝে এবং বাক্সের মাঝে একটি বল কাজ করে যা বাক্সের গতিকে বাধা দেয়। এই বাধা প্রদানকারী বলই হলো **ঘর্ষণ বল**।

পরমাণুর কেন্দ্রে নিউক্লিয়াসের মধ্যে নিউক্লিয়নগুলি পাশাপাশি অবস্থান করে। এক্ষেত্রে তাদের মধ্যে এক ধরনের আকর্ষণের জন্যই তারা বিচ্ছিন্ন হয় না। এ ধরনের আকর্ষণের বিষয়টিই হলো **নিউক্লিও বল**।

বাস্তবে এমন কোনো বস্তু নেই যার উপর বাইরে থেকে কোনো বল ক্রিয়া না করে। কিন্তু বস্তুর উপর বাইরে থেকে ক্রিয়ারত দুই বা ততোধিক বলের লব্ধি যদি শূন্য হয় তাহলে, বস্তুর উপর ঐ বলগুলোর ক্রিয়ার কোনো প্রভাব পড়ে না। যেমন একটি টেবিলের উপর দুই দিক থেকে দুটি সমান ও বিপরীতমুখী বল একই রেখায় প্রয়োগ করে একটি টেবিলকে সরাবার চেষ্টা করলে বল দুটির লব্ধি সমান হওয়ায় টেবিলটি স্থির থাকবে। আবার টেবিলের উপর একটি পাত্র রেখে দিলে তার ওজন (W) নিচের দিকে ক্রিয়া করবে। আবার টেবিল কর্তৃক প্রতিক্রিয়া R উপরের দিকে টানছে। এক্ষেত্রে W = R হওয়ায় টেবিলের উপর পাত্রটি স্থির আছে [চিত্র ৪·২]। **এই সকল বল সবই স্পর্শ বল।**



চিত্র ৪·২

নিউটনের গতির প্রথম সূত্র থেকে আমরা বল সম্পর্কে ধারণা করতে পারি। অর্থাৎ বস্তুর উপর কিছু প্রয়োগ না করলে স্থির বস্তু চিরকাল স্থির থাকতে চায় আর গতিশীল বস্তু চিরকাল সমবেগে সরল পথে চলতে চায়। এই ধর্মই হলো বস্তুর জড়তা। তাহলে আমরা সিদ্ধান্ত নিতে পারি যে, বাইরে থেকে যে প্রভাব ক্রিয়া করলে কোনো বস্তুর স্থিতি বা গতির অবস্থার বা জড়তার পরিবর্তন ঘটে তাকে বল বলে। কোনো বস্তুর ভর যত বেশি হয় তার জড়তা তত বেশি হয়। জড়তা বেশি হলে স্থির বস্তুকে গতিশীল করতে বেশি বল প্রয়োগ করতে হয়।

**যে বাহ্যিক কারণ স্থির বস্তুকে গতিশীল বা [illegible] চেষ্টা করে তাকে বল বলে।**

কাজ :

- পিচঢালা রাস্তার উপর থেমে থাকা একটি সিএনজি বেবী টেক্সিটা কিছুটা সামনের দিকে এগিয়ে গেল।
- এবার রাস্তায় থেমে থাকা একটি ট্রাককে আগের মা ট্রাকটিকে ঠেলা দাও। দেখবে ট্রাকটি সামনের দিকে বেবী টেক্সি এবং ট্রাকের মধ্যে ট্রাকের ভর অনেক ( করতে বেবী টেক্সি অপেক্ষা বেশি বল প্রয়োগ করতে

**Ft Poundal and erg** এর মধ্যে সম্পর্ক

1 Ft poundal =1 poundal × 1 ft =13825 dyne × 30.48 cm
$= 13825 \times 30.48 \times (1 \text{ dyne} \times 1\text{cm})$
$= 4.124 \times 10^5 \times 1 \text{ erg} = 4.214 \times 10^5 \text{ erg.}$

**Joule and erg** এর মধ্যে সম্পর্ক

$1 \text{ J} = 1\text{N} \times 1\text{m} = 10^5 \text{ dyne} \times 10^2 \text{ cm}$
$= 10^5 \times 10^2 \times (1 \text{ dyne} \times 1 \text{ cm}) = 10^7 \times 1\text{erg} = 10^7 \text{ erg}$

**Ft-Poundal and Joule** এর মধ্যে সম্পর্ক

1 ft Poundal = $4.214 \times 10^5$ erg

$= \frac{4.214 \times 10^5}{10^7}$ Joule $= \frac{4.214}{10^2} = 0.04214$ Joule

**অনুশীলন :** বল গতির উপর কী কী প্রভাব বিস্তার করে তার একটা তালিকা তৈরি কর এবং নিচের তালিকার সাথে সঠিকতা যাচাই কর।

বল গতির উপর কী কী প্রভাব বিস্তার করে তার একটি তালিকা তৈরি করা হলো :

(১) প্রযুক্ত বল কোনো স্থির বস্তুকে গতিশীল করতে পারে।

(২) বল প্রয়োগের ফলে গতিশীল বস্তুর বেগ হ্রাস বা বৃদ্ধি পায়।

(৩) প্রযুক্ত বল গতিশীল বস্তুর বেগের তথা গতির দিক পরিবর্তন করতে পারে।

**একক :** বলের এস. আই. একক নিউটন।

**মাত্রা :** বলের মাত্রা, $[F] = [MLT^{-2}]$

$m$ ভরের কোনো বস্তুর উপর বল F প্রয়োগ করে $a$ ত্বরণের সৃষ্টি করলে আমরা পাই,

$$F = ma \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.1)$$

ভর এবং ত্বরণের গুণফল দ্বারা বল পরিমাপ করা হয়।

## বলের প্রকারভেদ

**Kinds of forces**

প্রকৃতিতে আমরা বিভিন্ন ধরনের বলের সঙ্গে পরিচিত হলেও এবং এদের বিভিন্ন নামকরণ থাকলেও সব বল কিন্তু মৌলিক বল নয়। **যে সকল বল মূল বা অকৃত্রিম অর্থাৎ অন্য কোনো বল থেকে উৎপন্ন হয় না বরং অন্যান্য বলে এ সকল বলের প্রকাশ ঘটে তাকে মৌলিক বল বলে।**

মৌলিকতা অনুসারে প্রকৃতিতে চার ধরনের বল আছে। অন্য যে কোনো ধরনের বলকে এই চারটি বলের যে কোনো একটি বা একাধিক বল দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায়। মৌলিক বলগুলো হলো :

১। মহাকর্ষ বল (Gravitational force)

২। তড়িৎ-চুম্বকীয় বল (Electromagnetic force)

৩। সবল নিউক্লীয় বল (Strong nuclear force)

৪। দুর্বল নিউক্লীয় বল (Weak nuclear force)

**১। মহাকর্ষ বল :** মহাবিশ্বের যে কোনো দুটি বস্তুর মধ্যে এক ধরনের আকর্ষণ বল ক্রিয়াশীল রয়েছে। এই আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বল বলা হয়। এই বলের পরিমাণ ক্রিয়াশীল বস্তু দুটির ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং বস্তুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। বিজ্ঞানীরা ধারণা করেন যে বস্তুদ্বয়ের মধ্যে এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের দ্বারা এই মহাকর্ষ বল ক্রিয়াশীল হয়। এই ধরনের কণার নামকরণ করা হয়েছে গ্রাভিটন (Graviton)।

**২। তড়িৎ-চুম্বকীয় বল :** দুটি আহিত বা চার্জিত বস্তুর মধ্যে এবং দুটি চুম্বক পদার্থের মধ্যে এক ধরনের বল ক্রিয়াশীল থাকে। এদেরকে যথাক্রমে কুলম্বের তড়িৎ এবং চৌম্বক বল বলা হয়। তড়িৎ এবং চৌম্বক বল আকর্ষণ এবং বিকর্ষণ উভয় ধরনের হতে পারে। তড়িৎ এবং চৌম্বক বল পরস্পর ঘনিষ্ঠভাবে সম্পর্কিত। বস্তুত আপেক্ষিক গতিতে পরিভ্রমণরত দুটি আহিত কণার মধ্যে ক্রিয়াশীল বলই হচ্ছে তড়িৎ-চুম্বকীয় বল। যখন তড়িৎ আধান বা চার্জগুলো গতিশীল হয়, তখন তারা চৌম্বক ক্ষেত্র সৃষ্টি করে। আবার পরিবর্তী (varying) চৌম্বক ক্ষেত্র তড়িৎ ক্ষেত্রের উৎস হিসেবে কাজ করে।

স্থিতিস্থাপক বল, আণবিক গঠন, রাসায়নিক বিক্রিয়া ইত্যাদিতে তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের প্রকাশ ঘটে।

**৩। সবল নিউক্লীয় বল :** একটি পরমাণুর নিউক্লিয়াস প্রোটন ও নিউট্রন দ্বারা গঠিত। এদেরকে সমষ্টিগতভাবে বলা হয় নিউক্লিয়ন (Nucleon)। নিউক্লিয়াসের মধ্যে সমধর্মী ধনাত্মক আধানযুক্ত প্রোটনগুলো খুব কাছাকাছি থাকায় এদের মধ্যে কুলম্বের বিকর্ষণ বল প্রবল হওয়া উচিত এবং নিউক্লিয়াস ভেঙ্গে যাওয়ার কথা। কিন্তু বাস্তবে অনেক নিউক্লিয়াসই স্থায়ী। নিউক্লিয়নের মধ্যে যে মাধ্যাকর্ষণ বল কাজ করে তা এত নগণ্য যে এই বল কুলম্বের বিকর্ষণ বলকে প্রতিমিত (balance) করতে পারে না। সুতরাং নিউক্লিয়াসে অবশ্যই অন্য এক ধরনের সবল বল কাজ করে যা নিউক্লিয়াসকে ধরে রাখে। এই বলকে বলা হয় **সবল নিউক্লীয় বল**। বিজ্ঞানীদের ধারণা যে নিউক্লিয়নের মধ্যে মেসন (Meson) নামে এক প্রকার কণার পারস্পরিক বিনিময়ের দ্বারা এই বল ক্রিয়াশীল হয়। এই বল আকর্ষণধর্মী এবং নিউক্লিয়াসের বাইরে ক্রিয়াশীল নয়; অর্থাৎ স্বল্প পরিসরে (short range) এই বল ক্রিয়াশীল।

৪। **দুর্বল নিউক্লীয় বল :** প্রকৃতিতে বেশ কিছু মৌলিক পদার্থ (elements) রয়েছে যাদের নিউক্লিয়াস স্বতঃস্ফূর্তভাবে ভেঙ্গে যায় (যেমন ইউরেনিয়াম, থোরিয়াম ইত্যাদি)। এই সমস্ত নিউক্লিয়াসকে বলা হয় তেজস্ক্রিয় নিউক্লিয়াস। তেজস্ক্রিয় নিউক্লিয়াস থেকে তিন ধরনের রশ্মি বা কণা নির্গত হয় যাদেরকে আলফা রশ্মি ($\alpha$-rays), বিটা রশ্মি ($\beta$-rays) এবং গামা রশ্মি ($\gamma$-rays) বলা হয়।

তেজস্ক্রিয় নিউক্লিয়াস থেকে যখন বিটা কণা নির্গত হয় তখন একই সঙ্গে শক্তিও নির্গত হয়। কিন্তু পরীক্ষালব্ধ ফলাফল থেকে দেখা যায় যে, নিউক্লিয়াস থেকে যে পরিমাণ শক্তি নির্গত হয় তা বিটা কণার গতিশক্তির চেয়ে বেশি। স্বাভাবিকভাবেই বিজ্ঞানীদের মাঝে প্রশ্ন ওঠে যে $\beta$-কণা যদি শক্তির সামান্য অংশ বহন করে, তবে অবশিষ্ট শক্তি যায় কোথায় ? 1930 সালে ডব্লিউ. পাউলি (W. Pauli) প্রস্তাব করেন যে অবশিষ্ট শক্তি অন্য এক ধরনের কণা বহন করে যা $\beta$-কণার সঙ্গেই নির্গত হয়। এই কণাকে বলা হয় নিউট্রিনো (neutrino)। এই $\beta$-কণা এবং নিউট্রিনো কণার নির্গমন চতুর্থ একটি মৌলিক বলের কারণে ঘটে যাকে বলা হয় **দুর্বল নিউক্লীয় বল**। এই বল সবল নিউক্লীয় বা তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের তুলনায় খুবই দুর্বল। এই বলের কারণে অনেক নিউক্লিয়াসের ভাঙ্গন প্রক্রিয়া সংঘটিত হয়।

### মৌলিক বলসমূহের তীব্রতার তুলনা

চারটি মৌলিক বলের পরিমাপের আপেক্ষিক সবলতা তুলনা করলে দেখা যায় যে সবচেয়ে শক্তিশালী বল হচ্ছে সবল নিউক্লীয় বল এবং সবচেয়ে দুর্বল হলো মহাকর্ষ বল।

সবল এবং দুর্বল উভয় ধরনের নিউক্লীয় বলের ক্রিয়ার পাল্লা (range) খুবই স্বল্প পাল্লাবিশিষ্ট (short range)। এগুলো নিউক্লিয়াসের পৃষ্ঠের বাইরে ক্রিয়াশীল হয় না। পক্ষান্তরে মহাকর্ষ এবং তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের পাল্লা প্রায় অসীম।

চারটি মৌলিক বলের আপেক্ষিক সবলতা সম্বন্ধে ধারণা লাভের জন্য যদি সবল নিউক্লীয় বলের মান 1 ধরা হয়, তবে দুর্বল নিউক্লীয় বল, তড়িৎ-চুম্বকীয় বল এবং মহাকর্ষ বলের আপেক্ষিক সবলতার মান হবে যথাক্রমে $10^{-12}$, $10^{-2}$ ও $10^{-39}$। ৫৩-০৫-০৬

চারটি মৌলিক বলের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপনের জন্য বিজ্ঞানীরা বহু বছর ধরে চেষ্টা চালিয়ে যাচ্ছেন। প্রফেসর আব্দুস সালাম, ওয়াইনবার্গ ও গ্লাসো তিনজন বিজ্ঞানী দীর্ঘদিন গবেষণা করে দুর্বল নিউক্লিয় বল এবং তড়িৎ-চুম্বকীয় বলের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করেছেন যা **সালাম-ওয়াইনবার্গের তত্ত্ব** নামে পরিচিত।

## ৪.২ নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র
## Newton's Second Law of Motion

নিউটনের গতির প্রথম সূত্র হতে বলের গুণগত ধারণা পাওয়া যায়। দ্বিতীয় সূত্র থেকে বলের পরিমাপ করা যায়। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র পড়ার আগে তাই ভরবেগ বলতে কী বোঝায় তা জানা দরকার। মনে কর, দুটি বস্তুর মধ্যে কোনো কারণে সংঘর্ষ ঘটল। সংঘর্ষের পর বস্তুদ্বয় কোনদিকে যাবে তা কীসের দ্বারা নির্ধারণ করবে ? এদের ভর দ্বারা না এদের বেগ দ্বারা ? একটি গতিশীল সাইকেল অপেক্ষা একটি গতিশীল রিকসার ধাক্কা অনেক বেশি কেন ? গতিশীল সাইকেল অপেক্ষা গতিশীল রিকসা থামানো কঠিন কেন ? এ সকল ঘটনার কারণ হলো ভরবেগ।

তাহলে ভরবেগ কী ? বলা যায় ভর ও বেগের সমন্বয়ে কোনো গতিশীল বস্তুতে সৃষ্ট গতির পরিমাণই হলো বস্তুর ভরবেগ। ভর স্থির রেখে বেগ বাড়ালে বস্তুর ভরবেগও বাড়ে। একই বস্তু বেশি বেগে চললে তার ভরবেগ বেশি হয়। বেগ যতগুণ বেশি হয় বস্তুটিকে একই সময়ে থামাতে আগের থেকে ততগুণ বেশি বল প্রয়োগ করতে হয়। একটি গাড়ি যদি দ্বিগুণ বেগে চলে, তাহলে গাড়িটিকে থামাতে আগের থেকে দ্বিগুণ বল প্রয়োগ করতে হয়। রাইফেলের গুলির ভর খুব কম, কিন্তু বেগ অত্যন্ত বেশি, ফলে ভরবেগ বেশি হওয়ায় রাইফেলের গুলির আঘাত প্রচন্ড হয়।

**বস্তুর ভর ও বেগের সমন্বয়ে বস্তুতে যে ধর্মের উদ্ভব হয় তাকে বস্তুর ভরবেগ বলে।** বস্তুর ভর ও বেগের গুণফল দ্বারা ভরবেগ পরিমাপ করা হয়। গতি জড়তা ভরবেগের সমানুপাতিক। ইহা একটি ভেক্টর রাশি।

**একক :** ভরবেগের এস. আই. একক $kg\text{-}ms^{-1}$

**মাত্রা :** $[P] = [MLT^{-1}]$

নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র থেকে ক্রিয়াশীল বল ও সৃষ্ট ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করা যায়।

**সূত্র : ভরবেগের পরিবর্তনের হার বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক। এই বল যে দিকে ক্রিয়া করে ভরবেগের পরিবর্তনও সেদিকে ঘটে।**

এই সূত্রের সাহায্যে বলের অভিমুখ, পরিমাণ, গুণগত বৈশিষ্ট্য, ত্বরণের সঙ্গে বলের সম্পর্ক, একক বল, বলের একক ও বলের নিরপেক্ষ নীতি সম্বন্ধে জানতে পারা যায়।

## $\vec{F} = m\vec{a}$ সমীকরণ প্রতিপাদন (ক্যালকুলাস পদ্ধতিতে)

মনে করি কোনো একটি বস্তুর ভর $m$ এবং এটি $\vec{v_0}$ সমবেগে চলছে [ চিত্র ৪·৩ ]।

ধরি একটি ধ্রুব বল (constant force) $\vec{F}$ এই বস্তুর উপর তার গতির দিকে $t$ সময় ধরে ক্রিয়া করল। ফলে বস্তুর বেগ পরিবর্তিত হয়ে $\vec{v}$ হলো।



চিত্র ৪·৩

কাজেই $\vec{v}$ বেগে গতিশীল বস্তুটির ভরবেগ $\vec{P} = m\vec{v}$ ... ... ... (4.2)

সুতরাং ভরবেগের পরিবর্তনের হার $\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v})$

ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক

$$\therefore \quad \vec{F} \propto \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$= k\frac{d\vec{P}}{dt} = k\frac{d}{dt}(m\vec{v})$$

$$\therefore \quad \vec{F} = km\frac{d\vec{v}}{dt} = km\vec{a} \qquad \left[\text{এখানে } k = \text{ধ্রুবক}, \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}\right]$$

একক বলের সংজ্ঞা থেকে $k = 1$ দেখানো যায়।

$$k = 1$$

$$\therefore \quad \vec{F} = m\vec{a} \quad \text{... ... ...} \quad (4.3)$$

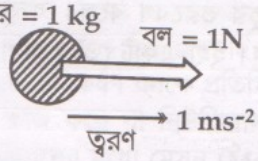
বস্তুটির উপর একটি বল প্রযুক্ত না হয়ে যদি $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \vec{F_3} \ldots \vec{F_n}$ ইত্যাদি বল প্রযুক্ত হয় তাহলে বস্তুটির উপর ক্রিয়াশীল নিট বল $= \Sigma\vec{F} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} \ldots + \vec{F_n}$ .

$\therefore$ নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র হলো $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ ... ... ... (4.4)

এখানে ত্বরণের দিক নিট বলের বরাবর। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রের সাহায্যে একক বলের সংজ্ঞা পাওয়া যায়।

**একক ভরের কোনো বস্তুর উপর একক ত্বরণ সৃষ্টি করতে যে বল প্রযুক্ত হয়, তাকে একক বল বলে।**

অর্থাৎ,



চিত্র ৪·৪

যখন $m = 1$ একক, $|\vec{a}| = 1$ একক, তখন $|\vec{F}| = 1$ একক।

$\therefore$ সমীকরণ (4.4)-এ মানগুলো বসিয়ে আমরা পাই,

$$1 = k \cdot 1 \times 1$$

$$\therefore \quad k = 1$$

সুতরাং সমীকরণ (4.3) অনুযায়ী আমরা পাই,

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.5)$$

অর্থাৎ **বল = ভর × ত্বরণ**

এটিই হলো বলের মান নির্দেশক সমীকরণ।

### বলের নিরপেক্ষ নীতি

নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রানুসারে সময়ের সাথে বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন বলের ক্রিয়া অভিমুখে সংঘটিত হবে। কাজেই বলের ক্রিয়া অভিমুখে বস্তুতে যে ভরবেগ থাকবে সময়ের সাথে তাই শুধু পরিবর্তিত হবে। একাধিক বলের ক্ষেত্রেও একের ক্রিয়া অন্যের দ্বারা প্রভাবিত হবে না। বস্তুর উপর বলের ক্রিয়ার এই বৈশিষ্ট্যকে বলের নিরপেক্ষ নীতি বা ভৌত অনির্ভরশীলতা বলা হয়।

নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা যা জানতে পারলাম তা হলো :

(i) বস্তুর ত্বরণ প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক হয়।

(ii) বলের ক্রিয়া বন্ধ হয়ে গেলে বস্তুটির ত্বরণ বা মন্দন থাকে না।

(iii) বলের অভিমুখই ত্বরণের অভিমুখ।

(iv) বস্তুর উপর বল ক্রিয়া করলে বস্তুটি ত্বরণ নিয়ে চলতে থাকে।

### গাণিতিক উদাহরণ

**১। একটি বস্তু স্থিরাবস্থায় ছিল। 15 N-এর একটি বল এর উপর 4 সেকেন্ড ধরে কাজ করে এবং তারপর আর কোনো কাজ করল না। বস্তুটি এরপর 9 সেকেন্ডে 54 m দূরত্ব গেল। বস্তুটির ভর বের কর।**

যেহেতু বলটি বস্তুর উপর 4s ক্রিয়ার পর আর সেহেতু বস্তুটি শেষ 9s সময় সমবেগে যাবে।

$$\therefore v = \frac{s}{t_2} = \frac{54}{9} = 6\ \text{ms}^{-1}$$

আমরা জানি, $v = v_0 + at_1$

বা, $6 = 0 + a \times 4$

বা, $6 = 4a$ বা, $a = \frac{6}{4}$

$\therefore a = 1{\cdot}5\ \text{ms}^{-2}$

আবার, $F = ma$

বা, $15 = m \times 1{\cdot}5$ বা, $m = \frac{15}{1{\cdot}5}$

$\therefore m = 10\ \text{kg}$

**২। একটি বস্তুর উপর 7N মানের একটি বস্তুটির ভর কত ? বস্তুটির উপর 5N মানের আ করলে বস্তুটির ত্বরণ কত হবে ?**

**প্রথম অংশ :**

আমরা জানি,

$$F = ma$$

$$\therefore 7 = m \times 3$$

$$\therefore m = \frac{7}{3} = 2{\cdot}33\ \text{kg}$$

- মানুষের হাটা, সাবমেরিন, জলযান, ক্ষেপণাস্ত্র রকেট ইত্যাদি নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুযায়ী কাজ করে।
- লন রোলার ঠেলার চেয়ে টানা সহজ।
- প্রাত্যহিক জীবনে দুটি বল সবসময়ই অনুভব করে থাকি একটি অভিকর্ষ অপরটি ঘর্ষণ বল।
- রকেটের নির্গত গ্যাসকে Jet বলে।
- ভরবেগের মাত্রা $[MLT^{-1}]$
- বলের ঘাতের মাত্রা $[MLT^{-1}]$
- ধাক্কার মাত্রা $[MLT^{-2}]$
- স্থিতি ঘর্ষণ গুণাংকের, গতি ঘর্ষণ গুণাংকের কোন মাত্রা নেই।
- MKS পদ্ধতিতে বলের একক নিউটন
- MKS পদ্ধতিতে ক্ষমতার একক জুল/সে.
- MKS পদ্ধতিতে শক্তির একক জুল
- MKS পদ্ধতিতে কাজের একক জুল
- নিউটনের গতির প্রথম সূত্রকে জড়তা ও বলের সংজ্ঞা নির্দেশক সূত্র বলে।
- নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রকে বল পরিমাপক ও বলের প্রকৃতি নির্দেশক সূত্র বলা হয়। এ সূত্র থেকে বলের নিরপেক্ষ একক পাওয়া যায়।
- নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রকে বস্তু সমূহের মধ্যে বলের পারস্পরিক ক্রিয়ার সূত্র বলা হয়।
- হাইড্রোজেন পরমাণুতে ইলেকট্রন ও প্রোটনের মধ্যকার মহাকর্ষ বল $3.6 \times 10^{-47}$
- রকেট হতে গ্যাস বের হওয়া ক্রিয়া এবং রকেট উপরে যাওয়া প্রতিক্রিয়া।
- জ্বালানি হিসেবে রকেটে সাধারণত তরল হাইড্রোজেন এবং দহনের জন্য তরল অক্সিজেন থাকে।

মহাকর্ষ বল উদ্ভবের কারন -- গ্রাভিটন কণা, তড়িৎ ও চৌম্বক বল উদ্ভবের কারন -- ফোটন কণা, সবল নিউক্লীয় বল উদ্ভবের কারন -- মেসন কণা, দূর্বল নিউক্লীয় বল উদ্ভবের কারন- Intermediate vector Boson.

দ্বিতীয় অংশ :

মনে করি, লব্ধি বল R

এখন, $R = (P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha)^{\frac{1}{2}}$

$\therefore \quad R = (7^2 + 5^2 + 2\times7\times5\times\cos 60°)^{\frac{1}{2}}$

$= \left(49 + 25 + 2\times7\times5\times\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$

$= (74 + 35)^{\frac{1}{2}} = (109)^{\frac{1}{2}} = 10{\cdot}44\ \text{N}$

এখানে,
$P = 7\text{N}$
$Q = 5\text{N}$
$\alpha = 60°$

আবার, $R = ma'$

$\therefore \quad a' = \frac{R}{m} = \frac{10{\cdot}44}{2{\cdot}33}\ \text{ms}^{-2}$

$= 4{\cdot}48\ \text{ms}^{-2}$

এখানে,
$R = 10{\cdot}44\text{N}$
$m = 2{\cdot}33\ \text{kg}$
$a' = ?$

উত্তর : বস্তুটির ভর 2·33 kg এবং ত্বরণ 4·48 $\text{ms}^{-2}$

**৩। 10 N এর একটি বল 2 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। 4s পর যদি বলের ক্রিয়া বন্ধ হয়ে যায় তবে প্রথম থেকে 8s-এ বস্তুটি কত দূরত্ব অতিক্রম করবে ?**

আমরা জানি,

$F = ma$

বা, $a = \frac{F}{m} = \frac{10}{2} = 5\ \text{ms}^{-2}$

$\therefore$ ১ম 4s-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s_1 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

$= 0\times4 + \frac{1}{2}\times5\times4^2 = 40\ \text{m}$

এখানে,
বল, $F = 10\ \text{N}$
ভর, $m = 2\ \text{kg}$
১ম ক্ষেত্রে,
আদিবেগ, $v_0 = 0$
সময়, $t = 4\ \text{s}$
ত্বরণ, $a = ?$
দূরত্ব, $s_1 = ?$

১ম 4s পর বস্তুটির বেগ,

$v = v_0 + at = 0 + 5\times4 = 20\ \text{ms}^{-1}$

পরবর্তী 4s-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s_2 = vt = 20\times4 = 80\ \text{m}$

$\therefore$ ১ম থেকে মোট 8 s-এ অতিক্রান্ত দূরত্ব,

$s = s_1 + s_2 = 40 + 80 = 120\ \text{m}$

২য় ক্ষেত্রে,
বেগ, $v = 20\ \text{ms}^{-1}$
সময়, $t = 4\ \text{s}$
দূরত্ব, $s_2 = ?$

**সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড :** কোনো কোনো ক্ষেত্রে প্রচণ্ড বল কোনো একটি বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয়। এই বলে ক্রিয়াকাল খুব কম হলেও এর প্রভাব দৃষ্টিগ্রাহ্য হয়। এই সময় অন্যান্য বলের প্রভাব থাকলে তা উপেক্ষা করা হ তাহলে এই বলকে কী বল বলে ? এই ধরনের বল ব্যাখ্যা করে বুঝাও।

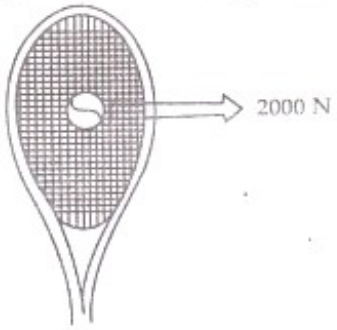
সংঘর্ষ, বিস্ফোরণ, আকস্মিক আঘাত প্রভৃতি ক্ষেত্রে এ ধরনের বল ক্রিয়া করে। ক্যারাম খেলার স্ট্রাইকা দিয়ে গুটিকে আঘাত করা, ক্রিকেট বা টেবিল টেনিস খেলার ব্যাট দিয়ে বলকে আঘাত করা, ফুটবলকে কিক কর হাতুড়ি দিয়ে পেরেক ঠোকা, বাদ্যযন্ত্রের তারে আঘাত করা প্রভৃতি বিশেষ ধরনের বল। একে **ঘাত বল (Impulsiv force)** বলে।

ঘাত বল খুব অল্প সময়ের জন্য ক্রিয়া করে বলে ঐ সময়ের মধ্যে বস্তুটির যে সরণ হয় তা উপেক্ষা করা যায় কিন্তু বলের মান খুব বেশি হওয়ার দরুন বেগের এবং সাথে সাথে ভরবেগের আকস্মিক পরিবর্তন হয়। ঘাত বলে মান সঠিকভাবে জানা সম্ভব হয় না। বস্তুত এর প্রয়োজনও হয় না। বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন পরিমাপ করে

* ঘাত বলে বেগের পরিবর্তন হয় কিন্তু সময় তেমন হয়

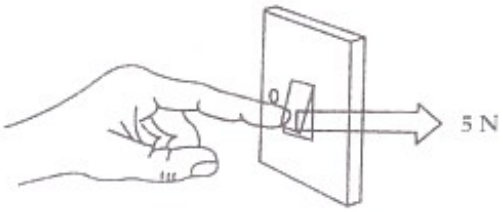
অর্থাৎ বলের ঘাত জানলেই বলটির ক্রিয়ার মোট ফল জানা যায়। এই কারণেই এরূপ বলকে ঘাত বল বলে। অর্থাৎ **খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের যে বল কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় তাকে ঘাত বল বলে।**

**উদাহরণ :** ধরা যাক, একটি র‍্যাকেট দ্বারা টেনিস বলকে আঘাত করলে প্রচন্ড একটি বল টেনিস বলের উপর আরোপিত হয়। এক্ষেত্রে টেনিস বল এবং র‍্যাকেটের মধ্যকার সংঘর্ষের সময় খুব কম হয়। এই ধরনের বল ঘাত বল [চিত্র ৪·৫(ক)]। আবার ইলেকট্রিক সুইচ যখন অফ বা অন করা হয় তখনও এই ঘাত বল ক্রিয়াশীল হয় [চিত্র ৪·৫(খ)]।




(ক) টেনিস বলের উপর বল

চিত্র ৪·৫ (ক)




(খ) আলো জ্বালাতে সুইচের উপর বল

চিত্র ৪·৫ (খ)

**কোনো বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে ঐ বলের ঘাত (impulse of force) বলে।** $\vec{F}$ বল কোনো বস্তুর উপর $t$ সময় ধরে ক্রিয়া করলে

বলের ঘাত, $\vec{J} = \vec{F} \times t$ ... ... (4.6)

$$= \frac{m\vec{v} - m\vec{v}_0}{t} \times t = m\vec{v} - m\vec{v}_0 = \text{ভরবেগের পরিবর্তন}$$

$\therefore$ বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান।

**ক্যালকুলাস পদ্ধতি :** মনে করি, $\vec{F}$ ধ্রুব বল কোনো একটি বস্তুর উপরে $dt$ সময় ক্রিয়া করে। তাহলে ঘাত বল,

$$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\,dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\vec{P}}{dt} \times dt = \int_{\vec{P_1}}^{\vec{P_2}} d\vec{P} = [\vec{P}] = \vec{P}_2 - \vec{P}_1 = \Delta\vec{P}$$

$\therefore$ বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান।

**গাণিতিক উদাহরণ :**

১। 16 N-এর একটি বল 4 kg ভরের উপর 4 s ক্রিয়া করে। বস্তুটির (ক) বেগের পরিবর্তন ও (খ) বলের ঘাত নির্ণয় কর।

মনে করি বেগের পরিবর্তন $= \vec{v} - \vec{v}_0$

ও বলের ঘাত $= \vec{J}$

$\therefore \quad \vec{J} = \vec{F} \times t = m\vec{v} - m\vec{v}_0$

আমরা পাই, $\vec{F} = \frac{m(\vec{v} - \vec{v}_0)}{t}$ ... ... (1)

$\therefore$ সমীকরণ (1) হতে পাই, $(v - v_0) = \frac{F \times t}{m} = \frac{16\text{N} \times 4\text{ s}}{4\text{ kg}} = 16\ \text{ms}^{-1}$

ও বলের ঘাত, $J = F \times t = 16\text{N} \times 4\text{ s}$

$= 64\ \text{N s} =$ ভরবেগের পরিবর্তন

এখানে,

বল, $\vec{F} = 16\text{ N}$

$m = 4\text{ kg}$

$t = 4\text{ s}$

২। 0·05 kg ভরের একটি বস্তু 0·2 $ms^{-1}$ অনুভূমিক বেগে একটি খাঁড়া দেয়ালে ধাক্কা দিয়ে 0· $ms^{-1}$ বেগে বিপরীত দিকে ফিরে গেল। বলের ঘাত বের কর। [ব. বো. ২০০৬

ধরি বলের ঘাত = J

আমরা পাই, $J = F \times t$ ও $F = \frac{m(v - v_0)}{t}$

$\therefore J = m(v - v_0)$

$\therefore J = 0{\cdot}05 \times (-0{\cdot}1 - 0{\cdot}2)$

এখানে,

$m = 0{\cdot}05$ kg

$v_0 = 0{\cdot}2\ ms^{-1}$

$v = -0{\cdot}1\ ms^{-1}$ (আদি বেগের সাপেক্ষে শেষ বেগ বিপরীতমুখী হেতু ঋণচিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে)

$= -0{\cdot}015$ kg-$ms^{-1}$ (ঋণচিহ্ন প্রমাণ করে যে, J ও $v_0$-এর অভিমুখ অভিন্ন)।

$\therefore |J| = 0{\cdot}015$ kg-$ms^{-1}$

## ৪·৩ নিউটনের গতিসূত্রগুলোর মধ্যে সম্পর্ক
### Relation between Newton's Laws of Motion

নিউটনের গতিসূত্রগুলোর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে হলে সূত্রগুলো সম্পর্কে সম্যক ধারণা অবশ্যই থাকা হবে এবং সূত্রগুলো কী কী বিষয় নিয়ে আলোচনা করে সে সম্পর্কেও আমাদের জ্ঞান থাকা আবশ্যক।

**প্রথম সূত্র : বাইরে থেকে প্রযুক্ত বল দিয়ে অবস্থার পরিবর্তন করতে বাধ্য না করলে স্থির ব চিরকাল স্থির থাকবে ও গতিশীল বস্তু চিরকাল সমবেগে সরলরেখায় চলতে থাকবে।**

**দ্বিতীয় সূত্র : বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার বস্তুটির উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল দিকে প্রযুক্ত হয় ভরবেগের পরিবর্তন সেইদিকে ঘটে।**

**তৃতীয় সূত্র : প্রত্যেক ক্রিয়ার সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।**

প্রথম সূত্র থেকে আমরা বুঝতে পারি যে, বাইরে থেকে কোনো প্রভাব ক্রিয়া না করলে কোনো বস্তু নি অবস্থার পরিবর্তন চায় না। স্থির বস্তু স্থির থাকবে আবার গতিশীল বস্তু গতিশীল অবস্থায় চলতে থাকবে। বস জড়তা ধর্মের কারণে এরূপ ঘটে। এই জড়তার বিরুদ্ধে কিছু করতে হলে অর্থাৎ স্থির বস্তুকে গতিশীল করতে হ আবার গতিশীল বস্তুর গতির পরিবর্তন ঘটাতে হলে তার উপর বল প্রয়োগ করতে হবে। এই ধারণা থেকে নিউট গতির ২য় সূত্র প্রয়োগ করতে পারি। কোনো বস্তুর ভর যত বেশি হয় তার ভরবেগও তত বেশি হবে। মনে গতিশীল অবস্থায় একটি বস্তুর ভর $m$ এবং বেগ $v$; আর একটি বস্তুর ভর 2 m কিন্তু বেগ একই অর্থাৎ বেগ তাহলে প্রথম বস্তুর ভরবেগ = $mv$ এবং দ্বিতীয় বস্তুর ভরবেগ = $2mv$। বাধা দিয়ে অর্থাৎ বল প্রয়োগ করে দুটিকে যদি একই সময়ের মধ্যে থামানো হয় তবে দ্বিতীয়টির ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রথমটির দ্বিগুণ হ দ্বিতীয় সূত্র থেকে আমরা জানি যে, প্রযুক্ত বল বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হারের সমানুপাতিক হয়। অতএব দ্বি বস্তুটিকে একই সময়ের মধ্যে থামাতে গেলে প্রথম বস্তুর থেকে দ্বিগুণ বল প্রয়োগ করতে হয়। আবার যদি স দুটি বল (F) বস্তু দুটির উপর প্রয়োগ করা হয় তাহলে প্রথম বস্তুর ত্বরণ $a_1$ এবং দ্বিতীয় বস্তুর ত্বরণ $a_2$ নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে $F = ma_1$ এবং $F = 2ma_2$ হবে।

সুতরাং দেখা যায় যে, বস্তুর জড়তার সাথে ভরবেগের ও ত্বরণের মধ্যে একটি সম্পর্ক বিদ্যমান যার মা নিউটনের ১ম ও ২য় সূত্রের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করা যায় বা এক সূত্র হতে অন্য সূত্রে রূপান্তর করা যায়।

অন্যভাবে বস্তু দুটিকে যদি $F_1$ ও $F_2$ বলে একই সরলরেখা বরাবর প্রয়োগ করা হয়, তাহলে চলতে চ কোনো এক সময় বস্তু দুটি সংঘর্ষে লিপ্ত হতে পারে। যখনই সংঘর্ষে লিপ্ত হয় তখন ২য় বস্তুটি ১ম বস্তুর সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। এক্ষেত্রে যে বলের কারণে দ্বিতীয় বস্তু আঘাতপ্রাপ্ত হয়, ক্রিয়া বল বলে আর এই বস্তুটি আঘাতপ্রাপ্তির পর বিপরীত দিকে প্রথম বস্তুর উপর যে বল প্রয়োগ করে প্রতিক্রিয়া বল বলে। নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী জানা যায় এই ক্রিয়া এবং প্রতিক্রিয়া সমান।

উপরের ঘটনা থেকে লক্ষ করা যায় যে, বস্তুর জড়তা বল প্রয়োগে ত্বরণ সৃষ্টি এবং ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার কর্মকাণ্ডই নিউটনের গতির প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় সূত্রের পারস্পরিক সম্পর্ক সম্বন্ধীয় ঘটনা।

গাণিতিকভাবে নিউটনের গতিসূত্রগুলোর মধ্যে নিম্নোক্ত উপায়ে পারস্পরিক সম্পর্ক স্থাপন করা যায়

■ ২য় সূত্র এবং ১ম সূত্রের মধ্যে সম্পর্ক :

নিউটনের গতির ২য় সূত্র থেকে জানি ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক

অর্থাৎ $= \frac{m\vec{v} - m\vec{v_0}}{t} \propto \vec{F}$ $\therefore \frac{m(\vec{v} - \vec{v_0})}{t} \propto \vec{F}$

বা, $m\vec{a} = k\vec{F}$, $k = 1$ হলে

$\vec{F} = m\vec{a}$, এখানে $\vec{F}$ = প্রযুক্ত বল, $\vec{a}$ = ত্বরণ, $\vec{v_0}$ = আদিবেগ, $\vec{v}$ = শেষবেগ

বাইরে থেকে বল প্রযুক্ত না হলে $\vec{F} = 0$ হয় এবং $\vec{a} = 0$ হয়।

কিন্তু বস্তুর ভর শূন্য হয় না তাই $m \neq 0$, সুতরাং $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$ অর্থাৎ $\vec{v}$ = ধ্রুবক ... (4.7)

তাই বলা যায় বাহ্যিক বলের ক্রিয়া না থাকলে বেগের কোনো পরিবর্তন হয় না। স্থির বস্তু স্থির আর গতিশীল বস্তুর গতির কোনো পরিবর্তন হয় না। অর্থাৎ বাহ্যিক বলের অনুপস্থিতিতে বস্তুকণার ভরবেগ সব সময় ধ্রুব বা ধ্রুব থাকে।

■ ১ম সূত্র এবং ৩য় সূত্রের মধ্যে সম্পর্ক :

নিউটনের গতির ১ম সূত্র থেকে আমরা জানি বাহ্যিক বল ক্রিয়া না করলে ভরবেগ ধ্রুব থাকে।

অর্থাৎ ভরবেগ, $\vec{P} = m\vec{v}$ = ধ্রুবক ... ... ... (4.8)

$t$ এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই

$\therefore \frac{d\vec{P}}{dt} = m\frac{d(\vec{v})}{dt}$ ... ... ... (4.9)

আবার দুটি বস্তুর মধ্যে একটি বস্তু যখন অপরটির উপর বল প্রয়োগ করে তখন লব্ধি ভরবেগের পরিবর্তনের হারের মান সমান ও বিপরীত হয়।

$\therefore \frac{d\vec{P_1}}{dt} = -\frac{d\vec{P_2}}{dt}$

$\frac{d}{dt}(m_1\vec{v_1}) = -\frac{d}{dt}(m_2\vec{v_2})$ ... ... ... [4.9(a)]

বা, $m_1\vec{a_1} = -m_2\vec{a_2}$ বা, $\vec{F_1} = -\vec{F_2}$, অর্থাৎ ক্রিয়া বল = প্রতিক্রিয়া বল।

$\therefore$ [4.9(a)] এই সমীকরণ দ্বারা নিউটনের গতির ১ম ও ৩য় সূত্রের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করা যায়।

■ ২য় সূত্র এবং ৩য় সূত্রের মধ্যে সম্পর্ক :

নিউটনের গতির ২য় সূত্র থেকে আমরা জানি, ভরবেগের পরিবর্তনের হারই হলো প্রযুক্তি বল। ঘাত বল বিবেচনা করলে লেখা যায়, ঘাত বল = ভরবেগের পরিবর্তন। এক্ষেত্রে যে বলের কারণে ঘাত সৃষ্টি হয় বিপরীত ক্রমে সেই বলের কারণে প্রতিঘাত সৃষ্টি হয়। এক্ষেত্রে বলা যায় ক্রিয়া = প্রতিক্রিয়া। ইহাই নিউটনের ৩য় সূত্র।

## ৪.৪ নিউটনের গতিসূত্রের ব্যবহার
### Applications of Newton's Laws of Motion

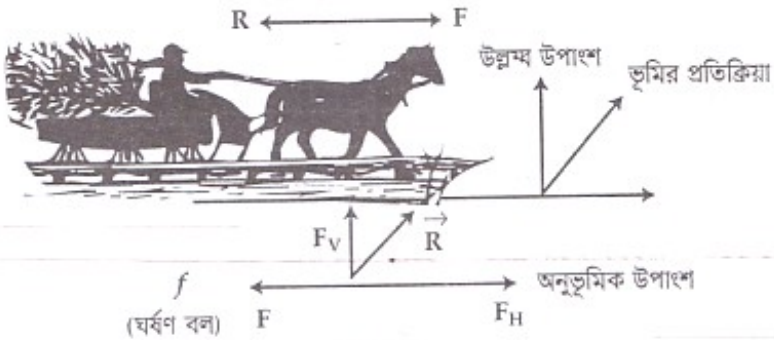
একটি বস্তু যখন অন্য একটি বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করে তখন দ্বিতীয় বস্তুটিও প্রথম বস্তুটির উপর একটি সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। এই ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সংক্রান্ত বলের বিবরণ আমরা নিউটনের তৃতীয় সূত্র থেকে জেনেছি। প্রকৃতিতে বল সব সময় জোড়ায় জোড়ায় ক্রিয়া করে। প্রকৃতিতে একক বিচ্ছিন্ন বল বলে কিছু থাকতে পারে না। দুটি বলের একটি অপরের পরিপূরক। এদের একটি ক্রিয়া অপরটি প্রতিক্রিয়া বল। ক্রিয়া বল

যতক্ষণ থাকে প্রতিক্রিয়া বলও ততক্ষণ স্থায়ী হয়। নিউটনের গতিসূত্রের কয়েকটি ব্যবহারিক প্রয়োগ উদাহর সাহায্যে বর্ণনা করা হলো।

● **ঘোড়ার গাড়ির চলাচল :**

ঘোড়ার গাড়ি রাস্তায় যখন চলে তখন ঘোড়ার কাঁধে বেল্ট বা হাতলের উপর F বল প্রয়োগ করে গাড়ি সামনের দিকে নিয়ে যায়; সাথে সাথে গাড়িও ঘোড়াকে পেছনের দিকে সমান ও বিপরীতমুখী F বলে টানতে থা স্বাভাবিকভাবে প্রশ্ন করা যায় যে, গাড়িটি সামনের দিকে কী করে এগোয় ? নিচের চিত্রটি লক্ষ কর।

**আরোহীসহ গাড়িটি সামনের দিকে এগোয় কী করে? :** গাড়িটিকে সামনের দিকে চালাবার জন্য মাটির উপর তির্যকভাবে বল প্রয়োগ করে। সঙ্গে সঙ্গে মাটি ঘোড়ার উপর সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া ব



চিত্র ৪·৬

প্রয়োগ করে। এই বলকে অনুভূ দিকে এবং উল্লম্ব দিকে যথাক্রমে এবং $F_V$ উপাংশে বিশ্লেষণ যায়।উল্লম্ব উপাংশ $F_V$ ঘো ওজনকে প্রশমিত করে। এখন অনুভূমিক উপাংশ $F_H$ ঘোড়ার গাড়ি দ্বারা পেছনের দিকে প্রতিক্রিয়া বল (R)-এর চেয়ে হয়, তাহলে $F_H - R$ বলের ঘোড়া সামনের দিকে এগিয়ে যায় অর্থাৎ গাড়িটি সামনের দিকে এগিয়ে যায় [চিত্র ৪·৬]।

এখন গাড়ির গতি পৃথকভাবে বিবেচনা করলে দেখা যায় যে, এর উপর দুটি বল ক্রিয়া করছে—

(i) মাটির সংস্পর্শে থাকার দরুন চাকার উপর ঘর্ষণ বল $f$; এই বল গাড়ির গতিকে বাধা দেয়।

(ii) ঘোড়া দ্বারা প্রযুক্ত বল F; এই বল গাড়িকে সামনের দিকে এগিয়ে নিতে চেষ্টা করে।

যখন F বলের মান $f$-এর মানের চেয়ে বেশি হয়, তখনই গাড়ি $F - f$ বলের ক্রিয়ায় সামনের দিকে চলতে করে। এখন চালকসহ গাড়ি যদি সমবেগে চলে অর্থাৎ ত্বরণ শূন্য হলে প্রথম সূত্র অনুযায়ী ওদের উপর ক্রিয়ারত বল শূন্য হবে। সুতরাং $F_H - F = 0$ এবং $F - f = 0$ অর্থাৎ $F = F_H = f$ চালকসহ গাড়ি ত্বরণ নিয়ে চললে ত্বরণ হবে $\frac{F_H - F}{M}$ এবং গাড়ির ত্বরণ হবে $\frac{F - f}{M_R}$; এখানে M এবং $M_R$ যথাক্রমে ঘোড়া এবং গাড়ির ভর। $F_H$ $f$ বল দুটি স্বনিয়ন্ত্রক বল, এদের মান এমনভাবে নিয়ন্ত্রিত হয় যাতে ঘোড়া এবং গাড়ির ত্বরণ সমান হয়। ফলে ও গাড়ি একসঙ্গে এগিয়ে যায়।

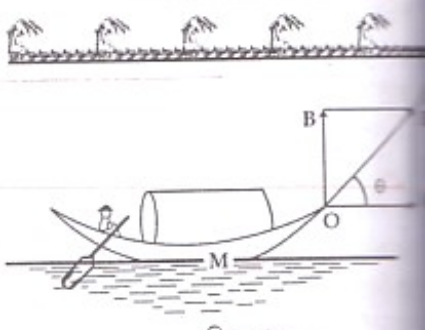
● **নৌকার গুণ টানা :**

মনে করি M একটি নৌকা। এর O বিন্দুতে গুণ বেঁধে OR বরাবর নদীর পাড় দিয়ে $\vec{F}$ বলে টেনে হচ্ছে। বিভাজন পদ্ধতি দ্বারা O বিন্দুতে F-কে দুটি উপাংশে বিভাজিত করা যায়; যথা—অনুভূমিক উপাংশ উপাংশ [চিত্র ৪·৭]।

অনুভূমিক উপাংশ = $F \cos\theta$, এর দিক OA বরাবর।

উল্লম্ব উপাংশ = $F \sin\theta$, এর দিক OB বরাবর।

বলের অনুভূমিক উপাংশ $F \cos\theta$ নৌকাকে সামনের দিকে এগিয়ে নিয়ে যায় এবং উল্লম্ব উপাংশ $F \sin\theta$ নৌকাটিকে পাড়ের দিকে টানে। কিন্তু নৌকার হাল দ্বারা উল্লম্ব উপাংশ $F \sin\theta$ প্রতিহত করা হয়। গুণ যত লম্বা হবে, $\theta$-এর মান তত কম হবে ফলে $F \sin\theta$-এর মান কম হবে এবং $F \cos\theta$-এর মান বেশি হবে। ফলে নৌকা দ্রুত সামনের দিকে এগিয়ে যাবে।



চিত্র ৪·৭

● **বন্দুক থেকে গুলি ছোড়া :**

বন্দুক থেকে গুলি ছুড়লে গুলিটি প্রচণ্ড বেগে সামনে ছুটে যায়। বন্দুকটি গুলির উপর যদি F বল প্রয়োগ করে, তাহলে গুলিটিও বন্দুকের উপর সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। এই প্রতিক্রিয়া বলের জন্য বন্দুকটিও পেছন দিকে এগিয়ে যায় [চিত্র ৪·৮]।

ভরবেগ দিয়েও এর কারণ ব্যাখ্যা করা যায়। গুলি ছোড়ার আগে বন্দুক ও গুলি উভয়েই স্থির থাকে। অতএব বন্দুকের ভরবেগ শূন্য এবং গুলির ভরবেগ শূন্য। সুতরাং তাদের মোট আদি ভরবেগ শূন্য। গুলি ছোঁড়ার পর বারুদের বিস্ফোরণের ফলে গুলি একটি বেগে সামনের দিকে যায়। ফলে এটি সামনের দিকে একটি ভরবেগ প্রাপ্ত হয়। ভরবেগের নিত্যতা অনুসারে গুলি ছোঁড়ার পরেও তাদের মোট ভরবেগ শূন্য হবে। ফলে বন্দুককেও গুলির সমান ও বিপরীতমুখী একটি ভরবেগ লাভ করতে হবে। ফলে বন্দুককে অবশ্যই পেছনের দিকে গতিপ্রাপ্ত হতে হবে [চিত্র ৪·৮]।



চিত্র ৪·৮

মনে করি M ভরের একটি বন্দুক হতে $m$ ভরের একটি গুলি $\vec{v}$ বেগে বের হয়ে গেল। আবার মনে করি গুলি ছোঁড়ার পর বন্দুকের বেগ = $\vec{V}$।

∴ গুলি ছোঁড়ার আগে তাদের মোট ভরবেগ = 0

গুলি ছোঁড়ার পর তাদের মোট ভরবেগ = বন্দুকের ভরবেগ + গুলির ভরবেগ = $M\vec{V} + m\vec{v}$

কিন্তু ভরবেগের নিত্যতা সূত্র অনুসারে আগের ও পরের ভরবেগ সমান।

∴ $M\vec{V} + m\vec{v} = 0$

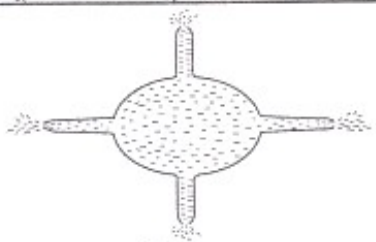
$$m\vec{v} = -M\vec{V} = M(-\vec{V}) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.10)$$

অর্থাৎ গুলির ভর × গুলির বেগ = বন্দুকের ভর × বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ।

এই সমীকরণ থেকে আরও বলা যায়, গুলির বেগ > বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ।

**ক্রিয়াকর্ম :** উড়ন্ত পাখি ডানা দিয়ে বাতাসকে পিছনের দিকে ঠেলে দেয়, অর্থাৎ বল প্রয়োগ করে। ফলে বাতাস পাখির ডানাতে সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে। তবুও পাখি সামনের দিকে এগিয়ে যায় কীভাবে? বাতাস না থাকলে পাখি উড়তে পারবে কী? সেখানে ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া বলের প্রভাব থাকবে কী?

**হাতে কলমে কাজ :** বাতাসে পানি ছিটাবার একটি ঘুরন্ত যন্ত্র নাও। এবার যন্ত্রটিতে পানি দ্বারা পূর্ণ করে বাঁকা নলগুলোর মুখ এক সাথে খুলে দাও। কী দেখতে পারছ? পানি ছিটাবার যন্ত্রের নলের মুখগুলো ঘুরছে। এর কারণ কী?

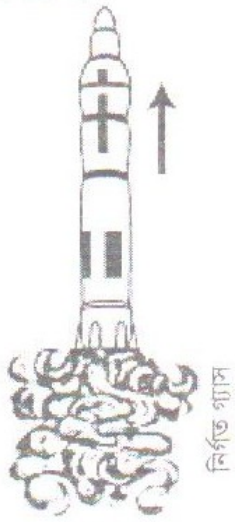

চিত্র ৪·৯

এই যন্ত্রের মধ্যে দিয়ে পানি পাঠালে বাঁকা নলগুলির সরু মুখ দিয়ে জোরে পানি বেরুতে থাকে [চিত্র ৪·৯]। এজন্য পানির গতির বিপরীত দিকে নলের গায়ে প্রতিক্রিয়া বল প্রযুক্ত হয় বলে যন্ত্রটি ঘুরতে থাকে। ফলে চারদিকে পানি ছিটকে পড়ে।

● **মহাশূন্যে অভিযান :**

মহাশূন্যে অভিযানকালে যখন রকেট উপরের দিকে ধাবিত হয় তখন যদি তোমরা রকেটের দিকে তাকাও তাহলে এর পেছন দিয়ে সাদা মেঘের মতো ধোঁয়া নির্গত হতে দেখবে। কেন এমন ধোঁয়া দেখা যায় তার কারণ বলতে

পারবে কী ? জ্বালানি দহনের ফলে অতি উচ্চ চাপে গ্যাস উৎপন্ন হয়। এই গ্যাসের কুণ্ডলী আমরা পৃথিবী থেকে অনেক সময় দেখতে পাই। এই গ্যাস রকেট-এর পেছনে একটি সরু নলের মধ্য দিয়ে তীব্র বেগে বেরিয়ে আসে। এর ফলে যে প্রচণ্ড বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল সৃষ্টি হয়, সেই বলের ক্রিয়ায় রকেট তীব্র বেগে সামনের দিকে এগিয়ে যায় [চিত্র ৪.১০]।



চিত্র ৪.১০

কৃত্রিম উপগ্রহের বহুল ব্যবহার অত্যাধুনিক যোগাযোগ ব্যবস্থার উন্নয়নে এবং মহাকাশ গবেষণায় বিরাট অবদান রেখেছে। এর মূলে রয়েছে রকেট চালনার ক্রমাগত উন্নতি সাধন।

যদিও গ্যাস হাল্কা কিন্তু উচ্চ বেগের কারণে নির্গত গ্যাসের ভরবেগ খুব বেশি হয়। ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি অনুযায়ী রকেটও সমান কিন্তু বিপরীতমুখী ভরবেগ প্রাপ্ত হয় এবং উচ্চ বেগে উপরে ওঠে যায়। জ্বালানি হিসেবে রকেটে সাধারণত তরল হাইড্রোজেন এবং দহনের জন্য তরল অক্সিজেন থাকে। বিশেষ প্রক্রিয়ায় এবং নিয়ন্ত্রিত হারে তরল হাইড্রোজেন ও অক্সিজেনকে দহন প্রকোষ্ঠে প্রবেশ করানো হয়। জ্বালানির দহন ক্রিয়ার ফলে উৎপন্ন উচ্চ চাপের গ্যাস অত্যন্ত উচ্চ বেগে রকেটের নিচের দিকে নির্গমন পথ দিয়ে বেরিয়ে আসে।

মনে করা যাক একটি রকেট মহাশূন্যে গতিশীল। ফলে বাতাসের বাধা এবং অভিকর্ষের প্রভাব উপেক্ষা করা যায়। যেহেতু রকেট থেকে গ্যাস নির্গমনের ফলে গ্যাসের গতির বিপরীত দিকে রকেটের উপর একটি বল বা ধাক্কার সৃষ্টি হয়, ফলে রকেট দ্রুত গতিতে সামনের দিকে এগিয়ে যায়। ফলে রকেটের সাহায্যে মুক্তি বেগ ($11{\cdot}2\ \text{kms}^{-1}$) অর্জন করে অভিকর্ষজ ত্বরণের বাধা কাটিয়ে মহাশূন্যে ভূ-উপগ্রহ স্থাপনসহ নানাবিধ অভিযান সফল হয়েছে।

ধরা যাক প্রযুক্ত ধাক্কা $= F$

রকেটের ভর $= M$

$\Delta t$ সময়ে নির্গত গ্যাসের ভর $= \Delta m$

গ্যাসের নির্গত বেগ $= v$

$\Delta t$ সময় ব্যবধানে গ্যাসের ভরবেগের পরিবর্তন $= (\Delta m)v$

ভরবেগের নিত্যতার সূত্র অনুযায়ী,

$\Delta t$ সময়ে ভরবেগের পরিবর্তন $=$ রকেটের উপর প্রযুক্ত বলের ঘাত সমান

$\therefore \quad (\Delta m)v = F \times \Delta t$

$F = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right) v$, এখানে $\frac{\Delta m}{\Delta t}$ = জ্বালানি ব্যবহারের হার

রকেটের তাৎক্ষণিক ত্বরণ $a$ হলে, $F = Ma$

$$a = \frac{F}{M} = \frac{1}{M}\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right) v \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.11)$$

এই সমীকরণ থেকে দেখা যায়,

- রকেটের ভর কমালে ত্বরণ বৃদ্ধি পায়।
- রকেটের ত্বরণ বৃদ্ধি করতে হলে গ্যাস নির্গমনের হার বাড়াতে হবে।
- গ্যাসের আপেক্ষিক বেগ বৃদ্ধি করলে ত্বরণও বৃদ্ধি পাবে।

### গাণিতিক উদাহরণ

১। একটি রকেট প্রতি সেকেন্ডে 0·07 kg জ্বালানি খরচ করে। রকেট থেকে নির্গত গ্যাসের বেগ 100 $kms^{-1}$ হলে রকেটের উপর কত বল ক্রিয়া করে ? (এখানে অভিকর্ষ বলের প্রভাব উপেক্ষা করা যেতে পারে)।

দেয়া আছে,

প্রতি সেকেন্ডে জ্বালানি খরচ,

$$\frac{dm}{dt} = 0{\cdot}07\ kg\ s^{-1}$$

এবং নির্গত গ্যাসের বেগ, $v_r = 100\ kms^{-1} = 1 \times 10^5\ ms^{-1}$

আমরা জানি, $F = v_r\, dm/dt - mg$

অভিকর্ষ বলের প্রভাব না থাকলে $(g = 0)$, রকেটের উপর ক্রিয়াশীল বল,

$$F = v_r \frac{dm}{dt} = 1 \times 10^5\ ms^{-1} \times 0{\cdot}07\ kg = 7 \times 10^3\ N$$

২। একটি রকেট ঊর্ধ্বমুখী যাত্রার প্রথম 2 সেকেন্ডে এর ভরের $\frac{1}{50}$ অংশ হারায়। রকেট হতে নিষ্ক্রান্ত গ্যাসের গতিবেগ 2500 $ms^{-1}$ হলে রকেটের ত্বরণ বের কর।

প্রশ্নানুসারে, $dm = \frac{m}{50}$

$$dt = 2\ s$$

$$v_r = 2500\ ms^{-1}$$

আমরা জানি,

$$m\frac{dv}{dt} = v_r \frac{dm}{dt} - mg$$

বা, $\frac{dv}{dt} = a = \frac{v_r}{m}\left(\frac{dm}{dt}\right) - g$

বা, $a = \frac{2500\ ms^{-1}}{m} \cdot \frac{m}{50 \times 2\ s} - 9{\cdot}8\ ms^{-2}$

$= 25\ ms^{-2} - 9{\cdot}8\ ms^{-2} = 15{\cdot}2\ ms^{-2}$

## ৪·৫ নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা
## Limitation of Newton's Laws of Motion

নিউটনের গতিসূত্রের উপর ভিত্তি করে যে বলবিদ্যার উদ্ভব এবং উন্নয়ন সাধিত হয়েছে তাকে নিউটনের বলবিদ্যা বা Classical Mechanics বলা হয়। এই বলবিদ্যার সাহায্যে পৃথিবীর উপর বস্তুর গতি এবং মহাকাশে গ্রহ-নক্ষত্রাদির গতি বিশ্লেষণ করা যায়। এই সকল বস্তুর গতির জন্য নিউটনের গতিসূত্রগুলো ব্যবহার করে নির্ভুল সমাধানে আসা যায়। এই সকল বস্তুর গতি বিশ্লেষণে নিউটনিয়ান বলবিদ্যা বা ক্লাসিক্যাল বলবিদ্যা বিশেষ সাফল্য অর্জন করেছে। এজন্য নিউটনিয়ান বলবিদ্যাই আধুনিক পদার্থবিজ্ঞানের গোড়া পত্তন করেছে।

নিউটনিয়ান বলবিদ্যায় ধরা হয়েছে যে কোনো বস্তুর ভর অথবা দৈর্ঘ্য তার দ্রুতির উপর নির্ভর করে না। আরো মনে করা হয়েছে যে কোনো পরিমাপক যন্ত্রপাতির কার্যকলাপ তাদের গতির জন্য পরিবর্তিত হয় না। এই বলবিদ্যায় স্থান (space) ও কাল (time) উভয়কেই মৌলিক হিসেবে গ্রহণ করা হয়েছে এবং তাদের প্রত্যেকটি অন্য কোনো কিছুর সাপেক্ষে আপেক্ষিক নয়। নিউটনের গতিসূত্রের প্রথম সূত্রে শুধু জড়তা সম্পর্ক কাঠামোর সাপেক্ষেই সঠিকভাবে প্রকাশ করা যায়। এজন্য নিউটনিয়ান বলবিদ্যায় কোনো এক পরম স্থির সম্পর্ক কাঠামো কল্পনা করতে হয়।

কিন্তু বিজ্ঞানী আইনস্টাইন অনেক গবেষণার মাধ্যমে এই সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে বিশ্বজগতের পরম স্থির বলে কোনো কিছুই নেই। সব কিছুই গতিশীল তবে এক বস্তু হয়তো অন্য কোনো বস্তুর সাপেক্ষে স্থির অবস্থায় আছে বলে মনে করা যেতে পারে। তিনি আরও প্রমাণ করেছেন যে পদার্থবিজ্ঞানের সূত্রসমূহ যে কোনো সম্পর্ক

কাঠামো সাপেক্ষে প্রকাশ করা হোক না কেন তাদের বিন্যাস প্রণালী অপরিবর্তনীয় থাকে। এটিই হলো বিজ্ঞানী আইনস্টাইন-এর আপেক্ষিক তত্ত্ব (Theory of relativity) এর মূল ধারণা। এই তত্ত্বকে সকল ক্ষেত্রে প্রযোজ্য করার জন্য বিজ্ঞানী আইনস্টাইন নিউটনিয়ান গতিসূত্র সম্পর্কিত সমীকরণগুলোর অনেক রদবদল করেন। এই রদবদল তিনি নানা প্রকার পরীক্ষা নিরীক্ষার মাধ্যমে প্রমাণ করেছেন। এগুলোর মধ্যে একটি হলো এই যে, বস্তুর ভর দ্রুতির উপর নির্ভর করে। ফলে বল প্রয়োগে বস্তুর যে ত্বরণ ঘটে তাও স্থির থাকে না অর্থাৎ বস্তুর ত্বরণ তার দ্রুতির উপর নির্ভর করে। উপরন্তু বস্তুর দৈর্ঘ্য এবং সময় বিরামও গতির উপর নির্ভর করে। পরিমাপক যন্ত্রপাতির পরিমাপন ফলও গতির উপর নির্ভর করে। বিজ্ঞানী আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্ব পদার্থবিজ্ঞানে অনেক নতুন ধারণার সৃষ্টি করেছে এবং পুরানো ধারণাগুলোর অনেক পরিবর্তন সাধন করেছে। যে সব বস্তুর দ্রুতি প্রায় আলোকের দ্রুতির কাছাকাছি হয়, সে সব ক্ষেত্রে নিউটনিয়ান বলবিদ্যা কার্যকরী হয় না। এরূপ উচ্চ দ্রুতি বা গতি বিশ্লেষণে আপেক্ষিকতত্ত্ব বিষয়ক (Relativistic) বলবিদ্যা ব্যবহার করতে হয়।

অণু পরমাণুর গতি বিশ্লেষণেও নিউটনিয়ান বলবিদ্যা কার্যকরী হয় না। এসব ক্ষুদ্র কণার গতি বিশ্লেষণে কণা বলবিদ্যা (Quantum Mechanics) ব্যবহার করতে হয়। কিন্তু তাই বলে নিউটনিয়ান বলবিদ্যা অকেজো হয়ে যায়নি।

পদার্থবিদ্যা কতগুলো অনড় মতবাদের সমষ্টি নয়—একটি ক্রমোন্নতিশীল বিজ্ঞান। দেখা যায় যে, পদার্থবিজ্ঞান ব্যাপক পূর্ণতর হয়ে ওঠে 1660 সালে নিউটনীয় বলবিদ্যা, 1870 সালে ম্যাক্সওয়েলের তড়িৎ চৌম্বক তত্ত্ব, 1905 সালে আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্ব এবং 1925 সালে কোয়ান্টাম বলবিদ্যা আবিষ্কারের পর থেকে। দেখা যায় যে, নিউটনীয় বলাবিদ্যার তত্ত্বসমূহ সীমিত ক্ষেত্রে প্রযোজ্য কিছু সীমাবদ্ধতা রয়েছে।

গত কয়েক দশকে ইলেকট্রন, প্রোটন ও অন্যান্য মৌলিক কণিকার মতো সম্ভাব্যময় দ্রুত গতিসম্পন্ন ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কণিকার উপর পরিমাপ করা সম্ভব হয়েছে কোয়ান্টাম বলবিদ্যার সাহায্যে। নিউটনের গতিসূত্র এরূপ দ্রুত গতিসম্পন্ন কণার গতি বর্ণনার ক্ষেত্রে বা পরিমাপ করতে সক্ষম হয় নি। আবার নিউটনীয় বলবিদ্যার নিয়মসমূহ $\frac{v}{c} \ll 1$ এই সীমায় এত সুন্দরভাবে কাজ করে, কিন্তু উচ্চ দ্রুতিতে ধাবমান মৌলিক কণাসমূহের সংঘর্ষ, ক্ষয় ও মিথস্ক্রিয়ার সঠিক বিবরণ দেওয়া যায় না। তবুও নিউটনীয় বলবিদ্যার গুরুত্ব মোটেও কম নয়। আলোর গতিতে চলমান সকল দ্রুতি সীমায় প্রযোজ্য—এমন একটি অধিকতর সাধারণ তত্ত্বের একটি বিশেষ পরস্থিতি হিসেবে নিউটনের গতিসূত্রকে আমরা গণ্য করতে পারি না। আমরা দৈনন্দিন যে সকল জিনিস পত্র নিয়ে নাড়াচাড়া করি, সেগুলোর ভর ইলেকট্রনের ভর ($m = 9{\cdot}1 \times 10^{-31}\text{kg}$) অপেক্ষা অনেক বেশি। এটি একটি চিত্তাকর্ষক ব্যাপার যে, যার সাথে 'কণিকা' ধারণার নিবিড় সম্পর্ক রয়েছে সে কণিকা ধারণা চিরায়ত বলবিদ্যার ভিত্তিমূল। এই বলবিদ্যা বা নিউটনের গতিসূত্রের সাহায্যে কণিকার অবস্থান ($x$) এবং বেগ ($v_x$) একই সঙ্গে নিখুঁতভাবে পরিমাপ করতে পারি না। এই অনিশ্চয়তা আমরা হাইসেনবার্গের সুবিখ্যাত অনিশ্চয়তা সম্পর্কের মাধ্যমে নিম্নরূপে প্রকাশ করি :

$$\Delta x \cong \frac{h}{m\Delta v_x}$$ যেখানে $h$ = প্লাঙ্কের ধ্রুবক।

নিউটনীয় বলবিদ্যা হলো একটি অধিকতর সাধারণ তত্ত্বের গুরুত্বপূর্ণ বিশিষ্ট রূপ মাত্র, যা 1925–1926 সালের দিকে হাইসেনবার্গ, স্রোডিঞ্জার, বর্ন, 1927 সালের ডিরাক তত্ত্ব এবং অন্যান্য পদার্থবিদ দ্বারা উদ্ভাবিত কোয়ান্টাম বলবিদ্যার মতো অপেক্ষাকৃত কম ভরের কণাসমূহের আলোচনায় অপারগতা প্রদর্শন করে।

**সংক্ষেপে নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা আলোচনা করা হলো :**

- নিউটনের গতিসূত্র বৃহৎ আকৃতির বস্তুর জন্য প্রযোজ্য। যে সকল কণার ভর খুবই কম যেমন ইলেকট্রন, প্রোটন, নিউট্রন ইত্যাদির ক্ষেত্রে নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য নয়।
- ক্ষুদ্র ভর ($10^{-31}$ kg) বিশিষ্ট সকল কণার বেগ বেশি হয়, অর্থাৎ প্রায় আলোর বেগের কাছাকাছি হয় ফলে গতিশীল অবস্থায় এরা তরঙ্গ রূপ আচরণ করে। এ সকল বস্তুর ক্ষেত্রে নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য নয়। এসব ক্ষেত্রে আপেক্ষিকতা তত্ত্ব প্রযোজ্য।
- আবার বস্তুর ত্বরণ যখন খুব কম ($< 10^{-10}\ \text{ms}^{-2}$) হয় তখন নিউটনের গতিসূত্র প্রয়োগে ভালো ফল পাওয়া যায় না। এক্ষেত্রে বল ত্বরণের বর্গের সমানুপাতিক হয়। নিউটনের গতিসূত্র কেবলমাত্র বল ত্বরণের সমানুপাতিক ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।
- কোনো বস্তু স্থির কাঠামোতে বা সমবেগে চলমান হলে নিউটনের গতিসূত্র প্রযোজ্য হয়। অন্যথায় প্রযোজ্য হবে না।

## ৪.৬ বল, ক্ষেত্র ও প্রাবল্যের ধারণা
## Concept of Force, Field and Intensity

পূর্বের অনুচ্ছেদে বল কী এবং এর প্রকারভেদ সম্পর্কে ধারণা প্রদান করা হয়েছে। আমরা জেনেছি, 'যে বাহ্যিক কারণে বস্তুর গতি বা স্থিতি অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় বা ঘটাতে চায় তাকে বল বলে।' বল একটি ভেক্টর রাশি।

**বলের প্রকৃতি (Nature of Force) :** মহাকর্ষ বল দুটি বস্তুর মধ্যকার আকর্ষণ বল। দুটি চার্জিত বস্তু পরস্পরকে আকর্ষণ করে যখন চার্জ দুটি বিপরীতধর্মী হয় অর্থাৎ একটি ধনাত্মক বা অপরটি ঋণাত্মক হয় এবং বিকর্ষণ করে যখন চার্জ দুটি সমধর্মী হয়। মহাকর্ষ বল মাধ্যমের উপর নির্ভর করে না। কিন্তু তড়িৎ বল মাধ্যমের উপর নির্ভরশীল।

**ক্ষেত্র (Field) :** একটি চার্জের চারদিকে বিস্তৃত অঞ্চল জুড়ে এর প্রভাব লক্ষ করা যায়। ঐ অঞ্চলে অন্য একটি চার্জ আনলে, সেটি বল অনুভব করে। আবার দ্বিতীয় চার্জ প্রথম চার্জের উপর বল প্রয়োগ করে। অর্থাৎ চার্জ দুটির মধ্যে ক্রিয়াশীল বল পারস্পরিক। এখন চার্জের মান বাড়লে বল বাড়বে। আবার চার্জ দুটির মধ্যে দূরত্ব বাড়লে বলের মান কমে যায়।

অনুরূপভাবে, একটি বস্তুর চারদিকে অঞ্চল জুড়ে এর প্রভাব লক্ষ করা যায়। ঐ অঞ্চলে অপর একটি বস্তু থাকলে সেটি বল অনুভব করে। এই বল মহাকর্ষীয় বল। এই বল পারস্পরিক; অর্থাৎ একে অপরের উপর ক্রিয়াশীল হয়। এখন বস্তুর ভর বৃদ্ধি পেলে বলের মান বাড়ে। আবার বস্তুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব বাড়লে বলের মান কমে।

উপরোক্ত আলোচনা থেকে দেখা যায় যে, দুটি বস্তুর মধ্যে কিংবা, দুটি চার্জের মধ্যে ক্রিয়াশীল বল সংস্পর্শ ছাড়াই দূর থেকে ক্রিয়া করে। কিন্তু প্রশ্ন জাগে যে চার্জ দুটির মধ্যে কোনো ভৌত সংযোগ ছাড়াই কীভাবে বল ক্রিয়া করে। বিখ্যাত বিজ্ঞানী মাইকেল ফ্যারাডে প্রথম অনুধাবন করেন যে, চার্জের চারদিকে এক ধরনের আলোড়ন সৃষ্টি হয় যার ফলে ঐ অঞ্চলে কোনো চার্জ স্থাপন করলে সেটি বল অনুভব করে। তিনি এই আলোড়নের নাম দেন তড়িৎ ক্ষেত্র। সুতরাং তড়িৎ ক্ষেত্রের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায় :

**সংজ্ঞা : কোনো একটি চার্জের চারদিকে যে অঞ্চল জুড়ে তার প্রস্তাব বিস্তার করে সেই অঞ্চলকে ঐ চার্জের তড়িৎ ক্ষেত্র বলে।**

অনুরূপ, মহাকর্ষ বিষয়ক আলোচনায় ক্ষেত্রের ধারণা প্রয়োগ করা হয়। এ ধারণা অনুযায়ী, "কোনো বস্তুর চারদিকে যে স্থান জুড়ে তার আকর্ষণ বল অনুভূত হয়, সে স্থানকে ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।" অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র মহাকর্ষীয় বল সঞ্চালনের মধ্যস্থতাকারী হিসেবে ক্রিয়া করে।

**ক্ষেত্র প্রাবাল্য (Field Intensity) :** তড়িৎ ক্ষেত্র বা মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের সর্বত্র এর প্রভাব সমান নয়। চার্জিত বা আহিত বস্তুর কাছাকাছি তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একটি চার্জ যতটুকু বল অনুভব করে দূরে তার চেয়ে কম বল অনুভব করবে। আবার চার্জিত বস্তুর চার্জের পরিমাণ বেশি হলে ঐ একই বিন্দুতে কম চার্জের বস্তু অপেক্ষা বেশি বল অনুভূত হবে। তড়িৎ ক্ষেত্রের এই দুর্বলতা বা সবলতা একটি তড়িৎ রাশি দ্বারা প্রকাশ করা হয়। একে তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য বা তড়িৎ প্রাবল্য বলে।

**সংজ্ঞা : তড়িৎ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক আধান বা চার্জের উপর ক্রিয়াশীল বলকে তড়িৎ ক্ষেত্রের প্রাবল্য বা তড়িৎ প্রাবল্য বলে।**

এখন তড়িৎ বল $\vec{F}$ হলে এবং চার্জ $q_0$ হলে সংজ্ঞানুসারে তড়িৎ প্রাবল্য $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ বা, $\vec{F} = q_0\vec{E}$ এটি ভেক্টর রাশি। এর একক হলো $NC^{-1}$।

অনুরূপ, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের সকল বিন্দুতে একই বল ক্রিয়াশীল নয়। অর্থাৎ মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ভিন্নতর হয়। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে প্রাবল্য বা তীব্রতা নির্ণয় করতে ঐ বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু বিবেচনা করা হয়। একক ভরের বস্তুটি যে বল লাভ করে তা দিয়েই মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য পরিমাপ করা হয়।

**সংজ্ঞা : মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু স্থাপন করলে তার উপর যে বল প্রযুক্ত হয়, তাকে ঐ ক্ষেত্রের দরুন ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য বলে।**

অতএব, মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে $m$ ভরের বস্তুর উপর $\vec{F}$ বল ক্রিয়া করলে ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য হবে,

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.12)$$

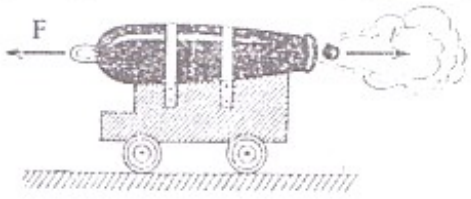
প্রাবল্যের মান ও দিক দুই-ই আছে। প্রাবল্যের অভিমুখই মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের অভিমুখ নির্দেশ করে। এর একক হলো $Nkg^{-1}$।

## ৪·৭ রৈখিক ভরবেগের নিত্যতা
### Conservation of Linear Momentum

রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার নীতি পদার্থবিজ্ঞানের অন্যতম গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। নিউটনের গতিসূত্র থেকে নীতি পাওয়া যায়। কতগুলি বস্তু পরস্পরের উপর বল (ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া) প্রয়োগ করতে পারে এবং তার প্রভাবে হতে পারে, কিন্তু বাইরে থেকে কোনো বল প্রয়োগ না করলে তাদের মোট ভরবেগ সবসময় অপরিবর্তিত থ তোমরা লক্ষ করে থাকবে চেয়ারে বসে থাকা অবস্থায় কোনো লোক চেয়ারের উপর বল প্রয়োগ করে চেয়ারটি পারে না। এর কারণ কী ব্যাখ্যা করতে পারবে ? চেয়ার ও লোকটি স্থির বলে এদের মোট ভরবেগ শূন্য। লোকটি চেয়ারকে তুলতে চেষ্টা করলে অর্থাৎ চেয়ারের উপর উপরের দিকে বল প্রয়োগ করলে চেয়ারটি লোকটির নিচের দিকে সমান প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করবে। কিন্তু এই বল দুটিই হলো চেয়ার ও লোকটির মধ্যে ক্রিয়াকৃত যেহেতু বাইরে থেকে কোনো বল প্রয়োগ হচ্ছে না। তাই চেয়ার ও লোকটির মোট ভরবেগ শূন্যই থাকবে। ফলে উপরে উঠবে না। একইভাবে চেয়ারে বসে থাকা কোনো ব্যক্তি হাত দিয়ে উপরের দিকে চুল টেনে নিজেকে উ দিকে তুলতে পারবে না। আবার গাড়ি বন্ধ হয়ে গেলে যাত্রীরা যদি গাড়ির মধ্যে থেকে গাড়িকে ঠেলতে তাহলেও গাড়ি চলবে না। এই সকল প্রশ্নের উত্তর রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার সূত্র বা সংরক্ষণ নীতি থেকে পা যায়।

নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র থেকে আমরা ভরবেগের নিত্যতার সূত্র সম্পর্কে জানতে পারি। ভরবে নিত্যতার সূত্র ছোট-বড় পার্থিব বা মহাজাগতিক সব বস্তুর ক্ষেত্রে সমভাবে প্রযোজ্য। নিউটনের গতির প্রথম থেকে আমরা জানি কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত নিট বল যদি শূন্য হয়, তাহলে চলমান একটি বস্তু সরল সমদ্রুতিতে চলতে থাকে অর্থাৎ এর বেগ ধ্রুব থাকে। সময়ের সাপেক্ষে বেগ $\vec{v}$ ধ্রুব থাকলে ভরবেগ $\vec{p} = m\vec{v}$ সময়ের সাপেক্ষে ধ্রুব থাকে। অন্য কথায় বলা যায় কোনো বস্তুর উপর বাহ্যিক বল ক্রিয়া না করলে বা নিট বল হলে মোট ভরবেগ ধ্রুব থাকে। ইহাই রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার নীতি বা সংরক্ষণ নীতি।

**রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি :** একাধিক বস্তুর উপর বাহ্যিক বল ক্রিয়া না করলে বা প্রযুক্ত নিট বা বল শূন্য হলে ঐ সকল বস্তুর মোট রৈখিক ভরবেগ ধ্রুব থাকে বা ভরবেগের কোনো পরিবর্তন হয় না। নি উদাহরণগুলো লক্ষ কর এবং কীভাবে রৈখিক ভরবেগের নিত্যতার সূত্র কার্যকর হচ্ছে তা ব্যাখ্যা করতে পারবে।



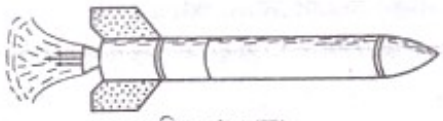
চিত্র ৪·১১

**উদাহরণ ১।** কামান থেকে গোলা ছুঁড়লে গোলাটি বেগে সামনে ছুটে যায়। গুলি ছোড়ার পূর্বে কামান ও গুলি ছিল ফলে ভরবেগ শূন্য ছিল। কিন্তু গুলি ছোড়ার পর গো একটি ভরবেগ প্রাপ্ত হয়। কামানটি গোলার ভরবেগের সমান বিপরীতমুখী একটি ভরবেগ লাভ করে। এই কারণেই কাম পেছন দিকে গতিপ্রাপ্ত হয় অর্থাৎ পিছু হটে [চিত্র ৪·১১]।

**উদাহরণ ২।** আরোহী নৌকা থেকে লাফিয়ে নামলে নৌকাটি পিছিয়ে যায়। লাফ দেবার আগে নৌকা ও আরোহী স্থির ছিল বলে ওদের মোট ভরবেগ শূন্য ছিল। সামনে লাফ দেওয়ায় আরোহী সচল হয়ে ভরবেগ লাভ করে। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুযায়ী মোট ভরবেগ শূন্য থাকে। তাই নৌকাটিতে সমান ও বিপরীতমুখী ভরবেগ সৃষ্টি হয়। ফলে নৌকাটি সচল হয়ে পিছিয়ে যায় [চিত্র ৪·১২]।


চিত্র ৪·১২

**উদাহরণ ৩।** জ্বালানি দহনের ফলে উৎপন্ন গ্যাস তীব্রবেগে পেছনের দিকে বেরিয়ে যায় বলে রকেট বা জেট যান সমান ভরবেগ নিয়ে সামনের দিকে এগিয়ে যায় [চিত্র ৪·১২(ক)।



চিত্র ৪·১২(ক)

## ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রের সত্যতা যাচাই
## Verification of Conservation Law

**ক. পরীক্ষণ পদ্ধতি :** ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি যাচাই করার জন্য নিচের পরীক্ষণগুলি অনুশীলন কর।

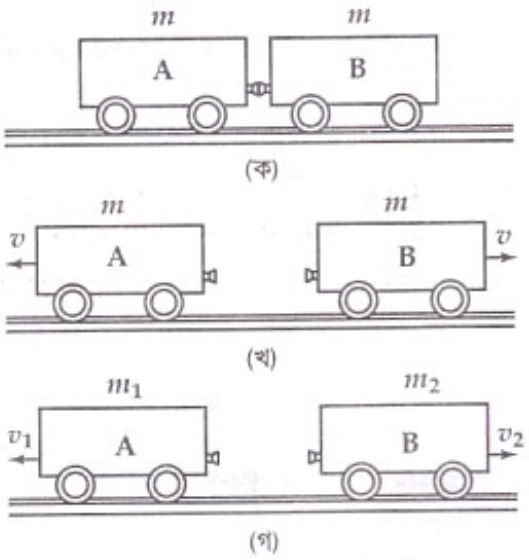
**পরীক্ষা–১।** সমান ভরের দুটি খেলনা গাড়ি (A) ও (B) নাও। মনে কর এদের ভর $m_1 = m_2 = m$। একটি সংনমিত (compressed) স্প্রিংকে মধ্যে রেখে গাড়ি দুটিকে সুতো দিয়ে শক্ত করে বাঁধ [চিত্র ৪.১৩(ক)]। এবার একটি দেশলাই কাঠি জ্বেলে সুতোটিকে পুড়িয়ে দাও।

সুতা পোড়াবার পর স্প্রিংটি প্রসারিত হবে। ফলে গাড়ি দুটি পরস্পরের বিপরীত দিকে চলে যাবে এবং স্প্রিংটি মাটিতে পড়ে যাবে। গাড়ি দুটির বেগ পরিমাপ কর। দেখতে পাবে যে, এদের মান সমান [চিত্র ৪·১৩(খ)]।

রেলের উপর চক দিয়ে আগে থেকে দুটি গাড়ির পেছন দিকে দুটি দাগ কেটে রাখলে ওদের মধ্যে দূরত্ব পেরোতে একটি গাড়ি কত সময় নেয় তা স্টপওয়াচ দিয়ে মাপা সহজ হবে। এক্ষেত্রে দূরত্বকে সময় দিয়ে ভাগ করে গাড়ির বেগ নির্ণয় কর।

এই পরীক্ষা ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি সমর্থন করে। প্রথমে গাড়ি দুটি স্থির ছিল বলে ওদের মোট ভরবেগ শূন্য ছিল। বিপরীত দিকে যায় বলে একটি গাড়ির বেগ ধনাত্মক ধরলে অপরটির বেগ ঋণাত্মক হবে।

সুতরাং গতিশীল অবস্থায় গাড়ি দুটির মোট ভরবেগ = $mv - mv = 0$ = গাড়ি দুটির মোট প্রাথমিক ভরবেগ।




চিত্র ৪·১৩

গাড়ি দুটির ভর $m_1$ ও $m_2$ বিবেচনা করলে [চিত্র ৪·১৩(গ)], আগের পদ্ধতিতে বেগ $v_1$ এবং $v_2$ পরিমাপ করলে দেখা যায় যে, $m_1v_1$ ও $m_2v_2$ সমান হয়। কিন্তু $v_1$ ও $v_2$-এর দিক বিপরীতমুখী হওয়ায় গাড়ি দুটির মোট ভরবেগ শূন্য থাকে।

**পরীক্ষা–২ :** সাতটি বা আটটি সমান ভরের বিলিয়ার্ড বল নিয়ে এই পরীক্ষাটি করতে পার। একটি মসৃণ টেবিলের উপর বলগুলিকে শ্রেণিবদ্ধভাবে পরস্পরের সাথে ছুঁইয়ে একই সরলরেখায় রাখ [চিত্র ৪·১৪]। গড়িয়ে দিয়ে ঐ শ্রেণির যেকোনো প্রান্তে যদি আঘাত কর বলগুলির বিপরীত প্রান্তের একটি বল সমান বেগে সামনের দিকে গড়িয়ে যায়।



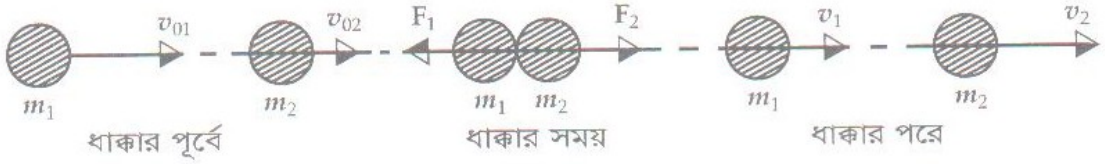
চিত্র ৪·১৪

দুটি বলকে একসাথে গড়িয়ে দিয়ে পরীক্ষাটি করলে দেখা যায়, সংঘর্ষের পর শ্রেণির বিপরীত প্রান্ত থেকে দুটি বল একই বেগে একসাথে সামনের দিকে গড়িয়ে যায়। অনুরূপভাবে তিনটি বল দিয়ে আঘাত করলে শ্রেণির অপর

প্রান্ত থেকে তিনটি বল গড়িয়ে যায় [চিত্র ৪·১৪]। স্বাভাবিকভাবে প্রশ্ন করা যায় যে, দুটি বলকে একসাথে গড়িয়ে দিয়ে আঘাত করলে অপর প্রান্ত থেকে একটি বল দ্বিগুণ বেগ নিয়ে গড়িয়ে যায় না কেন? এখানে যদিও ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি মান্য হয়; কিন্তু যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ নীতি লঙ্ঘিত হয়।

**খ. গাণিতিক পদ্ধতি :** গাণিতিকভাবে ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণশীলতা যাচাই করা যায়।

মনে করি কোনো একটি সরল রেখায় $m_1$ এবং $m_2$ ভরের দুটি বস্তুকণা যথাক্রমে $\vec{u_1}$ ও $\vec{u_2}$ বেগে একই দিকে চলছে [ চিত্র ৪·১৫ ]। এখানে $\vec{u_1} > \vec{u_2}$। কোনো এক সময়ে প্রথম বস্তুকণাটি পেছনের দিক হতে দ্বিতীয় বস্তুকণাটিকে ধাক্কা দিল এবং এর পর বস্তুকণা দুটি একই সরলরেখায় ও একই দিকে যথাক্রমে $\vec{v_1}$ ও $\vec{v_2}$ বেগে চলতে লাগল।




চিত্র ৪·১৫

মনে করি ধাক্কাজনিত ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার কার্যকাল $t$ । তা হলে

বস্তুকণা দুটির আদি ভরবেগের সমষ্টি $= m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$

বস্তুকণা দুটির শেষ ভরবেগের সমষ্টি $= m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2}$

ভরবেগের নিত্যতা সূত্রানুসারে প্রমাণ করতে হবে যে, $m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2}$

**প্রমাণ :**

প্রথম বস্তুকণার ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \dfrac{m_1\vec{v_1} - m_1\vec{u}_1}{t}$

$=$ প্রতিক্রিয়া বল $= \vec{F}_1$

$=$ প্রথম বস্তুকণার উপর দ্বিতীয় বস্তুকণার প্রতিক্রিয়া বল।

দ্বিতীয় বস্তুকণার ভরবেগের পরিবর্তনের হার

$= \dfrac{m_2\vec{v_2} - m_2\vec{u_2}}{t}$ $=$ ক্রিয়া বল $= \vec{F}_2$

$=$ দ্বিতীয় বস্তুকণার উপর প্রথম বস্তুকণার প্রযুক্ত বল।

কিন্তু বস্তুকণা দুটির ভরবেগের পরিবর্তনের হার (অর্থাৎ ক্রিয়া বল ও প্রতিক্রিয়া বল) সমান ও বিপরীত। অর্থাৎ

$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$

$\therefore \quad \dfrac{m_2\vec{v_2} - m_2\vec{u_2}}{t} = -\dfrac{m_1\vec{v_1} - m_1\vec{u_1}}{t}$

বা, $m_2\vec{v_2} - m_2\vec{u_2} = -m_1\vec{v_1} + m_1\vec{u_1}$

বা, $m_1\vec{u_1} + m_2\vec{u_2} = m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2}$ ..... $=$ একটি ধ্রুব ভেক্টর

$\therefore$ বস্তুকণা দুটির আদি ভরবেগের সমষ্টি $=$ বস্তুকণা দুটির শেষ ভরবেগের সমষ্টি।

অর্থাৎ $\sum m\vec{v} =$ ধ্রুব ভেক্টর। ... ... ... (4.13)

সুতরাং **দুটি বস্তুর মধ্যে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়াজনিত বলের ফলে মোট ভরবেগের কোনো পরিবর্তন হয় না, একটি বস্তু যে পরিমাণ ভরবেগ হারায়, অপরটি ঠিক সমপরিমাণ ভরবেগ লাভ করে অর্থাৎ ধাক্কার আগে ও পরে মোট ভরবেগ একই থাকে।** অতএব ভরবেগের নিত্যতা সূত্রটি প্রমাণিত হলো।

### গাণিতিক উদাহরণ

১। 4 kg ভরের একটি পাখি একটি আম গাছে বসে আছে। পাখিটিকে 200 $ms^{-1}$ বেগে 200 g ভরের একটি বুলেট অনুভূমিকভাবে আঘাত করল। বুলেটটি পাখির মধ্যে রয়ে গেলে পাখিটির অনুভূমিক বেগ কত হবে নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$

বা, $4 \times 0 + 0{\cdot}02 \times 200 = 4 \times v_1 + 0{\cdot}02 \times 0$

বা, $0 + 4 = 4v_1 + 0$

বা, $4v_1 = 4$

$\therefore \quad v_1 = 1\ ms^{-1}$

এখানে,

পাখির ভর, $m_1 = 4\ kg$

গুলির ভর, $m_2 = 20\ g = \frac{20}{1000}\ kg = 0{\cdot}02\ kg$

পাখির আদিবেগ, $u_1 = 0$

গুলির আদিবেগ, $u_2 = 200\ ms^{-1}$

পাখির শেষ বেগ, $v_1 = ?$

গুলির শেষ বেগ, $v_2 = 0$

২। 40 kg ও 60 kg ভরের দুটি বস্তু যথাক্রমে 10 $ms^{-1}$ ও 5 $ms^{-1}$ বেগে পরস্পর বিপরীত দিক থেকে আসার সময় একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর বস্তুদ্বয় একত্রে যুক্ত হয়ে কত বেগে চলবে ?

প্রথম বস্তুর বেগ ধনাত্মক বিবেচনা করলে দ্বিতীয় বস্তুর বেগ ঋণাত্মক।

আমরা জানি, $m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$

মনে করি, যুক্ত অবস্থায় বস্তুদ্বয়ের বেগ $= v$

অর্থাৎ $v_1 = v_2 = v$ হলে, $m_1u_1 + m_2u_2 = v(m_1 + m_2)$

$40 \times v + 60v = 40 \times 10 + 60\,(-5)$

বা, $100v = 400 - 300$

বা, $100v = 100$

$\therefore \quad v = 1\ ms^{-1}$

এখানে,

$m_1 = 40\ kg$

$m_2 = 60\ kg$

$u_1 = 10\ ms^{-1}$

$u_2 = -5\ ms^{-1}$

$v_1 = v_2 = v$

## নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র ও ভরবেগের নিত্যতা
## Newton's Third Law of Motion and Conservation of Momentum

নিউটনের তৃতীয় সূত্র ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া ছাড়া আর কিছুই নয়। একটি বস্তু যখন অন্য একটি বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করে তখন দ্বিতীয় বস্তুটিও প্রথম বস্তুর উপর একটি সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। প্রথম বস্তু দ্বিতীয় বস্তুর উপর যে বল প্রয়োগ করে তাকে যদি ক্রিয়া (Action) ধরা হয়, তবে দ্বিতীয় বস্তু কর্তৃক প্রথম বস্তুটির উপর প্রযুক্ত বলকে প্রতিক্রিয়া (Reaction) বলা হয়।

দুটি বস্তু স্থির থাকুক বা গতিশীল হোক একে অপরকে স্পর্শ করুক বা পরস্পর থেকে দূরে থাকুক নিউটনের তৃতীয় সূত্র সকল ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হবে।

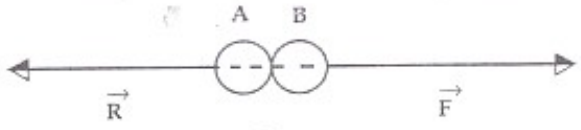
ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সম্পর্ক কার্যকারণ সম্পর্ক নয়। ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া একে অপরের সরণে বা পরে ক্রিয়াশীল হয় না। বল দুটি সব সময় একসঙ্গে ক্রিয়া করে। ক্রিয়া যতক্ষণে স্থায়ী হয়, প্রতিক্রিয়াও ঠিক ততক্ষণ স্থায়ী হয়। ক্রিয়া বন্ধ হলে প্রতিক্রিয়াও বন্ধ হয়ে যায়।

প্রকৃতিতে বল সকল সময় জোড়ায় জোড়ায় ক্রিয়া করে। প্রকৃতিতে একক বিচ্ছিন্ন বল বলে কিছু থাকতে পারে না। আমরা যখন বলি, একটি বল ক্রিয়া করছে আসলে দুটি ক্রিয়াশীল বলের মধ্যে একটির কথা বলি। এই দুটি বল একে অপরের পরিপূরক।

উপরিউক্ত আলোচনা হতে নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র সম্বন্ধে একটি ধারণা পাওয়া যায়। সূত্রটি হলো :

**প্রত্যেক ক্রিয়ার একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া রয়েছে।** অর্থাৎ **প্রত্যেক ক্রিয়ামূলক বলের একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়ামূলক বল রয়েছে।** এই সূত্রকে বস্তুসমূহের মধ্যে বলের পারস্পরিক ক্রিয়ার সূত্র বলা হয়। সুতরাং ক্রিয়ামূলক বল $\vec{F}$ ও প্রতিক্রিয়ামূলক বল $\vec{R}$ হলে, $\vec{F} = -\vec{R}$

**ব্যাখ্যা :** নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে যদি একটি বস্তু A অপর একটি বস্তু B-এর উপর বল প্রয়োগ ক তা হলে B বস্তুও A বস্তুর উপর সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করবে [ চিত্র ৪·১৬ ]।




চিত্র ৪·১৬

A-এর দ্বারা প্রযুক্ত বল হলো **ক্রিয়া** এ B-এর দ্বারা প্রযুক্ত বল হলো **প্রতিক্রিয়া**। কাজে ক্রিয়া $\vec{F}$ ও প্রতিক্রিয়া $\vec{R}$ হলে, $\vec{F} = -\vec{R}$

ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া দুটি ভিন্ন বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয়। ক্রিয়া না থাকলে প্রতিক্রিয়াও থাকে না। ক্রিয়া প্রতিক্রিয়া বলের কার্যকাল $t$ হলে $\vec{F} \times t = -\vec{R} \times t$ ... ... ... (4.14)

অর্থাৎ, **ক্রিয়াজনিত বলের ঘাত = —প্রতিক্রিয়াজনিত বলের ঘাত।**

**এটি স্থির বা গতিশীল যে-কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে সমভাবে প্রযোজ্য।**

নিচে কয়েকটি উদাহরণের সাহায্যে নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র এবং ভরবেগের নিত্যতা ব্যাখ্যা করা হলো

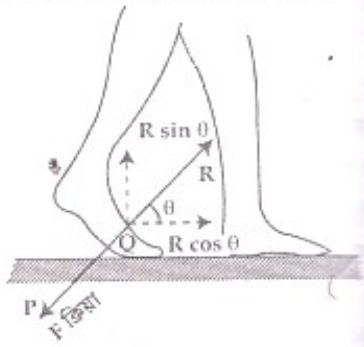
**উদাহরণ :**

**টেবিলের উপর বই থাকা :** একটি টেবিলের উপর বই রাখা হলে বই-এর ওজন টেবিলের উপর লম্বভা চাপ প্রয়োগ করবে। এটিই ক্রিয়া। নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্রানুসারে টেবিল বই-এর উপর উপরের দি সমপরিমাণ বল প্রয়োগ করবে। এটি হলো প্রতিক্রিয়া। ক্রিয়া এবং প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীত হওয়ায় বইটি টেবি উপর সাম্যাবস্থায় থাকে।

**বন্দুক হতে গুলি ছোঁড়া :** যখন বন্দুক হতে শিকারী গুলি ছোঁড়ে তখন সে পেছন দিকে একটা ধাক্কা অনু করে। প্রাথমিক অবস্থায় বন্দুক ও গুলি উভয়েরই বেগ শূন্য থাকে। ফলে তাদের মিলিত ভরবেগ শূন্য থাকে। ছোঁড়া হলে তা সামনের দিকে একটা ভরবেগ প্রাপ্ত হয়। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে বন্দুকটি গুলির সমান বিপরীত ভরবেগ প্রাপ্ত হবে অর্থাৎ বন্দুকটি সমান ভরবেগে পেছনের দিকে যাবে এবং শিকারী পেছন দিকে ধ অনুভব করবে।

**নৌকা থেকে লাফ দেয়া :** যখন আরোহী নৌকা হতে নদীর পাড়ে লাফিয়ে পড়ে, তখন নৌকাটিকে পে ছুটে যেতে দেখা যায়। আরোহী নৌকার উপর যে বল প্রয়োগ করে তাতে নৌকাটি পেছনে যায়। নিউটনের তৃ সূত্রানুসারে নৌকাও আরোহীর উপর সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। ফলে আরোহী তীরে পৌঁছায়।

**পায়ে হাঁটা :** আমরা যখন পায়ে হেঁটে চলি তখন সামনের পা মাটির উপর লম্বভাবে নিচের দিকে একটা বল প্রয়োগ করে। এর নাম ক্রিয়া। মাটিও সামনের পায়ের তলার উপর সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। এর নাম প্রতিক্রিয়া। ক্রিয়া এবং প্রতিক্রিয়া সমান এবং বিপরীত হওয়ায় সামনের পা স্থির থাকে। কিন্তু পেছনের পা মাটির উপর Q বিন্দুতে তির্যকভাবে $\vec{F}$ পরিমাণ বল QP বরাবর ক্রিয়া করে [ চিত্র ৪·১৭ ]। এই বল অনুভূমিকের সাথে $\theta$ কোণ উৎপন্ন করে। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুসারে মাটি পায়ের তলার উপর সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল প্রয়োগ করে।




চিত্র ৪·১৭

মনে করি প্রতিক্রিয়া বল $\vec{R}$। ফলে $\vec{R} = -\vec{F}$। প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক অংশক $R\cos\theta$ আমাদেরকে সা দিকে এগিয়ে নেয় এবং উল্লম্ব অংশক $R\sin\theta$ শরীরের ওজন বহন করতে সাহায্য করে।

কিন্তু পিচ্ছিল পথে চলা শক্ত হয়। কারণ পথ পিচ্ছিল হলে মাটির উপর যথেষ্ট বল প্রয়োগ করা পায়ের সম্ভব হয় না। ফলে পায়ের উপর মাটির প্রতিক্রিয়া বল এবং সাথে সাথে প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক অংশক হয়। এজন্যে পিচ্ছিল পথে চলা শক্ত হয়। মার্বেলের তৈরি মেঝে, বালুকাময় রাস্তায় হাঁটতে একই সমস্যা।

**কাজ :** যখন ব্যাট দিয়ে বলকে আঘাত কর তখন বলের উপর ব্যাটের ক্রিয়ার ফলে বলটি সামনে যায় এবং উপর বলের সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়ার ফলে ব্যাটও খানিকটা পেছনে সরে যায়। —কারণ ব্যাখ্যা কর।

## নিউটনের গতিসূত্র ও ভরবেগের নিত্যতার গাণিতিক ব্যাখ্যা
## Newton's third law and Mathematical Explanation of Conservation of Momentum

নিউটনের গতির প্রথম সূত্র থেকে আমরা জানি যে, কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল যদি শূন্য হয়, তাহলে বস্তুটি সরল পথে ধ্রুব বেগে চলতে থাকে। সময়ের সাপেক্ষে বেগ $\vec{v}$ যদি ধ্রুব হয়, তাহলে ভরবেগও $\left(\vec{P} = m\vec{v}\right)$ সময়ের সাপেক্ষে ধ্রুব থাকে।

**সূত্র : যখন কোনো ব্যবস্থার উপর প্রযুক্ত বাহ্যিক বল শূন্য হয়, তখন ব্যবস্থাটির মোট ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।**

মনে করি $m_1$ ও $m_2$ ভরের দুটি বস্তু আছে। এই বস্তু সমষ্টির উপর বাহ্যিক কোনো বল প্রযুক্ত হচ্ছে না। অতএব বস্তু দুটি কেবলমাত্র পারস্পরিক ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়া বলের প্রভাবে চলছে। যদি $m_1$ এর উপর $m_2$ দ্বারা প্রযুক্ত বল $F_1$ হয় তাহলে নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী $m_2$ এর উপর $m_1$ এর সমান ও বিপরীতমুখী বল $F_2$ প্রয়োগ করবে অর্থাৎ

$$F_1 = -F_2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.15)$$

ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল একই সময় ধরে প্রযুক্ত হয়।

মনে করি $m_1$ ও $m_2$ ভরের বস্তু দুটির ভরবেগ যথাক্রমে $P_1$ এবং $P_2$। অতএব নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী

$$F_1 = \frac{dP_1}{dt} \text{ এবং } F_2 = \frac{dP_2}{dt}$$

$\therefore$ সমীকরণ (4.15) থেকে পাই,

$$\frac{dP_1}{dt} = -\frac{dP_2}{dt} \quad \text{বা,} \quad \frac{dP_1}{dt} + \frac{dP_2}{dt} = 0$$

বা, $\frac{d}{dt}(P_1 + P_2) = 0 \quad \therefore \quad P_1 + P_2 = \text{ধ্রুবক}।$

অর্থাৎ বাহ্যিক বল প্রযুক্ত না হলে ভরবেগ ধ্রুব থাকে। **এটাই ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি।**

**উপরের আলোচনা হতে আমরা যে সকল বিষয় জানতে পেরেছি তা হলো :**

(১) নীতিটি প্রতিপাদন করার সময় ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বলের প্রকৃতি নিয়ে আলোচনা করা হয় নি।

(২) এই নীতি যেকোনো ধরনের পারস্পরিক ক্রিয়ার ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

(৩) ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি। অর্থাৎ এই নীতি অনুযায়ী বিচ্ছিন্ন বস্তু সমষ্টির ভরবেগের পরিবর্তন কেবলমাত্র বাইরে থেকে বল প্রয়োগ দ্বারাই করা যায়।

(৪) এ নীতির সাহায্যে একাধিক বস্তুর মধ্যে পারস্পরিক ক্রিয়া সম্পর্কে জটিল সমস্যার সমাধান করা যায়।

**হাতে কলমে কাজ:** তুমি রিকসার উপর বসে রিকসার চালককে রিকসা চালাতে বলো। রিকসা চলতে থাকবে। এখন তোমার রিকসা সমতল রাস্তা থেকে যখন উঁচু রাস্তার দিকে চলবে তখন রিকসার গতি কমে যাবে। এবার তুমি গদি থেকে ওঠে দাঁড়িয়ে জোরে সামনের দিকে শরীরকে এগিয়ে নিয়ে রিকসার গদিতে বল প্রয়োগ করে বস। রিকসা সামনের দিকে আগের চেয়ে বেশি জোরে চলবে কেন? ব্যাখ্যা কর।

উঁচু রাস্তার কারণে রিকসার বেগ কমে যায়, ফলে ভরবেগও কমে যায়। পুনরায় রিকসায় বল প্রয়োগ করার কারণে ভরবেগ সৃষ্টি হয়। ফলে রিকসা সামনে এগিয়ে যাবে। কিন্তু মোট ভরবেগ সংরক্ষিত হয়।

### গাণিতিক উদাহরণ

**১। 6 kg ভরের একটি বন্দুক হতে 0·01 kg ভরের একটি গুলি 300 $ms^{-1}$ বেগে বের হয়ে গেল। বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ নির্ণয় কর।**

মনে করি বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ = V

ভরবেগের নিত্যতা সূত্র হতে আমরা পাই,

$$Mv = mV \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(i)}$$

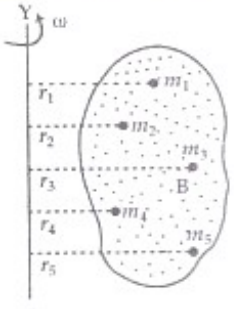
এখানে, $M = 6\,kg$, $m = 0{\cdot}01\,kg$, $V = 300\,ms^{-1}$, $v = ?$

$\therefore$ সমীকরণ (i) হতে পাই, $v = \frac{mV}{M} = \frac{0{\cdot}01\,kg \times 300\,ms^{-1}}{6\,kg} = 0{\cdot}5\,ms^{-1}$

## ৪·৮ জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ভরবেগ
## Moment of Inertia and Angular Momentum

**জড়তার ভ্রামক (Moment of inertia) :** যখন কোনো দৃঢ় বস্তু একটি নির্দিষ্ট অক্ষে আবদ্ধ থাকে, ত ঐ বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে, আবদ্ধ থাকার কারণে বস্তুটি সরলরেখায় চলতে পারে না। বস্তুটি অক্ষে চারদিকে ঘুরে এবং বস্তুর প্রতিটি কণার কৌণিক সরণ হয়। অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুর এ ধরনের গতিকে ঘূর্ণন আবর্ত গতি বলে। অক্ষ বস্তুর ভেতরে বা বাইরে থাকতে পারে।

একটি দৃঢ় বস্তু কোনো একটি স্থির অক্ষের চারদিকে আবর্তিত হতে থাকলে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে বস্তুটি জড়তার ভ্রামক বলতে অক্ষ হতে প্রতিটি কণার দূরত্বের বর্গ ও কণাটির ভরের গুণফলের সমষ্টিকে বুঝায়।



চিত্র ৪·১৮

**ব্যাখ্যা :** মনে করি B একটি দৃঢ় বস্তু [চিত্র ৪·১৮]। এটি এক নির্দিষ্ট অক্ষ XY-এর চারদিকে $\omega$ সমকৌণিক বেগে ঘুরছে। যদি বস্তু $m_1, m_2, m_3 \ldots\ldots m_n$ ভরের অসংখ্য বস্তুকণার সমষ্টি হয় এ ভরগুলো ঘূর্ণন অক্ষ হতে যথাক্রমে $r_1, r_2, r_3 \ldots\ldots r_n$ দূরে অবস্থিত তাহলে সংজ্ঞানুসারে ঐ অক্ষ সাপেক্ষে,

প্রথম কণার জড়তার ভ্রামক $= m_1r_1^2$

দ্বিতীয় কণার জড়তার ভ্রামক $= m_2r_2^2$

তৃতীয় কণার জড়তার ভ্রামক $= m_3r_3^2$

ও $n$-তম কণার জড়তার ভ্রামক $= m_nr_n^2$

অতএব, সংজ্ঞানুসারে সমগ্র বস্তুটির ঐ অক্ষ সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক,

$$I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + m_3r_3^2 + \ldots\ldots m_nr_n^2$$

$$= \sum_{i=1}^{n} m_ir_i^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.16)$$

$\left[\sum_{i=1}^{n}$ চিহ্ন দ্বারা রাশিগুলোর সমষ্টি বুঝানো হয়েছে।$\right]$

সমাকলনের সাহায্যে জড়তার ভ্রামক নিম্নোক্তভাবে প্রকাশ করা যায়,

$$I = \int r^2 dm \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.17)$$

এখানে $dm$ হচ্ছে বস্তুটির অতি ক্ষুদ্র অংশের ভর এবং $r$ হচ্ছে ঘূর্ণন অক্ষ হতে ঐ ক্ষুদ্র অংশটির দূরত্ব।

**জড়তার ভ্রামকের একক ও মাত্রা সমীকরণ (Unit and dimension of moment of inertia) :**

এম. কে. এস. ও এস. আই. পদ্ধতিতে জড়তার ভ্রামকের একক কিলোগ্রাম-মিটার$^2$ (kg-m$^2$)।

এর মাত্রা সমীকরণ $[I] = [\text{ভর} \times \text{দূরত্ব}^2] = [ML^2]$

### চক্রগতির ব্যাসার্ধ
### Radius of gyration

কোনো দৃঢ় বস্তুর মোট ভরকে যদি একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত ধরা হয় যাতে একটি নি অক্ষের সাপেক্ষে ঐ কেন্দ্রীভূত বস্তুকণার জড়তার ভ্রামক অক্ষ সাপেক্ষে সমগ্র দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রাম সমান হয় তাহলে লেখা যায়,

$$I = \sum mr^2 = MK^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.18)$$

এখানে, $M = \sum m$ = সমগ্র বস্তুটির ভর

এবং $K$ = ঘূর্ণন অক্ষ হতে যে বিন্দুতে সমগ্র ভর কেন্দ্রীভূত আছে, ঐ বিন্দুর দূরত্ব।

$K$-কে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলা হয়।

অতএব, চক্রগতির ব্যাসার্ধের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেয়া যায় :

**সংজ্ঞা :** যদি কোনো দৃঢ় বস্তুর একটি নির্দিষ্ট বিন্দু যেখানে বস্তুটির সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত আছে হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে ঐ বিন্দুতে জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলা হয়।

সমীকরণ (4.18) হতে পাই, $K = \sqrt{\frac{I}{M}}$ ... ... ... (4.19

নির্দিষ্ট অক্ষের সাপেক্ষে কোনো বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0·2 m বলতে বুঝায় যে ঐ অক্ষ হতে 0·2 m দূরে বস্তুটির সমগ্র ভর কেন্দ্রীভূত আছে বিবেচনা করে জড়তার ভ্রামক নির্ণয় করলে বস্তুটির মোট জড়তার ভ্রামক পাওয়া যাবে।

## কৌণিক ভরবেগ
**Angular Momentum**

**সংজ্ঞা :** ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুকণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও রৈখিক ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।

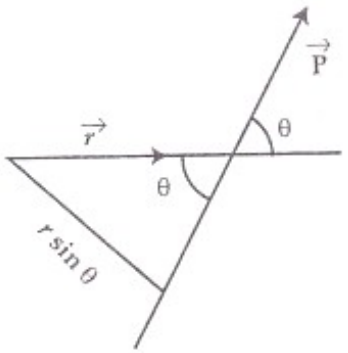
**ব্যাখ্যা :** মনে করি $\vec{r}$ = ঘূর্ণন কেন্দ্রের সাপেক্ষে কোনো বস্তুকণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর
এবং $\vec{P}$ = বস্তুর রৈখিক ভরবেগ অতএব, সংজ্ঞানুসারে বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{P} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.20)$$

এটি একটি ভেক্টর রাশি।

**মান ও দিক :** কৌণিক ভরবেগের মান, $L = rP \sin\theta$

এখানে $\theta$ হচ্ছে $\vec{r}$ ও $\vec{P}$-এর মধ্যবর্তী কোণ [চিত্র 8·১৯]। ঘূর্ণন কেন্দ্র হতে ভরবেগের ক্রিয়ারেখার লম্ব দূরত্ব হচ্ছে $r \sin\theta$। অতএব, কোনো বস্তুকণার ভরবেগ ও ঘূর্ণন কেন্দ্র হতে ভরবেগের ক্রিয়া রেখার লম্ব দূরত্বের গুণফল কৌণিক ভরবেগের মান নির্দেশ করে।



চিত্র 8·১৯

$\vec{r}$ ও $\vec{P}$ যে তলে অবস্থিত $\vec{L}$ এর দিক হবে ঐ তলের লম্ব বরাবর। ব্রুস গুণনের নিয়ম দ্বারা $\vec{L}$-এর দিক নির্ধারিত হবে।

**অনুসিদ্ধান্ত :** কণাটি বৃত্তাকার পথে বৃত্তের কেন্দ্রের সাপেক্ষে গতিশীল হলে, $\vec{r}$ ও $\vec{P}$-এর মধ্যবর্তী কোণ $\theta = 90°$। সেক্ষেত্রে

$$L = rP \sin\theta = rP = r(mv) = mr\,(r\,\omega) = mr^2\omega \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.21)$$

**একক ও মাত্রা সমীকরণ :** এম. কে. এস. ও এস. আই. পদ্ধতিতে কৌণিক ভরবেগের একক হচ্ছে $kgm^2s^{-1}$ এবং মাত্রা সমীকরণ

$$[L] = [\text{ভরবেগ} \times \text{দূরত্ব}] = [MLT^{-1}\,L] = [ML^2T^{-1}]$$

## কৌণিক ভরবেগ এবং কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক
**Relation between angular momentum and angular velocity**

মনে করি একটি বস্তু $\omega$ কৌণিক বেগে একটি অক্ষের চারদিকে ঘুরছে। বস্তুটি অনেকগুলো বস্তুকণার সমষ্টি হলে আমরা লিখতে পারি,

$L = l_1 + l_2 + l_3 + \ldots\ldots + l_n$ [এখানে $l_1, l_2 \ldots\ldots l_n$ পরস্পর সমান্তরাল।]

বা, $L = r_1p_1 + r_2p_2 + r_3p_3 + \ldots\ldots + r_np_n$
$= r_1m_1v_1 + r_2m_2v_2 + \ldots\ldots + r_nm_nv_n$
$= r_1m_1\omega r_1 + r_2m_2\omega r_2 + \ldots\ldots\ldots$
$= m_1r_1^2\omega + m_2r_2^2\omega + \ldots\ldots\ldots$
$= \omega \Sigma mr^2$
$= I\omega$

অর্থাৎ $\boxed{L = I\omega}$ $\quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.22)$

এটি হলো কৌণিক ভরবেগ এবং কৌণিক বেগের সম্পর্ক। উক্ত সম্পর্ক হতে কৌণিক ভরবেগের অপর এক সংজ্ঞা দেয়া যেতে পারে।

সংজ্ঞা : ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে কোনো একটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক এবং কৌণিক বেগের গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে।



চিত্র ৪·২০

**কৌণিক ভরবেগের ভেক্টর রূপ :** কৌণিক ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি। এই ভেক্টরের অভিমুখ ঘূর্ণাক্ষ বরাবর। একটি দক্ষিণাবর্তী স্ক্রুকে কণার আবর্তনের দিকে ঘোরালে স্ক্রুটি যেদিকে অগ্রসর হয় কৌণিক ভরবেগ ভেক্টর সেদিকে ক্রিয়া করে [চিত্র ৪·২০]।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। একটি ধাতব গোলকের ভর 6 g। এটিকে 3 m দীর্ঘ একটি সুতার এক প্রান্তে বেঁধে প্রতি সেকেন্ডে 4 বার ঘুরানো হচ্ছে। এর কৌণিক ভরবেগ কত ?**

আমরা জানি,

$$L = I\omega$$

এবং $I = mr^2$

$$\therefore \quad L = mr^2 \times \omega = mr^2 \frac{2\pi}{T} \left( \because \omega = \frac{2\pi}{T} \right)$$

$$= \frac{0{\cdot}006 \times (3)^2 \times 2 \times 3{\cdot}14}{0{\cdot}25}$$

$$= 1{\cdot}356 \text{ kg m}^{-2}\text{s}^{-1}$$

এখানে,

গোলকের ভর, $m = 6 \text{ g} = 0{\cdot}006 \text{ kg}$

সুতার দৈর্ঘ্য বা

বক্রপথের ব্যাসার্ধ, $r = 3 \text{ m}$

প্রতি সেকেন্ডে ঘূর্ণন সংখ্যা, $n = 4 \text{ c/s}$

$$\therefore \quad T = \frac{1}{n} = \frac{1}{4} \text{s}^{-1} = 0{\cdot}25 \text{ s}^{-1}$$

কৌণিক ভরবেগ, $L = ?$

**২। একটি চাকার ভর 5 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 25 cm। এর জড়তার ভ্রামক কত? চাকা 4 rad $s^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে ?**

আমরা জানি,

$$I = MK^2$$

$$\therefore \quad I = 5 \times (0{\cdot}25)^2$$

$$= 0{\cdot}3125 \text{ kg-m}^2$$

এখানে,

$M = 5 \text{ kg}$

$K = 25 \text{ cm} = 0{\cdot}25 \text{ m}$

$I = ?$

আবার, $\tau = I\alpha$

$$\therefore \quad \tau = 0{\cdot}3125 \times 4$$

$$= 1{\cdot}25 \text{ N-m}$$

এখানে,

$I = 0{\cdot}3125 \text{ kg-m}^2$

$\alpha = 4 \text{ rads}^{-2}$

$\tau = ?$

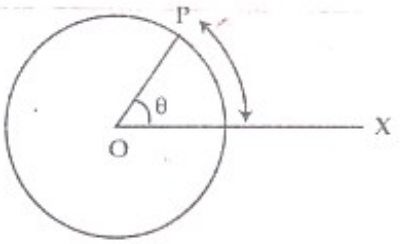
## ৪·৯ কৌণিক ভরবেগ সংক্রান্ত রাশিমালা
## Terms Related to Angular Momentum

### কৌণিক সরণ
**Angular displacement**

মনে করি, এই বইয়ের পাতার মতো যেকোনো একটি সমতলের উপর একটি কণা কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু O এর চারদিকে বৃত্ত পথে ঘুরছে। এখানে ঘূর্ণাক্ষ বৃত্তের কেন্দ্র O বিন্দু দিয়ে যাবে এবং বৃত্তের তলের সঙ্গে লম্ব হবে

চিত্র ৪·২১]। যেকোনো মুহূর্তে কণাটির অবস্থান জানার জন্য ঐ সমতলে একটি স্থির সরলরেখা OX কল্পনা করতে হয়। OX কে নির্দেশ রেখা (reference line) বলে।

কণাটি নির্দেশ রেখা অতিক্রম করার মুহূর্ত থেকে সময় গণনা শুরু করলে মনে করি, $t$ সময় পর কণাটির অবস্থান হলো P। স্পষ্টত OP ব্যাসার্ধ OX রেখার সঙ্গে যে $\theta$ কোণ উৎপন্ন করে তা জানলেই কণাটির অবস্থান সম্পূর্ণরূপে জানা যায়। $\theta$ কোণকে কণার কৌণিক সরণ (angular displacement) বলে। OP ব্যাসার্ধ ভেক্টর।



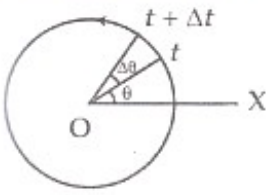
চিত্র ৪·২১

**সংজ্ঞা : বৃত্তীয় গতিতে সচল কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর কোনো নির্দিষ্ট সময়ের অবকাশে যে কোণে সরে যায়, তাকে ঐ সময়ের অবকাশে কণাটির কৌণিক সরণ বলে।**

রেডিয়ান এককে প্রকাশ করলে কৌণিক সরণ $\theta$ এর সঙ্গে সংশ্লিষ্ট বৃত্তের চাপ $s$-এর সম্পর্ক খুবই সরল হয়। বৃত্তের ব্যাসার্ধ $r$ হলে লেখা যায়, $\theta = \frac{s}{r}$ ... ... ... (4.23)

## কৌণিক বেগ
**Angular velocity**

রৈখিক গতির মতো কৌণিক গতিও সম বা অসম (ত্বরিত) হতে পারে। **কৌণিক গতি অসম হলে কৌণিক সরণ এবং অতিক্রান্ত সময়ের অনুপাতকে কণার গড় কৌণিক বেগ (average angular velocity) বলে।**



চিত্র ৪·২২

একে $\omega$ অক্ষর দিয়ে প্রকাশ করা হয়। কৌণিক বেগ ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে। কৌণিক সরণের মতো একই রীতি এখানে অনুসরণ করা হয়।

অতি ক্ষুদ্র সময়ের অবকাশ $\Delta t$ তে কণার কৌণিক সরণ $\Delta\theta$ হলে [চিত্র ৪·২২] ঐ সময়ের অবকাশে কণার গড় কৌণিক বেগ হবে

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.24)$$

কোনো নির্দিষ্ট মুহূর্তে কৌণিক বেগ জানতে হলে সময়ের অবকাশকে ক্ষুদ্র থেকে ক্ষুদ্রতর করতে হয়। সময়ের অবকাশের সীমাস্থ মান শূন্য হলে ঐ অবকাশে গড় কৌণিক বেগ তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগের (instantaneous angular velocity) সমান হয়। সুতরাং, অতি ক্ষুদ্র সময়ে কৌণিক সরণের পরিবর্তনের তাৎক্ষণিক হারকে তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ ($\omega$) বলে।

অর্থাৎ $\omega = \underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$

সাধারণত কৌণিক বেগ বলতে তাৎক্ষণিক কৌণিক বেগ বোঝায়।

**কৌণিক বেগের মান স্থির থাকলে বৃত্তীয় গতিকে সমবৃত্তীয় গতি (uniform circular motion) বলে।** সমবৃত্তীয় গতির ক্ষেত্রে $t$ সময়ে কৌণিক সরণ $\theta$ হলে কৌণিক বেগের মান হয়

$$\omega = \frac{\theta}{t} \text{ অথবা } \theta = \omega t \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.25)$$

এই সমীকরণটি সমরৈখিক গতির সমীকরণ $s = vt$-এর অনুরূপ।

**একক :** সাধারণত কৌণিক বেগকে রেডিয়ান/সেকেন্ড (radian/sec বা সংক্ষেপে rad/s) এককে প্রকাশ করা হয়। যন্ত্রবিদ্যা বা ইঞ্জিনিয়ারিং-এ আরেকটি একক প্রচলিত আছে। এর নাম আবর্তন/মিনিট (revolution per minute, সংক্ষেপে rpm)।

**কৌণিক বেগের মাত্রা :** $[\omega] = \left[\frac{\text{রৈখিক বেগ}}{\text{ব্যাসার্ধ}}\right] = \frac{[LT^{-1}]}{[L]} = [T^{-1}]$

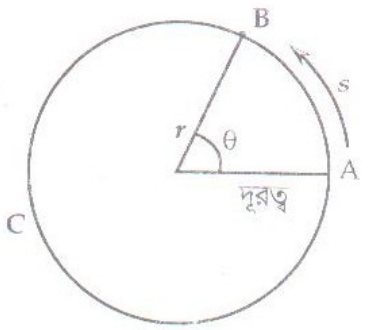
একবার পূর্ণ আবর্তন করতে কণার যে সময় লাগে তাকে **পর্যায়কাল** (time period) বলে। একটি পূর্ণ আবর্তন বলতে $2\pi$ রেডিয়ান কৌণিক সরণ বোঝায়। সুতরাং পর্যায়কাল T হলে (4.25) সমীকরণ অনুযায়ী

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.26)$$

$\frac{1}{T}$ একক সময়ে পূর্ণ আবর্তনের সংখ্যা বোঝায়। একে **কম্পাঙ্ক** (frequency) বলে। কম্পাঙ্ককে '$n$' দিয়ে সূচিত করলে আমরা পাই, $\omega = 2\pi n$ ... ... ... (4.27)

## ৪·১০ কৌণিক বেগ ও রৈখিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক
### Relation between angular velocity and linear velocity

আমরা জানি, রৈখিক পথে নির্দিষ্ট দিকে কোনো একটি বস্তুর প্রতি সেকেণ্ডের রৈখিক সরণই রৈখিক বেগ এবং বৃত্তাকার পথে কোনো একটি বস্তুর প্রতি সেকেণ্ডের কৌণিক সরণই কৌণিক বেগ। রৈখিক বেগকে $v_0$ অথবা $v$ এবং কৌণিক বেগকে $\omega$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। রৈখিক বেগ এবং কৌণিক বেগের সম্পর্কজনিত সমীকরণটি এখন প্রতিপাদন করা হবে।



চিত্র ৪·২৩

মনে করি একটি বস্তুকণা $r$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তের পরিধি বরাবর $\omega$ সমকৌণিক বেগে ঘুরছে [চিত্র ৪·২৩]। যদি T সেকেণ্ডে কণাটি বৃত্তের সম্পূর্ণ পরিধি একবার ঘুরে আসে তবে কৌণিক বেগের সংজ্ঞানুসারে,

$$\omega = \frac{\text{কৌণিক দূরত্ব}}{\text{সময়}} = \frac{2\pi}{T}$$

বা, $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ... ... ... (4.28)

এখন যদি বৃত্তাকার পথে না ঘুরে কণাটি $v$ বেগে একই সময়ে সরলরেখায় বৃত্তের পরিধির সমান পথ T সময়ে অতিক্রম করে, তবে

$$v = \frac{\text{বৃত্তের পরিধি}}{\text{পরিধির সমান দূরত্ব অতিক্রম করতে সময়}} = \frac{2\pi r}{T}$$

বা, $T = \frac{2\pi r}{v}$ ... ... ... (4.29)

সমীকরণ (4.28) এবং সমীকরণ (4.29) হতে আমরা পাই, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$

বা, $\frac{1}{\omega} = \frac{r}{v}$

বা, $v = \omega r$ ... ... ... (4.30)

অর্থাৎ, **রৈখিক বেগ = কৌণিক বেগ × বৃত্তের ব্যাসার্ধ।**

উল্লেখ থাকে যে, বৃত্তীয় গতি যদি অসম হয়, তবুও যে কোনো বিন্দুতে $v = \omega r$। বস্তুটি সমকৌণিক বেগে চললে $\omega$ = ধ্রুবক। অতএব $v \propto r$ অর্থাৎ রৈখিক বেগ ঘূর্ণন অক্ষ হতে দূরত্বের সমানুপাতিক।

**উদাহরণ**—ধান মাড়াইয়ের চাতালে দূরবর্তী গরুকে সবচেয়ে বেশি বেগে হাঁটতে হয়।

### গাণিতিক উদাহরণ

১। একটি কণা 1·5 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 120 বার আবর্তন করে। এর (ক) রৈখিক বেগ, (খ) পর্যায়কাল এবং (গ) কৌণিক বেগ কত ? [ রা. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

(ক) রৈখিক বেগ, $v = \omega r$

$\therefore \quad v = 2\pi nr$

$= 2 \times 3{\cdot}142 \times 2 \times 1{\cdot}5$

$= 18{\cdot}852 \text{ ms}^{-1}$

এখানে,

বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ, $r = 1{\cdot}5 \text{ m}$

আবর্তন বা কম্পন সংখ্যা, $n = \dfrac{120}{1 \text{ min}} = \dfrac{120}{60 \text{ s}}$

$= 2 \text{ s}^{-1} = 2 \text{ Hz}$

(খ) পর্যায়কাল, $T = \dfrac{t}{N} = \dfrac{60}{120} = 0{\cdot}5\text{s}$

(গ) কৌণিক বেগ, $\omega = 2\pi n = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2 \times 3{\cdot}142}{0{\cdot}5} = 12{\cdot}568 \text{ rads}^{-1}$

**উত্তর :** (ক) $18{\cdot}852 \text{ ms}^{-1}$, (খ) $0{\cdot}5\text{s}$, (গ) $12{\cdot}568 \text{ rads}^{-1}$.

### কৌণিক ত্বরণ
Angular acceleration

অনেক ক্ষেত্রে আবর্তনরত কণার কৌণিক বেগ বাড়ে বা কমে। কৌণিক বেগ পরিবর্তিত হলে বোঝা যায় যে কণাটি কৌণিক ত্বরণ নিয়ে চলছে।

আবর্তনরত কণার গড় **কৌণিক ত্বরণ** (average angular acceleration) বলতে কোনো নির্দিষ্ট সময়ের অবকাশে সময়ের সঙ্গে কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হার বোঝায়।

সুতরাং, অতি ক্ষুদ্র সময়ের অবকাশ $\Delta t$-তে কৌণিক বেগের পরিবর্তন $\Delta\omega$ হলে ঐ অবকাশে গড় কৌণিক ত্বরণ হবে, $\vec{\alpha} = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}$ ... ... ... ... (4.31)

সময়ের অবকাশ শূন্যের নিকটবর্তী হলে সীমাস্থ ক্ষেত্রে তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণ (instantaneous angular acceleration) পাওয়া যায়।

ক্যালকুলাস-এর নিয়ম ব্যবহার করে পাই,

$$\alpha = \underset{\Delta t \to 0}{\text{Lt}} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \text{বা, } \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\frac{d\theta}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.32)$$

কৌণিক ত্বরণ বলতে সাধারণত তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণ বোঝায়। এর একক রেডিয়ান প্রতি সেকেন্ড প্রতি সেকেন্ড অর্থাৎ রেডিয়ান/সেকেন্ড$^2$ (rad s$^{-2}$)।

আবর্তনরত কণার কৌণিক ত্বরণ ধ্রুবক হলে তাৎক্ষণিক কৌণিক ত্বরণ যেকোনো সময়ের অবকাশে গড় কৌণিক ত্বরণের সমান হয়। এক্ষেত্রে $t$ সময়ে কৌণিক বেগের বৃদ্ধি $\omega$ হলে, কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = \dfrac{\omega}{t}$

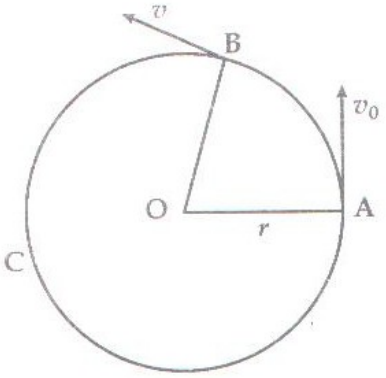
কৌণিক ত্বরণের মাত্রা, $[\alpha] = \left[\dfrac{\omega}{T}\right] = \left[\dfrac{T^{-1}}{T}\right] = [T^{-2}]$

## ৪·১১ কৌণিক ত্বরণ ও রৈখিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক
## Relation between angular accelaration and linear accelaration

মনে করি একটি বস্তুকণা $r$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট [চিত্র 8·28] বৃত্তের পরিধি বরাবর অসম বৃত্তাকার গতিতে আবর্তন করছে। বস্তুকণাটির $t$ সময়ে রৈখিক বেগ = $v$, কৌণিক বেগ = $\omega$, রৈখিক ত্বরণ = $a$ এবং কৌণিক ত্বরণ = $\alpha$।

আমরা জানি,

$$v = \omega r \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad 4.33$$




চিত্র ৪·২৪

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

এবং $a = \frac{dv}{dt}$

সমীকরণ 4.33-এর উভয় পক্ষকে $t$-এর সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাই,

$$\frac{dv}{dt} = \omega \frac{dr}{dt} + \frac{d\omega}{dt} r = \frac{r d\omega}{dt} \quad [\because r = \text{ধ্রুবক}]$$

বা, $a = \alpha r \quad [\because \frac{d\omega}{dt} = \alpha]$

অর্থাৎ **রৈখিক ত্বরণ = কৌণিক ত্বরণ × ব্যাসার্ধ**

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। পৃথিবী থেকে চাঁদের দূরত্ব $3{\cdot}84 \times 10^5$ km এবং চাঁদ পৃথিবীকে বৃত্তাকার কক্ষপথে 27·3 দিনে একবার প্রদক্ষিণ করে। চাঁদের কৌণিক এবং রৈখিক দ্রুতি নির্ণয় কর।**

আমরা জানি,

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ এবং } v_T = r\omega$$

$$\therefore \quad \omega = \frac{2 \times 3{\cdot}14}{27{\cdot}3 \times 24 \times 60 \times 60}$$

$$= 2{\cdot}662 \times 10^{-6} \text{ rad s}^{-1}$$

এবং $v_T = r\omega = 3{\cdot}84 \times 10^5 \times 2{\cdot}662 \times 10^{-6} = 1{\cdot}022 \text{ kms}^{-1}$

এখানে,

$r = 3{\cdot}84 \times 10^5$ km

T = 27·3 days

$= 27{\cdot}3 \times 24 \times 60 \times 60$ s

$\omega = ?$

$v_T = ?$

**২। একটি বৈদ্যুতিক পাখা মিনিটে 1500 বার ঘুরে। সুইচ বন্ধ করার 4 মিনিট পর পাখাটি বন্ধ হয়ে যায়। পাখাটির কৌণিক ত্বরণ কত ? থেমে যাওয়ার আগে পাখাটি কত বার ঘুরবে ?** [চ. বো. ২০০৭]

আমরা জানি,

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

বা, $\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$

$$= \frac{0 - 50\pi \text{ rads}^{-1}}{240 \text{ s}}$$

$$= -0{\cdot}654 \text{ rad s}^{-2}$$

আবার,

$$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right) t$$

বা, $\theta = \left(\frac{50\pi \text{ rad s}^{-1} + 0}{2}\right) \times 240 \text{ s} = 6000\,\pi \text{ rad}$

$\therefore$ থেমে যাওয়ার আগে পাখাটির ঘূর্ণন সংখ্যা $= \frac{6000\,\pi}{2\,\pi} = 3000$ rev.

এখানে,

আদি কৌণিক বেগ, $\omega_0 = 1500 \text{ rev.min}^{-1}$

$$= \frac{1500 \times 2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}}$$

$= 50\,\pi \text{ rads}^{-1}$

সময়, $t = 4$ মিনিট $= 4 \times 60$ s $= 240$ s

শেষ কৌণিক বেগ, $\omega = 0$

কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = ?$

কৌণিক সরণ, $\theta = ?$

**উত্তর :** $-0{\cdot}654 \text{ rad s}^{-2}$, 3000 rev.

## ৪.১০ টর্ক বা বলের ভ্রামক
## Torque or Moment of a force

কোনো দৃঢ় বস্তু একটি বিন্দুকে কেন্দ্র করে ঘুরতে পারে। যেমন দেয়ালে ঝুলানো ফটো পেরেক ও সুতার মধ্যে বিন্দুর সাপেক্ষে ঘুরতে থাকে; আবার গাড়ির চাকা তার অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরতে পারে।

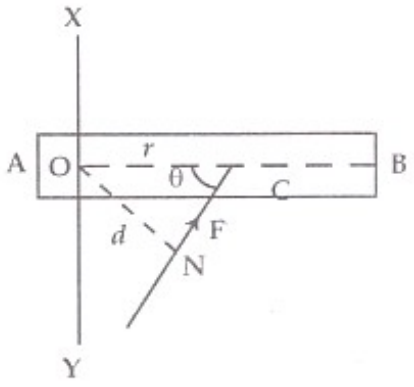
**কোনো নির্দিষ্ট অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টির জন্য প্রযুক্ত দ্বন্দ্বের ভ্রামককে টর্ক বা বলের ভ্রামক বলে। একে $\tau$ (টাউ) দ্বারা সূচিত করা হয়।**

ব্যাখ্যা : ধরা যাক, O বিন্দুতে একটি পাতলা পাত অনুভূমিক অবস্থানে এমনভাবে আবদ্ধ আছে যে তা উল্লম্ব অক্ষ XOY-এর চারদিকে O-কে কেন্দ্র করে ঘুরতে পারে [ চিত্র ৪.২৫ ]। পাতটিকে যে কোনো বিন্দু C-তে বল প্রয়োগ করে ঘুরালে দেখা যায় যে,

(১) প্রযুক্ত বলের মান যত বেশি হবে, তার ঘূর্ণন সৃষ্টির ক্ষমতাও তত বেশি হবে।

(২) O হতে প্রযুক্ত বল F-এর লম্ব দূরত্ব $d$ যত বেশি হবে, ঐ বলে ঘূর্ণন সৃষ্টির ক্ষমতাও তত বেশি হবে।

(৩) বলের ক্রিয়ামুখ O বিন্দু অভিমুখী হলে, পাতটিতে কোনো ঘূর্ণন হবে না।




চিত্র ৪.২৫

উপরিউক্ত কারণে **কোনো অক্ষ বা বিন্দুর সাপেক্ষে কোনো বলের ভ্রামকের মান বলের পরিমাণ ও অক্ষ হতে বলের ক্রিয়া রেখার লম্ব দূরত্ব $d$-এর গুণফল দ্বারা নির্দিষ্ট হয়।**

$$\therefore \quad \tau = d \times F \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.34)$$

বা, **বলের ভ্রামক বা টর্ক = বল × লম্ব দূরত্ব**

চিত্র ৪.২৫-এ O হতে F বলের ক্রিয়াবিন্দু C-এর দূরত্ব = $r$ ও F বলের ক্রিয়ারেখা NC-এর দূরত্ব = $d$ এবং $\angle NCO = \theta$ নির্দেশ করা হয়েছে।

কাজেই, $ON = d = r \sin\theta$

$$\therefore \quad \tau = d \times F = r F \sin\theta$$

ভেক্টর বীজগণিতের সাহায্যে $\tau$-কে নিম্ন উপায়ে লেখা হয়,

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (4.35)$$

এখানে, $\vec{r}$ ও $\vec{F}$ যথাক্রমে অবস্থান ভেক্টর ও প্রযুক্ত বল। $r$ ও F যে তলে অবস্থিত $\tau$-এর দিক হবে ঐ তলের অভিলম্ব বরাবর। ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে অর্থাৎ বামাবর্তে (anti-clockwise) ঘূর্ণনের জন্য $\tau$-এর অভিমুখ হচ্ছে উপর দিকে এবং মান ধনাত্মক। ঘড়ির কাঁটার দিকে অর্থাৎ দক্ষিণাবর্তে (clockwise) ঘূর্ণনের জন্য $\tau$-এর অভিমুখ নিচের দিকে এবং মান ঋণাত্মক।

সমীকরণ (4.35) অনুসারে টর্কের নিম্নোক্ত গাণিতিক সংজ্ঞা দেয়া যায়।

সংজ্ঞা : **অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত বস্তুর উপর যে বিন্দুতে বল ক্রিয়াশীল ঐ বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর ও প্রযুক্ত বলের ভেক্টর গুণফলকে টর্ক বলে।**

**টর্ক বা বলের ভ্রামকের একক (Unit of torque or moment of a force)**

এস. আই. পদ্ধতিতে টর্ক বা বলের ভ্রামকের একক নিউটন-মিটার (N-m)।

**টর্ক বা বলের ভ্রামকের মাত্রা সমীকরণ (Dimension of torque or moment of force)**

টর্ক বা বলের ভ্রামকের সংজ্ঞা হতে এর মাত্রা সমীকরণ প্রতিপাদন করা যায়। বলের ভ্রামকের মাত্রা সমীকরণ,

[ টর্ক বা বলের ভ্রামক] = [ বল × দূরত্ব ] = $[MLT^{-2} \times L] = [ML^2T^{-2}]$

## ৪·১১ টর্ক, জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ত্বরণ
## Torque, Moment of Inertia and Angular Accelaration

আমরা জানি সরলরেখায় চলমান কোনো বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টির জন্যে বল প্রয়োগের প্রয়োজন। তেমনি নির্দিষ্ট অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টির জন্যে একটি দ্বন্দ্বের প্রয়োজন হয়। এই দ্বন্দ্বের ভ্রামককে টর্ক বলে।

ধরি একটি বস্তু একটি নির্দিষ্ট অক্ষ XY-এর চারদিকে $\omega$ সমকৌণিক বেগে ঘুরছে [চিত্র ৪·১৮]। এখন তার উপর একটি যুগল প্রয়োগ করায় তার কৌণিক বেগ বৃদ্ধি পাবে অর্থাৎ বস্তুতে কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি হবে। বস্তুতে সৃষ্ট এই কৌণিক ত্বরণ তার প্রত্যেকটি কণার কৌণিক ত্বরণের সমান। কিন্তু ঘূর্ণাক্ষ হতে কণাগুলো বিভিন্ন দূরত্বে অবস্থান করে বিভিন্ন রৈখিক ত্বরণ লাভ করবে। ঘূর্ণাক্ষ হতে কণার দূরত্ব যত বেশি হবে রৈখিক ত্বরণের মানও তত বেশি হবে।

ধরি বস্তুটি $m_1, m_2, m_3$ ইত্যাদি ভরের কতকগুলো কণার সমন্বয়ে গঠিত এবং ঘূর্ণাক্ষ হতে কণাগুলোর দূরত্ব যথাক্রমে $r_1, r_2, r_3$ ইত্যাদি।

বর্ণনা অনুসারে, বস্তুটির প্রত্যেকটি কণার কৌণিক ত্বরণ, $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

তা হলে $m_1$ ভরের বস্তু কণাটির রৈখিক ত্বরণ $= r_1\frac{d\omega}{dt}$

$\therefore$ ঐ কণার উপর প্রযুক্ত বল = ভর × রৈখিক ত্বরণ $= m_1 r_1 \frac{d\omega}{dt}$

$\therefore$ ঘূর্ণাক্ষের সাপেক্ষে কণাটির উপর ক্রিয়ারত বলের ভ্রামক = বল × ঘূর্ণাক্ষ হতে বস্তু কণার দূরত্ব

$$= m_1 r_1 \frac{d\omega}{dt} \times r_1 = m_1 r_1^2 \frac{d\omega}{dt}$$

অনুরূপভাবে লেখা যায় $m_2, m_3, m_4, \ldots \ldots \ldots$ ইত্যাদি ভরের বস্তুকণার উপর ক্রিয়ারত বলের ভ্রামক যথাক্রমে $m_2 r_2^2\frac{d\omega}{dt}$, $m_3 r_3^2\frac{d\omega}{dt}$, $m_4 r_4^2\frac{d\omega}{dt}$ ইত্যাদি।

তা হলে উপরিউক্ত ভ্রামকগুলোর সমষ্টিই উক্ত বস্তুর উপর ক্রিয়ারত দ্বন্দ্বের ভ্রামক বা টর্ক,

$$\tau = m_1 r_1^2 \frac{d\omega}{dt} + m_2 r_2^2 \frac{d\omega}{dt} + m_3 r_3^2 \frac{d\omega}{dt} + m_4 r_4^2 \frac{d\omega}{dt} + \ldots \ldots \ldots$$

$$= (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \ldots)\frac{d\omega}{dt} = \frac{I d\omega}{dt} = I\alpha$$

$$\therefore \boxed{\tau = I\frac{d\omega}{dt} = I\alpha} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.36)$$

বা, **টর্ক = জড়তার ভ্রামক × কৌণিক ত্বরণ। কৌণিক ত্বরণের আবর্তনরত বস্তুকণার উপর ক্রিয়ারত দ্বন্দ্বের টর্ক হবে ঘূর্ণাক্ষের সাপেক্ষে তার জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ত্বরণের গুণফলের সমান।**

আবার $\frac{d\omega}{dt} = 1$ হলে, $\tau = I$

$\therefore$ **কোনো অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো দৃঢ় বস্তুর উপর যে টর্ক ক্রিয়া করলে তাতে একক কৌণিক ত্বরণের সৃষ্টি হয় তাকে ঐ অক্ষের সাপেক্ষে তার জড়তার ভ্রামক বলে।** সমীকরণ (4.36) টর্ক, জড়তার ভ্রামক এবং কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।

### গাণিতিক উদাহরণ

১। একটি চাকার ভর 5 kg এবং কোনো অক্ষ সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0·2 m। এর জড়তার ভ্রামক কত ? চাকাটিতে 2 rad $s^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে ?

আমরা জানি,

$$I = MK^2$$
$$= 5 \times (0{\cdot}2)^2$$
$$= 5 \times 0{\cdot}04$$
$$= 0{\cdot}2 \text{ kg m}^2$$

এখানে,

$M = 5$ kg
$K = 0{\cdot}2$ m
$I = ?$

আবার,

$$\tau = I\alpha$$
$$= 0{\cdot}2 \times 2$$
$$= 0{\cdot}4 \text{ N-m}$$

এখানে,

$I = 0{\cdot}2$ kgm$^2$
$\alpha = 2$ rad $s^{-2}$
$\tau = ?$

## ৬·১২ জড়তার ভ্রামক সংক্রান্ত দুটি উপপাদ্য

**Two theorems relating moment of inertia**

কোনো একটি বিশেষ অক্ষের সাপেক্ষে দৃঢ় বস্তুর জড়তার ভ্রামক নির্ণয়ের দুটি সহজ উপপাদ্য আছে।

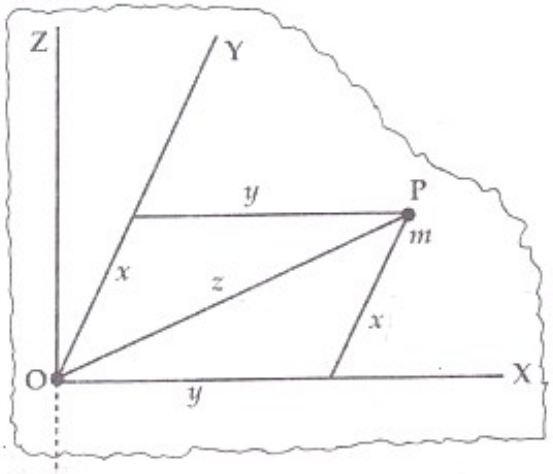
উপপাদ্য দুটির একটিকে (১) **লম্ব অক্ষসমূহের উপপাদ্য** এবং অপরটিকে (২) **সমান্তরাল অক্ষসমূহের উপপাদ্য** বলে। নিম্নে পাত আকৃতির বস্তুর ক্ষেত্রে উপপাদ্য দুটি আলোচনা করা হলো।

(১) **লম্ব অক্ষ উপপাদ্য (Perpendicular axes theorem) : কোনো পাতলা সমতল পাতের তলে অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকদ্বয়ের সমষ্টি ঐ পাতে অবস্থিত দুই অক্ষের ছেদ বিন্দুতে অঙ্কিত লম্ব অক্ষ সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামকের সমান হবে।**

**ব্যাখ্যা :** মনে করি কোনো সমতল পাতের উপর অবস্থিত দুটি পরস্পর লম্ব অক্ষ OX এবং OY বরাবর এদের জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে $I_x$ ও $I_y$। ধরি ঐ পাতে অবস্থিত দুই অক্ষের ছেদ বিন্দুতে অঙ্কিত লম্ব OZ বরাবর পাতের জড়তার ভ্রামক $I_z$। প্রমাণ করতে হবে যে, $I_x + I_y = I_z$

**অঙ্কন :** একটি পাতলা সমতল পাত নিই। এই পাতের উপর OX এবং OY দুটি পরস্পর লম্ব অঙ্কন করি [চিত্র ৪·২৬]।

এখন OX এবং OY অক্ষ দুটির ছেদ O-তে পাতের উপর লম্ব টানি।




চিত্র ৪·২৬

**প্রমাণ :** সমতল পাতের উপর P একটি বিন্দু নিই যার ভুজ কোটি $x$, $y$ এবং $z$। এখন P বিন্দুতে $m$ ভরের একটি কণা বিবেচনা করি। OZ অক্ষ সাপেক্ষে কণাটির জড়তার ভ্রামক $= mz^2$।

$\therefore$ OZ অক্ষ সাপেক্ষে সমগ্র পাতের জড়তার ভ্রামক

$$I_z = \Sigma mz^2 = \Sigma m(x^2 + y^2) = \Sigma mx^2 + \Sigma my^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.37)$$

কিন্তু, $\Sigma my^2 = I_x$ এবং $\Sigma mx^2 = I_y$

অতএব সমীকরণ (4.37) হতে পাই

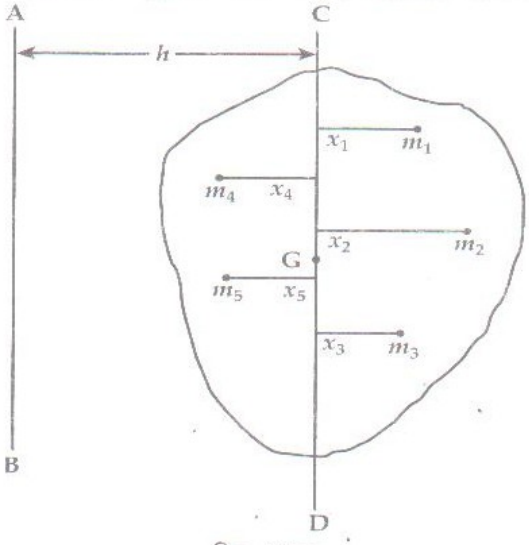
$$I_z = I_y + I_x$$

বা $$I_z = I_x + I_y \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.38)$$

∴ উপপাদ্যটি প্রমাণিত হলো।

**(২) সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য ( Parallel axes theorem) : যে কোনো অক্ষের সাপেক্ষে কোনো সমতল পাতলা পাতের জড়তার ভ্রামক পাতটির ভারকেন্দ্রগামী তার সমান্তরাল অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক এবং পাতের ভর ও ঐ দুই অক্ষের মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের গুণফলের সমষ্টির সমান।**

**ব্যাখ্যা :** ধরা যাক কাগজের তলে অবস্থিত AB কোনো একটি অক্ষ এবং CD তার সমান্তরাল আর একটি অক্ষ। CD অক্ষটি M ভরের পাতলা সমতল পাতের ভারকেন্দ্র G দিয়ে অতিক্রান্ত [ চিত্র ৪·২৭ ]। যদি সমান্তরাল অক্ষদ্বয় AB ও CD-এর মধ্যবর্তী দূরত্ব $h$ এবং AB ও CD-এর সাপেক্ষে পাতটির জড়তার ভ্রামক যথাক্রমে I ও $I_G$ হয় তবে উপপাদ্য অনুসারে প্রমাণ করতে হবে যে, $I = I_G + Mh^2$



চিত্র ৪·২৭

**প্রমাণ :** ধরি পাতটি $m_1, m_2, m_3$ ইত্যাদি ভরের বস্তুকণার সমন্বয়ে গঠিত। CD অক্ষ হতে কণাগুলোর দূরত্ব যথাক্রমে $x_1, x_2, x_3$ ইত্যাদি। তা হলে AB অক্ষের সাপেক্ষে $m_1$ ভরের কণার জড়তার ভ্রামক

$$= m_1(x_1 + h)^2 = m_1x_1^2 + m_1h^2 + 2m_1x_1h$$

অনুরূপভাবে AB অক্ষের সাপেক্ষে $m_2$ ভরের কণার জড়তার ভ্রামক

$$= m_2x_2^2 + m_2h^2 + 2m_2x_2h ;$$

$m_3$ ভরের কণার জড়তার ভ্রামক

$$= m_3x_3^2 + m_3h^2 + 2m_3x_3h$$ ইত্যাদি।

∴ AB অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র পাতের জড়তার ভ্রামক I হলে উপরোক্ত জড়তার ভ্রামকগুলোর সমষ্টির সমান।

∴ $I = m_1x_1^2 + m_1h^2 + 2m_1x_1h + m_2x_2^2 + m_2h^2 + 2m_2x_2h + m_3x_3^2 + m_3h^2 + 2m_3x_3h + \ldots \ldots$

$$= \Sigma mx^2 + h^2\Sigma m + 2h\Sigma mx.$$

এখানে, $\Sigma mx$ = CD অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র পাতের ভর ভ্রামক। কিন্তু সমগ্র পাতের ওজন G বিন্দু দিয়ে CD রেখা বরাবর নিম্নমুখে ক্রিয়া করায় CD অক্ষের সাপেক্ষে পাতটির ভর ভ্রামক,

$$\Sigma mx = 0 \text{ আবার } \Sigma m = M \text{ ও } I_G = \Sigma mx^2$$

$$\therefore \quad I = I_G + Mh^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.39)$$

## ৪·১৩ কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্রে জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয়

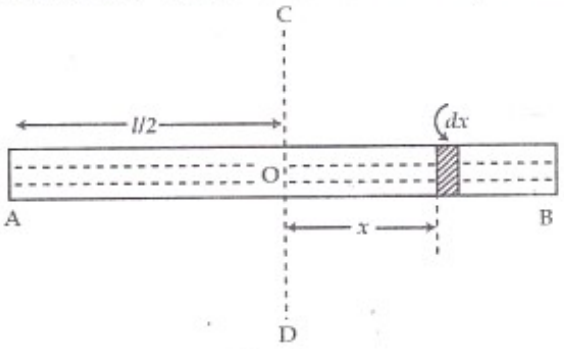
**Determination of moment of inertia and radius of gyration for some special cases**

**১। সরু ও সুষম দণ্ডের মধ্যবিন্দু দিয়ে ও তার দৈর্ঘ্যের অভিলম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষের সাপেক্ষে ঘূর্ণায়মান ঐ দণ্ডের জড়তার ভ্রামক**

ধরি $l$ দৈর্ঘ্য ও M ভরবিশিষ্ট একটি সুষম সরু দণ্ড AB-এর দৈর্ঘ্যের মধ্যবিন্দু O দিয়ে ও দৈর্ঘ্যের লম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষ CD-এর চতুর্দিকে ঘুরছে [চিত্র ৪·২৮] । এই অক্ষের সাপেক্ষে তার জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

দণ্ডটি সুষম হেতু তার প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর = $\frac{M}{l}$ । কাজেই CD অক্ষ হতে $x$ দূরে অবস্থিত $dx$ দৈর্ঘ্যের একটি ক্ষুদ্র অংশের ভর $dM$ হলে $dM = \frac{M}{l}dx$ । $dx$ অংশটি ক্ষুদ্র হওয়ায় তার প্রতিটি কণা CD অক্ষ হতে $x$ দূরে

অক্ষিত গণ্য করা যায়। সুতরাং CD অক্ষের সাপেক্ষে $dx$ অংশের জড়তার ভ্রামক $= dM \times x^2 = \frac{M}{l} \times dx \times x^2$ এবং এখন $x = l/2$ এবং $x = -l/2$ সীমার মধ্যে সমাকলন করলে সমগ্র দণ্ডের জড়তা ভ্রামক পাওয়া যাবে।




চিত্র ৪·২৮

∴ CD অক্ষের সাপেক্ষে সমগ্র দণ্ডটির জড়তার ভ্রামক,

$$I = \int_{-l/2}^{l/2} \left(\frac{M}{l}\right) \times dx \times x^2 = \frac{M}{l} \int_{-l/2}^{l/2} x^2 dx = \frac{M}{l}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-l/2}^{l/2}$$

$$= \frac{M}{3l}\left[\left(\frac{l}{2}\right)^3 - \left(-\frac{l}{2}\right)^3\right] = \frac{M}{3l}\left(\frac{l^3}{8} + \frac{l^3}{8}\right) \quad \therefore \boxed{I = \frac{M}{12} l^2}$$

ধরি চক্রগতির ব্যাসার্ধ K

$$\therefore \quad MK^2 = \frac{M}{12} l^2$$

$$\therefore \quad \boxed{K = \frac{l}{\sqrt{12}} = \frac{l}{2\sqrt{3}}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.40)$$

**২। সুষম পাতলা আয়তাকার পাতের কেন্দ্রবিন্দু বা ভারকেন্দ্র দিয়ে লম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষের সাপেক্ষে জড়তার ভ্রামক**

ধরি একটি সুষম পাতলা আয়তাকার পাত ABCD [ চিত্র ৪·২৯ ]। এর ভর M, দৈর্ঘ্য $l$ = AB = CD ও প্রস্থ = $b$ = AD = BC। পাতটি তার কেন্দ্রবিন্দু বা ভার কেন্দ্র O দিয়ে লম্বভাবে অতিক্রান্ত অক্ষ XOY অক্ষের সাপেক্ষে ঘুরছে।

এখন, EF অক্ষ O বিন্দুগামী এবং AB বাহুর সমান্তরাল এবং GH অক্ষ O বিন্দুগামী এবং AD বাহুর সমান্তরাল। EF এবং GH পরস্পর লম্ব। XOY অক্ষ EF ও GH-এর উপর লম্ব।

লম্ব-অক্ষ উপপাদ্য অনুসারে XOY অক্ষের সাপেক্ষে ঐ পাতের জড়তার ভ্রামক,

$$I = \frac{Ml^2}{12} + \frac{Mb^2}{12}$$

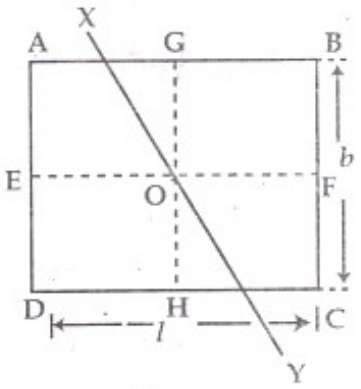
বা, $\boxed{I = \frac{M}{12}(l^2 + b^2)}$

আবার, $I = MK^2$

বা, $MK^2 = I = \frac{M}{12}(l^2 + b^2)$

বা, $K^2 = \frac{l^2 + b^2}{12}$

বা, $K = \sqrt{\frac{l^2 + b^2}{12}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{3}}$



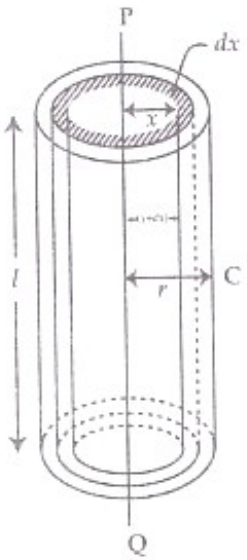

চিত্র ৪·২৯

$$\therefore \quad \boxed{\text{চক্রগতির ব্যাসার্ধ, } K = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l^2 + b^2}{3}}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.41)$$

### ৩। নিজ অক্ষের চতুর্দিকে ঘূর্ণায়মান একটি নিরেট চোঙের জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ

ধরি একটি সুষম নিরেট চোঙ C-এর ভর M, দৈর্ঘ্য $l$ ও ব্যাসার্ধ $r$ [ চিত্র ৪·৩০ ]। এটি নিজ অক্ষ PQ-এর চতুর্দিকে ঘুরছে। PQ সাপেক্ষে এর জড়তার ভ্রামক ও চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে। বর্ণনা অনুসারে চোঙটির আয়তন $= \pi r^2 \times l$

চোঙের উপাদানের ঘনত্ব $= \dfrac{\text{ভর}}{\text{আয়তন}} = \dfrac{M}{\pi r^2 l}$



চিত্র ৪·৩০

PQ-এর চতুর্দিকে $x$ ব্যাসার্ধ ও $dx$ বিস্তারবিশিষ্ট একটি ফাঁপা সমাক্ষীয় পাতলা চোঙ বিবেচনা করি।

এই পাতলা চোঙের প্রস্থচ্ছেদ $= 2\pi x dx$, আয়তন $= 2\pi x \times dx \times l$ ও ভর = আয়তন × ঘনত্ব

$$= 2\pi x \times dx \times l \times \frac{M}{\pi r^2 l}$$

$$= \frac{2Mx dx}{r^2}$$

$dx$ বিস্তারের এই চোঙটি পাতলা হেতু তার প্রতিটি কণা PQ হতে $x$ দূরে বিবেচনা করা যায়। কাজেই PQ-এর সাপেক্ষে এই পাতলা চোঙের জড়তার ভ্রামক

$$= \frac{2Mx dx}{r^2} \times x^2 = \frac{2M}{r^2} x^3 dx$$

সমগ্র চোঙটিকে সমাক্ষীয় অনুরূপ অনেকগুলো পাতলা ফাঁপা চোঙের সমন্বয়ে গঠিত বিবেচনা করা যায়।

কাজেই $x = 0$ ও $x = r$ এই সীমার মধ্যে উপরোক্ত ফাঁপা চোঙের জড়তার ভ্রামককে সমাকলন করলে নিজ অক্ষ PQ-এর সাপেক্ষে সমগ্র চোঙটির জড়তার ভ্রামক I পাওয়া যাবে।

$$\therefore \quad I = \int_0^r \frac{2M}{r^2} x^3 dx = \frac{2M}{r^2} \int_0^r x^3 dx = \frac{2M}{r^2} \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^r$$

$$= \frac{2M}{4r^2} \left[r^4 - 0\right]$$

$$\therefore \quad I = \frac{1}{2} Mr^2 \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \qquad (4.42)$$

এক্ষেত্রে চক্রগতির ব্যাসার্ধ K হলে,

$$MK^2 = \frac{1}{2} Mr^2$$

$$\therefore \quad K = \frac{r}{\sqrt{2}} \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \qquad (4.43)$$

## ৪·১৪ ব্যবহারিক
## Experimental

| | |
|---|---|
| পরীক্ষণের নাম : পিরিয়ড : ২ | **একটি ফ্লাই হুইলের জড়তার ভ্রামক নির্ণয়।**<br>**Determination of moment of Inertia of a Fly Wheel.** |

তত্ত্ব : মনে করি একটি চাকার কৌণিক বেগ $\omega$ এর ব্যাসার্ধ $r$ হলে বস্তুটির রৈখিক বেগ $v = \omega r$। ঐ চাকার জড়তার ভ্রামক I হয়, এবং চাকাটি অক্ষ দণ্ডের সাপেক্ষে ঘুরতে থাকলে তার

ঘূর্ণন গতিশক্তি, $E = \frac{1}{2} I\omega^2 \qquad \ldots \quad \ldots \qquad (i)$

চাকাটির প্রতি ঘূর্ণনের জন্য ঘর্ষণের বিরুদ্ধে W পরিমাণ কাজ হয়। $m$ ভরের বস্তু ভূমিতে পড়ার পূর্বে চাকার ঘূর্ণন সংখ্যা $n_1$ হলে মোট কাজের পরিমাণ $= Wn_1$। $m$ ভরের বস্তুটি $h$ উচ্চতা হতে পড়লে তার

স্থিতিশক্তি $= mgh \qquad \ldots \quad \ldots \qquad (ii)$

আমরা জানি অক্ষ দণ্ডের স্থিতি = অক্ষ দণ্ডের গতিশক্তি + চাকার ঘূর্ণন গতিশক্তি + চাকার মোট কাজের পরিমাণ

বা, $mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + Wn_1$

বা, $mgh = \frac{1}{2}m\,\omega^2r^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + Wn_1$ ... ... (iii)

অক্ষ দণ্ডের সাথে যুক্ত সুতার প্রান্তে $m$ ভরের বস্তুটি অক্ষদণ্ড হতে বিচ্ছিন্ন হবার পর ঘূর্ণায়মান চাকাটি $n_2$ বার ঘুরার পর থেমে গেলে, ঘর্ষণের বিরুদ্ধে ব্যয়িত কাজ = $Wn_2$

$\therefore \quad Wn_2 = \frac{1}{2}I\omega^2$

বা, $W = \frac{I\omega^2}{2n_2}$ ... ... (iv)

সমীকরণ (iii)-এ W এর মান বসিয়ে পাই,

$mgh = \frac{1}{2}m\omega^2r^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 +$

বা, $mgh = \frac{1}{2}m\omega^2r^2 + \frac{1}{2}I\omega^2\left($

বা, $2mgh = m\omega^2r^2 + I\omega^2\left(1\right.$

বা, $I\omega^2\left(1 + \frac{n_1}{n_2}\right) = 2mgh - n$

$\therefore \quad I = \frac{2mgh - m\omega^2r^2}{\omega^2\left(1 + \frac{n_1}{n_2}\right)}$

**যন্ত্রপাতি :** একটি লোহার অক্ষ দণ্ড, ভারী ক্যালিপার্স।

**যন্ত্রের বর্ণনা :** ঘূর্ণায়মান একটি ভারী চাকা এক প্রান্তে বেঁধে অন্য প্রান্তে $m$ ভরের বস্তুকে বেঁ

**পরীক্ষা পদ্ধতি :** (১) প্রথমে স্লাইড ক্যালিপ

(২) এরপর ঘূর্ণন সংখ্যা নির্ণয়ের জন্য অক্ষদ দিয়ে দাগ দিয়ে চাকা ঘুরিয়ে অক্ষদণ্ডের উপর সুত হয় এবং সুতার অপর প্রান্তে ভর বেঁধে R অবস্থা দিলে চাকাটি কয়েক বার ঘুরার পর সুতাসহ ভরটি তিত হবে। এই অবস্থায় ভার S বিন্দু স্পর্শ করে বার ঘুরল তার সংখ্যা $n_1$ এবং সময় নির্ণয় করতে হয়

এখন সুতাকে পুনরায় অক্ষ দণ্ডের উপর প্যা অপর প্রান্তে ভার বেঁধে R অবস্থানে এনে ভারকে দিতে হবে যে সময়ে ভারটি মাটি স্পর্শ করে সেই মুহূর্তে চালু করতে হবে। অক্ষ দন্ডটি স্থির অবস্থায় আসার স্টপ ওয়াচ বন্ধ করা হয়। মোট সময় এবং চাকাটি স্থির হলো অর্থাৎ ঘূর্ণন সংখ্যা ($n_2$) গণনা করা হয়।

- বলের মোমেন্ট বা ভ্রামক বা টর্ক সাধারণত $\tau$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- কেন্দ্রমুখী বলের মান প্রযুক্ত বলের মানের সমান এবং বিপরীতমুখী।
- কেন্দ্রমুখী বলকে প্রশমিত করার জন্যই সাইকেল আরোহী তার শরীরকে বক্র পথের কেন্দ্রের দিকে হেলিয়া রাখে।
- Road Banking গাড়ীর দ্রুতি ও বাকের ব্যাসার্ধের উপর নির্ভর করে গাড়ীর ভরের উপর নয়।
- জড়তার মোমেন্ট হ্রাস করার জন্যই দৌড়ে চলার সময় হাত গুটিয়ে রাখা হয়।
- দ্বন্দ্বের দুটি বলের মধ্যবর্তী লম্ব দূরত্বকে বাহু বলে।
- দ্বন্দ্বের ভ্রামক ঘূর্ণন অক্ষের অবস্থানের উপর নির্ভরশীল নয়।
- পৃথিবী ও সূর্যের মধ্যে যে সব বল কাজ করে তা হলো:
  - মহাকর্ষ বল
  - অভিকর্ষ বল
  - অভিকেন্দ্র বল
  - অপকেন্দ্রিক বল
- মোচড় বা টর্ক বা ব্যবর্তন বল = জড়তার ভ্রামক × কৌণিক ত্বরণ
- টর্ককে $\tau$ দ্বারা সূচিত করা হয়।
- দৌড়ানোর সময় হাত গুটিয়ে রাখা হয় জড়তার ভ্রামক হ্রাস করতে।
- একই জায়গায় চক্রাকারে ঘোরার সময় হাত প্রসারিত করা হয় জড়তার ভ্রামক বাড়ানোর জন্য।
- একটি মোটর যখন এর চাক দন্ডের উপর টর্ক প্রয়োগ করে তখন চাকদণ্ড ও মোটরের উপর সমান ও বিপরীত মুখী টর্ক প্রয়োগ করে।
- সমঘূর্ণন গতিতে চললে গতির কোন পরিবর্তন হয় না, সব সময় দ্রুতি সমান থাকে। ব্যাংকিং করা হয় কেন্দ্রমুখী বল বাড়ানোর জন্য। ব্যাংকিং না করলে কেন্দ্রবিমুখী বলের প্রভাবে গাড়ি উল্টে যাবে।
- **সংঘর্ষ:** দুটি বস্তু যদি একটা খুব বড় মানের বলে খুব অল্প সময়ের জন্যে পরস্পরকে আঘাত করে তাহলে তাকে বলা হয় সংঘর্ষ। সংঘর্ষ ২ প্রকার:
- **1. স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ:** দুটি বস্তুর মধ্যে সংঘর্ষ হলে যদি মোট গতি শক্তি সংরক্ষিত থাকে তাহলে তাকে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে। যেমন: পরমাণু ইলেকট্রন ইত্যাদির মধ্যে সংঘর্ষ।
- **2. অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ:** দুটি বস্তুর মধ্যে ধাক্কা লাগলে বা সংঘর্ষ হলে যদি বস্তুগুলোর মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত না হয় তাহলে তাকে অস্থিতিস্থাপক সংঘ বলে। যেমন: বন্দুকের গুলি যখন লক্ষ্যবস্তুতে যুক্ত হয়।
- **নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা:** নিউটনের গতিসূত্র আলোর বেগে কাছাকাছি বেগ সম্পন্ন কণার ক্ষেত্রে প্রয়োগ করা যায় না। পরমাণুর অভ্যন্ত ইলেকট্রনের গতি অথবা দুটি প্রোটনের মধ্যে ধাক্কা ইত্যাদি ক্ষেত্রে এই প্রযোজ্য নয় কারণ উভয়ক্ষেত্রেই কণার বেগ প্রায় আলোর বেগের সমান।

ব্যাখ্যা : সূত্রানুযায়ী বাহ্যিক টর্কের ক্রিয়াতেই কেবলমাত্র বস্তুর কৌণিক বেগের তথা কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন সম্ভব। টর্কের ক্রিয়া ছাড়া বস্তুর কৌণিক বেগ হবে সমকৌণিক বেগ। আর বস্তু আপনা হতেই তার কৌণিক ভরবেগের উপর প্রভাব ফেলতে পারে না। কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনকারীই হচ্ছে টর্ক। সুতরাং, বস্তুর উপর টর্কের লব্ধি শূন্য হলে ঐ বস্তুর কৌণিক ত্বরণও শূন্য হবে।

(২) **দ্বিতীয় সূত্র : ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার ঐ বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল টর্কের সমানুপাতিক এবং টর্ক যে দিকে ক্রিয়া করে কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনও ঐ দিকে ঘটে।**

ব্যাখ্যা : সূত্রানুযায়ী কৌণিক ভরবেগ $L = I\omega$ -এর পরিবর্তনের হার $\frac{dL}{dt}$ প্রযুক্ত টর্ক $\tau$-এর সমানুপাতিক।

অর্থাৎ, $\tau \propto \frac{dL}{dt} \propto I\frac{d\omega}{dt}$

$\propto I\alpha$

বা, $\tau = KI\alpha$

এখানে K একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। এস. আই. এককে $K = 1$

$\therefore \vec{\tau} = I\vec{\alpha}$ ... ... ... (4.44)

টর্ক $\tau$-এর অভিমুখেই কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন $dL$ সংঘটিত হবে।

বর্ণনা অনুযায়ী কৌণিক ত্বরণের উৎসই টর্ক।

**তৃতীয় সূত্র : প্রত্যেক ক্রিয়ামূলক টর্কের একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়ামূলক টর্ক আছে।**

ব্যাখ্যা : বস্তু A অপর একটি বস্তু B-এর উপর $\vec{\tau_{12}}$ টর্ক প্রয়োগ করলে B বস্তুও A-এর উপর সমান ও বিপরীতমুখী টর্ক $\vec{\tau_{21}}$ প্রয়োগ করবে। এখানে A কর্তৃক B-এর উপর প্রযুক্ত টর্ক $\vec{\tau_{12}}$ ক্রিয়ামূলক টর্ক ও B কর্তৃক A-এর উপর প্রযুক্ত টর্ক $\vec{\tau_{21}}$ হচ্ছে প্রতিক্রিয়ামূলক টর্ক।

$\therefore \vec{\tau_{12}} = -\vec{\tau_{21}}$ ও $\tau_{12} = \tau_{21}$

প্রতিক্রিয়ামূলক টর্কের দিক ক্রিয়ামূলক টর্কের বিপরীতমুখী, তাই ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করা হয়েছে।

## ৪·১৬ কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা
### Conservation of angular momentum

কৌণিক গতির জন্য নিউটনের প্রথম সূত্র হতে আমরা জানি বাহ্যিক টর্কের ক্রিয়াতেই কেবলমাত্র বস্তুর কৌণিক বেগের তথা কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন হয়। টর্কের ক্রিয়া না থাকলে বস্তুটি সমকৌণিক বেগে ঘুরতে থাকে। অর্থাৎ সময়ের সাপেক্ষে কৌণিক বেগ ধ্রুব হয়। ফলে কৌণিক ভরবেগও ধ্রুব হয়। একে কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র বলে। সুতরাং বলা যায়, **কোনো বস্তুর উপর টর্কের লব্ধি শূন্য হলে বস্তুটির কৌণিক ভরবেগ সংরক্ষিত থাকে।**

**গাণিতিক প্রমাণ :** আমরা জানি কৌণিক ভরবেগ,

$L = I\omega$ ... ... ... (4.45)

এখানে L বস্তুর কৌণিক ভরবেগ, I জড়তার ভ্রামক এবং $\omega$ কৌণিক বেগ।

সমীকরণ (4.45)-কে সময়ের সাপেক্ষে ব্যবকলন করে পাওয়া যায়,

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}(I\omega) = I\frac{d\omega}{dt}$$

কিন্তু $\frac{d\omega}{dt} = \alpha$

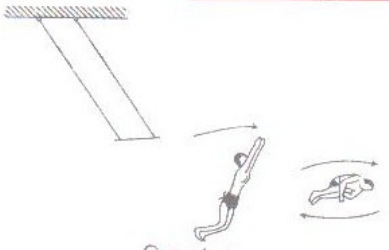
অতএব, $\frac{dL}{dt} = I\alpha = \tau$ [ নিউটনের কৌণিক গতির ২য় সূত্র অনুসারে ]

এখন $\tau = 0$, অর্থাৎ বস্তুর উপর টর্ক ক্রিয়াশীল না হলে,

$$\frac{dL}{dt} = 0 \quad \therefore \; L = \text{ধ্রুবক}$$

কাজেই, **বস্তুর উপর ক্রিয়ারত বহিস্থ টর্কের লব্ধি শূন্য হলে, ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন হবে না। এটিই কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র।**

**উদাহরণ :** তোমরা সার্কাসে ট্রাপিজ খেলা দেখে থাকলে দেখবে খেলোয়াড়রা শূন্যে নানা রকম কসরৎ দেখায়। দোলনা থেকে লাফ দেয়ার সময় খেলোয়াড়ের হাত ও পা সোজা প্রসারিত থাকে। এই সময় তার কৌণিক বেগ খুব কম থাকে। এবার হাত ও পা গুটিয়ে বুকের কাছে আনলে খেলোয়াড়ের কৌণিক বেগ বেড়ে যায়; ফলে তার পক্ষে শূন্যে পর পর ডিগবাজী খাওয়া সম্ভব হয়। হাত পা গুটিয়ে নেয়ার জন্য খেলোয়াড়টির জড়তার ভ্রামক (I) কমে যায়; কিন্তু তার কৌণিক ভরবেগ $L = I\omega$ ধ্রুব থাকে বলে I কমে যাওয়ায় কৌণিক বেগ $\omega$ বেড়ে যায় [চিত্র ৪·৩২]।



চিত্র ৪·৩২

**যাচাই কর :** ডাইভিং বোর্ড থেকে লাফ দেয়ার সময় অথবা বরফের উপর স্কেটিং করতে করতে পায়ের আঙ্গুলের উপর ভর দিয়ে ঘোরার যে কসরৎ দেখানো হয় সেগুলোর ব্যাখ্যা দাও।

### গাণিতিক উদাহরণ

**১। 40 kg ভরের একটি বালক নাগরদোলায় চড়ে 20 m ব্যাসের বৃত্তাকার পথে 6 rpm কৌণিক বেগে ঘুরছে। বালকটির কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর।**

আমরা জানি,

$$L = I\omega = mr^2\omega = 40 \times (10)^2 \times \frac{1}{5}\pi \text{ kg m}^2\text{s}^{-1}$$
$$= 2{\cdot}512 \times 10^3 \text{ kg m}^2\text{s}^{-1}$$

এখানে $\omega = \frac{6 \times 2\pi}{60} = \frac{1}{5}\pi \text{ rad s}^{-1}$

$m = 40 \text{ kg}$

$r = \frac{d}{2} = \frac{20 \text{ m}}{2} = 10 \text{ m}$

**২। মঙ্গল গ্রহ সূর্যকে কেন্দ্র করে $2{\cdot}28 \times 10^{11}$ m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে ঘুরে নিয়ে এর কৌণিক ভরবেগ নির্ণয় কর। মঙ্গল গ্রহের ভর $6{\cdot}46 \times 10^{23}$ kg এবং আবর্তন কাল $5{\cdot}94 \times 10^7$ s।**

আমরা জানি, কৌণিক ভরবেগ,

$$L = I\omega = mr^2 \times W = mr^2 \times \frac{2\pi}{T}$$
$$= \frac{6{\cdot}46 \times 10^{23} \times (2{\cdot}28 \times 10^{11}) \times 2 \times 3{\cdot}14}{5{\cdot}94 \times 10^7}$$
$$\therefore \; = 3{\cdot}55 \times 10^{39} \text{ kgm}^2\text{s}^{-1}$$

এখানে,

ব্যাসার্ধ $= 2{\cdot}28 \times 10^{11}$ m

ভর, $m = 6{\cdot}46 \times 10^{23}$ kg

আবর্তন কাল, $T = 5{\cdot}94 \times 10^7$ s

কৌণিক ভরবেগ, $L = ?$

## ৪·১৭ কেন্দ্রমুখী বল ও কেন্দ্রবিমুখী বল
## Centripetal and Centrifugal Force

### কেন্দ্রমুখী বল
### Centripetal force

নিউটনের প্রথম সূত্র অনুযায়ী গতি জড়তার জন্য সচল বস্তু সব সময় সমবেগে সরলরেখা বরাবর চলতে চায়। কাজেই বাইরে থেকে কোনো বল ক্রিয়া না করলে বস্তুর গতির অভিমুখ আপনা আপনি পাল্টায় না। বৃত্তপথে আবর্তনরত বস্তুর গতির অভিমুখ প্রতি মুহূর্তে পাল্টে যায়; সুতরাং ঐ বস্তুর উপর নিশ্চয়ই বাইরে থেকে একটি বল সবসময় ক্রিয়া করে।

আগেই আমরা দেখেছি যে, $m$ ভরের কোনো বস্তু যখন $r$ ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে $v$ দ্রুতি নিয়ে ঘুরতে থাকে তখন ঐ বস্তুর উপর সবসময় কেন্দ্রাভিমুখী ত্বরণ $\frac{v^2}{r}$ ক্রিয়া করে। নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী একটি বল ক্রিয়া করায়

এই ত্বরণ সৃষ্টি হচ্ছে। স্পষ্টত এই বলও কেন্দ্রাভিমুখী হবে অর্থাৎ ব্যাসার্ধ বরাবর বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে ক্রিয়া করবে এবং এর মান বস্তুর ভর ও অভিকেন্দ্র ত্বরণের গুণফলের সমান অর্থাৎ $\frac{mv^2}{r}$-এর সমান হবে। কোনো কারণে এই বলের ক্রিয়া বন্ধ হলে বস্তুটিকে বৃত্তপথে ঘোরাবার জন্য কোনো বল থাকবে না। তখন বস্তুটি বৃত্তের স্পর্শক বরাবর ছুটে যাবে এবং সমবেগে সরলরেখায় চলতে থাকবে।

**যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে চলতে থাকে এবং যে বল সবসময় বস্তুর গতিপথের সঙ্গে লম্বভাবে ভেতরের দিকে অর্থাৎ বৃত্তের কেন্দ্রাভিমুখে ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী বা অভিকেন্দ্র বল (Centripetal force) বলা হয়।**

$m$ ভরের বস্তু $r$ ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে সমদ্রুতি $v$ নিয়ে চলতে থাকলে অভিকেন্দ্র বলের মান $\frac{mv^2}{r}$ হয়। কৌণিক বেগে প্রকাশ করলে অভিকেন্দ্র বলের মান হয় $m\omega^2 r$.

**কেন্দ্রমুখী বল একটি কার্যহীন বল :**

অভিকেন্দ্র বল সব সময় গতিপথের লম্বদিকে ক্রিয়া করায় ঐ বলের অভিমুখে বস্তুর কোনো সরণ হয় না। সুতরাং অভিকেন্দ্র বল কোনো কাজ করে না। এই কারণে অভিকেন্দ্র বলকে কার্যহীন বল (no-work force) বলে।

**কেন্দ্রবিমুখী প্রতিক্রিয়া :** বৃত্তপথে আবর্তনরত বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল অভিকেন্দ্র বল বাইরে থেকে প্রযুক্ত হয়। বাইরে থেকে যে বস্তু ঐ বল প্রয়োগ করে তার উপর প্রথম বস্তুটি নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুযায়ী সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে। স্পষ্টত এই প্রতিক্রিয়া বল বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাসার্ধ বরাবর বাইরের দিকে ক্রিয়া করে। একে কেন্দ্রবিমুখী প্রতিক্রিয়া (centrifugal reaction) বলে।

মনে কর, একটি পাথরের টুকরাকে সুতোয় বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘোরানো হচ্ছে [চিত্র ৪·৩৩]। পাথরটির উপর সবসময় সুতোর মাধ্যমে অভিকেন্দ্র বল $F_C$ ক্রিয়া করছে। এখানে সুতোর টানই হলো প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল। সুতোটি হঠাৎ ছিঁড়ে গেলে অভিকেন্দ্র বল $F_C$-এর ক্রিয়া বন্ধ হয়ে যায়; সঙ্গে সঙ্গে পাথরটি বৃত্তের স্পর্শক বরাবর সরলরেখায় সমবেগে ছুটে যায়। বৃত্তাকার পথে ঘুরবার সময় পাথরটি হাতের উপর সমান ও বিপরীতমুখী অপকেন্দ্র প্রতিক্রিয়া $F_R$ প্রয়োগ করে; ফলে হাতের উপর কেন্দ্র থেকে বাইরের দিকে একটি টান অনুভূত হয়। অন্যান্য ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়ার মতো এখানেও $F_C$ এবং $F_R$ একই বস্তুর উপর ক্রিয়া করে না; দুটি পৃথক বস্তু যেমন, যথাক্রমে পাথর খণ্ড ও হাতের উপর ক্রিয়া করে। সুতো ছিঁড়ে গেলে দুটি বলই একসঙ্গে লোপ পায়।



চিত্র ৪·৩৩

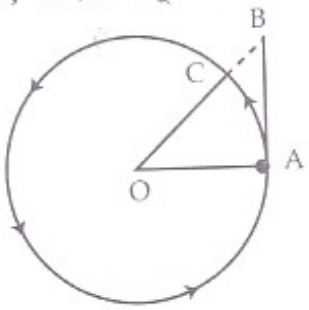
অভিকেন্দ্র বলের আরও অনেক উদাহরণ দেয়া যায়। সৌর জগতের প্রতিটি গ্রহ সূর্যের চারদিকে আবর্তন করে। সূর্য ঐ সব গ্রহের উপর যে মহাকর্ষীয় আকর্ষণ প্রয়োগ করে, তা গ্রহগুলির উপর অভিকেন্দ্র বল রূপে ক্রিয়া করে।

## কেন্দ্রবিমুখী বল বা অপকেন্দ্র বল
**Centrifugal force**

আগেই আমরা দেখেছি যে বৃত্তপথে আবর্তনরত প্রতিটি বস্তুর উপর সবসময় বৃত্তের কেন্দ্রাভিমুখী একটি বল অর্থাৎ অভিকেন্দ্র বল ক্রিয়া করে। পৃথিবী সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে। এখানে পৃথিবীর উপর সূর্যের মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল হলো অভিকেন্দ্র বল। স্বাভাবিকভাবে প্রশ্ন উঠতে পারে— অভিকেন্দ্র বল কোন বলের দ্বারা প্রশমিত হয় ? কোন বাধার জন্য পৃথিবী সোজা সূর্যের দিকে ছুটে যায় না ? আপাতদৃষ্টিতে মনে হয় যে সূর্যের আকর্ষণের সমান ও বিপরীতমুখী আরেকটি বল পৃথিবীর উপর ক্রিয়া করছে। এই আপাত প্রতীয়মান বলকে কেন্দ্রবিমুখী বল বা অপকেন্দ্র বল (centrifugal force) বলা হয়। স্পষ্টত অপকেন্দ্র বল অভিকেন্দ্র বলের সমান ও বিপরীতমুখী। কিন্তু মনে রাখতে হবে যে, অপকেন্দ্র বলের কোনো বাস্তব অস্তিত্ব নেই। তাই প্রকৃতপক্ষে অভিকেন্দ্র বল কোনো বাস্তব বলের (real force) দ্বারা প্রতিমিত হচ্ছে না। অভিকেন্দ্র বা অপকেন্দ্র বল একটি অলীক বল।

বৃত্তপথে আবর্তনরত সব বস্তুরই বৃত্তের স্পর্শক বরাবর ছুটে যাওয়ার প্রবণতা থাকে; যেমন, ঘুরন্ত পাথরের উদাহরণে সুতো ছিঁড়ে গেলে পাথরটি স্পর্শক বরাবর ছুটে যায়। মনে করি, বৃত্তপথে আবর্তনরত একটি বস্তু কোনো

মুহূর্তে A বিন্দুতে অবস্থান করছে [চিত্র ৪·৩৪]। যদি বস্তুর উপর বৃত্তের কেন্দ্র O এর দিকে কোনো অভিকেন্দ্র বল ক্রিয়া না করত, তাহলে বস্তুটি অল্প সময় পর স্পর্শক বরাবর অন্য কোনো বিন্দু B-তে পৌঁছত। কিন্তু অভিকেন্দ্র বল সবসময় ক্রিয়া করে বলে বস্তুটি O কেন্দ্রের দিকে কিছুটা এগিয়ে আসে এবং অবশেষে B-এর বদলে বৃত্তপথের আরেকটি বিন্দু C-তে পৌঁছায়। অর্থাৎ অভিকেন্দ্র বলের প্রভাবেই প্রতিমুহূর্তে বস্তুটি বৃত্তপথে ঘুরতে বাধ্য হয়। সুতরাং বস্তুর ঘূর্ণন গতিতে অভিকেন্দ্র বলের ক্রিয়া সবসময় বজায় থাকে। কাজেই অভিকেন্দ্র বল কোনো বাস্তব বল দ্বারা প্রতিমিত হয় না। এজন্য অভিকেন্দ্র বলের বিপরীত দিকে ক্রিয়ারত অপকেন্দ্র বলের উপস্থিতিকে আপাত সত্য বলে ধরা হয়। তাই একে অলীক বল (pseudo force) বলা হয়।

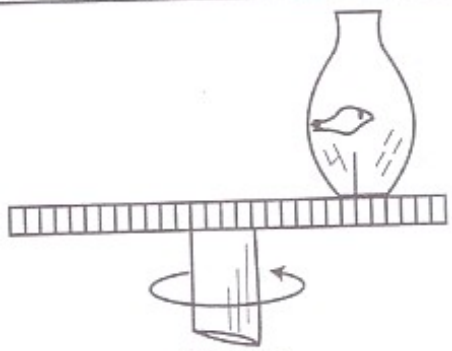


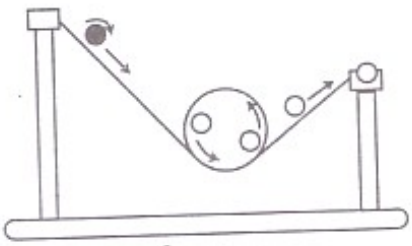
চিত্র ৪·৩৪

**সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে আবর্তনরত বস্তুর উপর অভিকেন্দ্র বলের সমান ও বিপরীতমুখী অর্থাৎ কেন্দ্র থেকে বাইরের দিকে একটি অলীক বল ক্রিয়া করে। একে কেন্দ্রবিমুখী বা অপকেন্দ্র বল বলে।**

**তোমরা নিচের পরীক্ষাগুলো নিজে অথবা কয়েক গ্রুপ করে প্রদর্শন কর**

**পরীক্ষণ ১ :** একটি ঘুরন্ত টেবিলের উপর অক্ষ থেকে কিছু দূরে একটি জ্বলন্ত মোমবাতি বসাও। মোমবাতিটি যাতে বাতাসে নিভে না যায় সেজন্য একটি চিমনি দিয়ে ওটিকে ঢেকে দাও। দেখা যায় যে বাতিটির শিখা টেবিলের কেন্দ্রের দিকে ঝুঁকে পড়ছে [চিত্র ৪·৩৫]। এর কারণ ব্যাখ্যা কর।


চিত্র ৪·৩৫


চিত্র ৪·৩৬

**পরীক্ষণ ২ :** টিনের বা অ্যালুমিনিয়ামের একটি লম্বা পাতকে বাঁকিয়ে ৪·৩৬ চিত্রের মতো একটি পথ তৈরি কর। ঐ পথের এক প্রান্ত থেকে একটি মার্বেল গড়িয়ে দাও। মার্বেলটিকে যথেষ্ট জোরে গড়িয়ে দিলে দেখা যায় যে, মার্বেলটি বৃত্তাকার পথটুকুতে নিচে না পড়ে গিয়ে পুরো একপাক ঘুরে আসে। এখানে মার্বেলের ওজন অপকেন্দ্র বল দ্বারা প্রতিমিত হয়। অনুরূপ পরীক্ষা আংশিক পানিপূর্ণ বালতি বা গ্লাস নিয়ে করা যায়। ওদের উল্লম্ব তলে জোরে ঘোরালে দেখা যায় যে পানি পড়ছে না। এর কারণ ব্যাখ্যা কর।

## কেন্দ্রমুখী এবং কেন্দ্রবিমুখী বলের ব্যবহার
## Applications of Centripetal and Centrifugal Forces

### ব্যবহারিক দৃষ্টান্ত
### Practical examples

১। রাস্তার 'ব্যাঙ্কিং' (Banking of roads) :

(ক) অনুভূমিক রাস্তায় গাড়ির বাঁক নেয়া : মনে করি, অনুভূমিক রাস্তার মোড়ে একটি গাড়ি বাঁক নিচ্ছে। এখানে গাড়ির চাকা এবং রাস্তার মধ্যে ঘর্ষণ বল বাঁক নেয়ার জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল সরবরাহ করে।

ঘর্ষণ স্থিতি ঘর্ষণ এবং স্বনিয়ন্ত্রক। বাঁক নেয়ার সময় গাড়ির চাকাগুলি বাইরের দিকে ছিটকে যেতে চায়। ঘর্ষণ বল রাস্তার বাঁকের কেন্দ্রাভিমুখী ক্রিয়া করে এই হড়কে যাওয়ার প্রবণতাকে বাধা দেয়। গাড়িটি খুব দ্রুত বেগে চলতে চলতে বাঁক নিলে প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বলের মানও খুব বেশি হয়। কিন্তু ঘর্ষণ বলের মান একটি নির্দিষ্ট সীমার বেশি হতে পারে না। তাই গাড়ি খুব দ্রুতগতিতে বাঁক নিলে ঘর্ষণ বল প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল সরবরাহ করতে পারে না। ফলে গাড়িটি রাস্তা থেকে ছিটকে যায়।

মনে করি, $m$ ভরের একটি গাড়ি $v$ দ্রুতি নিয়ে $r$ ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তপথে বাঁক নিচ্ছে। গাড়ির চাকা এবং রাস্তার ক্রিয়াশীল মোট ঘর্ষণ বল F হলে গাড়িটি নিরাপদে বাঁক নেয়ার শর্ত হবে

$$F = \frac{mv^2}{r}$$

F-এর মান যত বেশি হবে গাড়িটি তত বেশি বেগে বাঁক নিতে পারবে। কিন্তু F-এর সর্বোচ্চ মান হলো $\mu mg$ ; মানে $\mu$ হলো গাড়ির চাকা এবং রাস্তার মধ্যে স্থিতি ঘর্ষণ গুণাঙ্ক। অর্থাৎ, $F \le \mu mg$.

সুতরাং, গাড়িটি নিরাপদে বাঁক নেয়ার শর্ত হলো

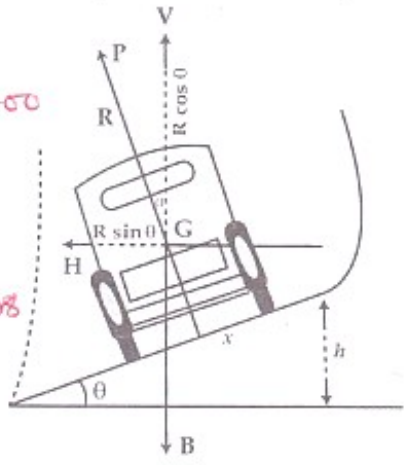
$$\frac{mv^2}{r} \le \mu mg$$

বা, $v^2 \le \mu rg$

বা, $v \le (\mu rg)^{1/2}$

গাড়ির দ্রুতি এই মান থেকে অর্থাৎ $(\mu rg)^{1/2}$ থেকে বেশি হলে গাড়ি রাস্তা থেকে ছিটকে যাবে।

**(খ) ব্যাঙ্কিং যুক্ত রাস্তায় গাড়ির বাঁক নেয়া :** অনুভূমিক রাস্তায় গাড়ি জোরে বাঁক নিলে গাড়ির চাকা এবং রাস্তার মধ্যে ক্রিয়াশীল ঘর্ষণ বল চাকার ক্ষতি করে। এই শক্তি কমাবার জন্য এবং গাড়ি ছিটকে গিয়ে দুর্ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা রোধ করার জন্য প্রতিটি বাঁকে রাস্তার বাইরের দিক ভেতরের দিকের চেয়ে কিছুটা উঁচু করা হয় অর্থাৎ রাস্তাটি বাঁকের কেন্দ্রের দিকে একটু ঢালু করা থাকে। একে রাস্তার 'ব্যাঙ্কিং' বলে। এর ফলে গাড়ি বাঁক নেয়ার জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বলের একাংশ গাড়ির উপর রাস্তা দ্বারা প্রযুক্ত প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক উপাংশ যোগান দেয়; বাকি অংশ ঘর্ষণ থেকে আসে। ব্যাঙ্কিং কোণের মান সঠিক হলে প্রতিক্রিয়ার অনুভূমিক উপাংশ থেকেই প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল পাওয়া যায়; তখন ঘর্ষণ বলের কোনো ভূমিকা থাকে না।



চিত্র ৪·৩৭

এখানে গাড়ির উপর দুটি বল ক্রিয়া করছে— (i) গাড়ির ওজন W খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে এবং (ii) রাস্তা দ্বারা প্রযুক্ত প্রতিক্রিয়া R রাস্তার তলের সঙ্গে লম্বভাবে উপরের দিকে ক্রিয়া করে [চিত্র ৪·৩৭]। মনে করি, রাস্তার তল অনুভূমিক তলের সঙ্গে $\theta$ কোণে আনত; $\theta$-কে ব্যাঙ্কিং কোণ (angle of banking) বলে। প্রতিক্রিয়া R-এর উল্লম্ব উপাংশ $R \cos \theta$ গাড়ির ওজন W-কে প্রতিমিত করে এবং অনুভূমিক উপাংশ $R \sin \theta$ প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বলের যোগান দেয়। গাড়ির ভর $m$, দ্রুতি $v$ এবং রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধ $r$ হলে

$$R \sin \theta = \frac{mv^2}{r}$$

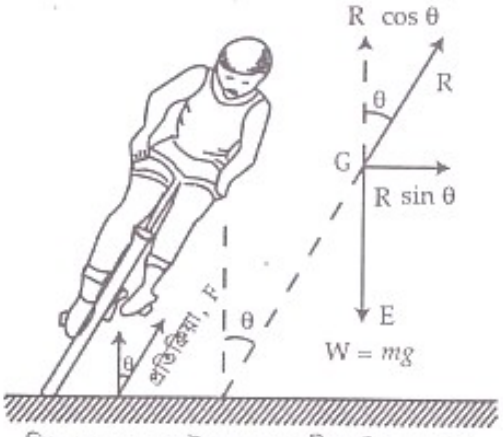
$$R \cos \theta = W = mg$$

ভাগ করে পাই, $$\tan \theta = \frac{v^2}{rg} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.46)$$

এই সমীকরণ থেকে সঠিক ব্যাঙ্কিং কোণের মান নির্ণয় করা যায়। এই মান গাড়ির দ্রুতি $v$-এর উপর নির্ভর করে; এজন্য গাড়ির বেগের কেবলমাত্র একটি নির্দিষ্ট মানের জন্যই রাস্তার বাঁকে সঠিকভাবে ব্যাঙ্কিং করা যায়।

বর্তমানে আধুনিক হাইওয়ের (Highway) প্রতিটি বাঁকে দুর্ঘটনা এড়াবার জন্য ব্যাঙ্কিং করা হয়। রেললাইনের বাঁকেও ব্যাঙ্কিং করা হয়; বাইরের লাইনটিকে ভেতরের লাইন থেকে উঁচু করে বসানো হয়। প্রতিটি বাঁকের মুখে সর্বোচ্চ দ্রুতিসীমা লেখা বোর্ড টাঙানো থাকে; ফলে চালকরা এই সীমার বেশি বেগে গাড়ি চালাবার বিপদ সম্পর্কে সজাগ থাকেন। তাই দুর্ঘটনার সম্ভাবনা কমে যায়।

২। **সাইকেল আরোহীর বাঁক নেওয়া :** কোনো সাইকেল আরোহীর বাঁক নেওয়ার ঘটনাও আমরা অনুরূপভাবে আলোচনা করতে পারি। বাঁক নেওয়ার সময় সাইকেলসহ আরোহী আপনা আপনিই ভেতরের দিকে অর্থাৎ রাস্তার বাঁকের কেন্দ্র যেদিকে সেদিকে ঝুঁকে পড়ে [চিত্র ৪·৩৮]। ফলে সাইকেলসহ আরোহী আনতভাবে রাস্তার উপর চাপ দেয়; অতএব রাস্তার প্রতিক্রিয়া R অনুভূমিক তলের সঙ্গে $\theta$ কোণ করে সাইকেলের উপর প্রযুক্ত হয়। এই প্রতিক্রিয়ার অনুভূমিক উপাংশই প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বলের যোগান দেয়। যদি বাঁকের মুখে ভারসাম্য রক্ষা করার জন্য সাইকেলসহ আরোহী উল্লম্ব রেখার সঙ্গে $\theta$ কোণ করে ভেতরের দিকে ঝোঁকে তাহলে প্রতিক্রিয়া বল R এর উল্লম্ব এবং অনুভূমিক উপাংশ হবে $R\cos\theta$ এবং $R\sin\theta$। প্রতিক্রিয়ার এই উল্লম্ব উপাংশ আরোহীসমেত সাইকেলের ওজন $mg$-কে প্রশমিত করে আর অনুভূমিক উপাংশই প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল $\frac{mv^2}{r}$ সরবরাহ করে।



চিত্র ৪·৩৮ : সাইকেল আরোহীর বাঁক নেওয়া।

$\therefore \quad R\cos\theta = mg$

এবং $R\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$ বা, $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$ $\quad \therefore \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right)$

সাইকেলসহ আরোহীকে এই $\theta$ কোণে বাঁক নিতে হবে। আরোহীর বেগ যত বেশি হবে বাঁকের ব্যাসার্ধ তত কম হবে এবং তাকে তত বেশি হেলতে হবে। উপরিউক্ত সমীকরণ থেকে সাইলেকসহ আরোহীর বেগ $v = \sqrt{rg\tan\theta}$ নির্ণয় করা যায়।

৩। **গ্রহগুলোর গতি (Motion of the planets) :** গ্রহগুলো নিজ নিজ কক্ষপথে সূর্যের চারদিকে আবর্তন করছে। এখানে প্রতিটি গ্রহের উপর ক্রিয়ারত সূর্যের মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বলই হলো প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল।

অনুরূপভাবে গ্রহের চারদিকে আবর্তনরত উপগ্রহের ক্ষেত্রে অভিকেন্দ্র বল হলো গ্রহের মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। 50 m ব্যাসের বৃত্তাকার পথে কোনো মোটর সাইকেল আরোহী কত বেগে ছুটলে উল্লম্ব তলের সাথে তিনি 30° কোণে আনত থাকবেন ?**

আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

বা, $v^2 = rg\tan\theta$

বা, $v = \sqrt{rg\tan\theta}$

$\therefore \quad v = \sqrt{25\times 9{\cdot}8\times\tan(30^\circ)}$

$= \sqrt{25\times 9{\cdot}8\times 0{\cdot}577}$

$= 11{\cdot}89\ \text{ms}^{-1}$

এখানে,

$r = \frac{50}{2}\text{ m} = 25\text{ m}$

$\theta = 30^\circ$

$g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$

$v = ?$

**২। 200 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বাঁকা পথে $50{\cdot}4\ kmh^{-1}$ বেগে গাড়ি চালাতে পথটি কত কোণে কাত করে রাখতে হবে ? রাস্তাটি 2 m প্রশস্থ হলে, বাইরের পার্শ্ব ভেতরের পার্শ্ব অপেক্ষা কত উঁচু হতে হবে ?**

আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

বা, $\tan\theta = \frac{(14)^2}{200 \times 9{\cdot}8} = 0{\cdot}1$

$\therefore \quad \theta = \tan^{-1}(0{\cdot}1)$

$= 5{\cdot}7°$

$\theta$-এর মান ক্ষুদ্র হলে,

$\tan\theta = \sin\theta = \frac{h}{x}$ লেখা যায়

এবং $\tan\theta = \frac{h}{x} \quad \therefore \quad 0{\cdot}1 = \frac{h}{2}$

$\therefore \quad h = 0{\cdot}1 \times 2 = 0{\cdot}2\ m$

এখানে,

ব্যাসার্ধ, $r = 200\ m$

বেগ, $v = 50{\cdot}4\ kmh^{-1}$

$= \frac{50{\cdot}4 \times 1000}{3600}\ ms^{-1}$

$= 14\ ms^{-1}$

$g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$

$\theta = ?$

$x = 2\ m$

উচ্চতা, $h = ?$

## ৪·১৮ সংঘর্ষ
## Collision

অতি অল্প সময়ের জন্য বৃহৎ কোনো বল ক্রিয়া করে বস্তুর গতির হঠাৎ ও ব্যাপক পরিবর্তন করাকে সংঘাত বা সংঘর্ষ বলে। ব্যাট দ্বারা ক্রিকেট বলকে আঘাত করা, ক্যারামের স্ট্রাইকার দ্বারা গুটিকে আঘাত করা, কামান হতে গোলা ছোঁড়া ইত্যাদি সংঘাত বা সংঘর্ষের উদাহরণ। একটি আলফা কণা যখন একটি স্বর্ণ নিউক্লিয়াসের খুবই নিকটে আসে তখন অল্প সময়ের জন্য উহারা পরস্পরকে প্রচণ্ড বলে বিকর্ষণ করে। এই ঘটনাকে সংঘর্ষ বলে।

সংঘর্ষ দুই প্রকার; যথা—

(ক) স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (Elastic Collision) এবং

(খ) অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ (Inelastic Collision)

### স্থিতিস্থাপক এবং অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ
### Elastic and Inelastic Collision

### স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ
### Elastic Collision

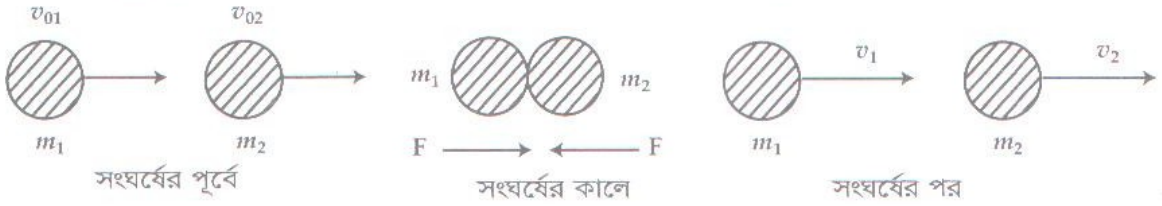
অণু বা পরমাণুর মধ্যে এবং ইলেকট্রন, প্রোটন, নিউট্রন ইত্যাদি কণার মধ্যে যখন সংঘর্ষ ঘটে তখন মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত থাকে। এই ধরনের সংঘর্ষ পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে মনে করা যায়। এই ধরনের সংঘর্ষ একটি আদর্শ ঘটনা, বাস্তবে এ রকম সংঘর্ষ দেখতে পাওয়া যায় না। সুতরাং বলা যায় **যে, সংঘর্ষের আগে ও পরে দুটি বস্তুর আপেক্ষিক বেগ অপরিবর্তিত থাকে সেই সংঘর্ষকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।** এই সংঘর্ষের আগে বস্তু দুটির মোট গতিশক্তি যা ছিল সংঘর্ষের পরেও মোট গতিশক্তি একই থাকে।

**উদাহরণ :** দুটি কাচের বা ইস্পাতের বলের সংঘর্ষ প্রায় পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ হয়।

আবার যে সংঘর্ষের পর বস্তু দুটি যুক্ত না হয়ে পরস্পর থেকে বিচ্ছিন্ন হয়ে যায়, কিন্তু সংঘর্ষের পর ওদের আপেক্ষিক বেগ সংঘর্ষের আগের আপেক্ষিক বেগের চেয়ে কম হয়, তাকে **আংশিক স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।** এই ধরনের সংঘর্ষে মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় না। সংঘর্ষের সময় কিছু পরিমাণ গতিশক্তি অন্য শক্তি মূলত তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। বাস্তবে এই ধরনের সংঘর্ষই সাধারণত ঘটে।

**পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে,**

মনে করি $m_1$ এবং $m_2$ ভরের দুটি বস্তু একই সরলরেখায় একই দিকে যথাক্রমে $v_{01}$ এবং $v_{02}$ আদিবেগে চলার সময় মুখোমুখি সংঘর্ষ (head-on collision) ঘটালো। ধরি সংঘর্ষটি পূর্ণ স্থিতিস্থাপক [চিত্র ৪·৩৯]।




চিত্র ৪·৩৯ : পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ

সংঘাতের (impact) সময় বস্তু দুটি পরস্পরের উপর বিপরীতমুখী ক্রিয়া প্রতিক্রিয়া বল F প্রয়োগ করে। F একটি ঘাত বল এবং এর ক্রিয়ায় প্রতিটি বস্তুরই ভরবেগের পরিবর্তন ঘটে। মনে করি, সংঘর্ষের পর বস্তু দুটি একই সরলরেখায় একই দিকে যথাক্রমে $v_1$ এবং $v_2$ বেগ নিয়ে চলতে থাকে। সংঘর্ষের আগে ও পরে বস্তু দুটির বেগের অভিমুখ একই দিকে ধরা হয়েছে। এখানে $v_{01} > v_{02}$ হলে বস্তু দুটির মধ্যে সংঘর্ষ ঘটবে এবং $v_2 > v_1$ হলে বস্তু দুটি সংঘর্ষের পর বিচ্ছিন্ন হয়ে যাবে।

এক্ষেত্রে সংঘর্ষের পূর্বে আপেক্ষিক বেগ $= v_{01} - v_{02}$

সংঘর্ষের পর আপেক্ষিক বেগ $= v_2 - v_1$

সংজ্ঞানুযায়ী $v_{01} - v_{02} = v_2 - v_1$

ভরবেগের নিত্যতার সূত্র অনুযায়ী,

সংঘর্ষের আগে মোট ভরবেগ = সংঘর্ষের পরে মোট ভরবেগ

$$m_1v_{01} + m_2v_{02} = m_1v_1 + m_2v_2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.47)$$

এই সমীকরণ থেকে $v_1$ এবং $v_2$ মান নির্ণয় করা যায়। এই দুই বেগ থেকে সংঘর্ষের পরের গতিশক্তিও নির্ণয় করা যায়।

আবার সংঘর্ষের পূর্বের গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv_{01}^2 + \frac{1}{2}mv_{02}^2$ পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে গতিশক্তি সংরক্ষিত হয়। তাই সংঘর্ষের পূর্বের ও পরের গতিশক্তি উভয় পাশে সমান লেখে সমাধান করলে আমরা পাই,

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}mv_{01}^2 + \frac{1}{2}mv_{02}^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.48)$$

অর্থাৎ সংঘর্ষের পরের গতিশক্তি = সংঘর্ষের পূর্বের গতিশক্তি।

**বিশেষ ক্ষেত্র :**

(i) $m_1 = m_2$ হলে, $v_{01} = v_2$ এবং $v_{02} = v_1$ হয়।

(ii) আবার $v_{02} = 0$ হলে, $v_1 = 0$ এবং $v_2 = v_{01}$ হয়।

(iii) $m_2 >> m_1$ হলে, $v_1 = -v_{01}$ এবং $v_2 << v_{01}$।

সুতরাং যদি কোনো হালকা বস্তুর সঙ্গে কোনো বহুগুণ ভারী স্থির বস্তুর সংঘর্ষ ঘটে, তবে ভারী বস্তুটি কার্যত স্থিরই থাকে এবং হালকা বস্তুটি প্রায় সমান বেগে বিপরীত দিকে ছুটে যায়।

(iv) $m_1 >> m_2$ হয়, তবে $v_1 = v_{01}$ এবং $v_2 = 2v_{01}$।

অর্থাৎ হালকা বস্তুর সাথে ভারী বস্তুর সংঘর্ষ ঘটলে সংঘর্ষের পর ভারী বস্তুর বেগ অপরিবর্তিত থাকে কিন্তু হালকা বস্তুর বেগ দ্বিগুণ হয়।

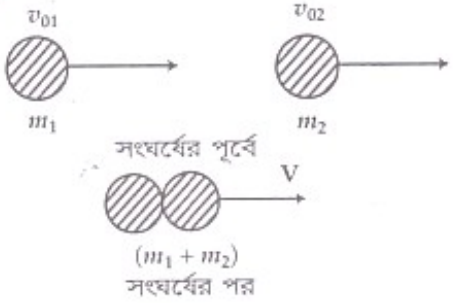
**হতে কলমে কাজ :** তুমি হাতে একটি বল নাও। এবার এটিকে একটি টেবিলের উপর ছুড়ে দাও। টেবিলটি কোন দিকে যাবে? বলটি টেবিলে ধাক্কা খেয়ে বিপরীত দিকে আসবে কেন?

কোনো হালকা বস্তু কোনো ভারী স্থির বস্তুর সঙ্গে সংঘর্ষে লিপ্ত হলে ভারী বস্তুটি স্থির থাকে এবং হালকা বস্তুটি প্রায় দ্বিগুণ বেগে বিপরীত দিকে ছুটে যায়।

## অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ
## Inelastic collision

তোমরা দুটি কাঁদামাটির নরম বলকে সংঘর্ষ ঘটাও তাহলে দেখতে পাবে যে, এই সংঘর্ষে মোট গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় না। এই ধরনের সংঘর্ষও একটি আদর্শ ঘটনা। এ ধরনের সংঘর্ষ অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ। অর্থাৎ যে সংঘর্ষের পর বস্তু দুটি পরস্পরের সঙ্গে যুক্ত হয়ে একটি বস্তুরূপে চলতে থাকে অর্থাৎ যে সংঘর্ষের পর বস্তু দুটির আপেক্ষিক বেগ শূন্য হয়, তাকে অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

৪·৪০ চিত্রে পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ দেখানো হয়েছে। $m_1$ এবং $m_2$ ভরের দুটি বস্তু একই সরল-রেখায় একই দিকে যথাক্রমে $v_{01}$ এবং $v_{02}$ বেগে চলে পরস্পরের সঙ্গে মুখোমুখি সংঘর্ষ ঘটাল। সংঘর্ষের পর বস্তু দুটি পরস্পর যুক্ত হয়ে একই দিকে $v$ বেগে চলতে থাকল।




চিত্র ৪·৪০ : পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ

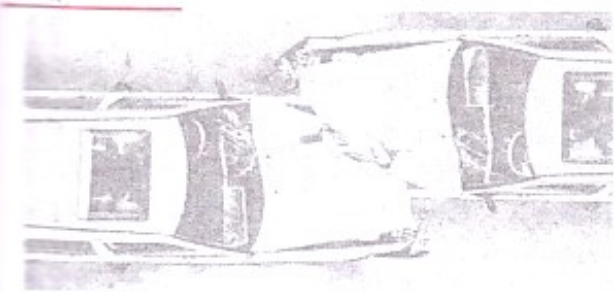
এখন রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি থেকে পাই,

সংঘর্ষের আগে মোট ভরবেগ = সংঘর্ষের পরে মোট ভরবেগ

$\therefore \quad m_1v_{01} + m_2v_{02} = (m_1 + m_2)v$

বা, $\quad v = \dfrac{m_1v_{01} + m_2v_{02}}{m_1 + m_2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.49)$

সংঘর্ষের আগে মোট গতিশক্তি $\frac{1}{2}m{v_{01}}^2 + \frac{1}{2}m_2{v_{02}}^2$ এবং সংঘর্ষের পর মোট গতিশক্তি $\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$ বিয়োগ করে গতিশক্তি ক্ষয় নির্ণয় করা যায়। দেখা যায় যে, গতিশক্তির ক্ষয় আপেক্ষিক বেগ $(v_{01} - v_{02})$ এর বর্গের সমানুপাতিক হয়।



চিত্র ৪·৪১

**যাচাই কর :** পাশের চিত্রটি লক্ষ কর [চিত্র ৪·৪১]। গাড়িটি কি ধরনের সংঘর্ষে লিপ্ত হয়েছে ? স্বভাবতই গাড়িটির সংঘর্ষের পর আপেক্ষিক বেগ 0। যদি সংঘর্ষের পূর্বে গাড়িদ্বয়ের বেগ যথাক্রমে $u_1$, $u_2$ হয় তাহলে সংঘর্ষের পরে বেগ $v$ এর সমীকরণটি লিখে প্রকাশ কর।

### গাণিতিক উদাহরণ

**১। 3 $ms^{-1}$ বেগে 2 kg ভরের একটি বলের সঙ্গে 0·5 kg ভরের আরেকটি স্থির বলের সোজাসুজি সংঘর্ষ ঘটে। যদি (ক) সংঘর্ষের পর এরা একত্রে অন্যের সঙ্গে আটকে যায় এবং (খ) সংঘর্ষটি পূর্ণ স্থিতিস্থাপক হয়, তবে সংঘর্ষের পর বল দুটির বেগ কত হবে ?**

**সমাধান :** (ক) সংঘর্ষের পর বল দুটি একে অন্যের সঙ্গে আটকে যায় বলে সংঘর্ষটি পূর্ণ অস্থিতিস্থাপক হবে। এখানে সংঘর্ষের পর বল দুটির বেগ একই হবে।

ভরবেগের সংরক্ষণশীলতার নীতি অনুযায়ী

$m_1v_{01} + m_2v_{02} = m_1v_1 + m_2v_2$

$\therefore$ এক্ষেত্রে $v_1 = v_2 = v$ বসালে এবং $v_2 = 0$ ধরলে আমরা পাই,

$2 \times 3 + 0 = (2 + 0{\cdot}5) \times v$

সুতরাং $v = 2{\cdot}4$ $ms^{-1}$

(খ) সংঘর্ষটি পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বলে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের ক্ষেত্রে আমরা জানি,

$$v_{01} - v_{02} = v_2 - v_1$$
$$3 - 0 = (v_2 - v_1)$$
$$\therefore \quad v_2 - v_1 = 3 \text{ ms}^{-1} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(i)}$$

আবার ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র অনুযায়ী

$$m_1v_{01} + m_2v_{02} = m_1v_1 + m_2v_2$$
$$2 \times 3 + 0 = 2v_1 + 0{\cdot}5v_2$$
$$\therefore \quad 2v_1 + 0{\cdot}5v_2 = 6 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(ii)}$$

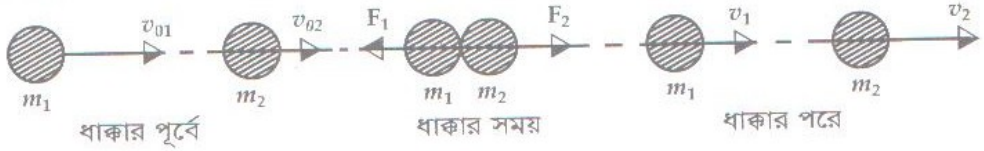
(i) ও (ii) সমাধান করে পাই, $v_1 = 18 \text{ ms}^{-1}$ এবং $v_2 = 4{\cdot}8 \text{ ms}^{-1}$

সুতরাং সংঘর্ষের পর বল দুটি একই দিকে অগ্রসর হবে।

## একমাত্রিক সংঘর্ষ
## One-dimensional Collision

বাচ্চারা যখন মার্বেল খেলে তখন একটি মার্বেল আর একটি মার্বেলকে ধাক্কা দিলে তা যদি ধাক্কার পর সরল পথে চলতে থাকে তাহলে যে সংঘর্ষ হয় তা একমাত্রিক সংঘর্ষ। অর্থাৎ **সংঘাতাধীন বস্তু দুটির আপেক্ষিক গতিবেগ সংঘর্ষের আগে ও পরে একই সরলরেখা বরাবর হলে, ঐ সংঘাতকে একমাত্রিক সংঘর্ষ বলে।**

মনে করি কোনো একটি সরলরেখায় $m_1$ এবং $m_2$ ভরের দুটি বস্তুকণা যথাক্রমে $x$ অক্ষ বরাবর $v_{01}$ এবং $v_{02}$ বেগে একই দিকে চলছে [চিত্র ৪·৪২]। এখানে $v_{01} > v_{02}$। কোনো এক সময়ে প্রথম বস্তুকণাটি পেছনের দিক হতে দ্বিতীয় বস্তুকণাকে ধাক্কা দিল এবং এরপর বস্তুকণা দুটি একই সরলরেখায় ও একই দিকে যথাক্রমে $v_1$ এবং $v_2$ বেগে চলতে লাগল।




চিত্র ৪·৪২

এখানে $m_2$ ভরের বস্তুর উপর প্রযুক্ত ক্রিয়া বল $F_1$ এবং $m_2$ ভরের বস্তুটিও $m_1$ ভরের বস্তুটিতে $F_2$ প্রতিক্রিয়া সৃষ্টি করে।

আবার মনে করি ধাক্কাজনিত ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার কার্যকাল $t$, তা হলে

বস্তুকণা দুটির আদি ভরবেগের সমষ্টি $= m_1v_{01} + m_2v_{02}$ ... ... (4.50)

বস্তুকণা দুটির শেষ ভরবেগের সমষ্টি $= m_1v_1 + m_2v_2$

**নিউটনের গতির তৃতীয় সূত্র অনুসারে**

ক্রিয়া = প্রতিক্রিয়া $\quad \therefore \quad F_2 = -F_1$

সংঘর্ষের সময় ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া বল একই সময় ব্যাপি ক্রিয়া করে।

ধরি সংঘর্ষকালীন সময় $t$ এবং সংঘর্ষের পর বস্তু দুটি পরিবর্তিত $v_{01}$ এবং $v_{02}$ বেগে একই সরলরেখা বরাবর চলতে থাকবে। এই ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়ার ফলে বস্তু দুটির ত্বরণ যথাক্রমে $a_1$ এবং $a_2$ হয়।

$$\therefore \quad F_1 = -F_2$$
$$\therefore \quad m_1a_1 = -m_2a_2$$
$$\text{বা,} \quad m_1\frac{(v_1 - v_{01})}{t} = -m_2\frac{(v_2 - v_{02})}{t}$$
$$\text{বা,} \quad m_1v_1 - m_1v_{01} = -m_2v_2 + m_2v_{02}$$
$$\text{বা,} \quad m_1v_{01} + m_2v_{02} = m_1v_1 + m_2v_2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4.51)$$

ভরবেগের সংরক্ষণশীলতার নীতি অনুযায়ী সংঘর্ষের পূর্বের ভরবেগ = সংঘর্ষের পরের ভরবেগ

এই সমীকরণ একমাত্রিক সংঘর্ষের সমীকরণ।

## গাণিতিক উদাহরণ

১। পানিতে স্থিরভাবে ভাসমান 200 kg একটি বোটের উপর দুই বিপরীত প্রান্তে দুইজন বালক দাঁড়িয়ে আছে। তাদের ভর যথাক্রমে 40 kg এবং 70 kg। যদি তারা প্রত্যেকে এক সাথে 4 $ms^{-1}$ অনুভূমিক বেগে বোট থেকে লাফ দেয় তাহলে বোটটি কোনদিকে কত বেগে গতিশীল হবে ?

আমরা জানি,

$$m_1u_1 + m_2u_2 + m_3u_3 = m_1v_1 + m_2v_2 + m_3v_3$$

বা, $0 + 0 + 0 = 40 \times 4 + 70 \times -4 + 200 \times v_3$

বা, $-120 + 200\, v_3 = 0$

$\therefore \quad v_3 = 0{\cdot}6\ ms^{-1}$, এবং দিক হবে $m_2$ ভরের দিকে

দেয়া আছে

প্রথম বালকের ভর, $m_1 = 40$ kg

দ্বিতীয় বালকের ভর, $m_2 = 70$ kg

বোটের ভর, $m_3 = 200$ kg

লাফ দেবার আগে,

প্রথম বালকের বেগ, $u_1 = 0$

দ্বিতীয় বালকের বেগ, $u_2 = 0$

বোটের বেগ, $u_2 = 0$

লাফ দেবার পর,

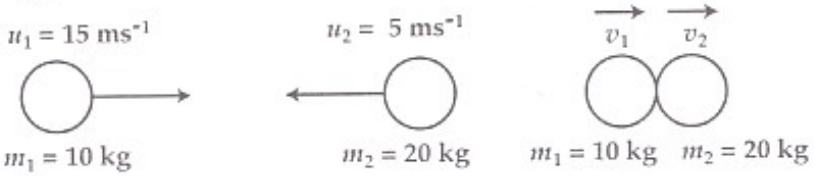
প্রথম বালকের বেগ, $v_1 = 4\ ms^{-1}$

দ্বিতীয় বালকের বেগ, $v_2 = -4\ ms^{-1}$

বোটের বেগ, $v_3 = ?$

## উচ্চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনা গাণিতিক উদাহরণ

১। নিচের চিত্রটি লক্ষ কর। উদ্দীপকে উল্লিখিত ঘটনার মিলিত বেগ কত হবে এবং গতিশক্তি সংরক্ষিত হবে কী? ব্যাখ্যা কর।




সংঘর্ষের পূর্বে সংঘর্ষের পর

চিত্র অনুযায়ী, আমরা জানি,

$$m_1u_1 - m_2u_2 = (m_1 + m_2)v$$

$$10 \times 15 - 20 \times 5 = (10 + 20)\,(v)$$

বা, $150 - 100 = 30 \times v$ বা, $50 = 30\, v$

$\therefore \quad v = \frac{5}{3}\ ms^{-1}$

দুটি বস্তুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে ভরবেগ সংরক্ষিত হয় কিন্তু গতিশক্তি সংরক্ষিত নাও হতে পারে।

সংঘর্ষের পূর্বে গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}mu_2^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (15)^2 + \frac{1}{2} \times 20 \times (5)^2$

$= 5 \times (15)^2 + 10 \times 25 = 1125 + 250 = 1375$ J

সংঘর্ষের পরের গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2$ $\quad \Big| \quad v_1 = v_2 = v = \frac{5}{3}\ ms^{-1}$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} \times 20 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$= 5 \times \frac{25}{9} + 10 \times \frac{25}{9} = \frac{25}{9}(5 + 10) = \frac{25}{9} \times 15 = 41{\cdot}67\ \text{J}$$

দেখা যাচ্ছে যে, উভয় ক্ষেত্রে গতিশক্তি সমান নয়। অর্থাৎ গতিশক্তি সংরক্ষিত হবে না।

**২। একটি ট্রেন 200 m ব্যাসার্ধের একটা রেল লাইনের বাঁকে ঘুরছে। দুটি পাতের মধ্যবর্তী দূরত্ব 1m। ঘণ্টায় 50·4 km বেগে চলন্ত গাড়ীর ঘোরার জন্য রেল লাইনের ভেতরের ও বাইরের পাতের উচ্চতা সমান হলে কী ঘটবে আর না হলে কী ঘটবে ? ব্যাখ্যা কর।**

আমরা জানি,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

বা, $\tan\theta = \frac{(14)^2}{200 \times 9{\cdot}8} = 0{\cdot}1$

বা, $\tan\theta = 0{\cdot}1$

$\theta$ এর মান ক্ষুদ্র হলে $\tan\theta = 0{\cdot}1$ লেখা যায়।

ধরি দুটি লাইনের মধ্যে দূরত্ব $= x$

এক লাইন হতে অন্য লাইনের উচ্চতা $h$ রাখা হলো

$$\therefore \quad \tan\theta = \frac{h}{x}$$

বা, $h = 0{\cdot}1 \times 1 = 0{\cdot}1$ m.

এখানে,

$r = 200$ m

$g = 9{\cdot}8$ ms$^{-2}$

$v = 50{\cdot}4$ km h$^{-1}$

$= \frac{50{\cdot}4 \times 1000}{60 \times 60} = 14$ ms$^{-1}$

$r = 1$ m

ভেতরের লাইন অপেক্ষা বাইরের লাইন 0·1 m উঁচু করে তৈরি করলে রেল গাড়িটি নির্বিঘ্নে চলতে পারবে। কারণ কেন্দ্রবিমুখী বা অপকেন্দ্র বলের প্রভাব থেকে রেল গাড়িকে মুক্ত করতে হলে বাইরের লাইনকে অবশ্যই উঁচু করে স্থাপন করতে হবে। আর যদি দুটি লাইন সমান উচ্চতায় থাকে তাহলে বাঁক নেওয়ার সময় প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল সরবরাহ করতে হয়। কেন্দ্রমুখী বলের অভাবে গতি জড়তার কারণে যানবাহন উল্টে যাওয়ার সম্ভাবনা থাকে। এই জড়তাকে প্রশমিত করতে বাইরের লাইনকে ভেতরের লাইন অপেক্ষা উঁচু করে তৈরি করতে হয়।

## সার-সংক্ষেপ

| | | |
|---|---|---|
| **বল** | : | যে বাহ্যিক কারণ বস্তুর গতি বা স্থিতি অবস্থার পরিবর্তন ঘটায় বা ঘটাতে চায় তাকে বল বলে। |
| **মৌলিক বল** | : | যে সকল বল মূল বা অকৃত্রিম অর্থাৎ অন্য কোনো বল থেকে উৎপন্ন হয় না তাকে মৌলিক বল বলে। |
| **মৌলিক বলের প্রকারভেদ** | : | মৌলিক বল চার ধরনের। যথা—মহাকর্ষ বল, তড়িৎ-চুম্বকীয় বল, সবল নিউক্লিয় বল ও দুর্বল নিউক্লিয় বল। |
| **ভরবেগ** | : | বস্তুর ভর ও বেগের সমন্বয়ে বস্তুতে যে ধর্মের উদ্ভব হয় তাকে বস্তুর ভরবেগ বলে। ভরবেগ = ভর × বেগ। |
| **নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র** | : | ভরবেগের পরিবর্তনের হার বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক। এই বল যে দিকে ক্রিয়া করে ভরবেগের পরিবর্তনও সেদিকে ঘটে। |
| **ঘাত বল** | : | খুব অল্প সময়ের জন্য খুব বড় মানের যে বল কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় তাকে ঘাত বল বলে। |
| **ঘাত** | : | কোনো বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে ঐ বলের ঘাত বলে। |
| **জড়তার ভ্রামক** | : | কোনো অক্ষ সাপেক্ষে ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুর প্রতিটি কণায় ভর ও অক্ষ হতে তাদের প্রত্যেকের লম্ব দূরত্বের বর্গের গুণফলকে জড়তার ভ্রামক বলে। |
| **কৌণিক ভরবেগ** | : | ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুকণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও রৈখিক ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কৌণিক ভরবেগ বলে। |
| **চক্রগতির ব্যাসার্ধ** | : | যদি কোনো দৃঢ় বস্তুর একটি নির্দিষ্ট বিন্দু যেখানে বস্তুটির সমস্ত ভর কেন্দ্রীভূত আছে ধরা হয় এবং ঘূর্ণন অক্ষ সাপেক্ষে ঐ বিন্দুতে জড়তার ভ্রামক সমগ্র বস্তুটির জড়তার ভ্রামকের সমান হয়, তবে অক্ষ হতে ঐ বিন্দুর দূরত্বকে চক্রগতির ব্যাসার্ধ বলা হয়। |
| **টর্ক** | : | কোনো নির্দিষ্ট অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান কোনো বস্তুতে ত্বরণ সৃষ্টির জন্য প্রযুক্ত দ্বন্দ্বের ভ্রামককে টর্ক বা বলের ভ্রামক বলে। |

**কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র** : বস্তুর উপর ক্রিয়ারত বহিস্থ টর্কের লব্ধি শূন্য হলে, ঘূর্ণায়মান বস্তুর কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তন হবে না। এটিই কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা বা সংরক্ষণ সূত্র।

**কেন্দ্রমুখী বল** : যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে চলতে থাকে এবং যে বল সবসময় বস্তুর গতিপথের সঙ্গে লম্বভাবে ভেতরের দিকে অর্থাৎ বৃত্তের কেন্দ্রাভিমুখে ক্রিয়া করে তাকে কেন্দ্রমুখী বা অভিকেন্দ্র বল (Centripetal force) বলা হয়।

**কেন্দ্রবিমুখী বল** : সমদ্রুতিতে বৃত্তপথে আবর্তনরত বস্তুর উপর অভিকেন্দ্র বলের সমান ও বিপরীতমুখী অর্থাৎ কেন্দ্র থেকে বাইরেরর দিকে একটি অলীক বল ক্রিয়া করে। একে কেন্দ্রবিমুখী বা অপকেন্দ্র বল বলে।

**সংঘর্ষ** : অতি অল্প সময়ের জন্য বৃহৎ কোনো বল ক্রিয়া করে বস্তুর গতির হঠাৎ ও ব্যাপক পরিবর্তন করাকে সংঘাত বা সংঘর্ষ বলে।

**স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ** : সংঘর্ষের আগে ও পরে দুটি বস্তুর আপেক্ষিক বেগ অপরিবর্তিত থাকলে সংঘর্ষটিকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

**অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ** : যে সংঘর্ষের পর বস্তুটি পরস্পরের সঙ্গে যুক্ত হয়ে একটি বস্তুরূপে চলতে থাকে অর্থাৎ যে সংঘর্ষের পর বস্তু দুটির আপেক্ষিক বেগ শূন্য হয়, তাকে অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলে।

**একমাত্রিক সংঘর্ষ** : সংঘাতাধীন বস্তু দুটির আপেক্ষিক গতিবেগ সংঘর্ষের আগে ও পরে একই সরলরেখা বরাবর হলে ঐ সংঘর্ষকে একমাত্রিক সংঘর্ষ বলে।

## অনুশীলনী

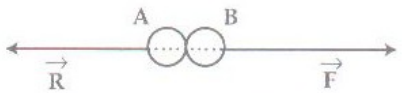
### (ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। সবচেয়ে শক্তিশালী বল হচ্ছে—
- ক মহাকর্ষ বল
- খ তড়িৎ চুম্বকীয় বল
- গ সবল নিউক্লিয় বল
- ঘ দুর্বল নিউক্লিয় বল

২। নিচের বলগুলোর মধ্যে কোন্‌টি সবচেয়ে দুর্বল ?
- ক মহাকর্ষ বল
- খ তড়িৎ চুম্বকীয় বল
- গ সবল নিউক্লিয় বল
- ঘ দুর্বল নিউক্লিয় বল

৩। বলের মাত্রা সমীকরণ কোনটি ?
- ক $[MLT^{-2}]$
- খ $[MLT^{-1}]$
- গ $[ML^2T^{-1}]$
- ঘ $[ML^2T^{-2}]$

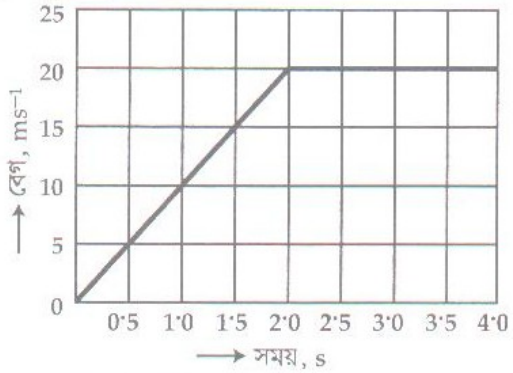
৪।




চিত্রটি নিউটনের কোন্ সূত্র প্রকাশ করে ?
- ক ১ম সূত্র
- খ ২য় সূত্র
- গ ৩য় সূত্র
- ঘ ২য় ও ৩য় সূত্র

৫। জানা ভরের একটি গাড়ি সমত্বরণে গতিশীল। গাড়িটির উপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল পাওয়া যাবে কোন সূত্র প্রয়োগ করে ?
- ক নিউটনের ১ম সূত্র
- খ নিউটনের ২য় সূত্র
- গ নিউটনের ৩য় সূত্র
- ঘ স্টোকস-এর সূত্র

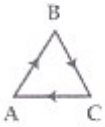
নিচের লেখচিত্রে একটি বস্তুর সময়ের সাথে বেগের পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। লেখচিত্রের আলোকে ৬নং ও ৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

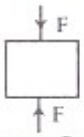



৬। 4s-এ বস্তুটি কত দূর যাবে ?
- ক 20 m
- খ 40 m
- গ 60 m
- ঘ 80 m

৭। ৩য় সেকেন্ডে বস্তুটির ত্বরণ—
ক $10\ ms^{-2}$
খ $7\ ms^{-2}$
গ $5\ ms^{-2}$
ঘ $0\ ms^{-2}$

৮। বলের ভারসাম্য নির্দেশ করে—
(i) 

(ii) 

(iii) 

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?
ক i
খ i ও ii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৯। নিউক্লিয়নের মধ্যে কোন কণার পারস্পরিক বিনিময়ের দ্বারা সবল নিউক্লিয় বলের উৎপত্তি হয়?
ক গ্রাভিটন
খ নিউট্রিনো
গ মেসন
ঘ ইলেকট্রন

১০। নিউটনের গতির সূত্র থেকে আমরা জানতে পারি—
(i) বস্তুর উপর বল ক্রিয়া করলে বস্তুটি ত্বরণ নিয়ে চলতে থাকে।
(ii) বস্তুর ত্বরণ প্রযুক্ত বলের বর্গের সমানুপাতিক
(iii) বলের অভিমুখই ত্বরণের অভিমুখ
নিচের কোন্‌টি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

১১। নিম্নের তত্ত্বের ভিত্তিতে জানা যায়—
(i) ভর বৃদ্ধি পেলে স্থিতি জড়তা বৃদ্ধি পায়
(ii) সবচেয়ে শক্তিশালী বল মহাকর্ষ বল
(iii) মেসন নামে এক প্রকার কণার পরস্পরিক বিনিময় দ্বারা দুর্বল নিউক্লিয় বল ক্রিয়াশীল হয়।
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i
খ i ও ii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

নিচের তথ্যটি থেকে ১২ ও ১৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও
6 kg ভরের একটি বন্দুক থেকে 10 g ভরের একটি $300\ ms^{-1}$ বেগে বের হয়ে গেল, বুলেটটি বের সময় একটি বল পেছনের দিকে ধাক্কা দিল।

১২। বন্দুকের আদি ভরবেগ কত ?
ক $0{\cdot}4\ kg\ ms^{-1}$
খ $0{\cdot}8\ kg\ ms^{-1}$
গ $0{\cdot}18\ kg\ ms^{-1}$
ঘ $0\ kg\ ms^{-1}$

১৩। বন্দুকটি কত বেগে পেছনে সরে আসবে ?
ক $-0{\cdot}5\ ms^{-1}$
খ $0{\cdot}5\ ms^{-1}$
গ $5\ ms^{-1}$
ঘ $50\ ms^{-1}$

১৪। একটি নৌকাকে লগি দিয়ে গতিশীল কর নিচের কোন রাশি নৌকাকে সামনের এগিয়ে নিয়ে যায় ?
ক লগি কর্তৃক প্রযুক্ত বলের উল্লম্ব উপাং
খ লগি কর্তৃক প্রযুক্ত বলের অনুভূমিক উ
গ প্রতিক্রিয়া বলের উল্লম্ব উপাংশ
ঘ প্রতিক্রিয়া বলের অনুভূমিক উপাংশ

১৫। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রে $m\vec{a} = K\vec{F}$,
(i) K একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক
(ii) K এর মান রাশিগুলির এককের নির্ভর করে
(iii) K-এর মান S. I. পদ্ধতিতে 1
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

১৬। একটি বস্তু সাম্যাবস্থায় বা স্থির থাকে এর—
(i) বেগ শূন্য হয়
(ii) সরণ শূন্য হয়
(iii) ত্বরণ শূন্য হয়
নিচের কোন্‌টি সঠিক ?
ক i
খ i ও ii
গ iii
ঘ i, ii ও iii

১৭। বলের ঘাত পরিবর্তনের হারকে কী বলে ?
ক ভরবেগ
খ বল
গ ত্বরণ
ঘ বেগ

১৮। বলের ঘাত $\vec{J}$ —

(i) $\vec{J} = \vec{F} \cdot \vec{s}$

(ii) $\vec{J} = \vec{F} \times t$

(iii) $\vec{J} = m\dfrac{(\vec{v} - \vec{v_0})}{t}$

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

১৯। ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ কোনটি ?

ক $[MLT^{-1}]$

খ $[MLT^{-2}]$

গ $[ML^2T]$

ঘ $[ML^2T^2]$

২০। ভরবেগের ক্ষেত্রে নিচের সঠিক বিবরণ হলো—

(i) ভরবেগ = ভর $\times \dfrac{\text{সরণ}}{\text{বেগ}}$

(ii) ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি

(iii) ভরবেগের মাত্রা সমীকরণ $[MLT^{-1}]$

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i

খ i ও ii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

২১। 0·05 kg ভরের একটি বস্তু 0·2 $ms^{-1}$ অনুভূমিক বেগে একটি খাঁড়া দেওয়ালে ধাক্কা দিয়ে 0·1 $ms^{-1}$ বেগে বিপরীত দিকে ফিরে গেল। বলের ঘাত কত ?

ক 0·045 kg $ms^{-1}$

খ — 0·015 kg $ms^{-1}$

গ 0·025 kg $ms^{-1}$

ঘ 0·015 kg $ms^{-1}$

একটি চাকার ভর 20 kg এবং চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0·5 m।

নিম্নোক্ত ২২ ও ২৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

২২। চাকাটির জড়তার ভ্রামক কত ?

ক 25 $kgm^2$

খ 5 $kgm^2$

গ 0·25 $kgm^2$

ঘ 50 $kgm^2$

২৩। চাকাটিতে 2 rad $s^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে ?

ক 50 Nm

খ 0·5 Nm

গ 10 Nm

ঘ 100 Nm

২৪। ঘূর্ণনরত কোনো বস্তুকণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর ও রৈখিক ভরবেগের ভেক্টর গুণফলকে কী বলে ?

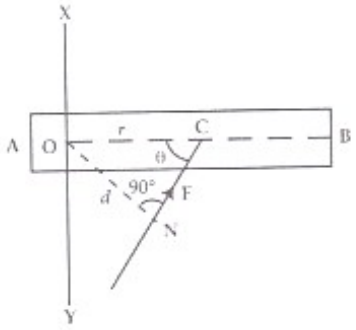
ক টর্ক

খ কৌণিক ভরবেগ

গ জড়তার ভ্রামক

ঘ চক্রগতির ব্যাসার্ধ

২৫।




চিত্রে AB বস্তুটি O-কে কেন্দ্র করে XY অক্ষের চতুর্দিকে ঘুরতে পারে।

নিচের কোন্ উত্তরটি ভুল ?

ক $\tau = d \times F$

খ $\vec{\tau} = \vec{d} \times \vec{F}$

গ $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

ঘ $\vec{\tau} = \hat{a} rF \sin 0$

২৬। জড়তার ভ্রামকের একক—

ক $kgm^{-2}$

খ kgm

গ $kgm^{-1}$

ঘ $kgm^2$

২৭। টর্ক $\tau$, জড়তার ভ্রামক I ও কৌণিক ত্বরণ $\alpha$-এর মধ্যে সম্পর্ক হলো—

ক $\tau = I^2\alpha$

খ $\tau = \sqrt{I\alpha}$

গ $\tau = \dfrac{I}{\alpha}$

ঘ $\tau = I\alpha$

২৮। বলের ভ্রামক এর সমীকরণ— [ঢা. বো. ২০১৫]

(i) $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

(ii) $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$

(iii) $\vec{\tau} = \frac{d\vec{l}}{dt}$

নিচের কোনটি সঠিক ?

ⓚ i ও ii
ⓛ i ও iii
ⓜ ii ও iii
ⓝ i, ii ও iii

২৯। কৌণিক ভরবেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক কোনটি ?

ⓚ $L = I\omega$
ⓛ $L = \frac{I}{\omega}$
ⓜ $L = \frac{\omega}{I}$
ⓝ $L \propto \omega$

৩০। কৌণিক ভরবেগের ক্ষেত্রে—

(i) $L = \vec{r} \times \vec{P}$
(ii) কৌণিক ভরবেগ একটি ভেক্টর রাশি
(iii) কৌণিক ভরবেগের একক $kgm^2s^{-1}$

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ⓚ i
ⓛ i ও ii
ⓜ ii ও iii
ⓝ i, ii ও iii

৩১। কৌণিক গতিসূত্র সম্পর্কিত সমীকরণ—

(i) $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$
(ii) $L = I\omega$
(iii) $\tau = I\alpha$

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ⓚ i
ⓛ i ও ii
ⓜ ii ও iii
ⓝ i, ii ও iii

৩২। কোন্‌টি কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র ?

ⓚ L = ধ্রুবক
ⓛ P = ধ্রুবক
ⓜ $\tau$ = ধ্রুবক
ⓝ F = ধ্রুবক

পৃথিবী থেকে চাঁদের দূরত্ব $3.84 \times 10^5$ km এবং চাঁদ পৃথিবীকে বৃত্তাকার কক্ষপথে 27.3 দিনে একবার প্রদক্ষিণ করে। নিচের ৩৩ ও ৩৪নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩৩। চাঁদের কৌণিক দ্রুতি—

ⓚ $2.85\ rad\ s^{-1}$
ⓛ $2.66 \times 10^{-6}\ rad\ s^{-1}$
ⓜ $2.66 \times 10^{5}\ rad\ s^{-1}$
ⓝ $2.85 \times 10^{-6}\ rad\ s^{-1}$

৩৪। চাঁদের রৈখিক বেগ—

ⓚ $2.044\ km\ s^{-1}$
ⓛ $1.55\ km\ s^{-1}$
ⓜ $1.022\ km\ s^{-1}$
ⓝ $5 \times 10^{3}\ km\ s^{-1}$

৩৫। কৌণিক বেগ $\omega$ —

(i) $\omega = 2\pi n$
(ii) $\omega = \frac{v}{r}$
(iii) $\omega = \frac{2\pi}{T}$

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ⓚ i ও ii
ⓛ i ও iii
ⓜ ii ও iii
ⓝ i, ii ও iii

৩৬। কৌণিক গতি সূত্র সম্পর্কিত সমীকরণ—

(i) $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$
(ii) $L = I\omega$
(iii) $\tau = I\alpha$

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ⓚ i ও ii
ⓛ i ও iii
ⓜ ii ও iii
ⓝ i, ii ও iii

৩৭। কোনটি কৌণিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র ?

ⓚ L = ধ্রুবক
ⓛ P = ধ্রুবক
ⓜ $\tau$ = ধ্রুবক
ⓝ F = ধ্রুবক

৩৮। কোনটি সমান্তরাল অক্ষ উপপাদ্য ?

ⓚ $L = I_x + I_y$
ⓛ $I = I_G + MK$
ⓜ $I = I_G + Mh^2$
ⓝ $I_G = I + MK^2$

৩৯। কোনো অক্ষ সাপেক্ষে একটি লৌহ নির্মিত বস্তুর চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0·5 m। বস্তুটির ভর 0·5 kg হলে এর জড়তার ভ্রামক কত ?
ক 0·050 $kgm^2$
খ 0·025 $kgm^2$
গ 0·125 $kgm^2$
ঘ কোনোটিই নয়

৪০। কেন্দ্রমুখী বল—
(i) একটি কার্যহীন বল
(ii) এটি বস্তুর গতিপথের দিকে ক্রিয়া করে
(iii) এর মান $\frac{mv^2}{r}$
নিচের কোন্‌টি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৪১। রাস্তার বাঁকে সাইকেল চালানোর সময় আরোহীর নতি কোণ হবে—
(i) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right)$
(ii) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega^2 r}{g}\right)$
(iii) $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v}{rg}\right)$
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

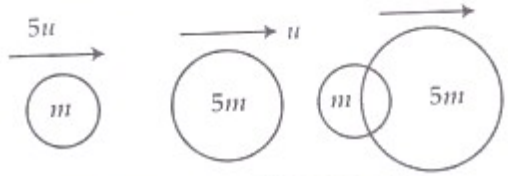
৪২। বাঁক নেওয়ার সময় সাইকেলসহ আরোহীর নতি কোণ হবে—
ক $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v}{rg}\right)$
খ $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v^2}{rg}\right)$
গ $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{v}{rg}\right)$
ঘ $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\omega^2 r}{g}\right)$

৪৩। রাস্তার ব্যাংকিং নির্ভর করে—
(i) গাড়ির ভরের উপর
(ii) গাড়ির দ্রুতির উপর
(iii) রাস্তার বাঁকের ব্যাসার্ধের উপর
নিচের কোন্‌টি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৪৪। একটি গাড়ির নিরাপদে বাঁক নেওয়ার শর্ত হলো—
ক $v \le (\tan\theta\, rg)^{\frac{1}{2}}$
খ $v \le (\tan\theta\, rg)$
গ $v > \tan\theta\, rg$
ঘ $v > (\tan\theta\, rg)^{\frac{1}{2}}$

উদ্দীপকটি পড়ে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

কোনো একটি সরলরেখায় $5u$ বেগে চলমান $m$ ভরের একটি বস্তু একই সরলরেখায় $u$ বেগে চলমান $5m$ ভরের অপর একটি বস্তুকে ধাক্কা দিল এবং ধাক্কার পর বস্তু দুটি একটি দিকে যুক্ত অবস্থায় চলতে থাকল।




৪৫। যুক্ত অবস্থায় বস্তু দুইটির বেগ কত ? [ঢা. বো. ২০১৫]
ক $\frac{3}{10}u$
খ $\frac{10}{6}u$
গ $u$
ঘ $\frac{6}{5}u$

৪৬। এই সংঘর্ষের আগে এবং পরে— [ঢা. বো. ২০১৫]
ক গতিশক্তি এবং ভরবেগ উভয়ই স্থির থাকে
খ ভরবেগ বৃদ্ধি পায় এবং গতিশক্তি স্থির থাকে
গ গতিশক্তি এবং ভরবেগ উভয়ই হ্রাস পায়
ঘ গতিশক্তি হ্রাস পায় এবং ভরবেগ স্থির থাকে

**উত্তর :**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ১। গ | ২। ক | ৩। ক | ৪। গ | ৫। খ | ৬। গ | ৭। ঘ | ৮। গ | ৯। গ | ১০। ঘ |
| ১১। ক | ১২। ঘ | ১৩। খ | ১৪। খ | ১৫। ঘ | ১৬। খ | ১৭। খ | ১৮। গ | ১৯। ক | ২০। গ |
| ২১। খ | ২২। খ | ২৩। গ | ২৪। খ | ২৫। খ | ২৬। ঘ | ২৭। ঘ | ২৮। ঘ | ২৯। ক | ৩০। ঘ |
| ৩১। ঘ | ৩২। ক | ৩৩। খ | ৩৪। গ | ৩৫। ঘ | ৩৬। ঘ | ৩৭। ক | ৩৮। গ | ৩৯। গ | ৪০। খ |
| ৪১। ক | ৪২। খ | ৪৩। গ | ৪৪। ক | ৪৫। খ | ৪৬। ক | | | | |

## (খ) সৃজনশীল প্রশ্ন

১। জনাব আনিস একজন দক্ষ শিকারী। সুন্দরবনে হরিণ শিকার করতে গিয়ে তার হাতে 10 kg ভরের বন্দুক থেকে ভরের একটি গুলি 10 $ms^{-1}$ বেগে ছোড়ার সময় বন্দুকে পশ্চাৎ ক্রিয়ার সৃষ্টি হয়। এর ফলে আনিস সাহেব একটু অ পেয়ে পেছনের দিকে সরে যায়।

(ক) ঘর্ষণ কী ?

(খ) নিউটনের গতিবিষয়ক তৃতীয় সূত্র ব্যাখ্যা কর।

(গ) আনিস সাহেবের বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ নির্ণয় কর।

(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনাটি ভরবেগের নিত্যতা নীতিকে সমর্থন করে কী ? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে তোমার মত দাও।

২। ফল ব্যবসায়ী সজীব কাজী ফল কিনে ট্রাক ভর্তি করলেন। ট্রাকসহ ফলের ভর হলো 1600 kg। ট্রাকটি রাতের ঢাকা থেকে চট্টগ্রামে 20 km/h বেগে যাচ্ছিল। হঠাৎ ট্রাকটি রাস্তায় পাশে দাঁড়িয়ে থাকা 1400 kg ভরের একটি ট্রা পিছন থেকে ধাক্কা দেয়। মিলিত অবস্থায় ট্রাক দুটি একই পথে চলতে থাকে।

(ক) ভরবেগের সংরক্ষণ নীতি কী ?

(খ) কোনো বস্তুর ভর স্থির রেখে বলের মান হ্রাস বা বৃদ্ধি করলে ত্বরণের মানের কী কোনো পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর।

(গ) ধাক্কা খাওয়ার পর মিলিত ট্রাক দুটির বেগ কত হবে ?

(ঘ) "সংঘর্ষের ফলে গাড়ি দুটির ভরবেগ সংরক্ষিত হলেও গতিশক্তি সংরক্ষিত হয় নি"—গাণিতিক বিশ্লে সাহায্যে এর যথার্থতা নিরূপণ কর।

৩।




$m$ ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু সমবেগে চলছে। একটি ধ্রুব বল $\vec{F}$ বস্তুটির উপর $t$ সময় ধরে ক্রিয়া করায় বস্তুর হলো।

(ক) নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রটি লিখ।

(খ) একটি বস্তু সাম্য অবস্থায় থাকবে যদি এর ত্বরণ শূন্য হয়—ব্যাখ্যা কর।

(গ) বস্তুর ভর 10 kg, $v_0 = 5\ ms^{-1}$, $v = 15\ ms^{-1}$ এবং বলের ক্রিয়াকাল 5 s হলে প্রযুক্ত বলের মান নির্ণয় ক

(ঘ) নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র হতে প্রথম সূত্র প্রতিপাদন করা যায়—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখা

৪। 10 kg ও 20 kg ভরের দুটি বস্তু 20 $ms^{-1}$ ও 15 $ms^{-1}$ বেগে পরস্পর বিপরীত দিক থেকে আসার পর একে অ ধাক্কা দিল।

(ক) স্থিতি কোণ কী ?

(খ) ভরবেগের নিত্যতার সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

(গ) ধাক্কার পর বস্তুদ্বয় একত্রে যুক্ত হয়ে কত বেগে চলবে ?

(ঘ) বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ ভরবেগের নিত্যতার সূত্র মেনে চলে কী ? গাণিতিক বিশ্লেষণ করে তোমার ম দাও।

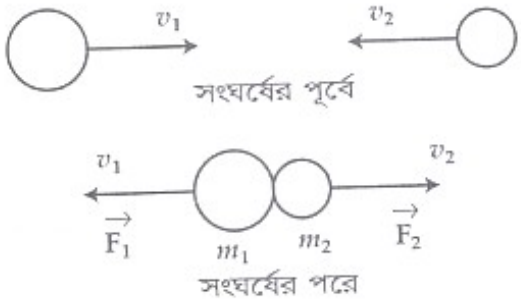
৫। নিউটনের গতিসূত্রের ওপর পাঠ চলাকালে স্যার এক ছাত্রকে ১ম সূত্র সম্বন্ধে বলতে বলায় ছাত্রটি বলল, " থেকে কোনো বল বস্তুর ওপর প্রযুক্ত না হলে অর্থাৎ বস্তুর ওপর বলের লব্ধি শূন্য হলে স্থির বস্তু স্থির থাকে গতিশীল বস্তু সমত্বরণে সরলরেখায় চলতে থাকে।" সে আরও বলল, "১ম সূত্র নিয়ে আমাদের বিরক্ত হওয়ার নেই, কারণ নিউটনের ২য় সূত্রে ১ম সূত্র অন্তর্ভুক্ত।"

(ক) বল কী ?

(খ) 50 N বল বলতে কী বুঝায় ?

(গ) 100 N বল 10 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর ওপর ক্রিয়া করে। 5s-এ বস্তুটি কত দূর যাবে ?

(ঘ) ছাত্রটির শেষের বক্তব্যটি কী সঠিক ? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।




চিত্রে বিপরীত দিক থেকে আসা দুটি বস্তুকণার সংঘর্ষ দেখানো হয়েছে। এখানে $\vec{F}_1$ প্রথম বস্তুকণার ওপর দ্বিতীয় বস্তুকণার প্রতিক্রিয়া বল এবং $\vec{F}_2$ দ্বিতীয় বস্তুকণার ওপর প্রথম বস্তুকণার প্রযুক্ত বল। $\vec{F}_1$ এবং $\vec{F}_2$ এর কার্যকাল $t$।

(ক) বলের ঘাত কী ?

(খ) ভরবেগের নিত্যতা সূত্র ব্যাখ্যা কর।

(গ) $m_2 = 16$ kg, $v_1 = 8$ ms$^{-1}$ এবং $v_2 = 10$ ms$^{-1}$ হলে $\vec{F}_2$ এর মান কত ?

(ঘ) দেখাও যে, উদ্দীপকের ঘটনাটি ভরবেগের নিত্যতা সূত্র মেনে চলে।

৭। তরুণ গবেষক এম আর মল্লিক ল্যাবরেটরীতে কাজ করার সময় লক্ষ করেন হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে $5.3 \times 10^{-11}$ m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে $2.21 \times 10^6$ ms$^{-1}$ সমদ্রুতিতে ঘুরছে।

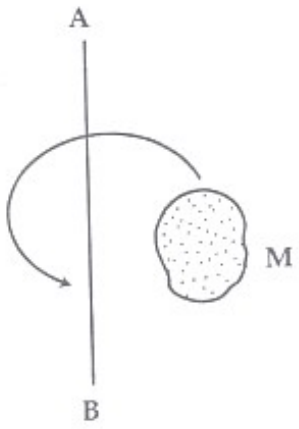
(ক) কৌণিক ভরবেগ কী ?

(খ) বাঁকের মুখে রাস্তা কিংবা রেল লাইন কাত করে রাখা হয় কেন ?

(গ) উদ্দীপকে বর্ণিত ইলেকট্রনের ওপর ক্রিয়ারত লম্ব ত্বরণ ও কেন্দ্রমুখী বল নির্ণয় কর।

(ঘ) উদ্দীপকের আলোকে বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত ইলেকট্রনটির কেন্দ্রমুখী বলের রাশিমালা নির্ণয় কর।

৮। চিত্রে M বস্তুটি AB অক্ষের চারদিকে সমকৌণিক বেগে ঘুরছে। বস্তুটির ওপর একটি যুগল বল প্রয়োগ করায় এতে ২ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি হলো।




(ক) টর্ক কী ?

(খ) জড়তার মোমেন্ট বলতে কী বুঝায় ?

(গ) কৌণিক ভরবেগ এবং কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।

(ঘ) বস্তুটির ওপর ক্রিয়ারত টর্ক তার জড়তার ভ্রামক ও কৌণিক ত্বরণের গুণফলের সমান—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে প্রমাণ কর।

৯। আল-আমিন 20 g ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে 4 m দীর্ঘ সুতার একপ্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে ঘুরাচ্ছে। বস্তুটি 5 সেকেন্ডে 20 বার পূর্ণ আবর্তন করছে।

(ক) কেন্দ্রমুখী বল কী?

(খ) বাঁকা পথে দ্রুত গতিশীল গাড়ি কেন উল্টে যায় ব্যাখ্যা কর।

(গ) সুতার টান অর্ধেক করলে বস্তুটির কৌণিক বেগ কত হবে ?

(ঘ) "বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণনরত বস্তুটির কৌণিক ত্বরণ থাকবে"—গাণিতিক উপায়ে প্রতিপাদন কর।

## (গ) কাঠামোবদ্ধ ও রচনামূলক প্রশ্ন

১। বল কাকে বলে?

২। মৌলিক বল কত প্রকার ও কী কী?

৩। প্রতিটি মৌলিক বল কেন উদ্ভব হয়?

৪। নিউটনের গতির প্রথম সূত্রটি বিবৃত কর।

৫। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্রটি বিবৃত কর।

৬। নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র থেকে প্রমাণ কর $\vec{F} = m\vec{a}$; এর থেকে প্রথম সূত্র প্রতিপাদন কর।

৭। বন্দুক থেকে গুলি ছুড়লে পিছনের দিকে ধাক্কা দেয় কেন?

৮। নিউটনের গতি সূত্রগুলোর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন কর।

৯। নিউটনের গতিসূত্রের সীমাবদ্ধতা কী?

১০। একটি দেয়ালে একটি বল ধাক্কা খেয়ে পিছনে ফিরে আসে কেন ? ব্যাখ্যা কর। [ঢা. বো. ২০১

১০। ঘাত বল কাকে বলে?

১১। বলের ঘাত কী?

১২। দেখাও যে, বলের ঘাত ভরবেগের পরিবর্তনের সমান।

১৩। ভরবেগ কাকে বলে?

১৪। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্রটি বিবৃত কর।

১৫। ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র প্রমাণ কর।

১৬। জড়তার ভ্রামক কাকে বলে?

১৭। জড়তার ভ্রামকের একক ও মাত্রা লিখ।

১৮। চক্রগতির ব্যাসার্ধ কাকে বলে?

১৯। কৌণিক ভরবেগের সংজ্ঞা দাও।

২০। কৌণিক ভরবেগ ও কৌণিক বেগের মধ্যে সম্পর্ক লিখ।

২১। সংজ্ঞা দাও : কৌণিক সরণ, কৌণিক বেগ, কৌণিক ত্বরণ।

২২। টর্ক কাকে বলে?

২৩। জড়তার ভ্রামকের সাথে টর্ক এবং কৌণিক ত্বরণের সম্পর্ক নির্ণয় কর।

২৪। কৌণিক ভরবেগের নিত্যতা সূত্রটি বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর।

২৫। প্রমাণ কর, $L = I\omega$

২৬। কেন্দ্রমুখী বল কাকে বলে? [ঢা. বো. ২০১

২৭। কেন্দ্রবিমুখী বল বলতে কী বুঝ?

২৮। রাস্তার ব্যাংকিং বলতে কী বুঝ?

২৯। রাস্তার বাঁক নেওয়ার জন্য কোনো আরোহীকে সাইকেলসহ বাঁকের দিকে হেলতে হয় কেন?

৩০। স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ কাকে বলে ? [ঢা. বো. ২০১৫] অস্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ বলতে কী বুঝ?

৩১। স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষের কী কী বৈশিষ্ট্য থাকে?

৩২। একমাত্রিক সংঘর্ষ কাকে বলে?

৩৩। $m_1$ ও $m_2$ ভরের দুটি বস্তু $v_1$ ও $v_2$ বেগে পরস্পরের সাথে স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষে লিপ্ত হলে সংঘর্ষের প বস্তুদ্বয়ের বেগের রাশিমালা নির্ণয় কর।

## (ঘ) ক্রিয়াকর্ম

**প্রতিবেদন রচনা :** ৪·১৫ অনুচ্ছেদের আলোকে আমাদের দৈনন্দিন জীবনে এর প্রভাব সম্পর্কে একটি প্রতিবেদন প্রস্তু করে শিক্ষকের কাছে উপস্থাপন কর।

শিক্ষক সবচেয়ে ভালো প্রতিবেদন নির্বাচন করে শ্রেণিকক্ষে উপস্থাপন করবেন।

## (ঘ) কাজ (গাণিতিক সমস্যা)

১। 50 N এর একটি বল 10 kg ভরের একটি স্থির বস্তুর উপর ক্রিয়া করে। যদি 4 s পরে বলটি ক্রিয়া না করে তবে প্রথম হতে 8 s-এ বস্তু কত দূরত্ব অতিক্রম করবে নির্ণয় কর। [ উ. 120 m]

২। সমত্বরণে ধাবমান 3 kg ভরের একটি বস্তু এর গতির 5th সেকেন্ডে ও 8th সেকেন্ডে যথাক্রমে 0·18 m এবং 0·30 m দূরত্ব অতিক্রম করে। ক্রিয়াশীল বলের মান নির্ণয় কর। [ উ. 0·12 N]

৩। 5 kg ভরের একটি বন্দুক হতে 0·01 kg ভরের একটি গুলি 400 $ms^{-1}$ বেগে বের হয়ে গেল। বন্দুকের পশ্চাৎ বেগ নির্ণয় কর। [ উ. 80 $ms^{-1}$]

৪। 200 kg ভরের একটি মোটর গাড়ি ঘণ্টায় 108 km বেগে চলে। ব্রেকের সাহায্যে গাড়িটিকে 20 m দূরত্বে থামিয়ে দেয়া হলো। বাঁধাদানকারী বলের মান বের কর। [উ. 4500 N]

৫। 5 টনের একটি ট্রাক ঘণ্টায় 36 km বেগে চলছে। এটি 4m দূরত্বে থামাতে হলে কত বলের প্রয়োজন হবে? [উ. 62500 N]

৬। স্থিরাবস্থা থেকে 40 kg ভরবিশিষ্ট কোনো বস্তু নির্দিষ্ট বলের ক্রিয়ার ফলে 2s পর 15 $ms^{-1}$ বেগ অর্জন করে। এর উপর কী পরিমাণ বল কাজ করছে এবং 4s পর এর গতিশক্তি কত হবে? [উ. 300N, 18000 J]

৭। 0·3 kg ভরের রাইফেলের গুলি 30 $ms^{-1}$ বেগে বের হয়ে গেল। রাইফেলটি যদি 0·6 $ms^{-1}$ বেগে পশ্চাৎ দিকে আসতে চায় তবে রাইফেলের ভর নির্ণয় কর। [উ. 1·5 kg]

৮। 20 kg ভরের একটি বস্তুর উপর কী পরিমাণ সবল ক্রিয়া করলে তার বেগ 10s-এ $(4\hat{i} - 5\hat{j} + 3\hat{k})\ ms^{-1}$ হতে বৃদ্ধি পেয়ে $(8\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k})\ ms^{-1}$ হবে। [উ. 24 N]

৯। 900 kg ভরের একটি ট্রাক ঘণ্টায় 60 km বেগে চলে। ব্রেক চেপে ট্রাকটিকে 50 m দূরে থামানো হলো। যদি মাটির ঘর্ষণজনিত বল 200 N হয়, তবে ব্রেক জনিত বলের মান নির্ণয় কর। [উ. 2300 N]

১০। অনুভূমিক দিকে গতিশীল 2 kg ভরের একটি লৌহ গোলক 5 $ms^{-1}$ বেগে একটি দেয়ালে লম্বভাবে ধাক্কা খেয়ে 3 $ms^{-1}$ বেগে বিপরীত দিকে ফিরে গেল। বলের ঘাত কত? [উ. 16 $kgms^{-1}$]

১১। 20 $ms^{-1}$ বেগে আগত 0·2 kg ভরের একটি ক্রিকেট বলকে একজন খেলোয়াড় ক্যাচ (catch) ধরে 0·1 s সময়ের মধ্যে থামিয়ে দিল। খেলোয়াড় কর্তৃক প্রযুক্ত গড় বল কত ? [উ. — 20 N]

১২। 0·6 kg ভরের একটি ফুটবলকে 25 $ms^{-1}$ বেগে গতিশীল থাকা অবস্থায় একজন খেলোয়াড় সজোরে লাথি মারল, ফলে বলটি একই দিকে 40 $ms^{-1}$ বেগ প্রাপ্ত হলো। খেলোয়াড়ের পা কর্তৃক প্রযুক্ত বলের ঘাত কত ? [উ. 9 $kg\ ms^{-1}$]

১৩। একটি ঘূর্ণনরত কণার ব্যাসার্ধ ভেক্টর $r = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ m এবং এ প্রযুক্ত বল $\vec{F} = (6\hat{i} + 3\hat{j} - 3\hat{k})$ N হলে টর্কের মান ও দিক নির্ণয় কর। [উ. $\sqrt{45}$, $-(3\hat{i} + 6\hat{k})$ N-m]

১৪। একটি রকেট প্রতি সেকেন্ডে 7·4 kg জ্বালানি খরচ করে। রকেট থেকে নির্গত গ্যাসের বেগ $2{\cdot}5 \times 10^3\ ms^{-1}$ হলে রকেটের উপর কত বল ক্রিয়া করে ? [উ. $1{\cdot}84 \times 10^4$ N]

১৫। 5 kg ভরের একটি বস্তু 10 $ms^{-1}$ বেগে চলন্ত অবস্থায় 3 $ms^{-1}$ বেগে একই দিকে গতিশীল 2 kg ভরের অপর একটি বস্তুর সাথে মিলিত হয়ে এক হয়ে যায়। মিলিত হয়ে একটি বস্তুতে পরিণত হওয়ার পর এর বেগ কত হবে ? [ উ. 8 $ms^{-1}$]

১৬। কোনো অক্ষ সাপেক্ষে একটি বস্তুর জড়তার ভ্রামক 100 $kg-m^2$। উক্ত অক্ষ সাপেক্ষে বস্তুটির চক্রগতির ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর। (বস্তুটির ওজন 29·4 N) [উ. 5·77 m]

১৭। 40 kg এবং 60 kg ভরের দুটি বস্তু পরস্পর বিপরীত দিকে যথাক্রমে 10 $ms^{-1}$ এবং 2 $ms^{-1}$ বেগে যাওয়ার পথে একে অপরকে ধাক্কা দিল। ধাক্কার পর বস্তু দুটি এক সাথে যুক্ত থেকে কত বেগে চলতে থাকবে? [ উ. 2·8 $ms^{-1}$]

১৮। কী পরিমাণ টর্কের ক্রিয়ায় 250 $kg\ m^2$ জড়তার ভ্রামকের কৌণিক ত্বরণ 4 $rads^{-2}$ হবে ? [উ. 1000 Nm ]

১৯। একটি ফ্লাই হুইলের কৌণিক বেগ $2\pi$ rad $s^{-1}$ হতে $6\pi$ rad $s^{-1}$ - এ উন্নীত করতে 100 J কাজ সম্পন্ন করতে হয়। হুইলটির জড়তার ভ্রামক নির্ণয় কর। [ উ. 0·63 $kg\ m^2$ ]

২০। 5 kg ভরের একটি দৃঢ় বস্তু ঘূর্ণন অক্ষ থেকে 1·5 m দূরে 5 rad $s^{-1}$ কৌণিক দ্রুতিতে ঘুরছে। এর জড়তা ভ্রামক এবং ঘূর্ণন গতিশক্তি নির্ণয় কর। [উ. 11·25 kg $m^2$; 625

২১। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ হতে 500 km উচ্চতায় বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করছে। 100 min সময় উপগ্রহটি পৃথিবীকে একবার প্রদক্ষিণ করলে এর কৌণিক ও রৈখিক বেগ নির্ণয় কর।

[উ. $1·047 \times 10^{-4}$ rad $s^{-1}$; 6·806 kgms

২২। একটি চাকার ভর 5 kg এবং কোনো অক্ষ সাপেক্ষে চক্রগতির ব্যাসার্ধ 0·2 m। এর জড়তার ভ্রামক কত চাকাটিতে 2 $rads^{-2}$ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করতে কত মানের টর্ক প্রয়োগ করতে হবে ? [উ. 0·2 $kgm^2$; 0·4 N

২৩। একটি চাকতির ব্যাস 2 m ও ভর 20 kg। 1800 rpm কৌণিক দ্রুতিতে চাকতির কৌণিক ভরবেগ কত হবে? [ উ. 600 π kg $m^2 s^{-1}$

২৪। একটি ফ্লাই হুইলের জড়তার ভ্রামক 0·05 $kgm^2$। এর কৌণিক বেগ 8 সেকেন্ডে 60 rmp হতে 300 rpm পর্যন্ত বৃদ্ধি পেলে হুইলের উপর ক্রিয়ারত টর্কের মান নির্ণয় কর। [উ. 0·157 N

২৫। ব্যাসার্ধ ভেক্টর $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ এবং বল $\vec{F} = F_x\hat{i} + F_y\hat{j} + F_z\hat{k}$ হলে টর্ক $\vec{\tau}$ নির্ণয় কর।

[উ. $(yF_x - zF_y)\hat{i} + (zF_x - xF_z)\hat{j} + (xF_y - yF_x$

২৬। $9·1 \times 10^{-31}$ kg ভরের একটি ইলেকট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে $0·53 \times 10^{-10}$ m ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। ঘূর্ণনরত ইলেকট্রনের কেন্দ্রমুখী ত্বরণ এবং কৌণিক বেগ নির্ণয় কর।

[বুয়েট ভর্তি পরীক্ষা, ২০০৮

২৭। হাইড্রোজেন পরমাণুর ইলেক্ট্রন নিউক্লিয়াসকে কেন্দ্র করে $5·3 \times 10^{-11}$ m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে 2·21 × $ms^{-1}$ সমদ্রুতিতে ঘুরছে। ইলেক্ট্রনের উপর ক্রিয়ারত লম্ব ত্বরণ ও কেন্দ্রমুখী বল নির্ণয় কর। একবার আবর্তনে ইলেক্ট্রন কত সময় লাগে? [ইলেক্ট্রনের ভর = $9·1 \times 10^{-31}$ kg] [উ. $9·215 \times 10^{22}$ $ms^{-2}$, $83·86 \times 10^{-9}$ N, $1·5 \times 10^{-}$

২৮। 0·250 kg ভরের একটি পাথর খণ্ডকে 0·75 m লম্বা একটি সুতার এক প্রান্তে বেঁধে বৃত্তাকার পথে মিনিটে 90 বার ঘুরালে সুতার উপর কত টান পড়বে? [উ. 16

২৯। 4 kg ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে 1·5 m দীর্ঘ সুতার সাহায্যে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হচ্ছে। বস্তুটি 5 সেকেন্ডে 20 বার পূর্ণ আবর্তন করছে। সুতার টান নির্ণয় কর। [উ. 3

৩০। 100 m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বাঁকা পথে 60 $kmh^{-1}$ বেগে গাড়ি চালাতে হলে পথটিকে কত ডিগ্রি কোণে আনত রাখতে হবে? [উ. 15

৩১। 5 kg ভরের একটি বস্তু 4 $ms^{-1}$ বেগে উত্তর দিকে চলছে। 3 kg ভরের অপর একটি বস্তু 2 $ms^{-1}$ বেগে দক্ষিণ দিকে চলছে। কোনো এক সময় বস্তু দুটির মধ্যে সংঘর্ষের ফলে এরা মিলে এক হয়ে গেল। মিলিত বস্তুটি কত বেগে, কোন দিকে চলবে? [উ. 1·75 $ms^{-1}$ বেগে উত্তর দিকে

৩২। একটি গাড়ি 50 km/hr বেগে 60 m ব্যাসার্ধের একটি রাস্তায় মোড় নিতে হলে অনুভূমিকের সাথে রাস্তাটির আনতি কোণ বা ব্যাংকিং কোণ কত হওয়া প্রয়োজন ? [উ. 18

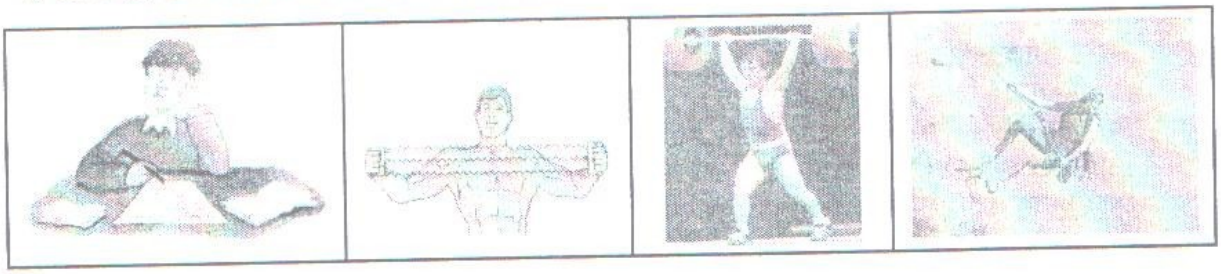
৩৩। একজন মোটর সাইকেল আরোহী 100 m ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে কত বেগে মোড় নিলে উল্লম্বের সাথে 30° কোণে আনত থাকবে ? [ $g = 9·8$ $ms^{-2}$ ] [ উ. 23·79

৩৪। 100 m ব্যাসবিশিষ্ট একটি বাঁকা পথে 60 $kmh^{-1}$ বেগে গাড়ি চালাতে হলে পথটিকে কত ডিগ্রি কোণে আনত রাখতে হবে ? [উ.

৫

প্রধান শব্দ (Key Words) : কাজ, কাজের একক, শক্তি, স্থিতিস্থাপক বল, গতিশক্তি, স্থিতিশক্তি, ক্ষমতা, ক্ষমতার একক, অসংরক্ষণশীল বল, কর্মক্ষমতা।

# কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা
# WORK, ENERGY AND POWER



## সূচনা
## Introduction

কাজ, শক্তি ও ক্ষমতা এ তিনটি শব্দ আমাদের অতি পরিচিত। আমরা দৈনন্দিন জীবনে কাজ শব্দটিকে শারীরিক কিংবা মানসিক যে কোনো কাজের জন্য ব্যবহার করে থাকি। তাই সাধারণ অর্থে **কোনো কিছু করার নামই কাজ**। যেমন রিকশাওয়ালা যখন রিকসা টানে তখন সে কাজ করে, কুলি যখন মাল বহন করে তখন সে কাজ করে, ঘোড়া যখন গাড়ি টানে তখন এটি কাজ করে ইত্যাদি। এ থেকে স্পষ্ট যে কাজ শব্দটি দৈনন্দিন জীবনে কোনো নির্দিষ্ট অর্থে ব্যবহৃত না হয়ে ব্যাপক অর্থে ব্যবহৃত হয়। পদার্থবিজ্ঞানে কাজ বলতে নির্দিষ্ট একটি অর্থ বুঝায়। আমরা ক্ষমতা ও শক্তি উভয়ই সাধারণভাবে একই অর্থে ব্যবহার করি। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে এরা এক নয়। এ অধ্যায়ে কাজ, ক্ষমতা ও শক্তির প্রকৃত ব্যাখ্যা এবং এদের সম্পর্কিত বিভিন্ন সম্পর্ক আলোচনা করা হবে।

এই অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- কাজ ও শক্তির সর্বজনীন ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- বল ও সরণের সাথে কাজের ভেক্টর সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- স্থির বল ও পরিবর্তনশীল বল দ্বারা সম্পাদিত কাজ বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- স্থিতিস্থাপক বল ও অভিকর্ষ বলের বিপরীতে সম্পাদিত কাজের তুলনা করতে পারবে।
- গতিশক্তির গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন ও সমস্যা সমাধানে এর ব্যবহার করতে পারবে।
- **ব্যবহারিক :**
  একটি স্প্রিং এর বিভব শক্তি পরিমাপ করতে পারবে।
- শক্তির নিত্যতার নীতি ব্যবহার করে বিভিন্ন সমস্যার সমাধান করতে পারবে।
- ক্ষমতা, বল ও বেগের মধ্যে সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- সংরক্ষণশীল ও অসংরক্ষণশীল বল ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- কোনো সিস্টেমের ক্ষেত্রে কর্মদক্ষতা হিসাব করতে পারবে।

## ৫.১ কাজ ও শক্তির সর্বজনীন ধারণা
## Universal concept of Work and Energy

### কাজ
### Work

সাধারণভাবে কোনো কিছু করাকে কাজ বলে। যেমন—পড়াশোনা করা, কারখানায় কাজ করা, সাইকেল চালানো ইত্যাদি। বিজ্ঞানের ভাষায় কাজের অর্থ আলাদা।

বল প্রয়োগ করলে বস্তুর সরণ ঘটলে তখনই কেবল কাজ হয়। যেমন একটি বইকে টেবিলের উপর থেকে নিচে ফেলে দেওয়া হলো। মাথায় বোঝা নিয়ে একজন লোক সিঁড়ি বেয়ে উপরে উঠল, এই দুটি উদাহরণ দ্বারা কাজ করা বুঝায়। প্রথম ক্ষেত্রে অভিকর্ষ বলের দিকে সরণ হয়েছে। আর দ্বিতীয় ক্ষেত্রে অভিকর্ষ বলের বিপরীতে সরণ হয়েছে। তাই উভয় ক্ষেত্রে কাজ হয়েছে। কিন্তু একজন লোক কাঁধে বোঝা নিয়ে এক স্থানে স্থির থেকে খুব ক্লান্ত হয়ে পড়লেও কোনো কাজ হবে না। কারণ বোঝাটির কোনো সরণ হচ্ছে না। এই আলোচনা থেকে বোঝা যায় যে—

কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে যদি বস্তুর সরণ ঘটে কেবলমাত্র তখনই কাজ করা হয়। কিন্তু বল প্র করলেও যদি বস্তুর সরণ না ঘটে তাহলে কোনো কাজ হয় না।

**কাজের একক :** কাজের একক নিউটন-মিটার (N–m)। একে জুল (J) বলে। অর্থাৎ 1 জুল = 1 নিউটন মিটার।

আমরা আমাদের দৈনন্দিন জীবনে আমাদের চারপাশে কাজের অনেক উদাহরণ দেখতে পাই। ছেলেরা ফু খেলছে ও রিকশাওয়ালা রিকশা চালাচ্ছে, ফেরিওয়ালা জিনিস বিক্রি করে বেড়াচ্ছে, কৃষক গরু দিয়ে মাঠে চালাচ্ছে ইত্যাদি।

নিচের উদাহরণগুলো লক্ষ করা যাক :

(১) মিলন বই নিয়ে ক্লাসে দাঁড়িয়ে আছে।

(২) রানা জোরে দেওয়াল দুই হাত দিয়ে ঠেলছে।

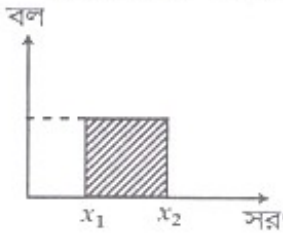
(৩) রিমি একটি খেলনাকে ঠেলে ঘরের এক প্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তে পাঠিয়ে দিল।

যেহেতু বল প্রয়োগে বস্তু গতিশীল হলেই কেবল কাজ হয় তাই প্রথম ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে কোনো কাজ কিন্তু তৃতীয় ক্ষেত্রে কাজ হয়েছে। তাই কাজকে নিম্নোক্ত উপায়ে সংজ্ঞায়িত করা যায়।

**কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগে বস্তুর সরণ ঘটলে প্রযুক্ত বল ও বলের অভিমুখে সরণের উপা গুণফলকে কাজ বলে।**

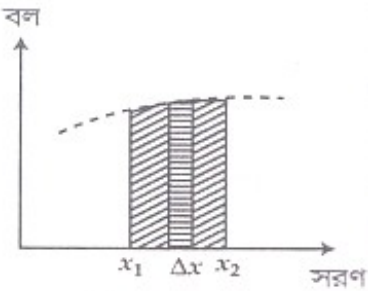
## লেখচিত্র দ্বারা কাজের বর্ণনা
## Graphical representation of work

বস্তুর সরণের অভিমুখে প্রযুক্ত বলের উপাংশকে কোটি বরাবর এবং সরণের মানকে ভুজ বরাবর সূচিত একটি লেখচিত্র আঁকা হলো [চিত্র ৫·১(ক)]। এই লেখচিত্রের নিচে অব ক্ষেত্রফল কৃত কাজের সমান হয়। প্রযুক্ত বল ধ্রুবক হলে লেখচিত্রটি $x$-অ সমান্তরাল সরলরেখা হয়। মনে করি, এই বলের ক্রিয়ায় বস্তুটি $x_1$ অব থেকে $x_2$ অবস্থানে সরে যায়। তখন কৃত কাজের পরিমাণ লেখচিত্র, $x$- এবং $x_1$ ও $x_2$-তে আঁকা দুটি কোটির মধ্যে সীমাবদ্ধ আয়তক্ষে ক্ষেত্রফলের সমান হয়। চিত্রে এই আয়তক্ষেত্রটিকে রেখাঙ্কিত করে দেখ হয়েছে।



চিত্র ৫·১(ক)

প্রযুক্ত বল পরিবর্তনশীল হলে লেখচিত্রটি যে কোনো আকারের হতে পারে [চিত্র ৫·১(খ)]। এখানেও কাজের পরিমাণ আগের পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়। বস্তুর অতি ক্ষুদ্র সরণ $\Delta x$ কল্পনা করলে এই সরণের সময় প্র বল F কার্যত ধ্রুবক থাকে বলে ধরা যায়। ফলে ঐ ক্ষুদ্র সরণের জন্য কৃত কাজের পরিমাণ $F\Delta x$ হয়। এই কাজ অনুভূমিক রেখাংশ আঁকা সরু ফালির ক্ষেত্রফলের সমান হয়। $x_1$ থেকে $x_2$ পর্যন্ত সরণকে আমরা এরকম অসংখ্য অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সরণ $\Delta x$-এর সমষ্টি বলে কল্পনা করতে পারি; প্রতিটির জন্য কৃত কাজ $F\Delta x$ লেখচিত্র থেকে নির্ণয় করে যোগ করলে মোট কৃত কাজ পাওয়া যায়। অতএব, মোট কৃত কাজ আগের মতো লেখচিত্র, $x$-অক্ষ এবং $x_1$ এবং $x_2$-তে আঁকা দুটি কোটির মধ্যে সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রফলের সমান হয়।



চিত্র ৫·১(খ)

অর্থাৎ কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে যদি বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ ঘটে কেবলমাত্র তখনই করা বুঝায়। বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল ও ঐ বলের অভিমুখে বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণের গুণফল দ্বারা কাজের পরি করা হয়।

অর্থাৎ কাজ = প্রযুক্ত বল × বলের অভিমুখে বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ।

$\therefore W = Fs$ ... ... ... (5.1

আর যদি বস্তুর সরণ বলের অভিমুখে না হয়ে বলের অভিমুখের সাথে $\theta$ কোণে হয় তাহলে

কাজ = বল × বলের দিকে সরণের উপাংশ

$\therefore W = Fs\cos\theta$ ... ... ... (5.2

এখন, বল $\vec{F}$ এবং $\vec{s}$ সরণ ভেক্টর রাশি হওয়ায় কাজ W-কে প্রকাশ করা যায়,

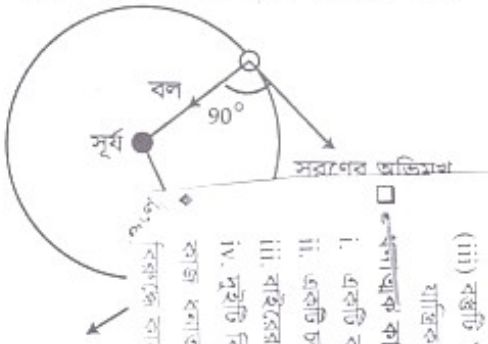
$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.3)$$

**একক :** কাজের এস. আই. একক হলো জুল (Joule) বা নিউটন-মিটার (N-m)। কাজ একটি স্কেলার রাশি। 1 নিউটন বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর 1 মিটার সরণ হলে যে কাজ হয় তাকে 1 জুল বলে।

**কাজের মাত্রা :** $[W] = [F][s] = MLT^{-2} \times L = ML^2T^{-2}$

## নিচের ঘটনাগুলো পড়ে কাজ হওয়া এবং না হওয়ার কারণ জেনে নাও

* পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ঘুরছে, যে কোনো মুহূর্তে পৃথিবীর সরণের অভিমুখ ঐ বৃত্তচাপের স্পর্শক বরাবর হয় (চিত্র ৫·২)। কিন্তু সূর্য পৃথিবীকে যে মহাকর্ষ বলে আকর্ষণ করে তা সব সময় পৃথিবী থেকে সূর্যের অভিমুখে অর্থাৎ বৃত্তচাপের ব্যাসার্ধ বরাবর কেন্দ্র অভিমুখে ক্রিয়া করে। অতএব সূর্যের আকর্ষণ বলের অভিমুখ ও পৃথিবীর সরণের অভিমুখ সবসময় পরস্পরের উপর লম্ব হওয়ায় পৃথিবীর আবর্তনের সময় সূর্যের মহাকর্ষ বল কোনো কাজ করে না। সুতরাং পৃথিবীর আবর্তনের ক্ষেত্রে সূর্যের মহাকর্ষ বল কোনো কাজ করবে না।




* হাতে একটি ব্যাগ নিয়ে সমতল পথে হাঁটলে ব্যাগটির ওজন অর্থাৎ অভিকর্ষ বল কোনো কাজ করে না। কারণ সমতল পথে হাঁটায় ব্যাগটির সরণ অনুভূমিক রেখা বরাবর অর্থাৎ অভিকর্ষীয় বলের লম্ব দিকে হয়। তাই ব্যাগটির সরণ হলেও অভিকর্ষ বল কোনো কাজ করে না। অতএব এক্ষেত্রে অভিকর্ষ বল কাজহীন বল। কিন্তু ব্যাগ নিয়ে উঁচু-নিচু পথে হাঁটলে অভিকর্ষ বল কাজ করে।

* একটি পাথরে দড়ি বেঁধে ঘোরালে পাথরটি হাতের আঙ্গুলের চারদিকে দড়ির টান হলো অভিকেন্দ্র বল। অতএব পাথরটি ঘুরবার সময় দড়ির টান কোনো কাজ

**কাজ :** পানি থেকে সদ্য তুলে আনা একটি চিংড়ি মাছকে মাটির উপর রাখ। এবার মাছটির গায়ের দিকে ঠেলে দাও। কী দেখতে পাবে ? চিংড়ি মাছটি সোজা উপরের দিকে মাছটি কর্তৃক কোনো কাজ হবে কী ?

কাজের সংজ্ঞা থেকে আমরা জানি বল ক্রিয়া করলেও (i) যদি বলের প্রয়োগ বিন্দু $W = 0$ হয় (ii) যদি বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ বলের অভিমুখের লম্বদিকে হয় অর্থাৎ হলে $W = 0$ হয়। তাই এক্ষেত্রে কোনো কাজ হয় নি।

### একাধিক বল দ্বারা কাজ :

যদি বস্তুতে একাধিক বল প্রযুক্ত হয়, তাহলে ঐ বলগুলি দ্বারা কাজের মোট পা যোগফলের সমান হয়। ঐ বলগুলির লব্ধি দ্বারা কাজের পরিমাণও একই হয়।

### বলের দ্বারা কাজ :

যদি চলন্ত একটি ফুটবলে পা দিয়ে গতির দিকে বল প্রয়োগ করা হয় তাহলে সরে যায়। গাছ থেকে একটি আম মাটিতে ফেলে দিলে তা অভিকর্ষের প্রভাবে নিচে পড়বে। উভয়ক্ষেত্রে কাজ ধনাত্মক বা বলের দ্বারা কাজ বুঝায়। অতএব বলা যায় বল প্রয়োগ করার ফলে যদি বলের প্রয়োগ বিন্দু বলের ক্রিয়া অভিমুখে সরে যায় বা বলের দিকে সরণের উপাংশ থাকে, তাহলে বলের দ্বারা কাজ বুঝায়। এক্ষেত্রে বলের দ্বারা কাজ **ধনাত্মক কাজ**।

### বলের বিরুদ্ধে কাজ :

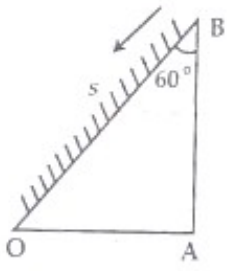
একজন লোক মাটি থেকে একটি চাউলের বস্তাকে মাথার উপর তুলল। আবার একটি বইকে মেঝে থেকে আলমারীতে তুলল। এই দুটি ক্ষেত্রে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে কাজ করা হয়। সুতরাং যদি একটি বস্তুর উপর ক্রিয়ারত বলের বিপরীত দিকে বস্তুটিকে সরানো হয় অর্থাৎ বলের অভিমুখের বিপরীত দিকে বলের প্রয়োগ বিন্দু সরে যায়, তবে বলের বিরুদ্ধে কাজ হয়েছে বুঝায়। এক্ষেত্রে বলের বিপরীতে কাজ **ঋণাত্মক কাজ**।

## গাণিতিক উদাহরণ

১। 150 kg ভরের এক ব্যক্তি 50 kg ভরের একটি বোঝা নিয়ে 4m দীর্ঘ একটি সিঁড়ি বেয়ে নাম যদি সিঁড়িটি দেওয়ালের সাথে 60° কোণে থাকে তবে সে কত কাজ করল নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$W = Fs\cos\theta$$
$$= mgs\cos\theta$$
$$= 200\times4\times9\cdot8\times\cos60°$$
$$= 200\times4\times9\cdot8\times0\cdot5$$
$$= 3920\ J$$



চিত্র ৫.৩

এখানে,

ভর, $m = 150 + 50 = 200$ kg

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9\cdot8$ ms

কোণ, $\theta = 60°$

$s = 4$ m

২। একটি কণার উপর $\vec{F} = (5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$ N বল প্রয়োগে কণাটির $\vec{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ m সরণ হয় বল দ্বারা সম্পাদিত কাজ কত?

আমরা জানি,

$$W = \vec{F}\cdot\vec{r}$$
$$= (5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})\cdot(3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$$
$$= 5\times3 - 3\times2 - 2\times1$$
$$= 15 - 6 - 2$$
$$= 7\ J$$

এখানে,

$\vec{F} = (5\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k})$ N

$\vec{r} = (3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$ m

৩। 5 kg ভরের একটি বস্তু 5m উঁচু থেকে একটি পেরেকের উপর পড়লে পেরেকটি মাটির ভিতরে cm ঢুকে যায়। মাটির গড় প্রতিরোধ বল নির্ণয় কর। [কু. বো. ২০০

আমরা জানি,

পতনশীল বস্তুর স্থিতিশক্তি = প্রতিরোধ বলের বিরুদ্ধে কাজ

প্রতিরোধ বলের বিরুদ্ধে কাজ $= F\times s$

$= F\times0\cdot1$ ... ... ... (i)

বস্তুটির মোট পতন $= h + s = 5 + 0\cdot1$

$= 5\cdot1$ m

∴ বস্তুর স্থিতিশক্তি $= mg(h + s)$

$= 5\times9\cdot8\times5\cdot1$

প্রশ্নানুসারে,

$$F\times0\cdot1 = 5\times9\cdot8\times5\cdot1$$
$$\therefore F = \frac{5\times9\cdot8\times5\cdot1}{0\cdot1}$$
$$= 2499\text{N}$$

উত্তর : গড় প্রতিরোধ বল = 2499N.

এখানে,

বস্তুর ভর, $m = 5$ kg

উচ্চতা, $h = 5$ m

সরণ, $s = 10$ cm $= 0\cdot1$ m

প্রতিরোধ বল, $F = ?$

## শক্তি
## Energy

কোনো বস্তু কাজ করতে সক্ষম হলে ধরে নিতে হবে তার শক্তি আছে। কোনো বস্তু মোট যে পরিমাণ করতে পারে তা দিয়ে বস্তুটির শক্তির পরিমাপ করা হয়। অর্থাৎ কৃত কাজ দিয়ে আমরা শক্তি পরিমাপ করতে কোনো বস্তু নিজে কাজ করলে বস্তুটির শক্তি কমে। যে বস্তুর উপর কাজ করা হয় তার শক্তি বাড়ে। শক্তির ভার, আয়তন নেই। যার কাজ করার সামর্থ্য যত কম তার শক্তিও তত কম। অতএব বলা যায় কাজ শক্তির মাপ

যদি বলা হয় কোনো বস্তু W পরিমাণ কাজ করল, তবে বুঝতে হবে যে, তার ব্যয়িত শক্তির মান W। কোনো বস্তু বলের বিরুদ্ধে কাজ করলে তখন তার শক্তি হারায়। আবার বস্তুর উপর বল ক্রিয়া করলে তা শক্তি লাভ করে।

**সংজ্ঞা :** কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে। কাজের মতো শক্তিও একটি স্কেলার রাশি।

শক্তির পরিমাণ = কৃত কাজ = প্রযুক্ত বল × বল প্রয়োগে বিন্দুর সরণ।

মোটর ইঞ্জিনে পেট্রোলের বাষ্প, বাষ্পীয় ইঞ্জিনে জলীয় বাষ্পের চাপ পিস্টন দ্বারা সৃষ্টি হয়। সুতরাং বাষ্পের শক্তি আছে। আবার বিদ্যুতেরও শক্তি আছে। এই শক্তিতেই ট্রেন ও কল-কারখানা চলে। শক্তি আছে বলে মহাবিশ্ব চলছে। শক্তি রূপ পরিবর্তন করতে পারে, কিন্তু শক্তি সৃষ্টি বা ধ্বংস করা যায় না। তাই রূপান্তর প্রক্রিয়ায় মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে। এ সম্পর্কে শক্তির নিত্যতার সূত্রে আমরা বিস্তারিত জানব। **শক্তির বিভিন্ন রূপ আছে যেমন—** (২২-২৩)

(i) যান্ত্রিক শক্তি (Mechanical energy)
(ii) তাপ শক্তি (Heat energy)
(iii) আলোক শক্তি (Light energy)
(iv) শব্দশক্তি (Sound energy)
(v) চৌম্বক শক্তি (Magnetic energy)
(vi) তড়িৎ শক্তি (Electrical energy)
(vii) রাসায়নিক শক্তি (Chemical energy)
(viii) পারমাণবিক শক্তি (Nuclear energy)
(ix) সৌর শক্তি (Solar energy)

## শক্তির রূপান্তর
## Transformation of Energy

এই মহাবিশ্ব জুড়ে শক্তি বিভিন্ন রূপে বিরাজিত। বিভিন্ন প্রকার শক্তি পরস্পরের সাথে সম্বন্ধযুক্ত। এক শক্তিকে অন্য শক্তিতে রূপান্তর সম্ভব এবং এর নামই **শক্তির রূপান্তর (Transformation of energy)**।

শক্তি রূপান্তরের কয়েকটি উদাহরণ নিম্নে প্রদত্ত হলো।

(১) পানি উচ্চ স্থান হতে নিম্ন স্থানে প্রবাহিত হয়। উচ্চ স্থানে থাকার সময় তার শক্তি স্থিতিশক্তি। নিম্ন স্থানে প্রবাহিত হবার সময় স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। এই গতিশক্তির সাহায্যে টারবাইন ঘুরিয়ে বিদ্যুৎ শক্তি উৎপন্ন করা হয়। অর্থাৎ **যান্ত্রিক শক্তি বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(২) বিদ্যুৎ শক্তি যখন বৈদ্যুতিক বাতির মধ্য দিয়ে প্রবাহিত হয় তখন আমরা আলো পাই। এক্ষেত্রে **বিদ্যুৎ শক্তি আলোক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(৩) বৈদ্যুতিক ইস্ত্রিতে তড়িৎ বা বিদ্যুৎ চালনা করে তাপ উৎপন্ন করা হয়। এই তাপের সাহায্যে কাপড়-চোপড় ইস্ত্রি করা হয়। এক্ষেত্রে **বিদ্যুৎ শক্তি তাপ শক্তিতে এবং তাপ শক্তি যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

বৈদ্যুতিক পাখার মধ্য দিয়ে বিদ্যুৎ প্রবাহিত করলে পাখা ঘুরতে থাকে। এ স্থলেও বৈদ্যুতিক শক্তি যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

(৪) একটি কাঁচা লোহার উপর অন্তরীত (insulated) তামার তার জড়িয়ে বিদ্যুৎ চালনা করলে লোহার পাতটি চুম্বকে পরিণত হয়। এক্ষেত্রে **বিদ্যুৎ শক্তি চুম্বক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(৫) ক্যালসিয়াম, পটাসিয়াম, রুবিডিয়াম প্রভৃতি ধাতুর উপর আলো পড়লে ইলেকট্রন নির্গত হতে দেখা যায়। ফটো-ইলেকট্রিক কোষ এই নীতির উপর প্রতিষ্ঠিত। এরূপ একটি কোষে আলো ফেলে বিদ্যুৎ প্রবাহ তৈরি করা হয়। এক্ষেত্রে **আলোক শক্তি বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(৬) দুই হাতের তালু পরস্পরের সাথে ঘষলে তাপ উৎপন্ন হয়। এক্ষেত্রে **যান্ত্রিক শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(৭) ফটোগ্রাফিক ফিল্মের উপর আলোক সম্পাত করে রাসায়নিক ক্রিয়ার মাধ্যমে আলোক চিত্র তৈরি করা হয়। এক্ষেত্রে **আলোক শক্তি রাসায়নিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(৮) ঔষধের কারখানায় শ্রবণোত্তর বা শব্দোত্তর তরঙ্গের সাহায্যে জীবাণু ধ্বংস করা হয় এবং কর্পূরকে দ্রবনে দ্রবণীয় করা হয়। এ ছাড়া শব্দোত্তর তরঙ্গ দ্বারা বস্ত্রাদির ময়লাও পরিষ্কার করা হয়। এসব ক্ষেত্রে **শব্দ শক্তি যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।** (২১-২২, ০৪-০৫)

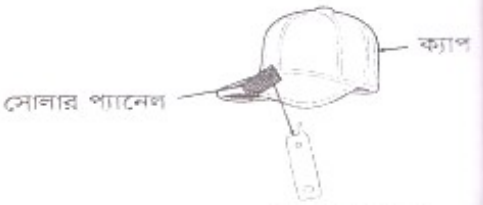
(৯) আমরা জানি বৈদ্যুতিক ঘণ্টা বিদ্যুতের সাহায্যে চলে। টেলিফোনও বিদ্যুতের সাহায্যে চলে। দুই ক্ষেত্রেই আমরা শব্দ শুনতে পাই। এস্থলে **বিদ্যুৎ শক্তি শব্দ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(১০) কয়লা পোড়ালে তাপ উৎপন্ন হয়। রাসায়নিক ক্রিয়ার ফলে এটি ঘটে। এক্ষেত্রে **রাসায়নিক শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

(১১) বিদ্যুৎ কোষে রাসায়নিক দ্রব্যের বিক্রিয়ার ফলে বিদ্যুৎ উৎপন্ন হয়। এক্ষেত্রে **রাসায়নিক শক্তি তড়িৎ বা বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়।**

শক্তি যখন একরূপ হতে অন্যরূপে পরিবর্তিত হয় তখন এর কোনো ঘাটতি বা বাড়তি ঘটে না। অর্থাৎ শক্তির বিনাশ ও সৃষ্টি উভয়ই অসম্ভব। যখন এক প্রকার শক্তি বিলুপ্ত হয় তখন তা অন্যরূপে আত্মপ্রকাশ করে। **এর নাম শক্তির নিত্যতা বা শক্তির অবিনশ্বরতা** (Conservation of Energy)। **এ সম্পর্কে একটি সূত্র বা বিধি আছে। এর নাম শক্তির নিত্যতা সূত্র বা শক্তির নিত্যতা বিধি। একে শক্তির সংরক্ষণ সূত্রও বলা হয়।**

**মডেল তৈরি :** মাথায় দেওয়া একটি ক্যাপের উপর সামনের দিকে একটি আয়তাকার সোলার প্যানেল বসাও। সোলার প্যানেলের সাথে সংযোগকারী তার ও ইলেকট্রনিক সংযোগের মাধ্যমে মোবাইল ফোন এবং চার্জিং করার পয়েন্ট প্রবেশ করাও। ক্যাপ মাথায় দিয়ে চলাফেরা করলে সৌরশক্তির মাধ্যমে মোবাইল ফোন চার্জিত হবে [চিত্র ৫·৪]। এক্ষেত্রে সৌরশক্তি বিদ্যুৎশক্তিতে রূপান্তরিত হচ্ছে।



চিত্র ৫·৪

**শক্তির একক (Unit of energy) :**

যেহেতু কৃত কাজ দিয়েই শক্তির পরিমাপ করা হয় সুতরাং কাজ ও শক্তির একক একই। অর্থাৎ এস. আই (SI) পদ্ধতিতে শক্তির একক জুল (J)।

**শক্তির মাত্রা (Dimension of energy) :**

শক্তি ও কাজের মাত্রা একই , $[E] = [ML^2T^{-2}]$

বস্তু গতিশীল হলে সেটি গতিশক্তি অর্জন করে। যেমন $m$ ভরের বস্তু $v$ বেগে গতিশীল হলে $\frac{1}{2}mv^2$ পরিমাণ গতিশক্তি অর্জন করে। শক্তির সবচেয়ে সাধারণ রূপ হচ্ছে যান্ত্রিক শক্তি। কোনো বস্তুর অবস্থান বা গতির কারণে তার মধ্যে যে শক্তি থাকে তাকে যান্ত্রিক শক্তি বলে। যান্ত্রিক শক্তি দুই প্রকার : (i) গতিশক্তি (Kinetic energy) ও (ii) স্থিতিশক্তি (Potential energy)। এই অধ্যায়ে এ বিষয়ে আলোচনা করব।

**নিজে কর :** তোমার পড়ার টেবিলে একটি বইকে একটি কলমের দিকে জোরে ঠেলা দাও। কী দেখতে পাবে? কলমটি গতিশীল হলো কেন ? ব্যাখ্যা কর।

এক্ষেত্রে কলমটির মধ্যে কাজ করার সামর্থ্য তথা গতিশক্তি জন্মাল। তাই কলমটি সামনের দিকে সরে গেল।

## ৫·২ বল, সরণ এবং কাজ
## Force, Displacement and Work

মনে কর একটি মার্বেল-এর ভর $m$ এবং এটি $v_0$ আদি বেগে গতিশীল। এই মার্বেলের উপর বল প্রয়োগ করা হলো ফলে বেগ পরিবর্তিত হয়ে $v$ হলো। তাহলে বল প্রয়োগের আগে গতিশক্তি = $\frac{1}{2}mv_0^2$ এবং বল প্রয়োগের পর গতিশক্তি = $\frac{1}{2}mv^2$। এক্ষেত্রে কৃত কাজ হবে গতিশক্তিদ্বয়ের পার্থক্যের সমান।

∴ কাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.4)$$

গতির সমীকরণ থেকে আমরা জানি

$$v^2 = v_0^2 + 2as \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.5)$$

এখানে $a$ = ত্বরণ, $s$ = সরণ। এখন (5.5) নং সমীকরণে $\frac{1}{2}m$ দ্বারা উভয় পাশে গুণ করে পাই

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}m(2as)$$

বা, $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mas \quad \ldots$

বা, $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + Fs \quad \ldots$

বা, $\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = Fs$

সমীকরণ (5.4) এবং সমীকরণ (5.8) থেকে পা

$$W = Fs$$

যদি সরণ অভিমুখে প্রযুক্ত বল বিবেচনা না
সরণের উপাংশ বিবেচনা করা হয় তাহলে চিত্র ৫·৫ অ

$$W = Fs\cos\theta$$

ভেক্টর আকারে প্রকাশ করলে

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} \quad \ldots$$

সুতরাং বলা যায় বল ও সরণের স্কেলার গুণন হ
অর্থাৎ সরণ ও সরণ অভিমুখে বলের উপাংশের গ
কাজ।

কাজের সাধারণ সংজ্ঞা থেকে দেখা যায় বল ক্রিয়
কৃত কাজ $W = 0$ হয়। আবার যদি বলের প্রয়োগ বিন্দু
তবে $W = Fs\cos 90^\circ = 0$ হয়।

বলকে দুইভাবে ভাগ করা যায় যথা:

- সংরক্ষণশীল বল: তড়িৎ বল, চৌম্বক বল, অভিকর্ষীয় বল, স্প্রিং এর বল ইত্যাদি। সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজ পুনরুদ্ধার সম্ভব।
- অসংরক্ষণশীল বল: ঘর্ষণ বল, সান্দ্র বল। অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃতকাজ পুনরুদ্ধার করা সম্ভব নয়।

স্থিতিস্থাপক বল: স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বাইরে থেকে বল প্রয়োগে কোন বস্তুর আকার আকৃতি পরিবর্তন ঘটানোর পর বল অপসারণ করলে যে বলের কারণে তা আবার পূর্বের আকার আকৃতি ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপক বল বলে।

স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কাজ সরণের বর্গের সমানুপাতিক। অপরদিকে অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ উচ্চতার বা সরণের সমানুপাতিক। অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বৃদ্ধি পেলে এই বল দ্বারা কাজও বৃদ্ধি পায়।

সময় বা অবস্থানের সাপেক্ষে বলের মান বা দিক কোনটির পরিবর্তন না হলে তাকে স্থির বল বলে। যেসকল বলের মান ও দিক সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয় তাকে পরিবর্তনশীল বল বলে।

বৃত্তপথে আবর্তনরত বস্তু শূন্য কাজের উদাহরণ।

$0 < \theta < 90^0$ হলে বলের দ্বারা কৃতকাজ ধনাত্মক এবং $90^0 < \theta < 180$ হলে বলের বিরুদ্ধে কাজ বোঝায় এবং এটি ঋণাত্মক কাজ।

অর্থাৎ কোনো সচল বস্তুর সরণের লম্ব দিকে এক বা একাধিক বল বস্তুটির উপর ক্রিয়া করতে পারে। এই বলগুলির অভিমুখ সরণের অভিমুখের সাথে $90^\circ$ কোণে থাকলে বস্তুর সরণের সময় এই বলগুলি কোনো কাজ করে না। এ ধরনের বলকে **কাজহীন বল** বলে।

## ৫·৩ স্থির বল এবং পরিবর্তনশীল বল কর্তৃক কৃত কাজ
## Work done by Constant Force and Variable Force

বল সাধারণত দুই প্রকার; যথা— স্থির বল ও পরিবর্তনশীল বল। এখন আমরা স্থির বল ও পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ আলোচনা করব।

### স্থির বল কর্তৃক কৃত কাজ
### Work done by a Constant Force

অভিকর্ষীয় বলের প্রভাবে কোনো বস্তুকে অল্প উচ্চতায় উপরে উঠানো বা নিচে নামানো যায়। উচ্চতার মান কম হওয়ায় এক্ষেত্রে অভিকর্ষীয় বল স্থির (বা ধ্রুব) বল। ($\because F = mg$, $g$ স্থির মানের হওয়ায় F ধ্রুব) অর্থাৎ সময়ের প্রেক্ষিতে বলের মান ও দিক পরিবর্তন না হলে তাকে স্থির (বা ধ্রুব) বল বলে।

মনে করি A বিন্দুতে অবস্থিত কোনো একটি বস্তুর উপর AB বরাবর F বল প্রযুক্ত হওয়ায় বস্তুটি A বিন্দু হতে B বিন্দুতে যেতে $s$ দূরত্ব অতিক্রম করল [ চিত্র ৫·৬ (ক) ]। তা হলে,

কৃত কাজ = বলের মান × বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর সরণের মান

বা, $W = F \times s \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.11)$

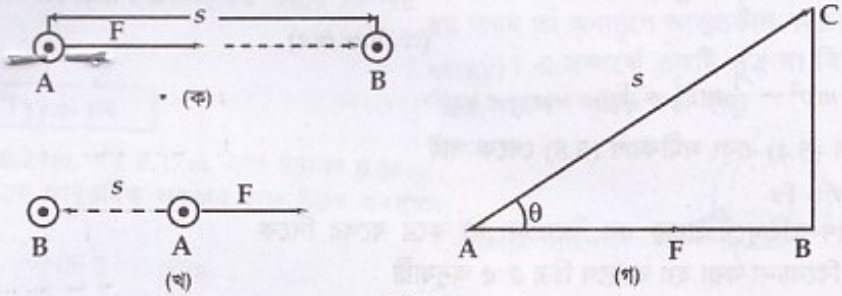
যদি বল প্রয়োগের ফলে বস্তুর তথা বলের প্রয়োগ বিন্দুর সরণ, বলের বিপরীত দিকে AB = $s$ [চিত্র ৫·৬(খ)] তবে,

কৃত কাজ = বলের মান × বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর সরণের মান

$W = F \times (-s) = -F \times s$ ... ... ... (5.12

ঋণ চিহ্ন বল ও সরণ বিপরীতমুখী বুঝাতে ব্যবহৃত হয়েছে।

এবার মনে করি একটি বস্তুর উপর F পরিমাণ বল AB অভিমুখে প্রযুক্ত হওয়ায় বস্তুটি বলের অভিমু সাথে θ কোণ উৎপন্ন করে $s$ পরিমাণ দূরত্ব সরে C বিন্দুতে পৌঁছল [ চিত্র ৫·৬(গ) ]। তা হলে বলের ক্রিয়া বরাবর বস্তুর সরণ = AB = $s \cos\theta$।




চিত্র ৫·৬

এখানে BC ⊥ AB

∴ কৃত কাজ, W = বলের মান × বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর সরণের মান

বা, $W = Fs\cos\theta$ ... ... ... (5.13

= বলের মান × বলের দিকে সরণের উপাংশের মান।

= সরণের মান × সরণের দিকে বলের উপাংশের মান।

ভেক্টর বীজগণিতের সাহায্যে কাজকে নিম্নলিখিতভাবে প্রকাশ করা যায় :

**কাজকে বল ও সরণ এই দুটি ভেক্টর রাশির স্কেলার গুণফল দ্বারা পরিমাপ করা হয়।** মনে করি বল একটি ভেক্টর বা দিক রাশি এবং সরণ $\vec{s}$ একটি ভেক্টর বা দিক রাশি।

অতএব কাজ = বল . সরণ

বা $W = \vec{F} . \vec{s}$

$= Fs\cos\theta$, [ $s\cos\theta$ হলো বল F-এর দিকে সরণের উপাংশ বা অংশক] ... (5.14

এখানে $\theta = \vec{F}$ এবং $\vec{s}$-এর মধ্যবর্তী কোণ।

(ক) $\theta = 0°$ হলে, অর্থাৎ বলের দিকে যখন বস্তুর সরণ হয়, তখন

$W = \vec{F} . \vec{s} = Fs\cos\theta = Fs\cos 0°$

$= Fs$ $[\because \cos 0° = 1]$

এখানে কাজ ধনাত্মক (positive)। এক কথায় θ সূক্ষ্মকোণ হলে কাজ ধনাত্মক। **কাজ ধনাত্মক হ বলের দ্বারা কাজ বুঝায়।**

(খ) $\theta = 90°$ হলে

$W = F.s\cos\theta = F.s\cos 90° = 0$ $[\because \cos 90° = 0]$

অর্থাৎ $\theta = 90°$ হলে বল দ্বারা কাজের পরিমাণ শূন্য হবে।

(গ) $\theta = 180°$ হলে কাজ ঋণাত্মক (negative) হবে

অর্থাৎ $W = \vec{F} . \vec{s} = Fs\cos 180° = -Fs$ $[\because \cos 180° = -1]$

**কাজ ঋণাত্মক হলে বলের বিরুদ্ধে কাজ বুঝায়।**

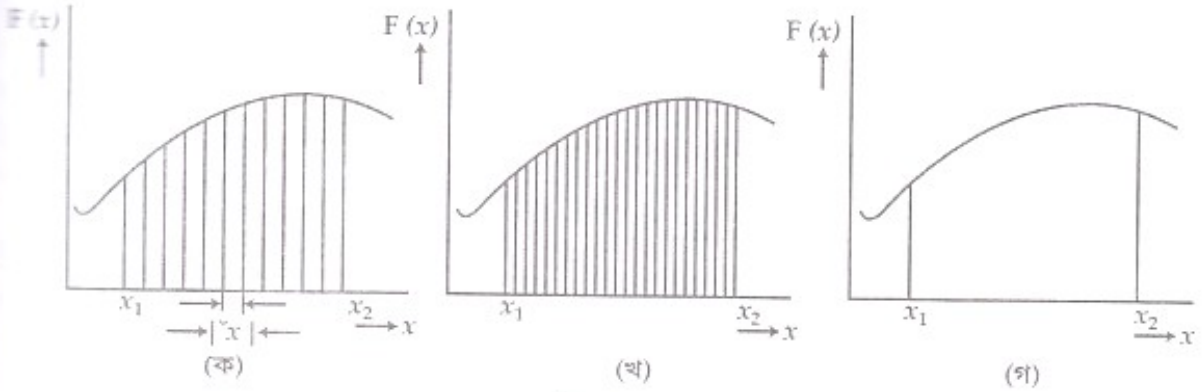
## পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজ
**Work done by a Variable force**

সংজ্ঞা : যে বলের মানের ও দিকের অথবা যে কোনো একটির পরিবর্তন হয় তা-ই পরিবর্তনশীল বল। যেমন একটি স্প্রিংকে টেনে লম্বা করলে বা সংকুচিত করলে যে কাজ হবে তা পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কাজ বুঝায়। আবার মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে কোনো বস্তুর স্থান পরিবর্তনও পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কাজ বুঝায়।

স্বল্প উচ্চতায় বলের পরিবর্তন খুবই নগণ্য। কিন্তু পৃথিবী পৃষ্ঠের বেশ উপরের দিকে কিংবা নিচের দিকে অভিকর্ষীয় বলের মান কমতে থাকে। সেক্ষেত্রে বল স্থির (বা ধ্রুব) ধরা যায় না। বল একটি ভেক্টর রাশি; সুতরাং এর দিক ও মান উভয়ই আছে। প্রথমে বলের মান পরিবর্তনশীল বিবেচনা করে আমরা নিম্নে কৃত কাজের সমীকরণ বের করব।

**(ক) বলের মান যখন পরিবর্তনশীল :** ধরি কোনো একটি পরিবর্তনশীল বল $\vec{F}$ বস্তুর উপর $x$-অক্ষ বরাবর ক্রিয়া করায় বস্তুটি $x$-অক্ষ বরাবর $x_1$ অবস্থান থেকে $x_2$ অবস্থানে সরে গেল এবং বলটি মানের সাপেক্ষে পরিবর্তী। এই পরিবর্তী বল দ্বারা বস্তুটির সরণ $(x_2 - x_1)$ ঘটাতে সম্পাদিত কাজ নিম্নোক্ত উপায়ে বের করতে পারি।

এখন মোট সরণ $(x_2 - x_1)$ কে বহুসংখ্যক অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সমমানের সরণ $\Delta x$-এ বিভক্ত করা হলো [চিত্র ৫·৭ (ক)]। ফলে প্রতিটি ক্ষুদ্র সরণের শুরুতে বস্তুর উপর যে বল ক্রিয়া করে ঐ বলের ক্রিয়াতেই ঐ সরণ




চিত্র ৫·৭

সংঘটিত হয়েছে বিবেচনা করা যায়। প্রতিটি ক্ষুদ্র অংশে ক্রিয়ারত বল ভিন্ন ভিন্ন মানের। সুতরাং $x_1$ অবস্থান থেকে $x_1 + \Delta x$ পর্যন্ত ক্ষুদ্র সরণের ক্ষেত্রে $F_1$ বল ক্রিয়াশীল হলে কাজ,

$$\Delta W_1 = F_1 \Delta x$$

অনুরূপভাবে $x_1 + \Delta x$ থেকে $x_1 + 2\Delta x$ পর্যন্ত সরণ $\Delta x$-এর ক্ষেত্রে $F_2$ বল ক্রিয়াশীল হলে কাজ,

$$\Delta W_2 = F_2 \Delta x$$

মোট সরণ $(x_2 - x_1)$ কে যদি এরূপ N সমসংখ্যক ক্ষুদ্র সরণ $\Delta x$-এ বিভক্ত করা হয় তবে মোট কাজ হবে এই ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশের সরণের জন্য কাজের সমষ্টির সমান।

$$\therefore \text{কৃত কাজ, } W = \Delta W_1 + \Delta W_2 + \Delta W_3 + \ldots\ldots\ldots + \Delta W_N$$
$$= F_1\Delta x + F_2\Delta x + F_3\Delta x + \ldots\ldots\ldots + F_N\Delta x$$
$$= \sum_{k=1}^{N} F_k \Delta x$$

লক্ষণীয় যে প্রতিটি ক্ষুদ্র অংশ $\Delta x$-এ বলের মান ধ্রুব ধরা হয়েছে। কিন্তু এটা সম্পূর্ণ সঠিক নয়। ঐ প্রতিটি ক্ষুদ্র অংশকে যদি আরও ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশে ভাগ করি [চিত্র ৫·৭ (খ)] এবং নব ক্ষুদ্র অংশের জন্য বল স্থির (বা ধ্রুব) ধরি, তবে কৃত কাজের মান আরও সঠিক হবে। এভাবে ক্ষুদ্র অংশ আরও ক্ষুদ্র অর্থাৎ $\Delta x$ যদি প্রায় শূন্যের কাছাকাছি

হয় এবং বিভক্ত অংশের সংখ্যা N-কে অসীম করা হয় তবে সঠিক মান পাওয়া যাবে। অতএব, কাজের সঠিক মান লেখা যায়

$$W = \underset{\Delta x \to 0}{\text{Lt}} \sum_{k=1}^{N} F_k \, \Delta x$$

ক্যালকুলাসের ভাষায়,

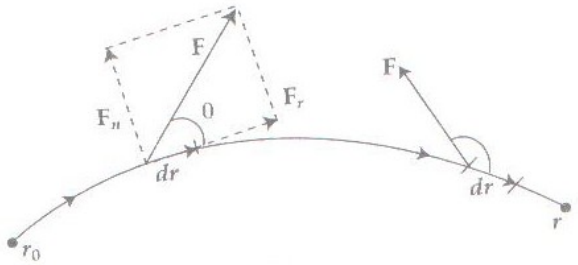
$$\underset{\Delta x \to 0}{\text{Lt}} \sum_{k=1}^{N} F_k \Delta x = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\, dx$$

$$\therefore \quad W = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\, dx \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.15)$$

$= x_1$ ও $x_2$ সীমার মধ্যে আবদ্ধ লেখচিত্রের ক্ষেত্রফল [চিত্র ৫·৫ (গ)]

বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ $\theta$ হলে [চিত্র ৫·৮]

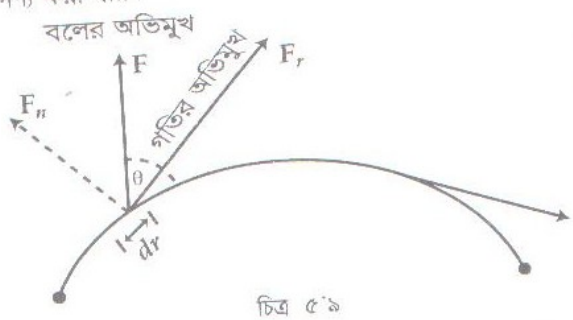
$$W = \int \vec{F} . d\vec{x} = \int_{x_1}^{x_2} F\cos\theta \, dx, \quad F\cos\theta \text{ হচ্ছে X-অক্ষ বরাবর বল } \vec{F} \text{-এর উপাংশ।} \qquad \ldots \quad (5.16)$$




চিত্র ৫·৮

**(খ) বলের মান ও দিক উভয়ই যখন পরিবর্তনশীল :** বল মানে ও অভিমুখে পরিবর্তনশীল হলে ঐ বলের ক্রিয়ায় বস্তু একটি রেখায় গতিশীল হতে পারে। বস্তুটির গতি দ্বিমাত্রিক বা ত্রিমাত্রিক। এ ক্ষেত্রে রেখাটির কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক দ্বারা ঐ বিন্দুতে বস্তুর গতি অভিমুখ নির্দিষ্ট হবে। এক্ষেত্রে সরণ = $\vec{r}$।

কাজেই এই প্রকার বলের কৃত কাজ নির্ণয়ে সমগ্র গতিপথকে অতি ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র সরণ $d\vec{r}$-এর সমষ্টি হিসেবে গণ্য করা যায়।




চিত্র ৫·৯

প্রত্যেক ক্ষুদ্র সরণের শুরুতে বস্তুর উপর যে বল ক্রিয়ারত থাকে ঐ বল উক্ত সরণের জন্য অপরিবর্তী বিবেচনা করা যায়। ধরি কোনো একটি ক্ষুদ্র সরণ $d\vec{r}$ এবং ঐ সরণের জন্য ক্রিয়ারত বল $\vec{F}$-এর মধ্যবর্তী কোণ $\theta$ [চিত্র ৫·৯]। বলটিকে $d\vec{r}$-বরাবর একটি অংশে এবং তার লম্ব দিকে অপর একটি অংশে বিভক্ত করি। এই অংশক দুটি যথাক্রমে

$$F_r = F\cos\theta \text{ এবং } F_n = F\sin\theta$$

এই ক্ষুদ্র সরণের জন্য বলের $F_n$ অংশক কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য, কেননা এই ক্ষুদ্র সরণ ও $F_n$-এর মধ্যবর্তী কোণ 90°। তা হলে ঐ ক্ষুদ্র সরণের জন্য কাজ

$$dW = F\,dr\cos\theta = \vec{F} . d\vec{r}$$

কাজেই গতিপথের $r_0$ অবস্থান হতে $r$ অবস্থানে স্থানান্তরের ক্ষেত্রে কাজ,

$$W = \int_{r_0}^{r} (F\cos\theta)\, dr = \int_{r_0}^{r} \vec{F} . d\vec{r} \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.17)$$

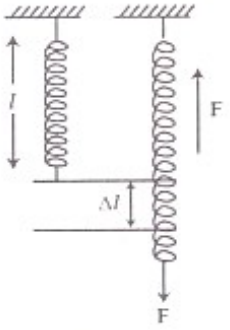
## ৫.৪ স্থিতিস্থাপক বল ও অভিকর্ষীয় বল এবং সম্পাদিত কাজ
## Elastic Force and Gravitational Force and Work done

### স্থিতিস্থাপক বল
### Elastic Force

একটি স্প্রিংকে টেনে প্রসারিত করলে মনে হয় যে, স্প্রিং আমাদের হাতকে বিপরীত দিকে টানছে। নিউটনের তৃতীয় সূত্র থেকে এরূপ প্রতিক্রিয়া বলের উদ্ভব ব্যাখ্যা করা যায়। স্পষ্টত বিকৃত করার চেষ্টাকে স্প্রিংটি বাধা দেয়; স্প্রিংটিকে ছেড়ে দিলে সেটি সঙ্গে সঙ্গে এর প্রাথমিক দৈর্ঘ্য ফিরে পায়। এক্ষেত্রে যে বলের ক্রিয়ায় বস্তু পূর্বের আকার আয়তন ফিরে পেল সেই বলই হলো স্থিতিস্থাপক বল।

**সংজ্ঞা : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বাইরে থেকে বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর আকার-আকৃতির পরিবর্তন ঘটানোর পর বল অপসারণ করলে যে বলের কারণে তা আবার পূর্বের আকার-আকৃতি ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপক বল বলে।**

উদাহরণ : মনে করি, একটি স্প্রিং-এর এক প্রান্ত কোনো দৃঢ় অবলম্বনে আটকিয়ে অপর প্রান্তে F টানা বল প্রয়োগ করা হলো [চিত্র ৫·১০]। এই বল স্প্রিং-এর মাধ্যমে অবলম্বনের উপরও ক্রিয়া করবে। নিউটনের তৃতীয় সূত্রানুযায়ী অবলম্বনটি স্প্রিং-এর উপর সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বল F প্রয়োগ করবে। স্প্রিং-এর উপর ক্রিয়ারত বল দুটি পরস্পরকে প্রশমিত করে। ফলে সমগ্র স্প্রিং-এর কোনো সরণ হয় না, কিন্তু ওর দৈর্ঘ্য বাড়ে অর্থাৎ স্প্রিং-এর বিভিন্ন অংশের মধ্যে আপেক্ষিক সরণ ঘটে। সাধারণত বস্তুর এরূপ বিকৃতি বাইরে থেকে প্রযুক্ত বলের দ্বারা হয়েছে ধরা হয়; স্থিতিস্থাপক বলের কারণে স্প্রিংটি পূর্বের আকার ফিরে পায়।

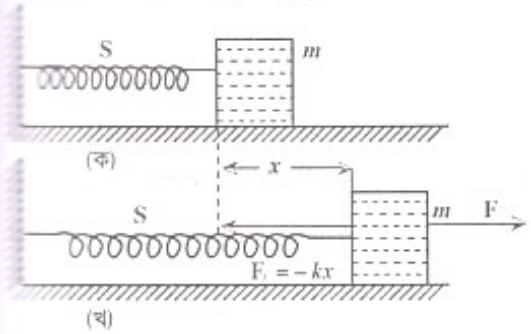


চিত্র ৫·১০

### পরিবর্তনশীল বল কর্তৃক কাজের উদাহরণ
### Examples of work done by variable force

(ক) স্প্রিং প্রসারণে সম্পাদিত কাজ (বল $\propto x$)

মনে করি একটি অনুভূমিক আদর্শ স্প্রিং-এর এক প্রান্ত দেয়ালের সাথে আটকিয়ে অপর প্রান্তে $m$ ভরের একটি বস্তু যুক্ত রয়েছে। বস্তুটি অনুভূমিক এবং ঘর্ষণবিহীন তলের উপর দিয়ে চলাচল করতে পারে।



চিত্র ৫·১১

বস্তুটিকে টেনে স্প্রিং S-কে দৈর্ঘ্য বরাবর বিকৃত করলে স্থিতিস্থাপক ধর্মের দরুন প্রযুক্ত বলের বিপরীত স্প্রিং-এ প্রত্যায়নকারী বলের উদ্ভব হবে। স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম না করলে, প্রত্যায়নী বলের মান হুকের সূত্রানুযায়ী দৈর্ঘ্য পরিবর্তনের সমানুপাতিক হবে।

মনে করি $F_s$ অনুভূমিক বল প্রয়োগে বস্তুটিকে বাম হতে ডান দিকে সরানোর ফলে স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য অনুভূমিক বরাবর $x$ পরিমাণ বৃদ্ধি পেল। এই ক্রিয়ার দরুন স্প্রিং-এ $-kx$ পরিমাণ প্রত্যায়নী বল উৎপন্ন হবে। কেননা

$$F_s \propto -x,$$

বা, $$F_s = -kx$$

[এই প্রত্যায়নী বলের দিক বস্তুটির সরণের বিপরীত দিকে হওয়ায় ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে।]

এখানে $k$ একটি ধ্রুব সংখ্যা। একে স্প্রিং ধ্রুবক (spring constant) বলা হয়।

স্প্রিংটিকে প্রসারিত করতে হলে সমমানের বাহ্যিক বল প্রয়োগ করতে হবে। মনে করি প্রযুক্ত বল F।

$$\therefore \quad F = -F_s = -(-kx) = kx \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.18)$$

স্প্রিংটিকে $x_1$ অবস্থান হতে $x_2$ অবস্থানে প্রসারিত করতে প্রযুক্ত বল কর্তৃক সম্পাদিত কাজের পরিমাণ

$$W = \int_{x_1}^{x_2} \vec{F}(x)\, d\vec{x} = \int_{x_1}^{x_2} F(x)\, dx$$

[$\because \vec{F}$ ও $d\vec{x}$-এর মধ্যবর্তী কোণ শূন্য]

$$= \int_{x_1}^{x_2} kx\,dx = k\int_{x_1}^{x_2} x\,dx = \frac{1}{2}k\left[x^2\right]_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2}k\left[x_2^2 - x_1^2\right]$$

$$W = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.19)$$

এই কাজ ধনাত্মক। সাধিত কাজ স্প্রিং-এর মধ্যে স্থিতিশক্তি হিসেবে সঞ্চিত থাকে।

স্প্রিং-এর আদি অবস্থান $x_1 = 0$ এবং শেষ অবস্থান $x_2 = x$ ধরলে,

$$W = \frac{1}{2}kx^2 \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.20)$$

অর্থাৎ, সরণের পরিমাণ $x$ হলে সঞ্চিত স্থিতিশক্তির পরিমাণ হবে $\frac{1}{2}kx^2$।

[পুনঃ, স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য $x$ পরিমাণ সংকুচিত হলেও সঞ্চিত স্থিতি শক্তির পরিমাণ $W = \frac{1}{2}kx^2$ হবে]।

**(খ) স্প্রিং সংকোচনে কাজ :**

এক্ষেত্রে $x_1 = 0$ এবং $x_2 = x$ ধরলে স্প্রিং সংকোচনে কাজ $W = \frac{1}{2}kx^2$ হয় অর্থাৎ স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য $x$ পরিমাণ সংকুচিত করলে সঞ্চিত স্থিতিশক্তির পরিমাণ বা কাজ $= \frac{1}{2}kx^2$.

**(গ) বাহ্যিক বল প্রয়োগে বিকৃত বস্তুর উপর কাজ :**

এখন আমরা একটি তার বা দণ্ডকে প্রসারিত করতে অর্থাৎ অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির ক্ষেত্রে কাজ সম্পর্কে আলোচনা করব। একটি তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বাহ্যিক প্রসারাঙ্ক বল ক্রিয়া করলে তারটিতে অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন প্রযুক্ত হয়, ফলে সেটি দৈর্ঘ্যে বাড়ে। অতএব প্রযুক্ত বলের প্রয়োগ বিন্দুর কিছুটা সরণ হয় অর্থাৎ কাজ করা হয়। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কাজ বিকৃত বস্তুটিতে স্থিতিস্থাপক শক্তিরূপে বা স্থিতিস্থাপক রূপে সঞ্চিত হয়। কোনো বস্তুকে ধীরে ধীরে প্রসারিত করলে প্রযুক্ত বল F কর্তৃক কৃত কাজ অথবা স্থিতিস্থাপক বল $F_e$ কর্তৃক ধনাত্মক কাজ দিয়ে বস্তুর স্থিতিস্থাপক শক্তির পরিবর্তন পরিমাপ করা যায়। নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী $F_C$ প্রযুক্ত বল F-এর সমান ও বিপরীত।

মনে করি, সুষম প্রস্থচ্ছেদের একটি তারের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য L এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A। প্রসারক বল F এর ক্রিয়ায় তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি হলো $l$। অতএব

$$\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{l}{L}, \quad \text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন} = \frac{F}{A}$$

$$\therefore \quad \text{ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, } Y = \frac{F/A}{l/L} = \frac{FL}{Al}$$

$$\text{অতএব, } F = \frac{YAl}{L}$$

$$\therefore \quad F_e = \frac{YAl}{L}$$

নির্দিষ্ট তারের ক্ষেত্রে YA এবং L ধ্রুবক। সুতরাং $F_e \propto l$, অর্থাৎ স্থিতিস্থাপক বল দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির সমানুপাতিক। দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি যখন শূন্য থেকে বেড়ে $l$ হয়, $F_e$ তখন শূন্য থেকে রৈখিকভাবে বেড়ে, $\frac{YAl}{L}$ হয়।

অতএব তারটির $l$ পরিমাণ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির সময় স্থিতিস্থাপক বলের গড় মান, $\frac{YAl}{2L}$। সুতরাং প্রয়োগ বিন্দুর $l$ পরিমাণ সরণের জন্য এই বল দ্বারা কাজ $= -\frac{YAl}{2L} \times l$.

অতএব প্রসারিত তারের স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কাজ বা

স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি $= -\left(-\frac{YAl^2}{2L}\right) = \frac{YAl^2}{2L}$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{YAl}{L}\right) \times l = \frac{1}{2} F \times l$$

$$= \frac{1}{2} \text{প্রযুক্ত বল} \times \text{দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি}$$

$\therefore$ স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কাজ $= \frac{1}{2} \times$ স্থিতিস্থাপক বল $\times$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ... ... [5.21]

## অভিকর্ষ বল
**Force due to gravity**

এই বিশ্বের যে কোনো দুটি বস্তুর মধ্যে আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে। সাধারণত যে কোনো দুটি বস্তুর মধ্যে আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে। কিন্তু **ভূ-পৃষ্ঠের উপরে বা নিকটে অবস্থিত প্রতিটি বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বল (force due to gravity) বলে**। অতএব অভিকর্ষ মহাকর্ষেরই একটি বিশেষ ক্ষেত্র, অভিকর্ষ বলতে পৃথিবীর মহাকর্ষ বোঝায়।

কোনো বস্তুকে অবাধে পড়তে দিলে অভিকর্ষের ক্রিয়ায় বস্তুটি খাড়াভাবে নিচের দিকে পড়তে থাকে। বস্তুটিও পৃথিবীকে সমান ও বিপরীতমুখী বলে আকর্ষণ করে। যে কোনো পার্থিব বস্তুর তুলনায় পৃথিবীর ভর বহুগুণ বেশি বলে এই বলের ক্রিয়ায় গতি উপেক্ষা করা যায়। তাই বস্তুটি পৃথিবীর দিকে পড়ে, পৃথিবী বস্তুর দিকে এগিয়ে যায় না।

পৃথিবীকে R ব্যাসার্ধের একটি সমসত্ত্ব গোলক কল্পনা করলে পৃথিবীর সমস্ত ভর এর কেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত আছে বলে ধরতে পারি। সুতরাং ভূ-পৃষ্ঠে অবস্থিত $m$ ভরের কোনো বস্তুকে পৃথিবী নিজ কেন্দ্রের দিকে F বলে আকর্ষণ করলে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র অনুযায়ী

$$F = \frac{GMm}{R^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.22)$$

পৃথিবীর কেন্দ্রাভিমুখী এই বলই হলো অভিকর্ষ বল। অতএব অভিকর্ষের ক্রিয়ায় পতনশীল বস্তু প্রকৃতপক্ষে পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে এগোয়। এজন্য রাজমিস্ত্রির দেওয়াল সোজা করার কাজে ঝুলন্ত ওলন দড়ি পৃথিবীর কেন্দ্রাভিমুখী বলে সবসময় উল্লম্ব রেখায় থাকে। কোনো বস্তুকে কপিকলের সাহায্যে নিচে নামানো, ক্রেন দিয়ে উপরে উঠানো এবং শিশু পার্কে বাচ্চাদের মসৃণ তল থেকে পিছলে নিচে পড়া সবই অভিকর্ষ বল দ্বারা কৃত কাজ।

## অভিকর্ষীয় বল কর্তৃক কাজের উদাহরণ
**Examples of work done by Gravitational Force**

**(ক) বস্তু নিচে পতনের ক্ষেত্রে কাজ :**

মনে করি '$m$' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে অভিকর্ষ বলের প্রভাবে '$h$' উচ্চতা হতে ফেলা হলো।

$\therefore$ কৃত কাজ = বল $\times$ সরণ

বা, $W = F \times h = mgh$ [$\because F = mg$] ... ... (5.23)

বা, W = ভর $\times$ অভিকর্ষীয় ত্বরণ $\times$ উচ্চতা

**কাজকে অভিকর্ষীয় এককে প্রকাশ করলে, $W = mgh$ .**

**(খ) বস্তু উপরে উঠানোর ক্ষেত্রে কাজ :**

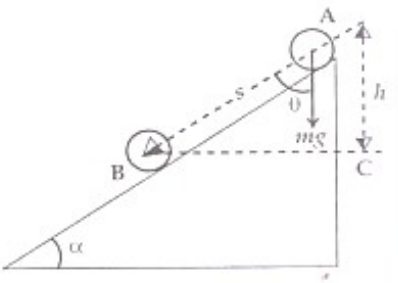
'$m$' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে '$h$' উচ্চতা উপরে উঠালে

কাজ = ভর × অভিকর্ষীয় ত্বরণ × উচ্চতা বা, $W = mgh$ ... ... (5.24)

অবশ্য এ কাজ ঋণাত্মক।

**(গ) আনত তল বেয়ে নামানোর ক্ষেত্রে কাজ :**

মনে করি '$m$' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু কোনো একটি মসৃণ নততল বেয়ে A হতে B-তে সরে এল। যদি $g$ অভিকর্ষীয় ত্বরণ হয়, তবে অভিকর্ষ বল $mg$ বস্তুটিকে খাড়াভাবে নিচের দিকে টানবে [চিত্র ৫·১২]।



চিত্র ৫·১২

ধরি সরণের অভিমুখ এবং অভিকর্ষ বলের অভিমুখের মধ্যে $\theta$ কোণ আছে এবং $AB = s$

$\therefore$ অভিকর্ষ বল $mg$-এর দিকে সরণের অংশ $= s\cos\theta$

এখন $AC = h$ দূরত্ব

$\therefore \quad h = s\cos\theta$

$\therefore$ কাজ, $W = mgs\cos\theta$ বা, $W = mgh$ ... ... ... (5.25)

তলটি অনুভূমিকের সাথে $\alpha$ কোণে অবস্থান করলে, $\theta = (90° - \alpha)$

$\therefore \quad W = mgs\cos(90° - \alpha) = mgs\sin\alpha$

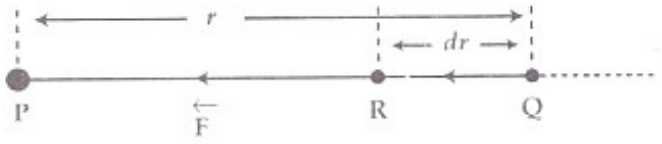
স্থিতিস্থাপক বল এবং অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ থেকে দেখা যায় যে,

স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কাজ, $W = = \frac{1}{2}kx^2$ $\therefore$ কাজ, $W \propto (\text{সরণ})^2$

অন্য দিকে অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ, $W = mgh$ $\therefore$ কাজ, $W \propto$ সরণ

সুতরাং বলা যায়, **স্থিতিস্থাপক বল দ্বারা কাজ সরণের বর্গের সমানুপাতিক। অপর দিকে অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজ উচ্চতার বা সরণের সমানুপাতিক। অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বৃদ্ধি পেলে এই বল দ্বারা কাজও বৃদ্ধি পায়।**

(ঘ) মনে করি M ভরের একটি বস্তু মহাকর্ষ ক্ষেত্রের P বিন্দুতে অবস্থিত। P থেকে $r$ দূরে $m$ ভরের অন্য একটি বস্তু Q বিন্দুতে অবস্থিত [চিত্র ৫·১২(ক)]। এক্ষেত্রে $m$ ভরের বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল মহাকর্ষ বল $F = \frac{GMm}{r^2}$ দিক QP বরাবর।



চিত্র ৫·১২(ক)

এখন $m$ ভরের বস্তুকে অসীম হতে ক্ষুদ্র দূরত্ব $dr$ সরিয়ে R বিন্দুতে আনতে কৃত কাজ

$$W = \int_{\infty}^{r} F dr\cos 0°$$

$$= \int_{\infty}^{r} F dr = \int_{\infty}^{r} \frac{GMm}{r^2} dr$$

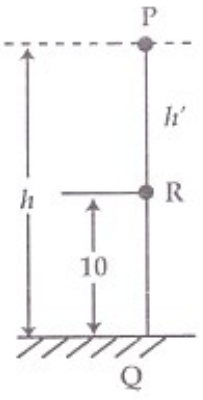
$$= GMm\int_{\infty}^{r} r^{-2}\,dr = -GMm\left[\frac{1}{r}\right]_{\infty}^{r}$$

$$= -GMm\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{\infty}\right) = -GMm$$

### গাণিতিক উদাহরণ

**১। একটি বস্তুকে নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে ফেলে দেয়া হলো। ভূমি হতে 10m উচ্চতায় গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হলে কত উচ্চতা থেকে বস্তুটি ফেলা হয়েছিল ?**

মনে করি, P বিন্দু হতে $m$ ভরের বস্তুটিকে ফেলা হলো এবং R বিন্দুতে বস্তুটির গতিশক্তি $= 2 \times$ বিভব শক্তি



চিত্র ৫·১৩

R বিন্দুতে বিভব শক্তি, $E_p = mgx$

$= mg \times 10 = 10\,mg$ ... ... ... (1)

ধরা যাক, R বিন্দুতে বস্তুটির বেগ $= v$

আমরা জানি, $v^2 = v_0^2 + 2gh'$

বা, $v^2 = 2g(h - x)$ $[\because v_0 = 0]$

$= 2g(h - 10)$

R বিন্দুতে গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \times 2g(h - 10)$

$= mg(h - 10)$

প্রশ্নানুসারে, $mg(h - 10) = 2 \times 10\,mg = 20\,mg$ ... ... (2)

$\therefore \quad h - 10 = 20$

বা, $h = 20 + 10 = 30$ m

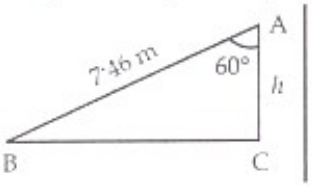
**উত্তর :** উচ্চতা, 30 m

**২। দালানের ছাদের সাথে লাগানো 7·46 m লম্বা একটি মই দেয়ালের সাথে 60° কোণে আছে। 60 kg ভরের এক ব্যক্তি 15 kg ভরের একটি বোঝাসহ 30s-এ মই বেয়ে ছাদে ওঠে। প্রযুক্ত ক্ষমতা নির্ণয় কর।**

আমরা জানি,

অভিকর্ষীয় বলের বিরুদ্ধে কাজ,

W = ওজন, $mg \times$ উল্লম্ব সরণ, $h$




এখানে, $h = 7{\cdot}46 \text{ m} \cos 60°$

$m = (60 + 15)$ kg

$g = 9{\cdot}8 \text{ ms}^{-2}$

$t = 30$ s

$\therefore$ নির্ণেয় কাজ, $W = (60 + 15) \text{ kg} \times 9{\cdot}8 \text{ ms}^{-2} \times 7{\cdot}46 \text{ m} \cos 60° \text{ J}$

$= 75 \times 9{\cdot}8 \times 3{\cdot}73 \text{ J}$

$\therefore$ ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{75 \times 9{\cdot}8 \times 3{\cdot}73 \text{ J}}{30 \text{ s}} = 91{\cdot}385 \text{ W}$

## ৫·৫ গতিশক্তি
### Kinetic Energy

হাতুড়ি দিয়ে দেয়ালে পেরেক ঠুকলে হাতুড়ি তীব্র বেগে পেরেককে আঘাত করে। তখন পেরেকটি দেয়ালের বাধা অতিক্রম করে ঢুকে যায়। হাতুড়ি তার গতির জন্যই এই কাজ করতে সক্ষম হয় অর্থাৎ হাতুড়িটির গতিশক্তির জন্যই পেরেকটি দেয়ালের বাধা অতিক্রম করতে পারে। তোমরা নদীতে পাল তোলা নৌকা চলতে দেখেছ। নদীর স্রোতের গতিশক্তি নৌকাকে ভাসিয়ে নিয়ে যায়। জোরে বাতাস বইলে পাল টাঙালে নৌকা এগিয়ে যেতে পারে। বায়ু প্রবাহের গতিশক্তিকে পাল টাঙিয়ে কাজে লাগিয়ে নৌকা এভাবে এগোয়।

পাহাড় পর্বত থেকে সমতলে নামার সময় নদী অত্যন্ত খরস্রোতা হয়। স্রোতের গতিশক্তি খুব বেশি বলে নদী বড় বড় পাথর খন্ডকে গড়িয়ে নিয়ে যায়।

আবার হাই জাম্প বা লং জাম্প দেওয়ার সময় প্রতিযোগীরা স্থির অবস্থা থেকে লাফ দেয় না, কিছু দূর থেকে দৌড়ে এসে লাফ দেয়। ফলে লাফ দিয়ে অনেক দূর যেতে পারে।

উপরের সকল ঘটনা থেকে লক্ষ করলে দেখা যায় যে, বাইরে থেকে বল প্রয়োগ করে কোনো সচল বস্তুকে থামালে থেমে যাওয়ার আগের মুহূর্ত পর্যন্ত বস্তুটি ঐ বলের বিরুদ্ধে মোট যে পরিমাণ কাজ করে তাই দিয়ে বস্তুটির গতিশক্তির পরিমাপ করা যায়।

**কোনো গতিশীল বস্তু তার গতির জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য বা শক্তি লাভ করে তাকে বস্তুটির গতিশক্তি বলে।** যে কোনো সচল বস্তুর মধ্যে গতিশক্তি থাকে।

**একক :** গতিশক্তি ও কাজের একক একই। অর্থাৎ গতিশক্তির একক জুল।

মাত্রা : $[E_k] = [\frac{1}{2}mv^2]$

$= [M][LT^{-1}]^2 = [ML^2T^{-2}]$

কোনো বস্তুর গতি চলন ও ঘূর্ণন অথবা চলন-ঘূর্ণন মিলিয়ে জটিল গতিও হতে পারে। অতএব বস্তুর গতিশক্তি রৈখিক গতিশক্তি (translational kinetic energy) বা ঘূর্ণন গতিশক্তি (rotational kinetic energy) বা এই দুই ধরনের গতিশক্তিই হতে পারে। বিনা বাধায় পতনশীল বস্তুর গতিশক্তি হলো রৈখিক গতিশক্তি। ঘুরন্ত বৈদ্যুতিক পাখার গতিশক্তি হলো আবর্ত বা ঘূর্ণন গতিশক্তি। গাড়ির চাকায় এবং ফুটবলে রৈখিক ও আবর্ত দুই ধরনের গতিশক্তি থাকে।

উদাহরণ :

(১) পাথরকে কাচের সঙ্গে ঠেকিয়ে রাখলে কিছু হয় না, কিন্তু পাথর ছুঁড়ে মারলে কাচ ভেঙ্গে যায়। গতির জন্য পাথরটি ঐ কাজ করার সামর্থ্য পায়।

(২) হাতুড়ি দিয়ে দেয়ালে পেরেক ঠুকলে হাতুড়ি তীব্র বেগে পেরেককে আঘাত করে। তখন পেরেকটি দেওয়ালের বাধা অতিক্রম করে ঢুকে যায়। হাতুড়ি তার গতির জন্যই এ কাজ করতে সক্ষম হয়। অর্থাৎ হাতুরিটির গতিশক্তির জন্যই পেরেকটি দেওয়ালের বাধা অতিক্রম করতে পারে।

(৩) পাহাড় পর্বত থেকে সমতলে নামার সময় নদী অত্যন্ত খরস্রোতা হয়। স্রোতের গতিশক্তি খুব বেশি বলে বড় বড় পাথর খণ্ডকে গড়িয়ে নিয়ে যায়।

**নিজে কর :** নদীতে পালহীন একটি নৌকা এবং পালতোলা আর একটি নৌকা পাশাপাশি ভাসিয়ে দাও। জোরে বাতাস বইলে তুমি কী দেখতে পাবে? তুমি দেখবে পালতোলা নৌকা পালহীন নৌকা অপেক্ষা দ্রুত চলছে। এর কারণ ব্যাখ্যা কর।

নদীর স্রোতের গতিশক্তি নৌকাকে ভাসিয়ে নিয়ে যায়। বায়ু প্রবাহের গতিশক্তিকে পাল টাঙিয়ে কাজে লাগিয়ে নৌকা এভাবে এগোয়।

## গতিশক্তির রাশিমালা প্রতিপাদন
## Derivation of Equation for Kinetic Energy

**রৈখিক গতির ক্ষেত্রে : গতিশীল বস্তু স্থিতিতে আসার পূর্ব মুহূর্ত পর্যন্ত যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাই গতিশক্তির পরিমাপ।**




চিত্র ৫·১৪

মনে করি, '$m$' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু AB বরাবর $v$ বেগে চলছে। গতির বিপরীত দিকে BA বরাবর তার উপর F পরিমাণ ধ্রুব বল প্রয়োগ করা হলো। এতে সম-মন্দনের সৃষ্টি হবে। মনে করি, সম-মন্দন $= a$ এবং বস্তুটি A হতে $s$ দূরত্ব অতিক্রম করার পর B বিন্দুতে এসে থেমে গেল। এ ক্ষেত্রে শেষ বেগ $v = 0$।

$\therefore$ **গতিশক্তি** = স্থিতিতে আসার পূর্ব মুহূর্ত পর্যন্ত কাজ

= বল × স্থিতিতে আসার পূর্ব মুহূর্ত পর্যন্ত অতিক্রান্ত দূরত্ব $= F \times s$

নিউটনের ২য় গতি সূত্র হতে আমরা জানি, বল = ভর × ত্বরণ বা মন্দন $\therefore F = ma$

বর্ণনা অনুসারে, $0 = v^2 - 2as$

বা, $2as = v^2$ বা, $s = \frac{v^2}{2a}$

উপরের সমীকরণে F এবং $s$-এর মান বসিয়ে আমরা পাই,

**গতিশক্তি** $= ma \times \frac{v^2}{2a} = \frac{1}{2}mv^2$ বা, K. E. $= \frac{1}{2}mv^2$

অর্থাৎ **গতিশক্তি** (K. E.) $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times$ ভর × বেগ$^2$ ... ... ... (5.26)

একটি গাড়ী 36 km/hr বেগে গতিশীল। প্রায় কোন গতিতে চললে কাজ, শ্রা গাড়ীটির গতিশক্তি দ্বিগুণ হবে? [02-03]

A. 7 m/s  B. 20 m/s  C. 54 m/s  D. 14 m/s

$\frac{1}{n}=\frac{V_1^2}{V_2^2} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{10^2}{V_2^2}$ ; $v_1$=36km/hr=10m/s

$\therefore v_2 = 14$m/s  Ans.D

**ক্যালকুলাস পদ্ধতি :** মনে করি, বস্তুর উপর একটি পরিবর্তনশীল বল $F$ ক্রিয়া করে বস্তুটি বলের অভিমুখে $ds$ দূরত্ব অতিক্রম করে। অতএব, প্রযুক্ত বল দ্বারা কাজ

$$dW = Fds$$

$$= mads \qquad \left[\because F = ma \text{ এবং } a = \frac{dv}{dt}\right]$$

$$= m\frac{dv}{dt}ds \quad = m\frac{dv}{ds}\times\frac{ds}{dt}\times ds$$

$$= m\frac{ds}{dt}\times\frac{dv}{ds}\times ds = mvdv \qquad \left[\because v = \frac{ds}{dt}\right]$$

$$\therefore dW = mvdv \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.27)$$

বস্তুর বেগ শূন্য থেকে বেড়ে $v$ হলে প্রযুক্ত বল মোট যে কাজ করে তা দিয়ে বস্তুর গতিশক্তির পরিমাপ করা যায়। সুতরাং সমীকরণ (5.27) কে 0 এবং $v$, এই দুই সীমার মধ্যে সমাকলন করে পাই,

$$\text{বস্তুর গতিশক্তি, } E_k = W = \int_0^v dW = m\int_0^v vdv = m\left[\frac{v^2}{2}\right]_0^v$$

$$= \frac{1}{2}m(v^2 - 0)$$

$$\therefore E_k = \frac{1}{2}mv^2, \text{ এখানে } m = \text{ধ্রুবক} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.28)$$

$\therefore$ গতিশক্তি $= \frac{1}{2} \times$ ভর $\times$ বেগ$^2$

ইহাই গতিশক্তির রাশিমালা।

**উপরের সমীকরণ থেকে আমরা সিদ্ধান্তে আসতে পারি যে,**

- কোনো মুহূর্তে গতিশক্তি হলো ঐ মুহূর্তে বস্তুর বেগের বর্গ ও ভরের গুণফলের অর্ধেক।
- নির্দিষ্ট ভরের কোনো বস্তুর গতিশক্তি $E_k \propto v^2$ অর্থাৎ বেগের বর্গের সমানুপাতিক।
- গতিশক্তি $= \frac{1}{2}\frac{(\text{ভরবেগ})^2}{\text{ভর}}$

**গতিশক্তি ও ভরবেগের সম্পর্ক :**

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times\frac{m^2v^2}{m} = \frac{1}{2}\frac{(mv)^2}{m}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{P^2}{m} \qquad [\because \text{ভরবেগ } P = mv]$$

$\therefore$ গতিশক্তি $= \frac{1}{2}\times\frac{(\text{ভরবেগ})^2}{\text{ভর}}$

## কাজ-শক্তি উপপাদ্য
**Work-energy theorem**

**কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল কর্তৃক কৃত কাজ তার গতিশক্তির পরিবর্তনের সমান।**

**প্রতিপাদন :** মনে করি '$m$' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু '$v_0$' আদি বেগে চলছে। গতির দিকে নির্দিষ্ট মানের একটি বল $F$ বস্তুর উপর প্রয়োগ করলে বস্তুর বেগ বৃদ্ধি পাবে। ফলে বস্তু শক্তি লাভ করবে। মনে করি $s$ দূরত্ব অতিক্রম করার পর শেষ বেগ '$v$' হলো। তা হলে কৃত কাজ, $W = F \times s$।




চিত্র ৬.৯

বল কর্তৃক সৃষ্ট ত্বরণ, $a = \frac{F}{m} = \frac{v^2 - v_0^2}{2s}$ $[\because v^2 = v_0^2 + 2as]$

বা, $F = ma = m\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2s}\right)$

$\therefore$ কৃত কাজ, $W = F \times s = m\left(\frac{v^2 - v_0^2}{2s}\right) \times s = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2)$

$\therefore \quad W = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.29$

= শেষ গতিশক্তি — আদি গতিশক্তি।

$\therefore$ **বলের দ্বারা কৃত কাজ = শক্তি লাভ = গতিশক্তির পরিবর্তন**

সুতরাং **কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়ারত লব্ধি বল কর্তৃক কৃত কাজ তার গতিশক্তির পরিবর্তনের স** এটি **'কাজ-শক্তি উপপাদ্য'** নামে পরিচিত। সমীকরণ (5.29) উপপাদ্যটি প্রমাণ করে।

[বি.দ্র. : পরিবর্তনশীল বলের ক্ষেত্রেও উপপাদ্যটি প্রযোজ্য।]

**কাজটি যাচাই কর :** হাই জাম্প বা লং জাম্প দেওয়ার সময় প্রতিযোগীরা স্থির অবস্থা থেকে লাফ দেয় না, বি থেকে দৌড়ে এসে লাফ দেয়। ফলে অনেক দূর লাফ দেওয়া যায়। ব্যাখ্যা কর।

## সমস্যা সমাধান
## Solution of problems

**১। গতিশক্তি কি ঋণাত্মক হতে পারে ?**

কোনো সচল বস্তুর ভর $m$ এবং বেগ $v$ হলে বস্তুর গতিশক্তি $\frac{1}{2} mv^2$। বস্তুর ভর $m$ কখনোই ঋণাত্মক পারে না। বস্তুর বেগ ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হতে পারে, কিন্তু বেগের বর্গ সবসময় ধনাত্মক হবে। অতএব গতিশক্তি কখনো ঋণাত্মক হতে পারে না।

**২। একটি হালকা বস্তু এবং একটি ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান। কোনটির গতিশক্তি বেশি ?**

মনে করি, ভারী বস্তুর ভর = M এবং বেগ $v_1$ এবং হালকা বস্তুর ভর = $m$ এবং বেগ = $v_2$। বস্তু ভরবেগ সমান হলে,

$$Mv_1 = mv_2 = P$$

$$\therefore \frac{\text{হালকা বস্তুর গতিশক্তি}}{\text{ভারী বস্তুর গতিশক্তি}} = \frac{\frac{1}{2} mv_2^2}{\frac{1}{2} Mv_1^2} = \frac{P^2/2m}{P^2/2M} = \frac{M}{m}$$

$\therefore$ $m$ অপেক্ষা M বড় হলে $(M > m)$ হালকা বস্তুর গতিশক্তি ভারী বস্তুর গতিশক্তির চেয়ে বেশি হবে।

**৩। একটি হালকা বস্তু এবং একটি ভারী বস্তুর গতিশক্তি সমান। কোনটির ভরবেগ বেশি ?**

মনে করি, ভারী বস্তুর ভর M ও বেগ $v_1$ এবং হালকা বস্তুর ভর $m$ ও বেগ $v_2$। অতএব ভারী বস্তুর ভ $P_1 = Mv_1$ এবং হালকা বস্তুর ভরবেগ $P_2 = mv_2$। কিন্তু দুটি বস্তুর গতিশক্তি সমান।

$$\therefore \quad \frac{1}{2} Mv_1^2 = \frac{1}{2} mv_2^2$$

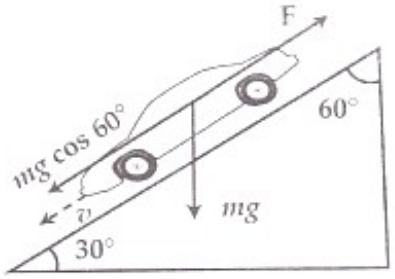
$$\therefore \quad \frac{P_1^2}{2M} = \frac{P_2^2}{2m}$$

$$\therefore \quad \frac{P_1}{P_2} = \sqrt{\frac{M}{m}}$$

$m$ অপেক্ষা M বড় হলে $(M > m)$ ভারী বস্তুর ভরবেগ হালকা বস্তুর ভরবেগের চেয়ে বেশি হবে।

## গাণিতিক উদাহরণ

১। 2000 kg ভরের একটি গাড়ি ভূমির সাথে 30° কোণে আনত একটি রাস্তা ধরে 16 $ms^{-1}$ বেগে নিচে নামার সময় গাড়ির চালক ব্রেক প্রয়োগ করায় গাড়িটি 40 m দূরত্ব অতিক্রম করার পর থেমে যায়। কী পরিমাণ গতি প্রতিরোধকারী বল গাড়িটির উপর ক্রিয়া করে ?



চিত্র ৫·১৫

প্রশ্নানুযায়ী, অভিকর্ষীয় বল $mg$ এর তল বরাবর অংশক = $mg \cos 60°$। এর বিপরীতে গতি প্রতিরোধ বল ক্রিয়া করে। বলদ্বয়ের লব্ধি = $F - mg \cos 60°$

আমরা জানি, গতিশক্তি = কাজ

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = (F - mg\cos 60°) \times s$$

বা, $\frac{1}{2} \times 2000 \times (16)^2 = (F - 2000 \times 9{\cdot}8 \times \frac{1}{2})$

$$\therefore \quad F = \frac{2000 \times (16)^2}{2 \times 40} + 2000 \times 9{\cdot}8 \times \frac{1}{2} = 16200 \text{ N}$$

এখানে,

$m = 2000$ kg

$v_0 = 16$ $ms^{-1}$

$s = 40$ m

$g = 9{\cdot}8$ $ms^{-2}$

২। একটি রাইফেলের গুলি একটি তক্তা ভেদ করে। যদি গুলির বেগ তিনগুণ করা হয় তা হলে একই পুরুত্বের কয়টি তক্তা ভেদ করবে ? [রা. বো. ২০০৪]

আমরা জানি,

কৃত কাজ = গতিশক্তির পরিবর্তন

১ম ক্ষেত্রে,

$$max = \frac{1}{2}mv_1^2 - 0 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

২য় ক্ষেত্রে,

$$ma.nx = \frac{1}{2}mv_1^2 - 0 = \frac{1}{2}m\,(3v_1)^2$$

$$= \frac{9}{2}\,mv_1^2$$

অতএব, $\frac{max}{ma.nx} = \frac{\frac{1}{2}mv_1^2}{\frac{9}{2}\,mv_1^2}$

বা, $\frac{1}{n} = \frac{1}{9}$

$\therefore \quad n = 9$

এখানে,

ধরি, গুলির ভর = $m$

1টি তক্তার পুরুত্ব = $x$

নির্ণেয় তক্তার সংখ্যা = $n$

$\therefore$ $n$টি তক্তার পুরুত্ব = $nx$

প্রথম গুলির বেগ = $v_1$

দ্বিতীয় গুলির বেগ = $v_2 = 3v_1$

৩। 2000 কেজি ভরের একটি ট্রাকের ভরবেগ 200 kg $ms^{-1}$ হলে এর গতিশক্তি কত ?

আমরা জানি,

$$E_k = \frac{P^2}{2m} = \frac{(200)^2}{2 \times 2000}$$

$$= 10 \text{ J}$$

এখানে,

$m = 2000$ kg

$P = 200$ kg $ms^{-1}$

৪। 200 g ভরের একটি বস্তু কত উপর হতে নিচে পড়লে ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গ 19·6 জুল হবে ?

আমরা জানি,

$$KE = \frac{1}{2}mv^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$$

আবার, $v_2 = v_0^2 + 2gh = 2gh$

$\therefore \quad h = \frac{v^2}{2g}$

(i)নং থেকে পাই, $19{\cdot}6 = \frac{1}{2} \times 0{\cdot}2 \times v^2$

$\therefore \quad v^2 = \frac{19{\cdot}6 \times 2}{0{\cdot}2} = 196 \text{ ms}^{-1}$

$\therefore \quad h = \frac{196}{2 \times 9{\cdot}8} = 10 \text{ m}$

এখানে,

ভর, $m = 200 \text{ g} = 0{\cdot}2 \text{ kg}$

গতিশক্তি, $KE = 19{\cdot}6 \text{ J}$

বেগ, $v_0 = 0$

$g = 0$

উচ্চতা, $h = ?$

৫। একজন বালক ও একজন লোক একত্রে দৌড়াচ্ছেন। বালকটির ভর লোকটির ভরের অর্ধেক লোকটির গতিশক্তি বালকটির গতিশক্তির অর্ধেক। লোকটি যদি তার বেগ 1 $\text{ms}^{-1}$ বৃদ্ধি করেন তবে গতিশক্তি বালকটির গতিশক্তির সমান হয়। এদের আদিবেগ নির্ণয় কর।

[ রা. বো. ২০১১, ২০০৩; সি. বো. ২০

গতিশক্তির সমীকরণ থেকে পাই,

$$KE_1 = \frac{1}{2}m_1v_1^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

এবং $KE_2 = \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2m_1v_2^2$

$= m_1 v_2^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (2)$

এখানে, বালকের ভর = $m_1$

লোকের ভর, $m_2 = 2m_1$

বালকের আদিবেগ = $v_1 = ?$

লোকের আদিবেগ = $v_2 = ?$

লোকের শেষ বেগ = $v_2 + 1$

প্রশ্নমতে, $\frac{1}{2}m_1v_1^2 = 2\,m_1v_2^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3)$

এবং $\frac{1}{2}\,m_1v_1^2 = m_1\,(v_2 + 1)^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (4)$

সমীকরণ (3) ও (4) হতে পাই, $2m_1v_2^2 = m_1\,(v_2 + 1)^2$

বা, $2v_2^2 = v_2^2 + 2v_2 + 1$

বা, $v_2^2 - 2v_2 - 1 = 0$

$\therefore \quad v_2 = \frac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2}$

$= \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} = 1 \pm \sqrt{2}$

বেগ ধনাত্মক বলে, $v_2 = 1 + \sqrt{2} = 2{\cdot}41 \text{ ms}^{-1}$

সমীকরণ (3) হতে পাই,

$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = 2\,m_1v_2^2$

বা, $v_1^2 = 4 \times (2{\cdot}41)^2$

বা, $v_1 = \sqrt{23{\cdot}2324}$

$\therefore \quad v_1 = 4{\cdot}82 \text{ ms}^{-1}$

**উত্তর :** বালকের আদি বেগ $4{\cdot}82 \text{ ms}^{-1}$ এবং লোকের আদি বেগ $2{\cdot}41 \text{ ms}^{-1}$

## ৫·৬ স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি
**Potential Energy**

বস্তু তার অবস্থানের জন্য যে শক্তি অর্জন করে অথবা বস্তুস্থিত কণাসমূহের পারস্পরিক অবস্থান পরিবর্তনের জন্য বস্তু যে শক্তি অর্জন করে তাকে বস্তুর স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি বলে।

ধর এক খণ্ড ইট ছাদের উপর উঠিয়ে রেখে দিলে, আবার মোটরের সাহায্যে পানি তুলে ছাদের উপর রক্ষিত একটি ট্যাংকে রেখে দিলে। উভয় ক্ষেত্রে দেখা যাবে যে ইট এবং পানি কম-বেশি শক্তি প্রাপ্ত হয়েছে। এরূপ সকল শক্তিই হলো স্থিতিশক্তি।

**উদাহরণ :**

(ক) খেলনার মোটর গাড়িতে স্প্রিং লাগানো থাকে [চিত্র ৫·১৭]। এই স্প্রিং-এ দম দিলে তা আকারে ছোট হয়। এই আকার পরিবর্তনের জন্য আমরা কাজ করি যা স্থিতিশক্তিরূপে স্প্রিং-এ সঞ্চিত হয়। দম ছেড়ে দিলে স্প্রিং-এর প্যাঁচ খুলে পুনরায় পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে। স্প্রিং-এর সাথে খেলনার চাকা লাগানো থাকে। ফলে চাকা ঘুরতে থাকে অর্থাৎ স্প্রিং স্থিতিশক্তির দরুন গাড়ি চালাতে কাজ করে।

(খ) হাত ঘড়িতে স্থিতিস্থাপক স্প্রিং-এর সাথে ঘড়ির চাকা যুক্ত থাকে [চিত্র ৫·১৭]। এই স্প্রিং-এ দম দিলে তা আকারে ছোট হয়। এই আকার পরিবর্তন তথা দম দেওয়ার জন্য আমরা কাজ করি যা স্প্রিং-এর মধ্যে স্থিতিশক্তিরূপে সঞ্চিত হয়। স্প্রিং-এর সাথে ঘড়ির কাঁটার এমন একটি সংযোগ থাকে যে স্প্রিং প্যাঁচ খুলে উল্টা দিকে ঘুরে আগের অবস্থায় ফিরে আসার সময় ঘড়ির কাঁটা ঘুরতে থাকে। স্প্রিং-এর স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে পরিণত হয়।


চিত্র ৫·১৭

এরূপ ধনুকের ছিলাতে তীর লাগিয়ে টানলে, ধাতব পাতকে বাঁকালে, রবারকে প্রসারণ করলে সকলেই আকার পরিবর্তনের জন্য স্থিতিশক্তি লাভ করে।

(গ) উচ্চে অবস্থিত পানিতে, পাহাড়ের চূড়ায় বরফে এবং আকাশের মেঘে অবস্থান পরিবর্তনের জন্য স্থিতিশক্তি সঞ্চিত থাকে।

কোনো একটি বস্তু বর্তমান অবস্থা হতে অন্য কোনো স্বাভাবিক বা প্রমাণ অবস্থানে আসতে যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাই স্থিতিশক্তির পরিমাপ।

### স্থিতিশক্তির প্রকারভেদ
**Types of potential energy**

স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি বিভিন্ন প্রকার; যথা—

(১) অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তি বা অভিকর্ষীয় বিভব শক্তি (Gravitational potential energy)

(২) স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি (Elastic potential energy)

(৩) তড়িৎ বিভব শক্তি (Electric potential energy)

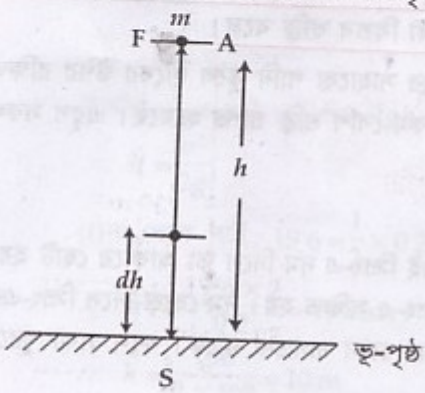
### স্থিতি শক্তি বা বিভব শক্তির গাণিতিক রাশিমালা
**Mathematical Expression for potential energy**

#### (১) অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি
**Gravitational Potential energy**

কোনো একটি বস্তুকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে উপরে তুলতে বাইরের কোনো উৎস বা এজেন্টের প্রয়োজন হয়। এই কাজ বস্তুর মধ্যে স্থিতিশক্তি বা বিভব শক্তি হিসেবে সঞ্চিত থাকে। এর নাম অভিকর্ষীয় বিভব শক্তি। এক্ষেত্রে ভূ-পৃষ্ঠকে প্রামাণ্য তল (reference level) হিসেবে বিবেচনা করা হয়।

এখন শক্তির পরিমাপ করা যাক—

**ক্যালকুলাস পদ্ধতি :** মনে করি $m$ ভরের একটি বস্তুকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে অ উচ্চতা $dh$ পর্যন্ত উঠানো হলো। এতে কৃত কাজ,



চিত্র ৫·১৮

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{h}$$

বা, $dW = Fdh$ ... ... (5.

$[\because \theta = 0^\circ]$

এখানে F = বাহ্যিক উৎস কর্তৃক প্রযুক্ত বল এবং F ও $d$ মধ্যবর্তী কোণ শূন্য।

একটি বস্তুকে উপরে উঠাতে হলে এর ওজনের সমপরিম উপর দিকে প্রয়োগ করতে হবে।

$\therefore$ **প্রযুক্ত বল, F = বস্তুর ওজন =** $mg$

সুতরাং, বস্তুটিকে $h$ উচ্চতায় A স্থানে [চিত্র ৫·১৮] হলে মোট কৃত কাজের পরিমাণ সমীকরণ (5.30)-এ প্রদত্ত ক্ষুদ্র কাজের সমষ্টির সমান।

$\therefore$ অভিকর্ষীয় বিভব শক্তি = বস্তুটিকে ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $h$ উচ্চতায় তুলতে মোট কাজ।

$$\text{P. E.} = \int_0^h Fdh = \int_0^h mgdh$$

স্বল্প উচ্চতার জন্য $g$-এর মান ধ্রুব ধরে আমরা লিখতে পারি,

$$\text{P.E.} = mg\int_0^h dh = mg\,[h]_0^h = mg\,[h-0] = mgh$$

অর্থাৎ অভিকর্ষীয় বিভব শক্তি

$$\text{P.E.} = mgh \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.31$$

**= ভর × অভিকর্ষীয় ত্বরণ × উচ্চতা**

উল্লেখ্য বস্তু যতই নিচে নামতে থাকবে $h$-এর মান ততই কমবে এবং অভিকর্ষীয় বিভব শক্তিও ক থাকবে। ভূ-পৃষ্ঠে $h$-এর মান শূন্য হওয়ায় অভিকর্ষীয় বিভব শক্তি শূন্য হবে।

কোনো বস্তুর অভিকর্ষীয় বিভব শক্তির মান প্রামাণ্য তলের সাপেক্ষে বস্তুর অবস্থানের উপর নির্ভর ক সমুদ্র পৃষ্ঠকে প্রামাণ্য তল বিবেচনা করে কোনো অবস্থানের বিভব শক্তি এবং কোনো উঁচু পাহাড়ের চূড়া প্রামাণ্য বিবেচনা করলে ঐ একই অবস্থানের বিভব শক্তি এক হবে না, ভিন্নতর হবে। প্রকৃতপক্ষে কোনো স্থানের বি শক্তির পরম মান নির্ণয় করা যায় না, প্রমাণ তল বা প্রসঙ্গ তল সাপেক্ষে বিভব শক্তির পরিবর্তন নির্ণয় করা হয়।

বিভব শক্তির মান ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক উভয়ই হতে পারে। এটা নির্ভর করে প্রসঙ্গ বা প্রামাণ্য ত উপর। ভূ-পৃষ্ঠকে প্রামাণ্য তল বিবেচনা করলে উপরের দিকে বিভব শক্তি ধনাত্মক হবে আবার ভূগর্ভে বা খনি বিভব শক্তি ঋণাত্মক হবে।

**কাজ :** দুটি পানি পূর্ণ চৌবাচ্চা নাও যাদের নির্গম নল একই আকৃতির। একটি চৌবাচ্চাকে ভূমিতে রাখ। অ চৌবাচ্চাকে দালানের ছাদের উপর স্থাপন কর। এবার দুটি চৌবাচ্চার নির্গম নলকে খুলে দাও। কোন চৌবাচ্চার পানি বেগ বেশি হবে?

ছাদের উপরের চৌবাচ্চা উঁচু জায়গায় থাকার জন্য স্থিতিশক্তি অর্জন করে। তাই নির্গম নল খুলে দিলে ভূমি রাখা চৌবাচ্চা অপেক্ষা ছাদে রাখা চৌবাচ্চার পানি বেশি বেগে প্রবাহিত হয়।

➢ 60 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে ভূমি থেকে কত উচ্চতায় উহার গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে।

কাজ, Sol. $x = \frac{h}{n+1} = \frac{60}{2+1} = 20\text{m}$ (Ans.)

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। 30 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে শক্তির দ্বিগুণ হবে ?**

ধরি 30 m উচ্চতা হতে $x$ m নিচে এর গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে।

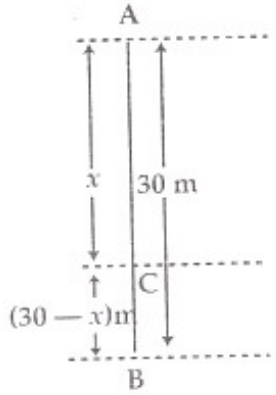
ধরি C বিন্দুতে বেগ $v_1$

দেওয়া আছে,

উচ্চতা, $h = 30\text{ m}$

আদিবেগ, $v_0 = 0$

এবং ত্বরণ $= g$ (ধরি)



চিত্র ৫·১৯

C বিন্দুতে অর্থাৎ $(30 - x)$ m উঁচুতে বিভব শক্তি,

$$E_1 = mg(30 - x) \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$$

এবং ঐ উচ্চতায় বস্তুর গতিশক্তি,

$$E_2 = \frac{1}{2}mv^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (ii)$$

এখন $v^2 = 0 + 2gh$

বা, $v^2 = 2gx$

$\therefore \quad E_2 = \frac{1}{2}m(2gx) = mgx$

প্রশ্নমতে, $2E_1 = E_2$

$2mg(30 - x) = mgx$

বা, $2mg \times 30 - 2mgx = mgx$

বা, $2mg \times 30 = 3mgx$

বা, $x = \frac{60}{3} = 20\text{ m}$

$\therefore$ ভূমি হতে $(30 - 20) = 10$ m উচ্চতায় গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে।

**২। 25 m উচ্চতা হতে 4 kg ভর মুক্তভাবে অভিকর্ষের টানে পড়তে থাকলে 2s পরে ভরটির গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি কত হবে ?**

এখানে, $m = 4\text{ kg}$

$g = 9{\cdot}8\text{ ms}^{-2}$

$t = 2\text{ s}$

বস্তুটির 2s-এ উল্লম্ব সরণ,

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9{\cdot}8\text{ ms}^{-2} \times (2\text{ s})^2 = 19{\cdot}6\text{ m}$$

অভিকর্ষীয় বল কর্তৃক কৃত কাজ,

W = ওজন, $mg \times$ উল্লম্ব সরণ, $h$

প্রশ্নানুযায়ী, 2 s পরে গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m \times 2gh$

$[\because v^2 = v_0^2 + 2gh$ এবং $v_0 = 0]$

$= mgh =$ অভিকর্ষীয় বল কর্তৃক কৃত কাজ

$= 4\text{ kg} \times 9{\cdot}8\text{ ms}^{-2} \times 19{\cdot}6\text{ m} = 768{\cdot}32\text{ J}$

ও স্থিতিশক্তি $= mg \times$ ভূ-পৃষ্ঠ হতে উচ্চতা

$= 4 \times 9{\cdot}8 \times (25 - 19{\cdot}6) = 211{\cdot}68\text{ J}$

**৩। দুটি বস্তুর ভরবেগ সমান কিন্তু ভর ভিন্ন হলে কোনটির গতিশক্তি বেশি হবে ?**

মনে করি,

প্রথম বস্তুর ভর $m_1$ ও বেগ $v_1$

এবং দ্বিতীয় বস্তুর ভর $m_2$ ও বেগ $v_2$

এখন প্রথম বস্তুর গতিশক্তি

$$E_{k_1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(i)}$$

দ্বিতীয় বস্তুর গতিশক্তি

$$E_{k_2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(ii)}$$

(i) ÷ (ii) $\therefore \frac{E_{k_1}}{E_{k_2}} = \frac{m_1 v_1^2}{m_2 v_2^2}$

$$= \frac{(m_1 v_1)^2 \times m_2}{(m_2 v_2)^2 \times m_1} \quad [\because m_1 v_1 = m_2 v_2]$$

$$= \frac{m_2}{m_1} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(iii)}$$

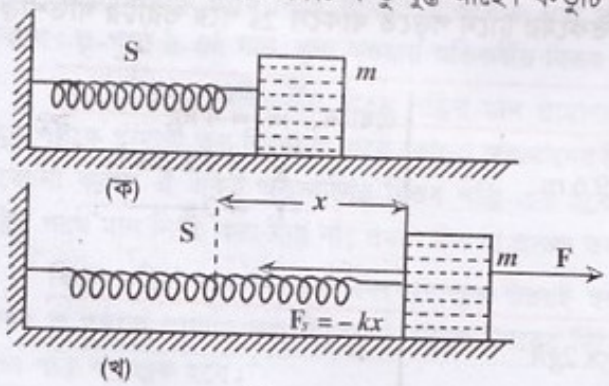
(iii) নং সমীকরণ অনুযায়ী $m_2 > m_1$ হলে $E_{k_1} > E_{k_2}$ হবে অর্থাৎ যে বস্তুর ভর কম তার গতিশক্তি হবে।

## (২) স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি
**Elastic potential energy**

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে একটি বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করা হলে বস্তুর বিকৃতি ঘটে। বিকৃতি ঘটে বস্তুর উপর কাজ সাধিত হয়। এই কাজ বস্তুর মধ্যে স্থিতি বা বিভব শক্তি হিসেবে সঞ্চিত থাকে। এর স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি।

স্প্রিং-এ সৃষ্ট বিভব শক্তি নিম্নের আলোচনা থেকে বোঝা সহজ হবে।

**স্প্রিং-এর বিভব শক্তি :** ধরি একটি অনুভূমিক আদর্শ স্প্রিং-এর এক প্রান্ত দেওয়ালের সাথে আটকানো অপর প্রান্তে $m$ ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু যুক্ত আছে। বস্তুটি অনুভূমিক ও ঘর্ষণহীন তলের উপর দিয়ে যাতায়াত ক পারে [চিত্র ৫·২০]। বস্তুটিকে টেনে স্প্রিংটিকে বরাবর বিকৃত করলে স্থিতিস্থাপক ধর্মের প্রযুক্ত বলের বিপরীতে স্প্রিং-এ প্রত্যায়নী বলের ঘটবে। F অনুভূমিক বল প্রয়োগে বস্তুটিকে হতে ডানদিকে দৈর্ঘ্য অনুভূমিক বরাবর তার দৈ পরিমাণ বৃদ্ধি পেলে স্প্রিং-এ $-kx$ পরিমাণ প্রত্য বল উৎপন্ন হবে। এখন বস্তুটিকে $x$ দূরত্ব স তার উপর এর সমান ও বিপরীতমুখী $F = kx$ প্রয়োগ করে কাজ করতে হবে। এই সম্প্রস প্রযুক্ত বল দ্বারা কৃত কাজই হবে বস্তুটির সঞ্চিত বিভব শক্তি।




চিত্র ৫·২০

সুতরাং বিভব শক্তি, $U = \int_0^x F dx = \int_0^x kx\, dx$

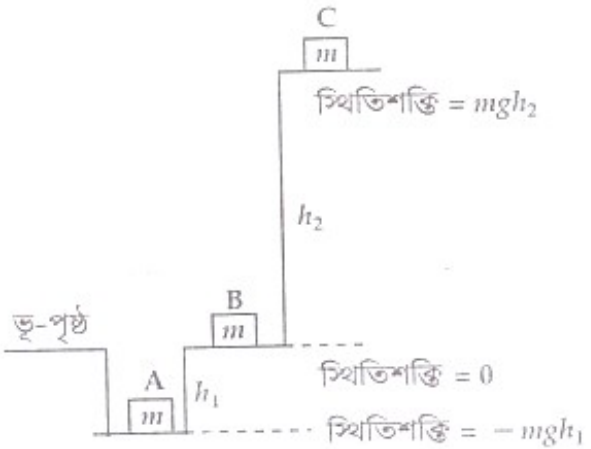
$$= k\int_0^x x\, dx = \frac{1}{2}k \left[x^2\right]_0^x = \frac{1}{2}kx^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(5.3}$$

স্প্রিংটিকে দৈর্ঘ্য $x$ পরিমাণ সংকুচিত করলেও সঞ্চিত বিভব শক্তি $\frac{1}{2}kx^2$ হবে।

## সমস্যা সমাধান
## Solution of problems

১। স্থিতিশক্তি কি ঋণাত্মক হতে পারে ?

নির্দেশনা : স্থিতিশক্তি ঋণাত্মক হতে পারে। যেমন, অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তির বেলায় ভূ-পৃষ্ঠের উপর যে কোনো বিন্দুতে বস্তুর স্থিতিশক্তি ধনাত্মক হয়। ভূ-পৃষ্ঠের নিচে যেমন খনির ভিতরে অবস্থিত বস্তুর স্থিতিশক্তি ঋণাত্মক হয় [চিত্র ৫·২১]। এই চিত্রে ভূ-পৃষ্ঠের B বিন্দুতে বস্তুটির স্থিতিশক্তি শূন্য। $h_2$ উচ্চতায় C বিন্দুতে স্থিতিশক্তি $mgh_2$। C থেকে B-তে নেমে আসার সময় বস্তুর স্থিতিশক্তি কমতে থাকে। একই-ভাবে B থেকে নিচে A বিন্দুতে যাওয়ার সময় বস্তুর স্থিতিশক্তি কমবে। অতএব, B বিন্দুতে স্থিতিশক্তি শূন্য বলে A বিন্দুতে স্থিতিশক্তি ঋণাত্মক হবে। A বিন্দু যদি $h_1$ গভীরতায় থাকে, তবে ঐ বিন্দুতে বস্তুর স্থিতিশক্তি $-mgh_1$ হবে। বস্তুটিকে আবার A থেকে B বিন্দুতে নিয়ে যেতে হলে বস্তুটির উপর ওজন অর্থাৎ অভিকর্ষ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হবে।

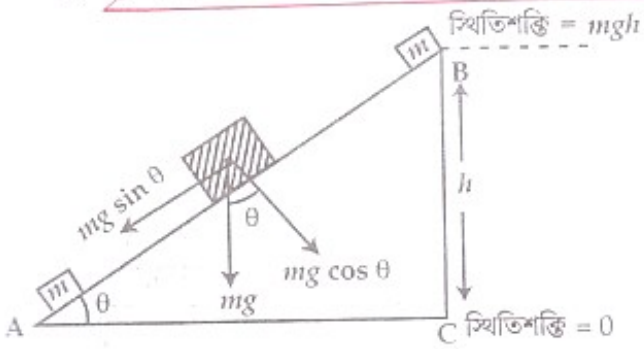



চিত্র ৫·২১

২। একটি বস্তুর স্থিতিশক্তি কীভাবে শূন্য হয় ?

নির্দেশনা : প্রমাণ অবস্থান বা আকৃতি থেকে বস্তুকে অন্য অবস্থান বা আকৃতিতে নিয়ে যেতে হলে বস্তুটির উপর সবসময়ই কোনো বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। এই কাজ বস্তুটিতে স্থিতিশক্তি রূপে সঞ্চিত থাকে। বস্তুটি তার প্রমাণ অবস্থান বা আকৃতিতে ফিরে আসার সময় এই স্থিতিশক্তির দরুন নিজে কাজ করতে পারে। নিজে কাজ করায় বস্তুটির স্থিতিশক্তি ক্রমশ হ্রাস পায় এবং হ্রাস পেতে পেতে প্রমাণ অবস্থান বা আকৃতিতে ফিরে এলে বস্তুটির স্থিতিশক্তি শূন্য হয়। এই অবস্থায় বস্তুটি আর কাজ করে না।

৩। অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তি কেবলমাত্র $h$-এর উপর নির্ভর করে কিন্তু পথের উপর নির্ভর করে না কেন ?




চিত্র ৫·২২

নির্দেশনা : কোনো বস্তুকে খাড়াভাবে $h$ উচ্চতায় কোনো পথে নেওয়া হলে স্থিতিশক্তি তার উপর নির্ভর করে না। অর্থাৎ বস্তুটিকে খাড়াভাবে $h$ উচ্চতায় না তুলে অন্য যে কোনো পথে যদি এই উচ্চতায় নিয়ে যাওয়া হয়, তাহলেও স্থিতিশক্তির মান একই থাকে। যেমন $m$ ভরের বস্তুকে C বিন্দু হতে খাড়া B বিন্দুতে নিলে বস্তুটির স্থিতিশক্তি $= mgh$ [চিত্র ৫·২২]।

আবার মনে করি $m$ ভরের বস্তুটি একটা ঘর্ষণহীন নততল AB এর উপর দিয়ে টেনে $h$ উচ্চতায় তোলা হলো। নততল বরাবর নিচের দিকে বস্তুর ওজন $mg$-এর উপাংশ হলো $mg \sin\theta$। নততল বরাবর বস্তুকে উপরে টেনে তুলতে এই উপাংশের বিরুদ্ধে কাজ করতে হয়। বস্তুর ওজনের অন্য উপাংশ $mg \cos\theta$ বস্তুর সরণের লম্ব দিকে ক্রিয়া করে বলে কোনো কাজ করে না। নততল বরাবর বস্তুর সরণ হলো AB। অতএব,

$$\text{মোট কাজ} = \text{বল} \times \text{সরণ} = mg \sin\theta \times AB = mg \times AB \sin\theta = mg \times BC = mgh$$

সংজ্ঞা অনুযায়ী এই কাজ হলো বস্তুটির স্থিতিশক্তি। অতএব কোনো বস্তুকে যে পথেই উপরে তোলা যাক না কেন, নির্দিষ্ট উচ্চতায় এর অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তির মান একই হয়।

**হিসাব কর :** 50N ওজনের একটি বস্তুকে 6 m উচ্চতায় উঠানোর জন্য একটি লিফ্‌ট ব্যবহার করা হলো। এটি 70 J শক্তি ব্যয় করে। অপচয়কৃত শক্তির পরিমাণ কত হবে হিসাব কর।

এখানে ব্যয়িত শক্তি = কাজ = বল × সরণ = ওজন × উচ্চতা $= 50 \times 6 = 300$ J

অপচয়কৃত শক্তি = সরবরাহকৃত শক্তি — ব্যয়িত শক্তি $= 300\text{ J} - 70\text{ J} = 230$ J

**কাজ :** কয়েকটি সমান ভরের কাচের মার্বেল একই সারিতে পরস্পর সংলগ্ন অবস্থায় একটি মসৃণ অনুভূমিক টেবিলের উপর রাখ। অনুরূপ দুটি মার্বেল একত্রে গড়িয়ে দিয়ে ঐ সারির এক প্রান্তে আঘাত কর। কী দেখতে পাবে ? সারির অপর প্রান্ত থেকে দুটি মার্বেল এক সাথে একই বেগে গতিশীল হবে কেন ?

এক্ষেত্রে ভরবেগ ও যান্ত্রিক শক্তি উভয়েই সংরক্ষণ নীতি মেনে চলে। তার ফলে সারির অপর প্রান্ত থেকে দুটি মার্বেল একই সাথে একই বেগে গতিশীল হবে।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। 2 kg ভরের একটি বস্তু ভূ-পৃষ্ঠ হতে 15 m উপরে আছে। নিচে ফেলে দিলে এটি ভূ-পৃষ্ঠকে $10\ \text{ms}^{-1}$ বেগে আঘাত করে। পতনের সময় স্থিতিশক্তি এবং বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত ঘর্ষণজনিত ব্যয়িত শক্তি ও ঘর্ষণ বল কত হবে ?**

এখানে স্থিতিশক্তি = ঘর্ষণে ব্যয়িত শক্তি + চূড়ান্ত গতিশক্তি

$$mgh = Fh + \frac{1}{2}mv^2$$

বা, $Fh = mgh - \frac{1}{2}mv^2$

$= 2 \times 9{\cdot}8 \times 15 - \frac{1}{2} \times 2\ (10)^2$

$= 294 - 100 = 194$ J

এখানে,

ভর, $m = 2$ kg

অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g = 9{\cdot}8\ \text{ms}^{-2}$

উচ্চতা, $h = 15$ m

বেগ, $v = 10\ \text{ms}^{-1}$

$\therefore\ F = \frac{194}{h} = \frac{194}{15} = 12{\cdot}9$ N

**২। 60 kg ভরের জনৈক ব্যক্তি 20 মিনিটে 180 m উচ্চ একটি চূড়ায় আরোহণ করেন। তার বিভব শক্তি কত ? কাজ ও প্রযুক্ত ক্ষমতা নির্ণয় কর।**

প্রশ্নানুসারে অভিকর্ষীয় বলের বিরুদ্ধে কাজ,

W = বল × বলের ক্রিয়া রেখায় সরণ

= ওজন × উল্লম্ব সরণ

$= mg \times h$

$\therefore$ নির্ণেয় কাজ, $W = 60\text{ kg} \times 9{\cdot}8\ \text{ms}^{-2} \times 180\text{ m} = 10{\cdot}584 \times 10^4$ J

এখানে, $m = 60$ kg

$g = 9{\cdot}8\ \text{ms}^{-2}$

$h = 180$ m

$\therefore$ 180 মিটার উচ্চতায় বিভব শক্তি = অভিকর্ষীয় বলের বিরুদ্ধে কৃত কাজ $= 10{\cdot}584 \times 10^4$ J

প্রযুক্ত ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{10{\cdot}584 \times 10^4\text{ J}}{20 \times 60\text{ s}}$

$= 88{\cdot}2$ W

এখানে,

$t = 20$ মিনিট $= 20 \times 60$ s

## ৫·৭ ব্যবহারিক
## Experimental

| | |
|---|---|
| পরীক্ষণের নাম : | স্প্রিং এর বিভব শক্তি নির্ণয়। |
| পিরিয়ড : ২ | **Determination of potential energy of a spring.** |

**তত্ত্ব :** মনে করি, একটি স্প্রিং-এর প্রান্তে $m$ ভরের ভার ঝুলালে বা F পরিমাণ বল প্রয়োগে স্প্রিংটি $x$ পরিমাণ প্রসারিত হয়। স্প্রিংটির সরণ প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক হয় অর্থাৎ $F \propto x$ হয়।

বা, $F = Kx$ [এখানে K = স্প্রিং ধ্রুবক] ... ... (i)

এখন স্প্রিংটিকে $x_1$ থেকে $x_2$ অবস্থানে প্রসারিত করতে বাইরের বল দ্বারা কাজ

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F\,dx = \int_{x_1}^{x_2} Kx\,dx = K\int_{x_1}^{x_2} x\,dx$$

$$= K\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_1}^{x_2} = \frac{K}{2}(x_2^2 - x_1^2)$$

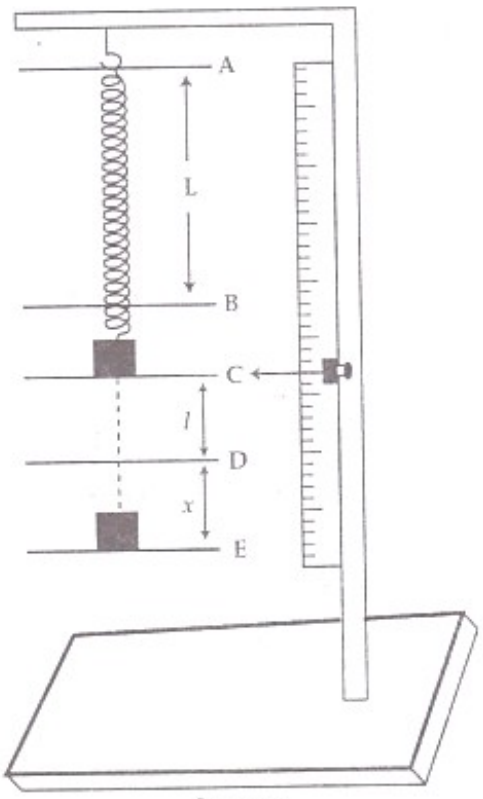
$$\therefore \quad W = \frac{1}{2}K(x_2^2 - x_1^2) \quad \ldots \quad \ldots \quad (ii)$$

এই কাজ ধনাত্মক কাজ। সম্পাদিত এই কাজ স্প্রিং-এর মধ্যে বিভব শক্তিরূপে সঞ্চিত থাকবে।

$x_1 = 0$ এবং $x_2 = x$ ধরলে

$$W = \frac{1}{2}K(x^2 - 0)$$

বা, $$W = \frac{1}{2}Kx^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (iii)$$



চিত্র ৫·২৩

$m$ পরিমাণ ভরের জন্য স্প্রিংটি $l$ পরিমাণ প্রসারিত হয় এবং এই অবস্থায় স্প্রিংটিকে $x$ পরিমাণ টেনে ছেড়ে দিলে ইহা সরল ছন্দিত গতিতে স্পন্দিত হয় এবং এর দোলন কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ হয়।

**যন্ত্রপাতি :**

(১) পরীক্ষণীয় স্প্রিং।
(২) একটি মিটার স্কেল।
(৩) সুবিধাজনক কয়েকটি ভার।
(৪) স্প্রিং ঝুলাবার জন্য হুক।
(৫) একটি স্টপ ওয়াচ।

**কার্যপদ্ধতি :**

(১) চিত্র অনুযায়ী স্প্রিংটিকে একটি হুক থেকে ঝুলিয়ে দিতে হবে।

(২) এর প্রান্তে অর্থাৎ নিচের হুকে একটি ওজন বা ভার ঝুলিয়ে দিলে তা কিছু পরিমাণ লম্বা হবে। স্থির অবস্থান এবং পরিবর্তিত অবস্থানের মধ্যবর্তী দূরত্ব মিটার স্কেল দিয়ে পরিমাপ করতে হবে। ইহাই বর্ধিত দৈর্ঘ্য, $l$।

(৩) এরপর ভারটিকে নিচের দিকে টেনে $x$ পরিমাণ সম্প্রসারণ করে ছেড়ে দিতে হবে। পুনরায় মিটার স্কেল দিয়ে দৈর্ঘ্য সম্প্রসারণ $x$ পরিমাপ করতে হবে।

(৪) স্প্রিংটি এই অবস্থায় উপরে নিচে স্পন্দিত হবে। একটি স্টপওয়াচের সাহায্যে 20 দোলনের সম করতে হবে। এই সময়কে দোলন সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে পর্যায়কাল T নির্ণয় করতে হবে।

(৫) ভার পরিবর্তন করে (৩) ও (৪)নং পরীক্ষণটি কয়েকবার সম্পন্ন করা হয়।

**ডাটা ছক—১ (T এবং $x$ নির্ণয়ের ছক)**

| পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | স্প্রিং এর আদি দৈর্ঘ্য L(m) | ভার ঝুলাবার পর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $l$ (m) | বল প্রয়োগ করে দোলন দেওয়ার জন্য স্প্রিং এর সম্প্রসারণ $x$ (m) | 20 দোলনের সময় (sec) | পর্যায়কাল T (sec) | স্প্রিং ধ্রুবক K | বিভব শক্তি $W=\frac{1}{2}Kx^2$ (J) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

হিসাব ও গণনা :

$l = \ldots\ldots$ m

$x = \ldots\ldots$ m

পর্যায়কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ বা, $T^2 = 4\pi^2\frac{m}{K}$

$\therefore \quad K = 4\pi^2\frac{m}{T^2}$

বিভব শক্তি $W = \frac{1}{2}Kx^2 = \ldots\ldots$ Joule

**সতর্কতা ও আলোচনা :** (১) স্প্রিংটিকে এমনভাবে ঝুলাতে হবে যাতে এর প্রান্তে ভার ঝুলাবার পর উপরের হুক থেকে খুলে না যায়।

(২) ভার ক্রমান্বয়ে বর্ধিত করে স্প্রিং-এর সম্প্রসারণ নির্ণয় করা হয়।

(৩) স্প্রিংটির প্রান্তে ভার ঝুলাবার পর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির সময় যাতে বাধা প্রাপ্ত না হয় সেদিকে লক্ষ রাখতে হ

(৪) সঠিক দৈর্ঘ্য সম্প্রসারণ পরিমাপে ক্যাথেডোমিটার ব্যবহার করা উচিত।

## ৫·৮ শক্তির নিত্যতার নীতির ব্যবহার

### Use of Conservation Principle of Energy

দুই হাতের তালু একত্রে ঘষলে তালু গরম হয়; এক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। পতন বস্তু মাটিতে আঘাত করে থেমে গেলে যান্ত্রিক শক্তি তাপশক্তিতে এবং কিছুটা শব্দ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। আবার কোনো যন্ত্রের বিভিন্ন অংশের মধ্যে ঘর্ষণের ফলে তাপ শক্তির উদ্ভব হয়। উপরের ঘটনাগুলি লক্ষ করলে দেখা যায় শক্তি এক রূপ থেকে অন্য রূপে রূপান্তরিত হয়। আবার আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্বে দেখা যায় ভর শ রূপান্তরিত হয়। কোনো বস্তুর মধ্যে শক্তির পরিমাণ বাড়লে ঐ বস্তুর ভরও বাড়ে। আবার বস্তুর মধ্যে শ পরিমাণ কমলে এর ভরও কমে। মেঝের উপর দিয়ে একটি বাক্সকে টানলে ঘর্ষণে তাপ সৃষ্টি হয়।

উপরিউক্ত সকল ক্ষেত্রে (সংরক্ষিত বা অসংরক্ষিত) দেখা যায় যে, শক্তি যেমন এক রূপ থেকে অন্য রূপান্তরিত হচ্ছে তেমনি এই শক্তি শেষ বা ধ্বংস হয় না। এটাই শক্তির নিত্যতা।

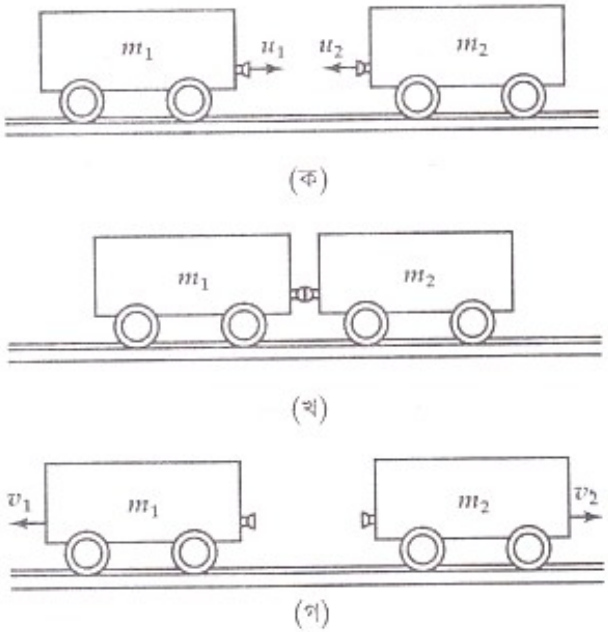
**সূত্র : শক্তি অবিনশ্বর, শক্তি সৃষ্টি বা ধ্বংস করা যায় না। এক রূপ থেকে অন্য রূপে রূপান্তরিত যায়।** বিশ্বের মোট শক্তির পরিমাণ ধ্রুবক। বৈদ্যুতিক ইস্ত্রিতে তড়িৎ বা বিদ্যুৎ চালনা করলে তাপ উৎপন্ন হয়।

তাপ দিয়ে আমরা কাপড় ইস্ত্রি করি। এক্ষেত্রে বিদ্যুৎ শক্তি তাপ শক্তিতে এবং তাপ শক্তি যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। এক্ষেত্রে শক্তির কোনো ক্ষয় বা বিনাশ নেই। কেবলমাত্র রূপান্তর আছে।

নিউক্লিয়ার রিয়্যাক্টরের কথা তোমরা শুনেছ। নিউক্লিয়ার রিয়াক্টরের মধ্যে একটি নিউট্রন দ্বারা ভারী পরমাণু $\left({}_{92}^{235}U\right)$ কে আঘাত করে নিউক্লিও ফিশন বিক্রিয়া ঘটানো হয়। এই বিক্রিয়ায় প্রচুর পরিমাণে তাপ শক্তি উৎপন্ন হয়। এই তাপ শক্তিকে কাজে লাগিয়ে টারবাইন ঘুরিয়ে আবার বিদ্যুৎ শক্তি উৎপন্ন করা হয়। এক্ষেত্রে দেখা যায় পরমাণবিক শক্তি তাপ শক্তিতে রূপান্তরিত হয় এবং তাপ শক্তি আবার বিদ্যুৎ শক্তিতে রূপান্তরিত হয়। এক্ষেত্রেও শক্তির কোনো বিনাশ বা ধ্বংস নেই। এক রূপ থেকে অন্য রূপে রূপান্তরিত হচ্ছে।

শক্তি যখন এক রূপ থেকে অন্য রূপে পরিবর্তিত হয় তখন এর কোনো ঘাটতি বা বাড়তি ঘটে না। অর্থাৎ শক্তির বিনাশ বা সৃষ্টি উভয়ই অসম্ভব। যখন এক প্রকার শক্তি বিলুপ্ত হয় তখন তা অন্য রূপে কোথাও আত্মপ্রকাশ করে। এর নাম শক্তির নিত্যতা বা শক্তির অবিনশ্বরতা (Conservation of Energy)।

দুটি চলন্ত গাড়ির মুখোমুখি সংঘর্ষের ক্ষেত্রেও শক্তির এরূপ রূপান্তর হয় [চিত্র ৫·২৪(ক)]। সংঘর্ষের আগে গাড়ি দুটির শুধু গতিশক্তি থাকে। সংঘর্ষের সময় গাড়ি দুটি মুহূর্তের জন্য স্থির থাকে [চিত্র ৫·২৪(খ)]। ঐ মুহূর্তে ওদের গতিশক্তি শূন্য অর্থাৎ সম্পূর্ণ গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়েছে। যদি সংঘর্ষের সময় গাড়ি দুটি পরস্পরের উপর একটি স্প্রিং-এর মাধ্যমে ক্রিয়া করে, তবে স্প্রিংটি সঙ্কুচিত হয়, অর্থাৎ স্প্রিংটির উপর কাজ করা হয়, ফলে সঙ্কুচিত স্প্রিংটিতে স্থিতিশক্তি সঞ্চিত হয়। পর মুহূর্তে স্প্রিংটি প্রসারিত হয়। এখন স্প্রিংটি কাজ করে; ফলে ওর মধ্যে সঞ্চিত স্থিতিশক্তি ব্যয় হয়ে যায়। দেখা যায় যে, গাড়ি দুটি বিচ্ছিন্ন হয়ে বিপরীত দিকে চলতে থাকে [চিত্র ৫·২৪(গ)]। এখন গাড়ি দুটির শুধু গতিশক্তি থাকে।



চিত্র ৫·২৪ : যান্ত্রিক শক্তির রূপান্তর ও সংরক্ষণ।

যান্ত্রিক শক্তির রূপান্তরের এরকম অসংখ্য দৃষ্টান্ত দেওয়া যায়— যেমন সরল দোলকের দোলন এবং নততলে বস্তুর গতি। এই সব উদাহরণ থেকে একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ সিদ্ধান্তে পৌঁছানো যায়। আমরা জানি, শক্তি সৃষ্টি বা ধ্বংস করা যায় না। অতএব, এই সব উদাহরণে বস্তুর গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে ও স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয় মাত্র; স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তির যোগফল অর্থাৎ বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি সব সময় স্থির থাকে। একে **যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ নীতি** (Principle of conservation of mechanical energy) বলে। কিন্তু ঘর্ষণ বল থাকলে এই বল সব সময় বস্তুর গতিকে বাধা দেয়। ফলে কিছু পরিমাণ যান্ত্রিক শক্তি এই বাধা অতিক্রম করার জন্য অপচয় হয় এবং তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়।

উপরের উদাহরণের ক্ষেত্রে শক্তির নিত্যতার সূত্র প্রযোজ্য হয়। কোনো অপচয়ী বল না থাকলে এবং সংঘর্ষটি সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক হলে মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে। অতএব

সংঘর্ষের আগে গতিশক্তি = সঞ্চিত স্থিতিশক্তি $= \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$

কোনো প্রক্রিয়ায় কোনো রাশির মান সবসময় অপরিবর্তিত থাকলে রাশিটি সংরক্ষিত (conserved) আছে বলা হয়। অতএব মোট যান্ত্রিক শক্তি সংরক্ষিত আছে।

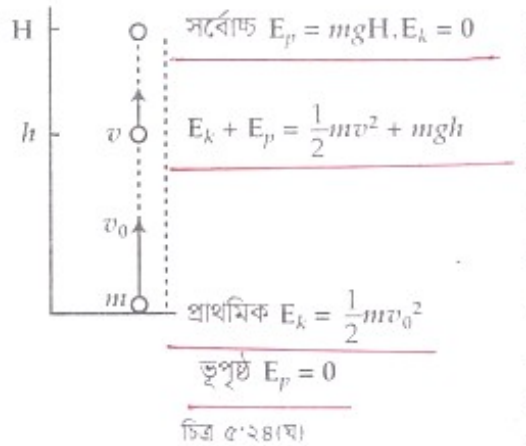
## উৎক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বোচ্চ উচ্চতায় শক্তির নিত্যতার সূত্র
**Conservation of Energy at Maximum Height of a Thrown Body**

গতির জন্য বস্তুতে গতিশক্তি এবং অবস্থানের জন্য স্থিতিশক্তি থাকে। একটি সচল বস্তুর গতিশক্তি ($E_k$) এবং স্থিতিশক্তি ($E_p$) দুই-ই থাকতে পারে। যেমন, একটি উড়ন্ত বিমানের বা উপর দিকে ছোঁড়া পাথরের গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি দুই-ই থাকে। তখন বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি বলতে এর গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যোগফল বোঝায়। অতএব, মোট যান্ত্রিক শক্তি—

$$E_T = E_k + E_p \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.32)$$

বস্তুর গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে বা স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হতে পারে। এরকম রূপান্তরের অনেক উদাহরণ দেওয়া যায়। এখন আমরা উৎক্ষিপ্ত বস্তুর সর্বাধিক উচ্চতার শক্তির নিত্যতা সূত্র প্রয়োগ করব।

মনে করি, ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $m$ ভরের একটি পাথরকে $v_0$ বেগে উপরের দিকে খাড়াভাবে নিক্ষেপ করা হল [চিত্র ৫·২৪(ঘ)]। ভূ-পৃষ্ঠকে নির্দেশ তল ধরে নিলে পাথরটির প্রাথমিক স্থিতিশক্তি = 0 ও প্রাথমিক গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv_0^2$। পাথরটি যত উপরে ওঠে এর অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তি তত বাড়তে থাকে; কিন্তু সাথে সাথে পাথরটির বেগ কমতে থাকে অর্থাৎ এর গতিশক্তি কমতে থাকে। অতএব উপরে ওঠার সময় পাথরটির গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে রূপান্তরিত হতে থাকে। $h$ উচ্চতায় পাথরটির উপরের দিকে বেগ যদি $v$ হয় ($v < v_0$), তবে এই বিন্দুতে পাথরটির গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2$ ও স্থিতিশক্তি $= mgh$ হয়। সুতরাং পাথরটির মোট যান্ত্রিক শক্তি হয় $= \frac{1}{2}mv^2 + mgh$। সর্বোচ্চ অবস্থানে পৌঁছে পাথরটি মুহূর্তের জন্য স্থির থাকে। তখন পাথরটির গতিশক্তি শূন্য কিন্তু এর স্থিতিশক্তি সবচেয়ে বেশি হয়। পাথরটির সর্বোচ্চ উচ্চতা যদি H হয় তবে এই অবস্থানে পাথরটির স্থিতিশক্তি $= mgH$ হয়।



চিত্র ৫·২৪(ঘ)

**অতএব সর্বোচ্চ অবস্থানে পাথরটির সম্পূর্ণ গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়ে যায়।**

সর্বোচ্চ অবস্থানে পৌঁছানোর পর পাথরটি আবার নিচের দিকে পড়তে থাকে। তখন ঠিক বিপরীত ক্রিয়া হয়। পাথরটির স্থিতিশক্তি ক্রমশ কমতে থাকে এবং গতিশক্তি বাড়তে থাকে। নির্দেশ তলে বস্তুটির কেবল গতিশক্তি থাকে ও ওর স্থিতিশক্তি আবার শূন্য হয়।

এক্ষেত্রে সহজে প্রমাণ করা যায় যে, ঘর্ষণ বলের মতো কোনো অপচয়ী বল (dissipative force) না থাকলে প্রাথমিক অবস্থানে পাথরটির নীট শক্তি (যা সম্পূর্ণই গতিশক্তি) সর্বোচ্চ অবস্থানে পাথরটির মোট শক্তির (যা সম্পূর্ণই স্থিতিশক্তি) সমান হয়, অর্থাৎ $\frac{1}{2}mv_0^2 = mgH$। অর্থাৎ আগের কোনো বিন্দুতেও মোট শক্তি অপরিবর্তিত থাকে। অতএব,

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgH = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

অবাধে পতনশীল বস্তুর ক্ষেত্রেও এই নীতি প্রযোজ্য হয়। যে স্থান থেকে বস্তুকে উপরের দিকে $v_0$ বেগে ছোঁড়া হয়েছিল, বস্তুটি যখন আবার সেই প্রাথমিক অবস্থানে ফিরে আসে তখন এর বেগ $v_0$ হয়। এই সময় বস্তুটির শক্তি সম্পূর্ণই গতিশক্তি। অতএব এর মোট শক্তি পুনরায় $\frac{1}{2}mv_0^2$ হয়। অতএব **উৎক্ষিপ্ত বস্তু সর্বাধিক উচ্চতায় শক্তির নিত্যতার সূত্র মেনে চলে।**

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। 900 m উঁচু হতে একটি বস্তু অভিকর্ষের টানে নিচে পড়ছে, কোথায় তার গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে ?**

ধরা যাক, বস্তুর ভর $= m$

ভূমি হতে $x$ উচ্চতায় গতিশক্তি $E_k$, বিভব শক্তি $E_p$ এর দ্বিগুণ হবে। অর্থাৎ $E_k = 2E_p$

এখন $x$ উচ্চতায় বিভব শক্তি, $E_p = mgx$

প্রশ্নানুসারে, $E_k = 2 \times mgx$

900 m উচ্চতায় বস্তুর মোট শক্তি $= mgH = mg \times 900 = 900\ mg$

শক্তির নিত্যতা সূত্রানুযায়ী $x$ উচ্চতায় বিভব শক্তি + গতিশক্তি = মোট শক্তি

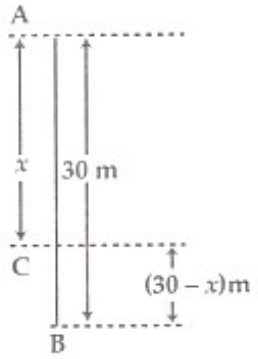
$\therefore \quad mgx + 2mgx = 900\ mg$

বা, $\quad 3mgx = 900\ mg$

$\therefore \quad x = \dfrac{900}{3} = 300\ \text{m}$

**২। 30 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে কোথায় উহার গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে ?** [ঢা. বো. ২০১১ (মান ভিন্ন); রা. বো. ২০১০; য. বো. ২০০৬ (মান ভিন্ন) ; ব. বো. ২০০৩ ]

ধরি, 30 m উচ্চতা হতে $x$ m নিচে এর গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হবে। ধরি C বিন্দুতে বেগ $v$।




এখানে,

$h = 30$ m

আদিবেগ, $v_0 = 0$

ত্বরণ $= g$

C বিন্দুতে অর্থাৎ, $(30 - x)$ m উচ্চতায় বিভব শক্তি, $E_1 = mg\,(30 - x) \quad \ldots \quad \ldots \quad (1)$

এবং ঐ উচ্চতায় বস্তুর গতিশক্তি,

$E_2 = \dfrac{1}{2}\ mv^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2)$

এখন, $v^2 = 0 + 2gx$ ;

$v^2 = 2gx \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (3)$

$v^2$-এর মান সমীকরণ (2)-এ বসিয়ে,

$E_2 = \dfrac{1}{2}\ m.\ 2gx = mgx$

প্রশ্নমতে, $2E_1 = E_2$

বা, $\quad 2mg\,(30 - x) = mgx$

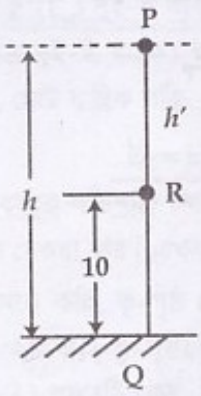
বা, $\quad 2\ mg\ \times 30 - 2mgx = mgx$

বা, $\quad 2mg\ \times 30 = 3\ mgx$

বা, $\quad x = \dfrac{60}{3} = 20\ \text{m}$

$\therefore$ ভূমি হতে $(30 - 20) = 10$ m উচ্চতায় গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ।

**৩। একটি বস্তুকে নির্দিষ্ট উচ্চতা থেকে ফেলে দেয়া হলো। ভূমি হতে 10m উচ্চতায় গতিশক্তি বিভব শক্তির দ্বিগুণ হলে কত উচ্চতা থেকে বস্তুটি ফেলা হয়েছিল ?** [য. বো. ২০০৬]




মনে করি, P বিন্দু হতে $m$ ভরের বস্তুটিকে ফেলা হলো এবং R বিন্দুতে বস্তুটির গতিশক্তি $= 2 \times$ বিভব শক্তি

R বিন্দুতে বিভব শক্তি, $E_p = mgx$

$= mg \times 10 = 10\,mg$ ... ... ... (1)

ধরা যাক, R বিন্দুতে বস্তুটির বেগ $= v$।

আমরা জানি, $v^2 = v_0^2 + 2gh'$

বা, $v^2 = 2g\,(h - x)$ $[\because v_0 = 0]$

$= 2g\,(h - 10)$

R বিন্দুতে গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m \times 2g\,(h - 10)$

$= mg\,(h - 10)$

প্রশ্নানুসারে, $mg\,(h - 10) = 2 \times 10\,mg = 20\,mg$ ... ... (2)

$\therefore \quad h - 10 = 20$

বা, $h = 20 + 10 = 30\text{m}$

**উত্তর :** উচ্চতা, 30m.

## সরল ছন্দিত গতির শক্তি
## Energy of Simple Harmonic Motion

সরল দোলকের গতি হলো সরল ছন্দিত গতি। সরল দোলক যখন দুলতে থাকে তখন কখনো দোলকের গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে, আবার কখনো দোলকের স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। কিন্তু প্রতি মুহূর্তে দোলকের গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যোগফল ধ্রুব থাকে।

মনে করি, সরল দোলকের ববের ভর $m$ এবং সাম্যাবস্থা 0। দোলায়মান অবস্থায় সাম্যাবস্থা থেকে যে কোনো এক দিকে A দূরত্ব অতিক্রম করে সর্বোচ্চ বিন্দু B তে পৌঁছলে [চিত্র ৫·২৫] B বিন্দুতে বেগ $v = 0$ বলে সকল শক্তি বিভব শক্তি। সরল দোলকের উপর ক্রিয়ারত বল F হলে $F = -kx$। অতএব সর্বোচ্চ বিন্দু B তে বিভব শক্তি

$$E_p = \int_0^A -F\,dx = \int_0^A k\,x\,dx$$

$$= k\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^A = \frac{1}{2} kA^2$$

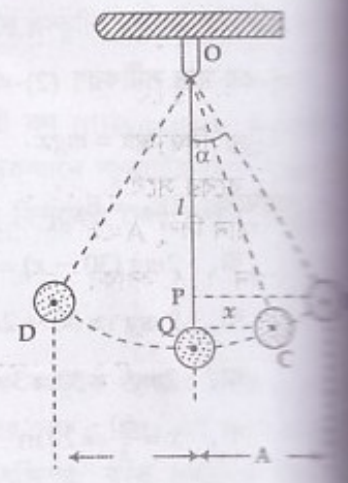
আমরা জানি,

$$\frac{k}{m} = \omega^2 \quad \therefore \; k = \omega^2 m$$

$$\therefore \quad E_p = \frac{1}{2} \times m\omega^2 A^2$$

যেহেতু B বিন্দুর গতিশক্তি $E_k = 0$ অতএব B বিন্দুতে ববের মোট শক্তি

$$E_k = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.33)$$



চিত্র ৫·২৫

যেহেতু B বিন্দুতে গতিশক্তি $E_{k_B} = 0$ অতএব B বিন্দুতে মোট শক্তি

$$E_k = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (5.34)$$

এখন ধরা যাক, একটি বব B বিন্দু থেকে সাম্যাবস্থায় 0 এর দিকে যাত্রা করে কোনো এক সময় C বিন্দুতে পৌঁছাল। সাম্যাবস্থান হতে C এর দূরত্ব $x$ এবং এর ববের বেগ $v$ হলে C বিন্দুর গতিশক্তি $E_{k_C} = \frac{1}{2} mv^2$

কিন্তু সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে বেগ

$$v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} :$$

$$\text{অতএব } E_{k_C} = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (5.35)$$

C বিন্দুতে ববের কিছু বিভব শক্তি থাকবে। যার পরিমাণ

$$E_{p_c} = \int_0^x k\, x dx$$

$$= k\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^x = \frac{1}{2} kx^2$$

$$= \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \quad [\because k = m\omega^2] \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (5.36)$$

C বিন্দুতে মোট শক্তি

$$E_k = E_{k_C} + E_{p_C}$$

$$= \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2) + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

$$= \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2 + x^2)$$

$$\boxed{E_k = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (5.37)$$

**মন্তব্য :** উপরের সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, B ও C বিন্দুর মোট শক্তি একই। অর্থাৎ দোলায়মান একটি সরল দোলক 'শক্তির নিত্যতার সূত্র' মেনে চলে।

## গাণিতিক উদাহরণ

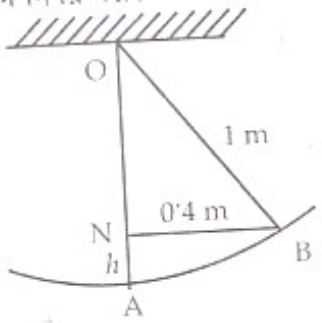
**১। একটি সরল দোলকের ববের ভর 0·2 kg ও কার্যকর দৈর্ঘ্য 1 m। উল্লম্ব রেখা হতে 0·4 m দূরে টেনে ছেড়ে দিলে গতিপথের সাম্যাবস্থান অতিক্রম কালে ববের গতিশক্তি ও বেগ নির্ণয় কর।**

এখানে,

ববের ভর, $m = 0{\cdot}2$ kg

সর্বোচ্চ বিন্দু B = 0·4 m

সাম্যাবস্থায় A = 0




ধরি নির্ণেয় বেগ = $v$

শক্তির নিত্যতা সূত্র অনুসারে, O বিন্দু হতে ঝুলন্ত ববের সর্বোচ্চ বিন্দু B-তে স্থিতিশক্তি = সাম্যাবস্থান বিন্দু A-তে গতিশক্তি

এখন, OA বরাবর সর্বোচ্চ উল্লম্ব সরণ

$$AN = OA - ON$$

$$= OA - \sqrt{OB^2 - NB^2}$$

$$= 1 - \sqrt{(1)^2 - (0{\cdot}4)^2}$$

$$= 0{\cdot}083 \text{ m}$$

এখন, সর্বোচ্চ বিন্দুতে স্থিতিশক্তি = $mgh$

প্রশ্নানুসারে,

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$
$$= 0.2 \times 9.8 \times 0.083$$
$$= 0.163\ \text{J}$$

আবার,

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 0.083}$$
$$= 1.275\ \text{ms}^{-1}$$

## ৫.৯ ক্ষমতা, বল ও বেগ

### Power, Force and Velocity

**ক্ষমতা :** বল প্রয়োগে কোনো যন্ত্র বা বস্তু গতির পরিবর্তন ঘটালে ঐ যন্ত্র বা বস্তুকে আমরা কাজ ক ক্ষমতা আছে বলে ধরে নেই। বলের ক্রিয়ায় বস্তুর সরণ দ্রুত না ধীরে কীভাবে সম্পন্ন হয়েছে কাজের পরিমাণ তা বুঝা যায় না, ক্ষমতা দ্বারা বুঝা যায়। একক সময়ে কী পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয় তাই ক্ষমতা।

**কোনো একটি উৎসের কাজ করার হারকে ক্ষমতা বলে এবং একক সময়ের কৃত কাজ দ্বারা ক্ষ পরিমাপ করা হয়।**

**ব্যাখ্যা :** মনে করি কোনো ব্যক্তি বা উৎস $t$ সময়ে $W$ পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে।

∴ একক সময়ের কৃত কাজ বা ক্ষমতা,

$$P = \frac{\text{কাজ}}{\text{সময়}} = \frac{W}{t} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (5.38)$$

কাজ সম্পাদনের হার সুষম না হলে তাৎক্ষণিক ক্ষমতা

$$P = \frac{dW}{dt}$$

$\vec{F}$ পরিমিত একটি ধ্রুব বল কোনো কণার উপর $dt$ সময় ক্রিয়া করে $d\vec{r}$ সরণ ঘটালে, ঐ ধ্রুব বল ক কৃত কাজ, $dW = \vec{F} . d\vec{r}$

ক্ষমতা একটি স্কেলার রাশি। ক্ষমতা কেবলমাত্র কাজের মোট পরিমাণের উপর নির্ভর করে না, কত সময়ে কাজ করা হলো তার উপর নির্ভর করে। কম সময়ে একই কাজ করলে ক্ষমতা বেশি হয়।

যেমন, একটি যন্ত্র 4 ঘণ্টায় 2000 জুল কাজ করে। অপর একটি যন্ত্র 6 ঘণ্টায় 2400 জুল কাজ করে। প্র যন্ত্রটির ক্ষমতা = 2000/4 = 500 জুল/ঘণ্টা। দ্বিতীয় যন্ত্রটির ক্ষমতা 2400/6 = 400 জুল/ঘণ্টা। সুতরাং যদিও প্র যন্ত্রটির দ্বারা কাজ দ্বিতীয় যন্ত্র অপেক্ষা কম, কিন্তু প্রথম যন্ত্রটির ক্ষমতা বেশি।

### ক্ষমতার একক (Unit of power)

ক্ষমতার সংজ্ঞা হতে এর একক বের করা যায়।

$$\text{ক্ষমতা} = \frac{\text{কাজ}}{\text{সময়}} = \frac{\text{জুল}}{\text{সেকেন্ড}} = \text{জুল /সেকেন্ড } (\text{Js}^{-1})$$

**মাত্রা :** $[P] = [ML^2T^{-3}]$

এস. আই. বা আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে ক্ষমতার একক **জুল/সে. বা ওয়াট (watt)**। এক সেকেন্ডে এক জু **কাজ করার ক্ষমতাকে এক জুল/সে. বা এক ওয়াট বলে।**

"কোনো যন্ত্রের ক্ষমতা 50 জুল/সে।"—উক্ত উক্তি দ্বারা বুঝি যন্ত্রটি প্রতি সেকেন্ডে 50 জুল কাজ করা পারে।

ওয়াট অপেক্ষা বড় মানের আরও একটি একক ক্ষমতা প্রকাশের জন্য ব্যবহৃত হয়। এর নাম কিলোওয়া (K. W.)।

**অশ্ব-ক্ষমতা :** প্রতি সেকেন্ডে 746 জুল কাজ করার ক্ষমতাকে এক অশ্ব-ক্ষমতা বলে।

∴ 1 অশ্ব-ক্ষমতা = 746 জুল/সে = 746 ওয়াট (Watt)।

**বৈদ্যুতিক ব্যবহারিক একক :** ক্ষমতার বৈদ্যুতিক ব্যবহারিক এককে ওয়াট (Watt) বলে। 'ওয়াট' পরিমাপের আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতেও ক্ষমতার একক।

∴ 1 ওয়াট = 1 জুল/সে

∴ 1 কিলোওয়াট = 1000 ওয়াট। অর্থাৎ কিলোওয়াট ওয়াট অপেক্ষা এক হাজার গুণ বড়। আধুনিক কালে কিলোওয়াট অপেক্ষা হাজার গুণ বড় অর্থাৎ ওয়াট অপেক্ষা দশ লক্ষ গুণ বড় ক্ষমতার আর একটি একক ব্যবহৃত হচ্ছে। এর নাম **মেগাওয়াট** (Mega watt)।

∴ 1 মেগাওয়াট (MW) = 1000 কিলোওয়াট

$= 10^6$ ওয়াট $= 10^6$ জুল/সে।

'কোনো বিদ্যুৎ উৎপাদন কেন্দ্রের ক্ষমতা 2 মেগাওয়াট'। এর অর্থ—কেন্দ্রের সরবরাহকৃত বিদ্যুৎ শক্তি দ্বারা প্রতি সেকেন্ডে $2 \times 10^6$ জুল বা 2 মেগা-জুল কাজ করা যায়।

**ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ (Dimension of power)**

আমরা জানি, ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{\text{বল} \times \text{সরণ}}{\text{সময়}}$

∴ ক্ষমতার মাত্রা সমীকরণ, $[P] = \frac{[\text{বল}]\,[\text{সরণ}]}{[\text{সময়}]}$

$$= \left[\frac{MLT^{-2} \times L}{T}\right] = [ML^2T^{-3}]$$

## ক্ষমতা, বল ও বেগের মধ্যে সম্পর্ক
## Relation between Power, Force and Velocity

মনে করি, কোনো বস্তুর উপর F বল $t$ সময় ধরে ক্রিয়া করল। এই সময়ে যদি বস্তুটি প্রযুক্ত বলের অভিমুখে $s$ দূরত্ব সরে যায়, তবে ঐ বল দ্বারা কাজ, $W = F \times s$

আবার ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv$ ... ... ... (5.39)

$\left[\because s = \frac{v}{t}\right]$

অতএব ক্ষমতা = প্রযুক্ত বল × বস্তুর বেগ

বস্তুর সরণ প্রযুক্ত বলের অভিমুখে না হয়ে যদি এর সঙ্গে $\theta$ কোণে ক্রিয়াশীল হয়, তবে

$P = Fv\cos\theta$ ... ... ... (5.40)

এই সমীকরণ দুটি ভেক্টরের স্কেলার গুণফল বোঝায়।

∴ ভেক্টর চিহ্ন অনুযায়ী $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ ... ... ... (5.41)

**এই সমীকরণ ক্ষমতা, বল ও বেগের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।**

**আবর্ত ঘূর্ণন গতির ক্ষেত্রে ক্ষমতা :**

আবর্ত গতির ক্ষেত্রে আমরা জানি, কাজ, W = টর্ক × কৌণিক সরণ।

∴ ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{\text{টর্ক} \times \text{কৌণিক সরণ}}{\text{সময়}}$

∴ ক্ষমতা, P = টর্ক × কৌণিক বেগ

## গাণিতিক উদাহরণ

১। 300 kg ভরের একটি পাথরকে ক্রেনের সাহায্যে $0{\cdot}1\ ms^{-1}$ বেগে ছাদের উপরে উঠাতে ক্রেনের শক্তি ব্যয় করতে হবে ?

আমরা জানি,

$$P = Fv = 2940 \times 0{\cdot}1 = 294{\cdot}0\ W$$

এখানে,

$m = 300\ kg$

$F = 300\ kg \times 9{\cdot}8\ ms^{-2} = 2940\ N$

**পরীক্ষণ :** তোমরা কয়েকজন মিলে স্কুলের তিন তলা পর্যন্ত সিড়ির সংখ্যা নির্ণয় কর। প্রতিটি সিড়ির উচ্চতা স্কেল সাহায্যে গণনা কর। এক তলা হতে তিন তলায় উঠতে কত সময় লাগবে তার সময় নির্ণয় কর। তোমার ভরা অভিকর্ষজ ত্বরণের মান দ্বারা গুণ করে তোমার ওজন নির্ণয় কর। তাহলে সম্পাদিত কাজ হবে তোমার ওজন × মে উচ্চতা। এবার মোট কাজকে সময় দিয়ে ভাগ কর তাহলে তোমার ক্ষমতা পেয়ে যাবে।

## ৫·১০ সংরক্ষণশীল এবং অসংরক্ষণশীল বল
## Conservative and Non-conservative Force

বল দুই প্রকার; যথা— (১) সংরক্ষণশীল বল এবং (২) অসংরক্ষণশীল বল।

### সংরক্ষণশীল বল
### Conservative Force

**যে বল কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে তাকে যে কোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে বল কর্তৃক কাজ শূন্য হয় তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে।** উদাহরণ—অভিকর্ষীয় বল, বৈদ্যুতিক বল, আদর্শ স্প্রিং-এর বিকৃতি প্রতিরোধী বল প্রভৃতি।

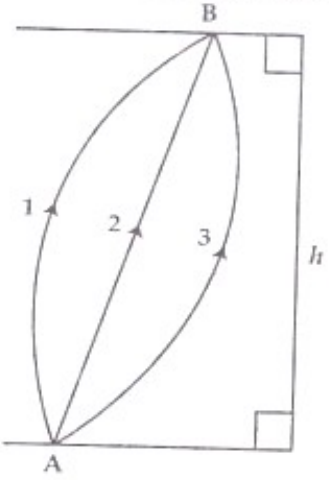
**সংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য :** (০৫ – ০৯)

(১) এই বল শুধু অবস্থানের উপর নির্ভর করে।

(২) সংরক্ষণশীল বল দ্বারা কৃত কাজ সম্পূর্ণভাবে পুনরুদ্ধার করা যায়।

(৩) একটি বস্তুকে এক স্থান হতে অন্য স্থানে স্থানান্তরে কাজ পথের উপর নির্ভর করে না; কেবল বস্তুর আদি ও চূড়ান্ত অবস্থানের উপর নির্ভর করে।

(৪) সংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায় যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতার সূত্র পালিত হয়।




চিত্র ৫·২৬

ধরি $m$ ভরের একটি বস্তুকে A বিন্দু হতে উপরে উঠিয়ে B বিন্দুতে স্থাপন করা হলো এবং এতে বস্তুটির উল্লম্ব সরণ হলো [চিত্র ৫·২৬]। এই স্থানান্তর 1নং, 2নং বা 3নং পথে হলে প্রত্যেক পথের সকল বিন্দুতে অভিকর্ষীয় বল $mg$ খাড়া নিম্নদিকে ক্রিয়া করে এবং প্রত্যেক পথে অভিকর্ষীয় বলের ক্রিয়া রেখা বরাবর বস্তুর সরণ $h$। এই তিন পথের প্রত্যেক পথে কাজের পরিমাণ সমান এবং কাজ $W = -mgh$।

আবার বস্তুটিকে A বিন্দু হতে 1নং পথে B বিন্দুতে এনে পুনরায় তাকে B বিন্দু হতে A বিন্দুতে স্থানান্তর করলে, প্রথম স্থানান্তরে অভিকর্ষীয় বলের বিপরীত দিকে সরণ = $h$ ও কাজ $W_1 = -mgh$ এবং দ্বিতীয় স্থানান্তরে অভিকর্ষীয় বলের অভিমুখে সরণ = $h$ ও কাজ $W_2 = mgh$.

$\therefore$ মোট কৃত কাজ, $W_2 + W_1 = mgh + (-mgh) = 0$

কাজেই অভিকর্ষীয় বল সংরক্ষণশীল বল এবং এই বল কর্তৃক কাজ পুনরুদ্ধার করা সম্ভব। সংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য অনুসারে এর আর একটি সংজ্ঞা দেয়া যায়। যেমন **যে বলের ক্রিয়ায় কোনো বস্তুকে এক বিন্দু হতে অপর কোনো বিন্দুতে নিয়ে যেতে ঐ বল কর্তৃক কাজ শুধু বিন্দুদ্বয়ের অবস্থানের উপর নির্ভর করে—পথের উপর নির্ভর করে না তাকে সংরক্ষণশীল বল বলে।**

### অসংরক্ষণশীল বল
### Non-conservative Force

**যে বল কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে তাকে যে কোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে ঐ বল কর্তৃক কাজ শূন্য হয় না তাকে অসংরক্ষণশীল বল বলে।** উদাহরণ—ঘর্ষণ বল, সান্দ্র বল প্রভৃতি।

**অসংরক্ষণশীল বলের বৈশিষ্ট্য :**

(১) এই বল শুধু অবস্থানের উপর নির্ভর করে না।

(২) একটি বস্তুকে এক স্থান থেকে আরেক স্থানে স্থানান্তরে কাজ পথের উপর নির্ভর করে।

(৩) অসংরক্ষণশীল বল দ্বারা কাজ সম্পূর্ণরূপে পুনরুদ্ধার করা যায় না।

(৪) অসংরক্ষণশীল বলের ক্রিয়ায় যান্ত্রিক সূত্রের নিত্যতার সূত্র সংরক্ষিত হয় না।

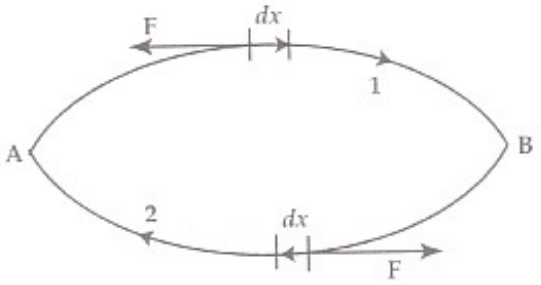
ধরি একটি বস্তুকে মসৃণ অনুভূমিক মেঝের উপর দিয়ে ঠেলে A বিন্দু হতে 1নং পথে B বিন্দুতে আনা হলো [ চিত্র ৫·২৭]। এই ক্ষেত্রে ঘর্ষণ বল বস্তুর গতি অভিমুখের বিপরীতে ক্রিয়া করবে। কাজেই এই স্থানান্তরে ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে কাজ করতে হবে; কারণ ঘর্ষণ বল সর্বদাই গতিপ্রতিরোধী বল। গতিপথে একটি ক্ষুদ্র সরণ $dx$ এবং এই সরণ গড় F ঘর্ষণ বলের বিপরীতে সংঘটিত হলে, কাজ $W = -Fdx$।

∴ 1নং পথে A হতে B পর্যন্ত নিতে মোট কৃত কাজ এরূপ ছোট ছোট কাজের সমষ্টির সমান ও মোট কাজ, $W_1 = -\int_1 Fdx$।

এখন যদি বস্তুটিকে B হতে 2নং পথে পুনরায় A বিন্দুতে নিয়ে যাওয়া হয় তবে এই ক্ষেত্রেও ঘর্ষণ বল বস্তুর গতিপথের বিপরীতে ক্রিয়া করবে।

কাজেই এই ক্ষেত্রেও কাজ,

$$W_2 = -\int_2 Fdx.$$



চিত্র ৫·২৭

উভয় ক্ষেত্রে কাজ ঘর্ষণ বলের বিরুদ্ধে হওয়ায় উভয় কাজ ঋণাত্মক এবং তাদের যোগফল শূন্য হবে না। অর্থাৎ $W_1 + W_2 = -\int_1 Fdx - \int_2 Fdx \neq 0$

**কাজেই ঘর্ষণ বল কর্তৃক কাজ পুনরুদ্ধার করা সম্ভব নয়। অতএব ঘর্ষণ বল অসংরক্ষণশীল বল।**

সংরক্ষণশীল ও অসংরক্ষণশীল বল ক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী দেখানো যায় যে,

কোনো বস্তুকে অভিকর্ষ বল F-এর বিরুদ্ধে মাটি হতে $h$ উপরে তুলতে কাজের পরিমাণ $= -Fh$। এখন তাকে সেখান থেকে ছেড়ে দিলে মাটিতে ফিরে আসতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজের পরিমাণ হবে $+Fh$.

সুতরাং বস্তুর মাটি হতে উপরে উঠার পর আবার মাটিতে ফিরে আসতে অভিকর্ষ বল দ্বারা কাজের পরিমাণ $(-Fh + Fh)$ শূন্য হবে। সুতরাং অভিকর্ষ বা মাধ্যাকর্ষণ বল সংরক্ষণশীল বল। তেমনি বিদ্যুৎ বল, চৌম্বক বল ইত্যাদি সংরক্ষণশীল বল।

অপর পক্ষে, ঘর্ষণের ক্ষেত্রে, ঘর্ষণ বল বস্তুকে চলতে বাধা দেয়। সেজন্যে এর দ্বারা বস্তুর উপর কাজ ঋণ হয়। অতএব ঘর্ষণ বল হলো অসংরক্ষণশীল বল।

## ৫·১১ কর্মদক্ষতা
## Efficiency

আমরা যখন কোনো যন্ত্র বা বস্তু থেকে কাজ পাই তা ঐ যন্ত্র বা বস্তুকে কর্মক্ষম করার জন্য সরবরাহকৃত শক্তি অপেক্ষা কম। কেবল যন্ত্রের ক্ষেত্রেই নয়, বাস্তব জীবনের অনেক ক্ষেত্রেই যে শক্তি প্রয়োগ করা হয় তার অংশ বিশেষ কাজে লাগে। বাকী অংশ অপচয় হয়। ইঞ্জিনের ক্ষেত্রে এই অপচয় হওয়া শক্তি ব্যয় হয় চাকার ঘর্ষণ, ইঞ্জিন গরম হওয়া ইত্যাদি কাজে। এ অপচয় সম্পূর্ণরূপে বন্ধ করা যায় না, তবে বিভিন্ন প্রযুক্তি ব্যবহারের মাধ্যমে এই অপচয় হ্রাস করা যায়। এক্ষেত্রে শক্তির সমীকরণ হলো প্রদত্ত শক্তি = লভ্য কার্যকর শক্তি + অন্যভাবে ব্যয়িত শক্তি।

**সংজ্ঞা :** কোনো যন্ত্রে সরবরাহকৃত শক্তি এবং কাজে পরিণত হওয়ার শক্তির অনুপাতকে কর্মদক্ষতা

অর্থাৎ কর্মদক্ষতা, $\eta = \frac{\text{কার্যকর শক্তি}}{\text{মোট সরবরাহকৃত শক্তি}}$

কর্মদক্ষতাকে শতকরা হিসেবে প্রকাশ করা যায়।

মনে করি, কোনো যন্ত্রে $E_1$ পরিমাণ শক্তি প্রদান করা হলো এবং $E_2$ পরিমাণ শক্তির অপচয় ঘটল। কর্মদক্ষতা

$$\eta = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = \left(1 - \frac{E_2}{E_1}\right) \times 100\% \quad \ldots \quad \ldots \quad (5.$$

কোনো যন্ত্রেরই কর্মদক্ষতা 100% পাওয়া যায় না। কোনো যন্ত্রের কর্মদক্ষতা 80% বলতে বুঝায় 10( শক্তি সরবরাহ করলে তার মাত্র 80 একক শক্তি কাজে লাগবে, বাকী 20 একক শক্তি অপচয় হবে।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। 270 kg ভরের একটি বোঝা একটি ক্রেনের সাহায্যে 0·1 $ms^{-1}$ বেগে উঠানো হলো। ক্ষমতা নির্ণয় কর।**

আমরা জানি,

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \times s}{t} = Fv$$
$$= mgv \quad [\because F = mg]$$
$$\therefore \quad P = 270 \times 9{\cdot}8 \times 0{\cdot}1 \text{ W}$$
$$= 264{\cdot}6 \text{ W}$$

এখানে,

ভর, $m = 270$ kg

বেগ, $v = 0{\cdot}1$ $ms^{-1}$

$g = 9{\cdot}8$ $ms^{-2}$

ক্ষমতা, $P = ?$

**২। 900 kg ভরের একটি লিফট 350 kg ভরের বোঝাসহ 100 s-এ নিচতলা থেকে 18 তলায় উপরে ওঠে। কৃত কাজ ও প্রযুক্ত ক্ষমতা নির্ণয় কর।**

আমরা জানি,

কৃত কাজ, $W = mgh$

$$\therefore \quad W = 1250 \times 9{\cdot}8 \times 75$$
$$= 9{\cdot}187 \times 10^5 \text{ J}$$

আবার, ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t}$

$$\therefore \quad P = \frac{9{\cdot}187 \times 10^5}{100}$$
$$= 9{\cdot}187 \times 10^3 = 9{\cdot}187 \text{ kW}$$

এখানে,

মোট ভর, $m = 900 + 350 = 12$

উচ্চতা, $h = 75$ m

সময়, $t = 100$ s

$g = 9{\cdot}8$ $ms^{-2}$

W = ?

P = ?

**৩। 3430 W ক্ষমতাসম্পন্ন একটি মটর চালিত পাম্প দ্বারা একটি কূপ হতে গড়ে 7·20 m উচ্চতা উঠানো হয়। মটরের দক্ষতা 90% হলে প্রতি মিনিটে কত কিলোগ্রাম পানি ওঠে ?** [ব. বো.

ধরি নির্ণেয় ভর = $m$ kg

প্রশ্নানুযায়ী মটরের কার্যকর ক্ষমতা $= \eta \times P = \frac{90}{100} \times 3430 \text{ W} = 3087 \text{ W}$

প্রতি মিনিটে প্রাপ্ত কাজ, $W = mg \times h = (m \times 9{\cdot}8) \times 7{\cdot}20$ J

$\therefore$ কার্যকর ক্ষমতা, $P = \frac{W}{t} = \frac{m \times 9{\cdot}8 \times 7{\cdot}20}{60}$ W

শর্তানুযায়ী, $\frac{m \times 9{\cdot}8 \times 7{\cdot}20}{60} = 3087$

$$\therefore \quad m = \frac{3087 \times 60}{9{\cdot}8 \times 7{\cdot}20} = 2625 \text{ kg}$$

এখানে, P = 3430 W

$\eta = 90\% = 90/10($

$g = 9{\cdot}8$ $ms^{-2}$

$h = 7{\cdot}20$ m

$t$ = 1 মিনিট = 60

৪। একটি কূয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000 kg পানি 10 m গড় উচ্চতায় উঠানো হয়। ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 40% নষ্ট হয়, তাহলে এর অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর। [সি. বো. ২০০৮; ব. বো. ২০০৫]

আমরা জানি, কার্যকর ক্ষমতা, $P' = \frac{P \times 60}{100}$

$\therefore \quad P = \frac{P' \times 100}{60}$

এক্ষেত্রে ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 40% নষ্ট হওয়াতে কার্যকর

ক্ষমতা $= (100 - 40)\% = 60\%$

$\therefore \quad P = \frac{mgh \times 100}{60 \times t} = \frac{1000 \times 9{\cdot}8 \times 10 \times 100}{60 \times 60}$

বা, $P = 2{\cdot}7222 \times 10^3$ watt

বা, $P = \frac{2{\cdot}7222 \times 10^3}{746}$ H.P. $= 3{\cdot}65$ H.P.

$\therefore \quad P = 3{\cdot}65$ H.P.

এখানে,

$P' = \frac{mgh}{t}$

$m = 1000$ kg

$g = 9{\cdot}8$ ms$^{-2}$

$h = 10$ m

$t = 60$ s

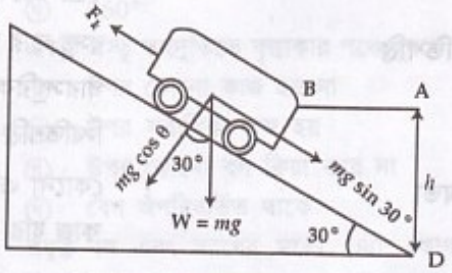
## চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনার গাণিতিক উদাহরণ

১। একজন ড্রাইভার 1000 kg ভরের একটি ট্রাক মাটির সাথে 30° কোণে একটি আনত তলের উপর 25 ms$^{-1}$ বেগে চালাচ্ছিল। সামনে 50 m দূরে এক বালককে দেখে ট্রাকটি থেমে গেল। এক্ষেত্রে ক্ষণশীলতার নীতি পালিত হবে কী?— ব্যাখ্যা কর। [ধর ঘর্ষণ বল = 11150 N]

মনে করি, ট্রাকটি B বিন্দু হতে 50 m অতিক্রম করে D ত থেমে যায়। তাহলে B হতে D বিন্দুর উল্লম্ব দূরত্ব AD

$\therefore \sin 30° = \frac{h}{50}$ বা, $\frac{1}{2} = \frac{h}{50}$ বা, $h = \frac{50}{2} = 25$ m

B বিন্দুতে ট্রাকটি ভূমি হতে 25 m উচ্চতায় অবস্থিত।




চিত্র ৫·২৮

B বিন্দুতে ট্রাকটির মোট শক্তি = গতিশক্তি + বিভব শক্তি

$= \frac{1}{2} mv_B^2 + mgh$

$= \frac{1}{2} \times 1000 \times (25)^2 + 1000 \times 9{\cdot}8 \times 25$

$= 500 \times (25)^2 + 25000 \times 9{\cdot}8$

$= 312500 + 245000 = 557500$ J

এখানে,

$m = 1000$ kg

$\theta = 30°$

$s = 50$ m

শেষ বেগ, $v = 0$

B বিন্দুতে ট্রাকটির বেগ, $v_B = 25$ ms$^{-1}$

ঘর্ষণ বল = 11150 N

D বিন্দুতে গাড়িটির বেগ = 0, গতিশক্তি = 0, বিভব শক্তি = 0

$\therefore$ ঘর্ষণ বলের জন্য শক্তির রূপান্তর = D বিন্দুতে গাড়িটিকে থামাতে প্রয়োজনীয় শক্তি

= ঘর্ষণ বল × সরণ $= F_k \times s = 11150 \times 50 = 557500$ J

$\therefore$ D বিন্দুতে গাড়িটির মোট শক্তি $= 557500 + 0 + 0 = 557500$ J

$\therefore$ B বিন্দুতে গাড়িটির মোট শক্তি = D বিন্দুতে গাড়িটির মোট মক্তি। কাজেই গাড়িটি সংরক্ষণশীলতার নীতি লে।

## সার-সংক্ষেপ

| | | |
|---|---|---|
| কাজ | : | কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগে বস্তুর সরণ ঘটলে প্রযুক্ত বল ও বলের অভিমুখে সরণের উপাংশের গুণফলকে কাজ বলে। |
| কাজের একক | : | কাজের একক নিউটন-মিটার বা জুল। |
| শক্তি | : | কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে। |
| স্থিতিস্থাপক বল | : | স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বাইরে থেকে বল প্রয়োগে কোনো বস্তুর আকার-আকৃতির পরিবর্তন ঘটালে বল অপসারণ করলে যে বলের কারণে তা আবার পূর্বের আকার আকৃতি ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপক বল বলে। |
| ধনাত্মক কাজ | : | বলের দ্বারা কৃত কাজকে ধনাত্মক কাজ বলে। |
| ঋণাত্মক কাজ | : | বলের বিপরীতে কৃত কাজকে ঋণাত্মক কাজ বলে। |
| কাজহীন বল | : | বস্তুর সরণের লম্বদিকে ক্রিয়াশীল বল বস্তুর সরণের সময় কোনো কাজ করে না। এ ধরনের বলকে কাজহীন বল বলে। |
| অভিকর্ষ বল | : | ভূ-পৃষ্ঠের উপর বা নিকটে অবস্থিত প্রতিটি বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বল বলে। |
| গতিশক্তি | : | কোনো গতিশীল বস্তু তার গতির জন্য কাজ করার যে সামর্থ্য বা শক্তি লাভ করে তাকে বস্তুটির গতিশক্তি বলে। |
| স্থিতিশক্তি | : | বস্তু তার অবস্থানের কারণে যে শক্তি অর্জন করে অথবা বস্তুস্থিত কণাসমূহের পারস্পরিক অবস্থানের পরিবর্তনের জন্য যে শক্তি অর্জন করে তাকে বস্তুর স্থিতিশক্তি বলে। |
| ক্ষমতা | : | কোনো একটি উৎসের কাজ করার হারকে ক্ষমতা বলে। একক সময়ের মধ্যে কাজ দ্বারা ক্ষমতা পরিমাপ করা হয়। |
| ক্ষমতার একক | : | ক্ষমতার একক জুল/সে. (J/s)। |
| 1 ওয়াট | : | এক সেকেন্ডে এক জুল কাজ করার ক্ষমতাকে 1 ওয়াট বলে। |
| 1 অশ্ব ক্ষমতা | : | প্রতি সেকেন্ডে 746 জুল কাজ করার ক্ষমতাকে এক অশ্ব ক্ষমতা বলে। |
| সংরক্ষণশীল বল | : | যে বল কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়া করলে তাকে যে কোনো পথে ঘুরিয়ে পুনরায় প্রাথমিক অবস্থানে আনলে বল কর্তৃক কৃত কাজ শূন্য হয় তাকে সংরক্ষণশীল বলে। |
| অসংরক্ষণশীল বল | : | কোনো বলের ক্রিয়া অভিমুখ যদি বস্তুর গতি অভিমুখের উপর নির্ভর করে তবে ঐ বল অসংরক্ষণশীল বলে। |
| কর্মক্ষমতা | : | কোনো যন্ত্রে সরবরাহকৃত শক্তি এবং কাজে পরিণত হওয়ার শক্তিকে কর্মক্ষমতা বলে। |
| যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ নীতি | : | শক্তি অবিনশ্বর, শক্তি সৃষ্টি বা ধ্বংস করা যায় না। এক রূপ হতে অন্য রূপে রূপান্তরিত করা যায়। বস্তুর গতিশক্তি স্থিতিশক্তিতে এবং স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয় মাত্র। বস্তুর মোট যান্ত্রিক শক্তি সব সময় স্থির থাকে। একে যান্ত্রিক শক্তির সংরক্ষণ নীতি বলে। |

# অনুশীলনী

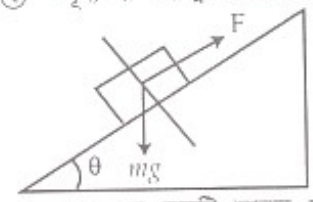
## (ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। প্রযুক্ত বল এবং সরণের দিক পরস্পর বিপরীত দিকে হলে কৃত কাজ কেমন হবে ?
ক ধনাত্মক
খ ঋণাত্মক
গ শূন্য
ঘ সর্বাধিক

২। প্রযুক্ত বল এবং সরণের মধ্যবর্তী কোণ শূন্য হলে কৃত কাজ কেমন হবে ?
ক ধনাত্মক
খ ঋণাত্মক
গ শূন্য
ঘ সর্বনিম্ন

৩। কাজের মান সবচেয়ে বেশি হবে যখন বল ও সরণের মধ্যে কোণের মান—
(i) $0°$
(ii) $90°$
(iii) $360°$
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i
খ ii
গ iii
ঘ i ও iii

৪। $90° < \theta \le 180°$ হলে বলের দ্বারা কৃত কাজ—
ক ঋণাত্মক হবে
খ ধনাত্মক হবে
গ কোনো কাজ হবে না
ঘ শূন্য বা ধনাত্মক যেকোনোটি হতে পারে

৫।


চিত্রে F বলের প্রভাবে ব্লকটি আনত তল বেয়ে উপরের দিকে উঠছে। এখানে কোন বলের বিরুদ্ধে কাজ হয়েছে?
ক F
খ $mg$
গ $mg \sin\theta$
ঘ $mg \cos\theta$

৬। নিচের কোনটি ভুল ?
ক বলের দ্বারা কাজ হলে স্থিতিশক্তি হ্রাস পায়
খ বলের দ্বারা কাজ হলে গতিশক্তি হ্রাস পায়
গ বলের বিরুদ্ধে কাজ হলে স্থিতিশক্তি বৃদ্ধি পায়
ঘ বলের বিরুদ্ধে কাজ হলে গতিশক্তি হ্রাস পায়

৭। $\theta$ এর মানের ক্ষেত্রে—
(i) $0° \le \theta \ge 90°$ হলে বলের দ্বারা কাজ সম্পন্ন হবে
(ii) $90° < \theta \le 135°$ হলে বলের বিরুদ্ধে কাজ সম্পন্ন হবে
(iii) $135° \le \theta \le 180°$ হলে ঋণাত্মক কাজ সম্পন্ন হবে
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৮। কাজের মান শূন্য হবে যদি প্রযুক্তি বল ও সরণের মধ্যবর্তী কোণ—
ক $90°$
খ $180°$
গ $0°$
ঘ $360°$

৯। একটি বস্তু সমদ্রুতিতে বৃত্তাকার পথে ঘুরলে এর—
ক উপর কোনো কাজ হয় না
খ উপর সর্বাধিক কাজ হয়
গ উপর কোনো বল ক্রিয়া করে না
ঘ বেগ অপরিবর্তিত থাকে

১০। প্রযুক্ত বল এবং সরণের মধ্যে $180°$ কোণ হলে কাজ কেমন হবে ?
ক ঋণাত্মক
খ ধনাত্মক
গ শূন্য
ঘ অসীম

১১। কাজ ও শক্তির ক্ষেত্রে—
(i) কাজ করার সামর্থ্যকে শক্তি বলে
(ii) কোনো বস্তুর উপর ক্রিয়ারত লব্ধি বলের কৃত কাজ বস্তুর গতি শক্তির পার্থক্যের সমান
(iii) কাজ ও শক্তির মাত্রা ও একক অভিন্ন
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

১২। শক্তির একক—
(i) জুল
(ii) $kgm^2s^{-2}$
(iii) ইলেকট্রন ভোল্ট
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

১৩। 30 m উচ্চতা থেকে একটি বস্তুকে বিনা বাধায় পড়তে দিলে কোন উচ্চতায় বস্তুটির গতিশক্তি বিভবশক্তির দ্বিগুণ হবে ?
ক 10 m উচ্চতায়
খ 15 m উচ্চতায়
গ 25 m উচ্চতায়
ঘ 28 m উচ্চতায়

১৪। একটি হাল্কা ও একটি ভারী বস্তুর ভরবেগ একই, কোনটির গতিশক্তি বেশি?
(i) হাল্কা বস্তুটির
(ii) ভারী বস্তুটির
(iii) উভয়ের সমান
নিচের কোনটি সঠিক?
ক i
খ ii
গ iii
ঘ i, ii ও iii

১৫। 50 kg ভরের একটি বস্তুর ভরবেগ 50 $kgms^{-1}$ হলে এর গতিশক্তি হবে—
ক 100 J
খ 25 J
গ 2500 J
ঘ 50 J

১৬। একটি রাইফেলের গুলির বেগ যদি দ্বিগুণ করা হয় তাহলে এর গতিশক্তি হবে—
ক 2 গুণ
খ 3 গুণ
গ 4 গুণ
ঘ 6 গুণ

১৭। গতিশক্তি 4 গুণ বৃদ্ধি পেলে ভরবেগ কত হবে?
(i) 2 গুণ
(ii) 3 গুণ
(iii) 4 গুণ
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i
খ iii
গ i ও iii
ঘ ii ও iii

১৮। রৈখিক ভরবেগ 50% বাড়ালে গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়—
ক 25%
খ 50%
গ 100%
ঘ 125%

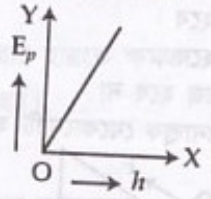
১৯। একটি ভারী বস্তু ও একটি হালকা বস্তুর গতি সমান, কোনটির ভরবেগ বেশি?
ক হাল্কা বস্তুর
খ ভারী বস্তুর
গ উভয়ের সমান
ঘ ভরবেগ শূন্য

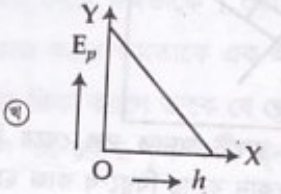
২০। একটি বস্তুর গতিশক্তি ধ্রুব হলে কোনটি ধ্রুব হবে?
ক দ্রুতি
খ অবস্থান
গ ভরবেগ
ঘ ত্বরণ

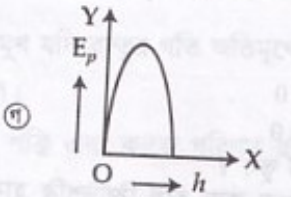
২১। ওয়াট ও অশ্ব ক্ষমতার মধ্যে সম্পর্ক হলো—
ক 1 H.P. = 746 W
খ 1 H.P. = $3·4 \times 10^5$ W
গ 1 H.P. = 550 W
ঘ 1 H.P. = 946 W

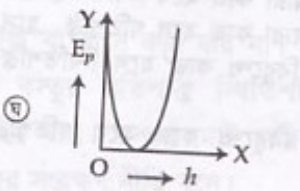
২২। একটি রাইফেলের গুলি নির্দিষ্ট পুরুত্বের এক তক্তা ভেদ করতে পারে। ঐরূপ 16টি তক্তা ভে করতে গুলির বেগ কতগুণ হতে হবে ?
ক 16
খ 4
গ 32
ঘ 8

২৩। একটি বস্তুকে খাড়াভাবে উপরের দিকে ছুঁড়ে দেওয়া হলো। কোন গ্রাফটি ভূমি হতে উচ্চত '$h$'-এর সাপেক্ষে বস্তুটির বিভবশক্তি $E_p$-এ পরিবর্তন নির্দেশ করে ? [ঢা. বো. ২০১৫]

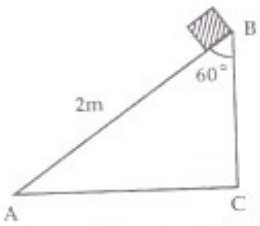
ক 


খ 


গ 

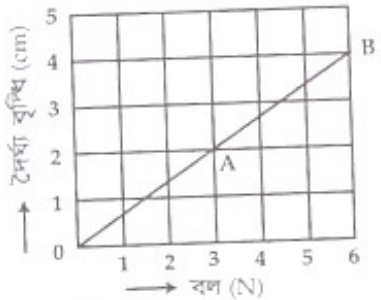

ঘ 

২৪।




চিত্রে 100 kg ভরের ব্লকটি AB তল বরাবর নিচে পড়ল। কৃত কাজের পরিমাণ কত ?

ক 100 J
খ 200 J
গ 980 J
ঘ 1960 J




লেখচিত্রটিতে একটি স্প্রিং-এ প্রযুক্ত বলের সাথে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পরিবর্তন দেখানো হয়েছে।

২৫। $Nm^{-1}$ এককে স্প্রিং ধ্রুবক কত ?
ক 2
খ 200
গ 0·5
ঘ 18

২৬। স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 3 cm হলে স্প্রিং-এ সঞ্চিত শক্তির পরিমাণ কত ?
ক 0·09 J
খ 0·18 J
গ 9 J
ঘ 18 J

২৭। সার্কাসে মোটর সাইকেল চালক $r$ ব্যাসার্ধের উল্লম্ব বৃত্তে ঘুরছে; সর্বোচ্চ বিন্দুতে বেগ সর্বনিম্ন কত হলে সে পড়ে যাবে না ?
ক $\sqrt{\frac{1}{2}gr}$
খ $\sqrt{gr}$
গ $\sqrt{3gr}$
ঘ $\sqrt{5gr}$

২৮। একটি বস্তুকে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে—
(i) সর্বাধিক উচ্চতায় বিভব শক্তি সর্বোচ্চ
(ii) সর্বাধিক উচ্চতায় গতিশক্তি সর্বোচ্চ
(iii) মোট শক্তি সর্বত্র সমান
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

২৯। কোনটি ক্ষমতার একক ?
ক জুল
খ নিউটন-মিটার
গ ওয়াট
ঘ ইলেকট্রন ভোল্ট

৩০। $m$ ভরের একটি বস্তু $h$ উচ্চতা থেকে ভূমিতে এসে পড়ল। ভূমি স্পর্শ করার ঠিক পূর্ব মুহূর্তে বস্তুটির গতিশক্তি কত ?
ক 0
খ $\frac{1}{2}mv^2 - mgh$
গ $mgh$
ঘ $mgh - \frac{1}{2}mv^2$

৩১। ক্ষমতা P, বল F ও বেগ $v$-এর মধ্যে সম্পর্ক হলো—
ক $P = \frac{F}{v}$
খ $F = \frac{P}{v^2}$
গ $P = Fv$
ঘ $v = PF$

৩২। $ML^2T^{-3}$ হলো—
(i) ভরবেগের মাত্রা
(ii) একক সময়ে কৃত কাজের মাত্রা
(iii) একক সময়ে ব্যয়িত শক্তির মাত্রা
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৩৩। কেন্দ্রমুখী বল দ্বারা কৃত কাজ—
ক অসীম
খ ধনাত্মক
গ শূন্য
ঘ ঋণাত্মক

৩৪। অসংরক্ষণশীল বল—
(i) সান্দ্র বল
(ii) মাধ্যাকর্ষণ বল
(iii) বিদ্যুৎ বল
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i
খ i ও ii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৩৫। কোনো প্রক্রিয়ায় মোট প্রদত্ত শক্তি $E_{in}$-এর একটি অংশ কার্যকর শক্তি $u$-তে রূপান্তরিত হয় এবং বাকী শক্তি $w$ অপচয় হয়। প্রক্রিয়াটির দক্ষতা কত ?

ক $\frac{u-w}{E_{in}} \times 100\%$

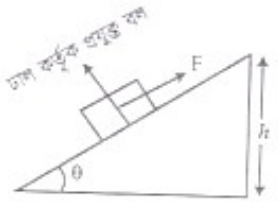
খ $\frac{w}{E_{in}} \times 100\%$

গ $\frac{u}{E_{in}} \times 100\%$

ঘ $\frac{u+w}{E_{in}} \times 100\%$

উদ্দীপকটি পড়ে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

চিত্রে অনুভূমিকের সাথে $\theta$ কোণে আনত একটি ঘর্ষণবিহীন ঢালে একটি $m$ kg ভরের বস্তুকে দেখানো হলো।




বস্তুটিকে ঢালের উপরের দিকে ধ্রুববেগে গতিশীল করতে এর উপর ঢালের সমান্তরালে F বল প্রয়োগ করা হলো।

৩৬। বস্তুটিকে ঢালের উপরের দিকে '$x$' m অতিক্রম করার জন্য কত কাজ করতে হবে ?

[ঢা. বো. ২০

ক $mgx \sin\theta$

খ $mgh \cos\theta$

গ $mgx \cos\theta$

ঘ $mgh \sin\theta$

৩৭। এখন যদি বস্তুটিকে '$v$' বেগে গতিশীল র জন্য বলের দিকে '$a$' ত্বরণ সৃষ্টি করতে তবে কত ক্ষমতা প্রয়োগ করতে হবে ?

[ঢা. বো. ২০

ক $mgv + mav \sin\theta$

খ $mav + mgv \sin\theta$

গ $mav + mgv \cos\theta$

ঘ $mgv + mav \cos\theta$

**উত্তর :**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ১। খ | ২। ক | ৩। ঘ | ৪। ক | ৫। গ | ৬। খ | ৭। ঘ | ৮। ক | ৯। ক | ১০। ক |
| ১১। ঘ | ১২। ঘ | ১৩। ক | ১৪। ক | ১৫। খ | ১৬। গ | ১৭। ক | ১৮। ঘ | ১৯। খ | ২০। ক |
| ২১। ক | ২২। খ | ২৩। ক | ২৪। গ | ২৫। খ | ২৬। ক | ২৭। খ | ২৮। খ | ২৯। গ | ৩০। গ |
| ৩১। গ | ৩২। গ | ৩৩। গ | ৩৪। ক | ৩৫। গ | ৩৬। গ | ৩৭। গ | | | |

## (খ) সৃজনশীল প্রশ্ন

১। এক ব্যক্তি 30 m উচ্চতাবিশিষ্ট একটি বিল্ডিংয়ের ছাদ থেকে m ভরের একটি বস্তুকে নিচে ফেলে দি ধরা যাক বস্তুটি বাধাহীনভাবে নিচে পড়ল।

(ক) গতিশক্তি কী ?

(খ) সংরক্ষণশীল বলকে কী কী বৈশিষ্ট্যের দ্বারা অসংরক্ষণশীল বল থেকে আলাদা করা যায় ?

(গ) বস্তুটির ভর 20 g হলে ভূ-পৃষ্ঠ স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত হবে ?

(ঘ) উদ্দীপকে বস্তুটি যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা মেনে চলে কী ? যুক্তি উপস্থাপন করে ব্যাখ্যা কর।

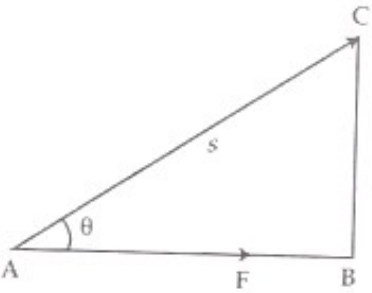
২। A বিন্দুতে কোনো বস্তুর ওপর AB অভিমুখে F পরিমাণ বল প্রয়োগ করায় বস্তুটি বলের অভিমুখের সাথে $\theta$ ে উৎপন্ন করে $s$ পরিমাণ দূরত্বে সরে C বিন্দুতে পৌঁছাল।

(ক) অসংরক্ষণশীল বল কী ?

(খ) বলের দ্বারা কাজ বলতে কী বুঝায় ?

(গ) F = 20 N, $s$ = 50 m এবং কৃত কাজের পরিমাণ 500 J হলে F ও $s$ এর অন্তর্ভুক্ত কোণ নির্ণয় কর।

(ঘ) $\theta$ এর মান কীরূপ হলে বলের দ্বারা কাজ ও বলের বিরুদ্ধে কাজ হয়—বিশ্লেষণ কর।



৩। নিতু মেলা থেকে স্প্রিং লাগানো একটি খেলনা গাড়ি কিনে আনল। স্প্রিং-এ দম দিয়ে সে গাড়িটি ছেড়ে দিল এবং গাড়িটি কিছুদূর গিয়ে থেমে গেল।

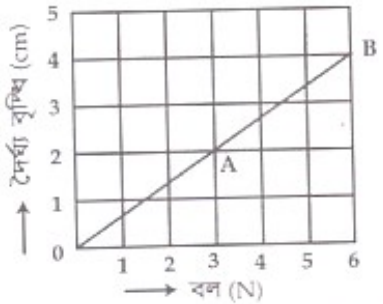
(ক) স্প্রিং ধ্রুবক কী ?

(খ) স্প্রিং-এ দম দিলে গাড়িটি চলে কেন ব্যাখ্যা কর।

(গ) উল্লম্বভাবে ঝুলন্ত একটি স্প্রিং-এর নিচের প্রান্তে 500 g ভর যুক্ত করায় স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য 0·15 m বৃদ্ধি পেল। সঞ্চিত স্থিতিশক্তির পরিমাণ বের কর।

(ঘ) স্প্রিং-এ সঞ্চিত স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তির রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

৪।




(ক) স্প্রিং ধ্রুবকের একক কী ?

(খ) SI এককে স্প্রিংটির স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় কর।

(গ) স্প্রিংটি হুকের সূত্র মেনে চলে কী ? ব্যাখ্যা কর এবং প্রদত্ত উপাত্ত হতে প্রমাণ কর।

(ঘ) স্প্রিংটিকে A অবস্থান হতে B অবস্থানে প্রসারিত করতে সঞ্চিত স্থিতিশক্তির পরিমাণ কত হবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে বের কর।

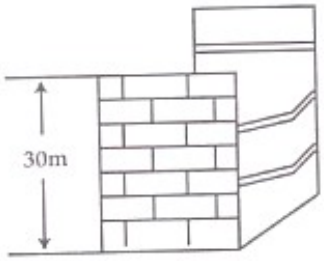
৫। লোহাগড়া আদর্শ কলেজের বিজ্ঞান বিভাগের ছাত্র রাফি তার কলেজের 30 m উচ্চতাবিশিষ্ট সাইন্স বিল্ডিংয়ের ছাদ থেকে কৌতুহলবশত 1 kg ভরের একটি পাথর নিচে ফেলে দিল। পাথরটি নিচে পড়াকালীন তার শক্তির নিত্যতার সূত্র স্মরণ হলো।

(ক) বিভব শক্তি কী ?

(খ) বলের বিরুদ্ধে কাজ বলতে কী বুঝায় ?

(গ) ভূমি থেকে কত উচ্চতায় পাথরের বিভবশক্তি এর গতিশক্তির দ্বিগুণ ?

(ঘ) রাফি কীভাবে শক্তির নিত্যতার সূত্র প্রমাণ করবে ? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।



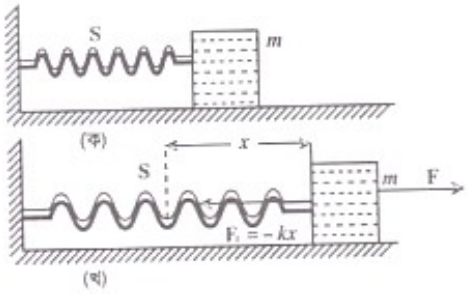

৬। চিত্রে স্প্রিং প্রসারণে সম্পাদিত কাজ দেখানো হয়েছে। এখানে স্প্রিং ধ্রুবক K.

(ক) সংরক্ষণশীল বল কী ?

(খ) কাজ-শক্তি উপপাদ্যটি ব্যাখ্যা কর।

(গ) একটি স্প্রিংয়ের বল ধ্রুবক 60 $Nm^{-1}$। স্প্রিংটিকে স্বাভাবিক অবস্থা থেকে 0·5 m প্রসারিত করতে কৃত কাজ হিসাব কর।

(ঘ) স্প্রিং প্রসারণে কৃত কাজের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।




## (গ) কাঠামোবদ্ধ ও রচনামূলক প্রশ্ন

১। কাজ বলতে কী বুঝ? উদাহরণসহ ব্যাখ্যা কর।

২। ভেক্টর সমীকরণ ব্যবহার করে কাজের সংজ্ঞা দাও।

৩। কাজের মাত্রা ও একক লিখ।

৪। জুল কাকে বলে?

৫। বলের দ্বারা কাজ ও বলের বিরুদ্ধে কাজ বলতে কী বুঝ?

৬। শক্তির সংজ্ঞা দাও।

৭। শক্তির রূপান্তর বলতে কী বুঝ?

৮। শক্তির একক ও মাত্রা লিখ।

৯। স্থির বল দ্বারা কৃত কাজের রাশিমালা নির্ণয় কর।

১০। পরিবর্তনশীল বল দ্বারা কৃত কাজের রাশিমালা নির্ণয় কর।

১১। বল-সরণ লেখচিত্রের সাহায্যে পরিবর্তনশীল বল কর্তৃক কৃত কাজের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

১২। একটি স্প্রিং-এ বলের বিপরীতে কাজের রাশিমালা বের কর।

১৩। গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি বলতে কী বুঝ? উদাহরণ দাও।
১৪। $m$ ভরের একটি বস্তু $v$ বেগে গতিশীল হলে এর গতিশক্তি নির্ণয় কর।
১৫। গতিশক্তির সাথে ভরবেগের সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর।
১৬। কাজ-শক্তি উপপাদ্য বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর।
১৭। কোন সমীকরণ বল, ক্ষমতা ও বেগের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে?
১৮। অভিকর্ষীয় বিভব বা স্থিতিশক্তির রাশিমালা নির্ণয় কর।
১৯। একটি স্প্রিং-এর সংকোচন ও প্রসারণের জন্য বিভব শক্তির রাশিমালা নির্ণয় কর।
২০। শক্তির নিত্যতা সূত্র বিবৃত কর।
২১। একটি উদাহরণ দাও যা শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে।
২২। প্রমাণ কর যে সর্বাধিক উচ্চতায় উৎক্ষিপ্ত একটি বস্তু শক্তির নিত্যতা সূত্র মেনে চলে।
২৩। দেখাও যে দোলায়মান একটি সরল দোলক শক্তির নিত্যতার সূত্র মেনে চলে।
২৪। ক্ষমতা কাকে বলে?
২৫। ক্ষমতার একক ও মাত্রা লিখ।
২৬। কোনো যন্ত্রের ক্ষমতা 50 জুল/সে. বলতে কী বুঝ?
২৭। অশ্ব ক্ষমতা ও ওয়াটের সম্পর্ক লিখ।
২৮। সংরক্ষণশীল বল বলতে কী বুঝ?
২৯। অসংরক্ষণশীল বল কাকে বলে?
৩০। অভিকর্ষীয় বল সংরক্ষণশীল বল—প্রমাণ কর।
৩১। কর্মদক্ষতা বলতে কী বুঝ? এর একক লিখ।
৩২। একটি হাল্কা বস্তু ও একটি ভারী বস্তুর ভরবেগ সমান। কোনটির গতিশক্তি বেশি ?
৩৩। একটি হাল্কা বস্তু এবং একটি ভারী বস্তুর গতিশক্তি সমান। কোনটির ভরবেগ বেশি ?
৩৪। অভিকর্ষীয় স্থিতিশক্তি কেবলমাত্র $h$-এর উপর নির্ভর করে; কিন্তু পথের উপর নির্ভর করে না কেন ? —ব্যাখ্যা কর।
৩৫। ক্ষমতা, বল ও বেগের মধ্যে সম্পর্কটি লিখ।

## (ঘ) ক্রিয়াকর্ম

**প্রতিবেদন রচনা :** এই অধ্যায়ের শুরুতে অর্থাৎ অধ্যায়ের শিরোনামের নিচে চারটি চিত্র দেওয়া আছে। এখানে চারটি চিত্রে চার ধরনের কাজ বুঝানো হয়েছে। প্রত্যেকটি কাজের উপর একটি করে প্রতিবেদন তৈরি কর।
শিক্ষক সবচেয়ে ভালো প্রতিবেদন নির্বাচন করে শ্রেণিকক্ষে উপস্থাপন করতে বলবেন।

## (ঙ) কাজ (গাণিতিক সমস্যা)

১। 50 N বল কোনো স্প্রিংকে টেনে 20 cm বৃদ্ধি করে। স্প্রিংকে 8 cm প্রসারিত করলে কত কাজ সম্পন্ন হবে? [উ. 0.64 J]

২। একটি কণার উপর $\vec{F} = (6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ N বল প্রয়োগ করলে কণাটির $\vec{r} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ m সরণ হয় বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ বের কর। [উ. 4 J]

৩। 200 N এর বল প্রয়োগ করে কোনো বস্তুকে বলের অভিমুখে 300 m সরানো হলে কত কৃতকাজ সম্পন্ন হবে বের কর। [উ. $6 \times 10^4$ J]

৪। 250 N ওজনের একজন বালক খাড়া মই বেয়ে শীর্ষে উঠতে 2000 J কাজ সম্পন্ন করে। মইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [উ. 8 m]

৫। একটি বরফ খণ্ডকে দড়ির সাহায্যে সম্পূর্ণ অনুভূমিক তলের উপর 5 m দূরত্ব টেনে আনা হলো। দড়ির টান 10 N এবং দড়িটি উক্ত তলের সাথে 30° কোণে থাকলে কৃত কাজের পরিমাণ নির্ণয় কর। [উ. 43.3 J]

৬। 40 kg ভরের একটি ট্রলি 180J গতিশক্তিসহ একটি মসৃণ অনুভূমিক রাস্তায় চলাকালে এর মধ্যে 20 kg ভরের একটি বস্তু খাড়াভাবে নামিয়ে দিলে মোট গতিশক্তি কত হবে ? [উ. 120 J]

৭। 2 kg ভরের একটি হাতুড়ি দেয়ালের সাথে অভিলম্বভাবে রক্ষিত একটি পেরেককে কত বেগে অনুভূমিকভাবে আঘাত করলে পেরেকটি 640 N বল প্রতিরোধ করে দেয়ালের ভিতর 0.025 m ঢুকে যাবে? [উ. 4 ms$^{-1}$]

৮। 1 J গতিশক্তির একটি বস্তুর গতির বিপরীতে 1N বল প্রয়োগে বস্তুটি কতদূর অগ্রসর হয়ে থেমে যাবে? [উ. 1 m]

৯। একটি রাইফেলের গুলি নির্দিষ্ট পুরুত্বের একটি তক্তা ভেদ করতে পারে। ঐরূপ 16টি তক্তা ভেদ করতে গুলির বেগ কতগুণ হতে হবে? [উ. 4 গুণ]

১০। 10 kg ভরবিশিষ্ট একটি বন্দুক হতে গুলি ছুড়লে গুলিটি 80 cms$^{-1}$ বেগে নির্গত হয়। গুলির ভর 40 g হলে গুলি ও বন্দুকের গতিশক্তি নির্ণয় কর। [উ. 0.0128 J, 51 × 10$^{-4}$ J]

১১। 3·6 kg ভরের একটি বন্দুক হতে 365 J গতিশক্তি উৎপন্ন করে 0·05 kg ভরের একটি বুলেট কত বেগে নিক্ষিপ্ত হবে ? [উ. 120 $ms^{-1}$]

১২। একটি সরল দোলকের ববের ভর 0·2 kg ও কার্যকরী দৈর্ঘ্য 1·2 m। উল্লম্ব রেখা হতে 0·2 m দূরে টেনে ছেড়ে দিলে গতিপথের সর্বনিম্ন বিন্দু অতিক্রমের সময় ববের গতিশক্তি ও বেগ নির্ণয় কর। [উ. 0·0392 J; 0·626 $ms^{-1}$]

১৩। 10 kg ভরের একটি কণার বেগ $(7\hat{i} - 6\hat{j} + 5\hat{k})$ $ms^{-1}$ হলে এর গতিশক্তি কত হবে ? [উ. 550 J]

১৪। 300 m উঁচু হতে একটি বস্তু অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে নিচে পড়লে কোথায় তার গতিশক্তি স্থিতিশক্তির অর্ধেক হবে? [ উ. 100m নিচে ]

১৫। একটি নিউট্রনের ভর $1·67 \times 10^{-27}$ kg এবং এটি $4 \times 10^4$ $ms^{-1}$ বেগে গতিশীল। এর গতিশক্তি নির্ণয় কর। [উ. $1·28 \times 10^{-18}$ J]

১৬। 200 g ভরের একটি বস্তু 10 m উপর থেকে নিচে পড়ে যায়। ভূ-পৃষ্ঠ স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি কত? [উ. 19·6 J]

১৭। দেখাও যে, অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে পড়ন্ত ভরের একটি বস্তুর $t$-তম সেকেন্ডে হারানো স্থিতিশক্তি বা অর্জিত গতিশক্তি $\frac{1}{2}mg^2(2t-1)$-এর সমান।

১৮। 500g ভরবিশিষ্ট কোনো বস্তু একটি জাহাজের উপর হতে 10m নিচে পানিতে পড়ল। (i) বস্তুটির প্রাথমিক স্থিতিশক্তি ; (ii) বস্তুটির সর্বোচ্চ গতিশক্তি ; (iii) বস্তুটি যে বেগ নিয়ে পানির তলকে স্পর্শ করে এবং (iv) পানি হতে 3 মিটার উপরে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি নির্ণয় কর। [উ. (i) 49 J ; (ii) 49 J ; (iii) 1·4 $ms^{-1}$ ; (iv) 34·3 J ]

১৯। 2 kg ভরের একটি বস্তু 5 m উঁচু হতে মাটিতে পড়ে। এতে অভিকর্ষ বল বস্তুর উপর কত কাজ করে ও বস্তুটি কত স্থিতিশক্তি হারায় ? [উ. 98 J; 98 J]

২০। 2 kg ভরের একটি বস্তু কত উচ্চতা হতে অভিকর্ষের টানে পড়ে মাটিতে আঘাত করার পূর্ব মুহূর্তে 2401 J গতিশক্তি লাভ করে ? [উ. 122·5 m]

২১। 746 W ক্ষমতার একটি পাম্প প্রতি মিনিটে কী পরিমাণ পানি 10 m উচ্চতায় উপরে উঠাতে পারবে ? [ উ. 456·7 kg ]

২২। 70 kg ভরের একজন লোক প্রতিটি 15 cm উঁচু 30টি সিঁড়ি 20 s-এ উঠতে পারেন। লোকটির ক্ষমতা কত ? [উ. 154·3 W]

২৩। 1200 kg ভরের একটি গাড়ির ইঞ্জিনের ক্ষমতা 134·05 HP ও কর্মদক্ষতা 90%। গাড়িকে স্থিরাবস্থা থেকে 20 $ms^{-1}$ বেগে আনতে ন্যূনতম কত সময় লাগবে ? [1 H.P. = 0·746 kW] [বুয়েট ভর্তি পরীক্ষা, ২০১০-১১]

২৪। 6 kg ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু স্থির অবস্থায় ছিল। 30 N বল প্রয়োগ করায় 10 s পর বস্তুটির গতিশক্তি কত হবে? [উ. 7500 J]

২৫। $1 \times 10^3$ kg ভরের একটি মোটর গাড়ি 70 $Kmh^{-1}$ বেগে চলছে। একই গতিশক্তি সম্পন্ন হতে হলে 300 kg ভরের একটি মোটর সাইকেলকে কত বেগে চলতে হবে ? [উ. 99 $kmh^{-1}$]

২৬। 0·50 kg ভরের একটি বোমা ভূমি হতে 1 km উঁচুতে অবস্থিত একটি বিমান থেকে ফেলে দেয়া হলো। ভূমি স্পর্শ করার পূর্ব মুহূর্তে এর গতিশক্তি নির্ণয় কর। [উ. $4·9 \times 10^3$ J]

২৭। 0·50 kg ভরের একটি পাথরকে 15 $ms^{-1}$ বেগে খাড়া উপরের দিকে নিক্ষেপ করা হলো। (i) সর্বোচ্চ উচ্চতায় পাথরের গতিশক্তি নির্ণয় কর। (ii) পাথরটি আবার ভূমিতে ফিরে এলে তার গতিশক্তি কত হবে ? [উ. 384·16 J ; 1152·48 J]

২৮। একটি পানিপূর্ণ কুয়ার গভীরতা 12 m এবং ব্যাস 1·8 m। একটি পাম্প 24 মিনিটে কুয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে। পাম্পটির অশ্ব ক্ষমতা কত? [উ. 1·67 H.P]

২৯। 270 kg ভরের একটি বোঝা একটি ক্রেনের সাহায্যে 0·1 $ms^{-1}$ ধ্রুব বেগে উঠানো হলো। ক্রেনের কত ক্ষমতা ব্যয় হয়? [উ. 264·6 W]

৩০। একটি মোটর মিনিটে $5·5 \times 10^5$ kg পানি 100 m উপরে তুলতে পারে। মোটরটির দক্ষতা 70% হলে এর ক্ষমতা নির্ণয় কর। [উ. 17202·86 H.P.]

৩১। 80% দক্ষতাসম্পন্ন একটি মটর একটি ক্রেন নিয়ন্ত্রণ করে যার দক্ষতা 50%। মটরটি 3·73 kW ক্ষমতা প্রয়োগ করলে ক্রেনে 746 N ওজনের একটি বস্তুর ঊর্ধ্বমুখী গড়বেগ কত হবে ? [ উ. 2 $ms^{-1}$]

৩২। 100 m গভীর একটি কূয়া থেকে ইঞ্জিনের সাহায্যে প্রতি মিনিটে 1000 kg পানি উঠানো হয়। যদি ইঞ্জিনটির ক্ষমতা 42% নষ্ট হয়। তাহলে এর অশ্বক্ষমতা নির্ণয় কর। [উ. 37·75 H. P.]

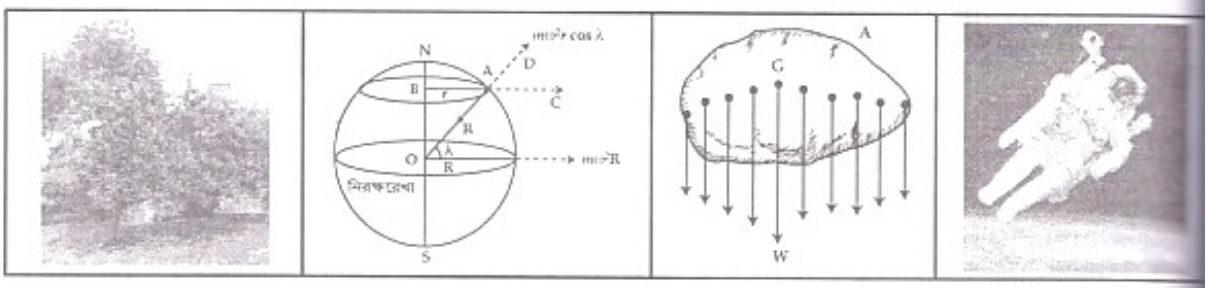
৩৩। কোনো কুয়া থেকে 20m উপরে পানি তোলার জন্য 6kW এর একটি পাম্প ব্যবহার করা হচ্ছে। পাম্পের দক্ষতা 82·2% হলে প্রতি মিনিটে কত লিটার পানি তোলা যাবে ? [উ. 1620 লিটার)

৩৪। একটি পানিপূর্ণ কূয়ার গভীরতা 7·2m ও ব্যাস 4m। 31·4 মিনিটে কূয়াটিকে পানিশূন্য করতে পারে এরূপ একটি বৈদ্যুতিক পাম্পের ক্ষমতা নির্ণয় কর। [ উ. 1693·44 W ]

৬

# মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ
# GRAVITATION AND GRAVITY

**প্রধান শব্দ (Key Words) :** গ্যালিলিওর সূত্র, কেপলারের সূত্র, মহাকর্ষ বল, অভিকর্ষজ ত্বরণ, স্বাভাবিক উপগ্রহ, কৃত্রিম উপগ্রহ, ভূ-স্থির উপগ্রহ, মুক্তিবেগ, মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার।




## ভূমিকা
### Introduction

এই বিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তু পরস্পর পরস্পরকে আকর্ষণ করে। পদার্থের এই সর্বজনীন ধর্মই হল মহাকর্ষ। গ্রহগুলি সূর্যকে কেন্দ্র করে নিজ নিজ কক্ষপথে প্রদক্ষিণ করছে। সপ্তদশ শতাব্দিতে জার্মান বিজ্ঞানী কেপলার গ্রহের এই ঘূর্ণন সম্পর্কে গুরুত্বপূর্ণ সূত্র এবং তথ্য প্রদান করেন। কিন্তু কী ধরনের বল ক্রিয়াশীল তা সঠিকভাবে বুঝাতে সক্ষম হননি। এই সূত্রগুলি ব্যাখ্যা করতে 1681 খ্রিস্টাব্দে স্যার আইজ্যাক নিউটন (Sir Issac Newton) প্রথম "মহাকর্ষ সূত্র" আবিষ্কার করেন।

**এই অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—**

- পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্র ব্যাখ্যা করতে ও পড়ন্ত বস্তুর সূত্র যাচাই করতে পারবে।
- **ব্যবহারিক :**
  পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্রের যাচাই।
- গ্রহের গতি সংক্রান্ত কেপলারের সূত্র বর্ণনা করতে পারবে।
- নিউটনের সূত্র ব্যবহার করে কেপলারের সূত্র, গ্রহের গতি ইত্যাদি আলোচনা করতে পারবে।
- মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করে মহাকর্ষ বিভব, প্রাবল্য পরিমাপ ও তাদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারবে।
- অভিকর্ষজ ত্বরণ, মুক্তিবেগের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন করতে পারবে।
- মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার সম্বন্ধে জানতে পারবে।

## ৬.১ পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্র
### Galileo's Laws for Falling Body

আমরা সর্বদা দেখি যে, কোনো বস্তুকে উপর থেকে নিচে ছেড়ে দিলে তা সরাসরি নিচে পৌঁছায়। এর কারণ কি কখনও আমরা ভেবে দেখেছি? একই সাথে ভারী এবং হালকা বস্তুকে একই স্থান থেকে নিচে ছেড়ে দিলে তারা কি একই সাথে একই সময়ে ভূপৃষ্ঠে পৌঁছায় ?

আমরা দেখি যে, ভারী বস্তু ও হালকা বস্তু একই উচ্চতা থেকে পড়তে দিলে ভারী বস্তু আগে মাটিতে পৌঁছায়। যেহেতু বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না, তাই ভারী ও হালকা বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ ত্বরণ একই। সুতরাং এদের একই সময়ে মাটিতে পৌঁছানোর কথা। ভারী ও হালকা বস্তুর পতনের সময়ের যে পার্থক্য পাওয়া যায় তা বায়ুর বাধার জন্য। গ্যালিলিও উঁচু মান মন্দিরের ছাদ থেকে বিভিন্ন রকমের ভারী বস্তু ফেলে দেখান যে, এরা প্রায় একই সময়ে মাটিতে পৌঁছায়। বাতাসের বাধা না থাকলে এরা একত্রেই মাটিতে পৌঁছাত। বাতাসের মধ্যে বস্তুদ্বয় থাকার জন্য এদের ওজনের বিপরীত দিকে বাতাসের প্লবতা কাজ করে। ভারী বস্তুর চেয়ে হালকা কাগজের ওপর প্লবতা বা ঊর্ধ্বমুখী বল বেশি হওয়ায় কাগজ দেরিতে মাটিতে পৌঁছায়।

যেহেতু বস্তুর ওপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভরের ওপর নির্ভর করে না, তাই ভারী বস্তু ও কাগজের ওপর ক্রিয়াশীল অভিকর্ষজ ত্বরণ একই।

পড়ন্ত বস্তু সম্পর্কে গ্যালিলিও তিনটি সূত্র দিয়েছেন। এগুলোকে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্র বলে। যা স্থির অবস্থা থেকে বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

**সূত্রগুলো নিম্নে প্রদত্ত হলো :**

**১ম সূত্র : বায়ুশূন্য স্থানে বা বাধাহীন পথে সকল বস্তুই নিশ্চল অবস্থা হতে যাত্রা করে সমান দ্রুততায় নিচে নামে অর্থাৎ সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।**

**ব্যাখ্যা :** ছোট, বড় ও বিভিন্ন ওজনের কতকগুলো বস্তু একই উচ্চতা হতে ও স্থিরাবস্থা হতে ছেড়ে দিলে বাধাহীন পথে তারা সমান দ্রুততায় অর্থাৎ ত্বরণে গতিশীল থাকবে এবং একই সময়ে মাটিতে পড়বে।

**২য় সূত্র : বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক।** কোনো পড়ন্ত বস্তু $t$ সময়ে $v$ বেগ প্রাপ্ত হলে, গাণিতিকভাবে লেখা যায়, $v \propto t$।

**ব্যাখ্যা :** অভিকর্ষের টানে স্থিরাবস্থা হতে বাধাহীন পথে নিচের দিকে পড়বার সময় কোনো বস্তুর বেগ যদি এক সেকেন্ড পরে $v$ হয় তবে তার বেগ দুই সেকেন্ড পরে $v \times 2$, তিন সেকেন্ড পরে $v \times 3$ ইত্যাদি হবে। সাধারণভাবে বলা যায় যে, কোনো একটি পড়ন্ত বস্তুর বেগ $t_1$ ও $t_2$ সময়ে যথাক্রমে $v_1$ ও $v_2$ হলে,

$$\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2} \quad \text{বা,} \quad \frac{v_1}{v_2} = \frac{t_1}{t_2} \quad \therefore v \propto t$$

**৩য় সূত্র : বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।** কোনো পড়ন্ত বস্তু $t$ সময়ে $h$ দূরত্ব অতিক্রম করলে গাণিতিক নিয়মে লেখা যায়, $h \propto t^2$।

**ব্যাখ্যা :** অভিকর্ষের টানে স্থিতাবস্থা হতে বাধাহীন পথে নিচের দিকে পড়বার সময় কোনো বস্তু যদি প্রথম সেকেন্ডে $h$ দূরত্ব অতিক্রম করে তবে বস্তুটি দুই সেকেন্ডে $2^2 \times h$, তিন সেকেন্ডে $3^2 \times h$ ইত্যাদি দূরত্ব অতিক্রম করবে।

কাজেই বস্তুটি $t_1$ ও $t_2$ সেকেন্ডে যথাক্রমে $h_1$ ও $h_2$ দূরত্ব অতিক্রম করলে,

$$\frac{h_1}{{t_1}^2} = \frac{h_2}{{t_2}^2} \quad \text{বা,} \quad \frac{h_1}{h_2} = \frac{{t_1}^2}{{t_2}^2} \quad \therefore h \propto t^2$$

**ক্রিয়াকর্ম :** একটি লোহার বল এবং একটি কাগজ ছাদের উপর থেকে নিচে ফেলে দিলে একত্রে মাটিতে পড়ে না কেন?

বাতাসের মধ্যে বস্তুদ্বয় পতনের সময় এদের ওজনের বিপরীতে বাতাসের প্লবতা কাজ করে। ভারী বস্তুর চেয়ে হালকা বস্তুতে প্লবতা বা ঊর্ধ্বমুখী বল বেশি হওয়ায় তা দেরীতে মাটিতে পৌঁছায়।

**কাজ :** যে কোনো উচ্চতা থেকে পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে অভিকর্ষীয় ত্বরণ সুষম থাকে না—ব্যাখ্যা কর।

অভিকর্ষীয় ত্বরণ উচ্চতার উপর নির্ভর করে। তাই বিভিন্ন উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ বিভিন্ন হয়। কম উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ বেশি এবং বেশি উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ কম।

## ৬·২ ব্যবহারিক
## Experimental

| | |
|---|---|
| **পরীক্ষণের নাম :** | **পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিওর সূত্রের যাচাই** |
| **পিরিয়ড : ২** | **Verification of Galileo's Law of a Falling body** |

**তত্ত্ব (Theory) :**

যেকোনো বস্তুকে ছেড়ে দিলে অভিকর্ষের ক্রিয়ায় নিচের দিকে পড়ে। সাধারণভাবে বস্তু যে উচ্চতা থেকে পড়ে তা পৃথিবীর ব্যাসার্ধের তুলনায় অত্যন্ত ক্ষুদ্র। এজন্য বস্তুর নিম্নমুখী গতির ক্ষেত্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান স্থির

থাকে বলে ধরা যায়। অভিকর্ষের ক্রিয়ায় পতনশীল বস্তুর উপর যদি বায়ুর বাধা না থাকে অর্থাৎ বস্তু যদি অবাধে পতনশীল হয়, তবে নিম্নোক্ত সহজ সূত্রগুলো ঐ গতির ক্ষেত্রে প্রযোজ্য হয়।

স্থিরাবস্থা থেকে অবাধে পতনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে—

১. শূন্যস্থানে সকল বস্তুই সমান দ্রুততায় নিচে নামে।

২. কোনো নির্দিষ্ট সময়ে বস্তু যে বেগ লাভ করে তা ঐ সময়ের সমানুপাতিক হয়।

৩. কোনো নির্দিষ্ট সময়ে বস্তু যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক হয়।

**প্রথম সূত্র : একই উচ্চতায় স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় বিভিন্ন আকারের সকল পড়ন্ত বস্তু সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।**

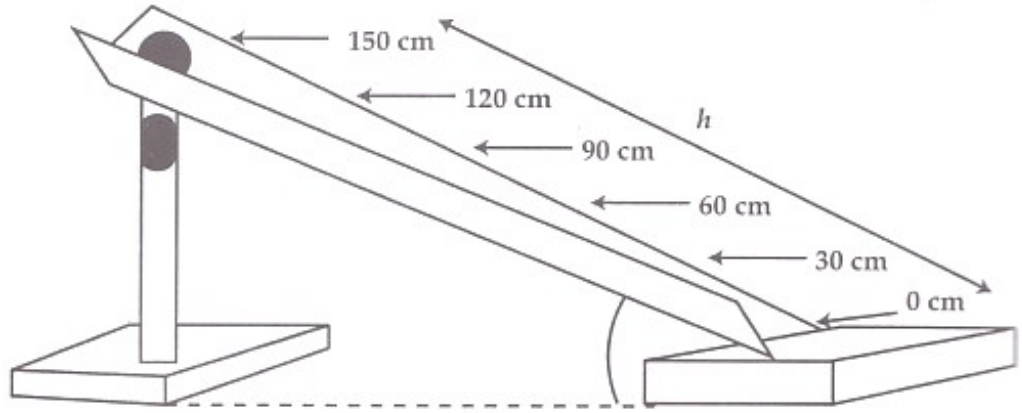
**দ্বিতীয় সূত্র : স্থির অবস্থা থেকে বিনা বাধায় কোনো পড়ন্ত বস্তুর বেগ সময়ের সমানুপাতিক।** অর্থাৎ পড়ন্ত বস্তুটি $t_1$ সময়ে $v_1$ বেগ, $t_2$ সময়ে $v_2$ বেগ এবং $t_3$ সময়ে $v_3$ বেগ প্রাপ্ত হলে,

$$\frac{v_1}{t_1}=\frac{v_2}{t_2}=\frac{v_3}{t_3}=\text{ধ্রুবক হবে বা } \frac{v}{t}=\text{ ধ্রুবক বা } v \propto t \text{ হবে।}$$

**তৃতীয় সূত্র : স্থির অবস্থান থেকে বিনা বাধায় কোনো পতনশীল বস্তু নির্দিষ্ট সময়ে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তা ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।** ধরা যাক, কোনো পড়ন্ত বস্তু $t_1$ সময়ে $h_1$ দূরত্ব, $t_2$ সময়ে $h_2$ দূরত্ব এবং $t_3$ সময়ে $h_3$ দূরত্ব অতিক্রমে করল। তাহলে,

$$\frac{h_1}{{t_1}^2}=\frac{h_2}{{t_2}^2}=\frac{h_3}{{t_3}^2}=\text{ধ্রুবক হবে বা } \frac{h}{t^2}=\text{ ধ্রুবক বা } h \propto t^2 \text{ হবে।}$$

**পরীক্ষার সাহায্যে সূত্রগুলোর প্রমাণ :**




চিত্র ৬·১

**যন্ত্রপাতি :** ১. একটি আনত মসৃণ তল, ২. একটি মিটার স্কেল, ৩. একটি স্টপওয়াচ, ৪. কয়েকটি মার্বেল

**পরীক্ষণ পদ্ধতি :**

১. একটি আনত তলকে ভূমি বা টেবিলের উপর চিত্রানুযায়ী স্থাপন কর। আনত তলটির শীর্ষবিন্দু এর উল্লম্ব ভূমি থেকে মিটার স্কেল দিয়ে পরিমাপ কর। এবার একটি চকের সাহায্যে আনত তলের উপর 30 cm ব্যবধানে কয়েকটি দাগ দাও।

২. প্রথমে একটি মার্বেলকে উপরের দাগাঙ্কিত বিন্দু হতে ছাড়ার সাথে সাথে স্টপওয়াচ চালু কর। মার্বেলটি ভূমি বা টেবিল স্পর্শ করার সাথে সাথে স্টপওয়াচ বন্ধ কর। স্টাপওয়াচ থেকে সময় ($t_1$) এবং মিটার স্কেলের সাহায্যে মার্বেল কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব ($h_1$) নির্ণয় কর। এই পদ্ধতিতে আরো দুইবার পাঠ নিয়ে তিনটি পাঠের গড় মান নির্ণয় কর।

৩. পুনরায় মার্বেলটিকে উপর থেকে দ্বিতীয় দাগাঙ্কিত বিন্দু হতে ছাড়ার সাথে সাথে স্টপওয়াচ চালু কর। মার্বেলটি ভূমি বা টেবিল স্পর্শ করার সাথে সাথে স্টপওয়াচ বন্ধ কর। স্টাপওয়াচ থেকে সময় ($t_2$) এবং মিটার স্কেলের সাহায্যে মার্বেল কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব ($h_2$) নির্ণয় কর। এই পদ্ধতিতে আরো দুইবার পাঠ নিয়ে তিনটি পাঠের গড় মান নির্ণয় কর।

৪. একইভাবে মার্বেলটিকে অন্যান্য দাগাঙ্কিত বিন্দু হতে ছেড়ে দিয়ে ভূমি পর্যন্ত দূরত্ব এবং সময় পরিমাপ কর এবং নিচের ছকে তা লিপিবদ্ধ কর।

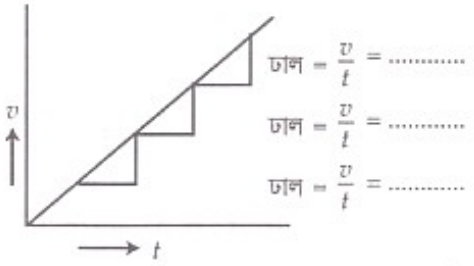
**পরীক্ষণ ছক–১**

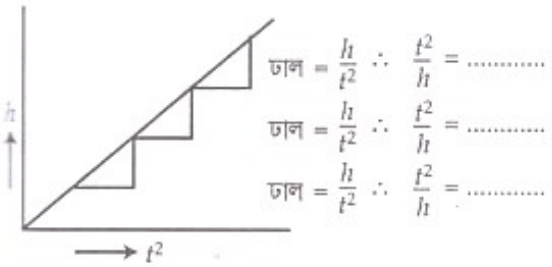
| পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | দূরত্ব $h$ (cm) | সময় $t$ (s) | গড় সময় $t$ (s) | বেগ $v = \frac{s}{t}$ $(cms^{-1})$ | $t^2$ $(s^2)$ | $\frac{h}{t^2}$ $(cms^{-2})$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 150 | | | | | |
| 2 | 120 | | | | | |
| 3 | 90 | | | | | |
| 4 | 60 | | | | | |
| 5 | 30 | | | | | |
| 6 | 0 | | | | | |

**হিসাব :**

**I. $v$—$t$ লেখচিত্র অঙ্কন :**

X অক্ষ বরাবর $t$ এবং Y অক্ষ বরাবর $v$ নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে মূল বিন্দুগামী একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। এই সরলরেখার বিভিন্ন বিন্দুতে কয়েকটি ঢাল নির্ণয় করা হয়। দেখা যায় যে, প্রতি ক্ষেত্রে ঢাল = $\frac{v}{t}$ = ধ্রুব রাশি হয় বা $v \propto t$ হয়।




**II. $h$—$t^2$ লেখচিত্র অঙ্কন :**

X অক্ষ বরাবর $t^2$ এবং Y অক্ষ বরাবর $h$ নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করলে মূল বিন্দুগামী একটি সরলরেখা পাওয়া যায়। এই সরলরেখার বিভিন্ন বিন্দুতে কয়েকটি ঢাল নির্ণয় করা হয়। দেখা যায় যে, প্রতি ক্ষেত্রে $\frac{h}{t^2} = \frac{1}{\text{ঢাল}}$ = ধ্রুবক হয় বা $h$ = ধ্রুবক × $t^2$ হয় বা $h \propto t^2$ হয়।

**ফলাফল :**

১. প্রাপ্ত মান থেকে দেখা যায় সমান সময়ে মার্বেলটি সমান দূরত্ব অতিক্রম করে। অতএব **প্রথম সূত্রটি প্রমাণিত হলো।**

২. $v$—$t$ লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, $v \propto t$ হয় অতএব **দ্বিতীয় সূত্রটি প্রমাণিত হলো।**

৩. $h$—$t^2$ লেখচিত্র হতে দেখা যায় যে, $h \propto t^2$ হয় অতএব **তৃতীয় সূত্রটি প্রমাণিত হলো।**

**সতর্কতা এবং আলোচনা :**

(১) প্রতিটি মার্বেল আনত তলের শীর্ষে একই বিন্দু থেকে ছাড়তে হবে।

(২) মার্বেল পতনে যেন কোনো বাধার সৃষ্টি না হয় সেদিকে লক্ষ রাখতে হবে।

(৩) দূরত্ব এবং সময় সঠিকভাবে পরিমাপ করতে হবে।

(৪) পরীক্ষণীয় স্থানে বাতাসের বাধা যাতে মার্বেল পতনে বাধার সৃষ্টি করতে না পারে সেদিকে লক্ষ রাখতে হবে।

### গাণিতিক উদাহরণ

১। অনুভূমিকের সাথে 30° কোণে আনত 60 m দৈর্ঘ্যের একটি ঘর্ষণহীন তলে একটি মার্বেলকে সর্বোচ্চ অবস্থান থেকে ছেড়ে দেয়া হলো। প্রথম সেকেন্ডে মার্বেলটি 2·5 m দূরত্ব অতিক্রম করলে ভূমিতে পৌঁছতে মার্বেলটির কত সময় লাগবে ?

আমরা জানি,

$h = at^2$

বা, $2{\cdot}50 = a(1)^2$

$a = 2{\cdot}50\ \text{ms}^{-2}$

এখানে,

$h = 2{\cdot}5\ \text{m}$

ভূমিতে পৌঁছতে $t$ সময় লাগে,

$\therefore \quad h = at^2$ বা, $60 = at^2$

বা, $at^2 = 60$

বা, $t^2 = \frac{60}{a}$

এখানে,

$h = 60\ \text{m}$

$t = ?$

$\therefore \quad t = \sqrt{\frac{60}{a}} = \sqrt{\frac{60}{2{\cdot}50}} = 4{\cdot}9\ \text{sec}$

## ৬·৩ গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের সূত্র

### Kepler's Laws about Motion of the Planets

অতি প্রাচীনকাল হতে গ্রহ-নক্ষত্রের গতিবিধি সম্পর্কে বিজ্ঞানীদের যথেষ্ট আগ্রহ ছিল। ষোড়শ শতাব্দীতে ডেনমার্কের জ্যোতির্বিদ টাইকোব্রে (Tycho-Brahe) মঙ্গল গ্রহের গতিবিধি লক্ষ করেন এবং কিছু তথ্য সংগ্রহ করেন। তাঁর এ গবেষণা লব্ধ তথ্য এবং অন্যান্য পর্যবেক্ষণের সাহায্যে 1618 খ্রিস্টাব্দে ডেনমার্কের অপর জ্যোতির্বিদ জোহান কেপলার (Johann Kepler) সিদ্ধান্তে উপনীত হন যে, গ্রহগুলো কোনো এক বলের প্রভাবে সূর্যকে কেন্দ্র করে অবিরাম ঘুরছে। এই সম্পর্কে তিনি তিনটি সূত্র প্রদান করেন। তাঁর নাম অনুসারে এই তিনটি সূত্রকে কেপলার এর গ্রহ সম্পর্কীয় গতিসূত্র (Kepler's laws of planetary motion) বলা হয়। সূত্র তিনটি নিম্নে আলোচনা হলো—

**(১) উপবৃত্ত সূত্র (Law of ellipse) : প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে উপবৃত্তের ফোকাসে রেখে একটি উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে।**

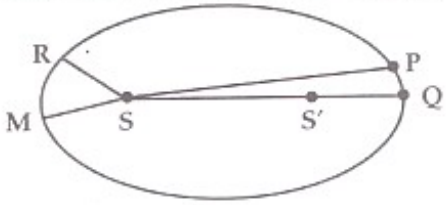
**(২) ক্ষেত্রফল সূত্র (Law of area) : গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।**

**(৩) সময়ের সূত্র (Law of time) : প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।**

**ব্যাখ্যা :**

**১ম সূত্র :** এই সূত্র সূর্যের চারদিকে গ্রহের কক্ষপথের আকৃতি প্রকাশ করে। মনে করি S এবং S′ উপবৃত্তের দুটি নাভি। ধরি S নাভিটি সূর্যের ফোকাসে অবস্থিত [চিত্র ৬·২]। কেপলারের প্রথম সূত্র অনুসারে যে গ্রহ সূর্যকে S বিন্দুতে রেখে একটি উপবৃত্তাকার পথে ঘুরছে।

**২য় সূত্র :** এই সূত্র কক্ষীয় বেগ এবং সূর্য ও গ্রহের মধ্যবর্তী দূরত্বের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে। মনে করি কোনো গ্রহ $t$ সময়ে P অবস্থান হতে Q অবস্থানে আসে। যদি একই সময়ে ঐ গ্রহ M অবস্থান হতে R অবস্থানে আসে, তবে কেপলারের দ্বিতীয় সূত্র হতে পাই, PQS-এর ক্ষেত্রফল এবং MSR-এর ক্ষেত্রফল সমান হবে।




চিত্র ৬·২

**৩য় সূত্র :** এই সূত্র গ্রহের কক্ষপথের [illegible] এবং অতিক্রান্ত সময়ের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে। মনে করি T গ্রহের পর্যায়কাল অর্থাৎ সূর্যকে একবার প্রদক্ষিণ করতে যে সময় লাগে তার মান T। যদি $2a$ [illegible] দৈর্ঘ্য হয়, তবে কেপলারের তৃতীয় সূত্র হতে পাই, $T^2 \propto 8a^3$

যেহেতু 8 একটি ধ্রুব সংখ্যা, সেহেতু, $T^2 \propto a^3$

উক্ত সমীকরণ হতে কেপলারের তৃতীয় সূত্রটিকে সামান্য পরিবর্তন করে নিম্নরূপে লিখা যায়—
**প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ গ্রহের কক্ষপথের পরাক্ষের অর্ধেকের ঘন-এর সমানুপাতিক।**

উপরের সূত্র থেকে দেখা যায় যে, কোনো গ্রহের আবর্তন কাল এবং সূর্য থেকে এর গড় দূরত্ব জানা থাকলে অন্য যেকোনো গ্রহের আবর্তন কাল পর্যবেক্ষণ করে সূর্য থেকে এই দ্বিতীয় গ্রহের গড় দূরত্ব নির্ণয় করা যায়।

কেপলারের সূত্র বিশ্লেষণে নিম্নলিখিত বিষয়গুলি লক্ষণীয় :

(১) গ্রহের আবর্তন কাল এর ভরের উপর নির্ভর করে না।

(২) সূর্য থেকে গ্রহের গড় দূরত্ব যত কম হয় অর্থাৎ গ্রহ সূর্যের যত নিকটে থাকে এর আবর্তনকাল তত কম হয়।

## ৬.৪ মহাকর্ষ
## Gravitation

**মহাকর্ষ বল (Gravitational Force) :** বিখ্যাত বিজ্ঞানী স্যার আইজাক নিউটন আবিষ্কার করেন যে, এ মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুকণার মধ্যে একটি পারস্পরিক আকর্ষণ বল রয়েছে। দুটি বস্তুকণার মধ্যকার এই পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে কখনও মহাকর্ষ আবার কখনও অভিকর্ষ বলে। এ দুটি বলের মধ্যে পার্থক্য রয়েছে। তাহলে কোন ক্ষেত্রে মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ কী ?

**মহাকর্ষ : নভোমণ্ডলে অবস্থিত দুটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে।**

**অভিকর্ষ : পৃথিবী এবং অন্য একটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যকার আকর্ষণ বলকে অভিকর্ষ বা মাধ্যাকর্ষণ বলে।**

**উদাহরণ :** সূর্য ও চন্দ্রের মধ্যকার আকর্ষণ বল মহাকর্ষ অন্যদিকে পৃথিবী এবং আমের মধ্যকার আকর্ষণ বল অভিকর্ষ।

### নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র
### Newton's Law of Gravitation

1687 খ্রিস্টাব্দে বিখ্যাত বিজ্ঞানী স্যার আইজাক নিউটন আপেল পতন এবং গ্রহ উপগ্রহের গতি পর্যবেক্ষণ করে মহাকর্ষের যে সূত্র আবিষ্কার করেন তা নিম্নোক্তভাবে সংজ্ঞায়িত করা যায় :

**সূত্র : মহাবিশ্বের যেকোনো দুটি বস্তুকণা পরস্পরকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বল বস্তু দুটির ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যকার দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।**

ব্যাখ্যা : নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বিশ্লেষণ করলে পরিমাণ সম্বন্ধীয় এবং একটি অংশ বলের প্রকৃতি সম্বন্ধ

মনে করি, দুটি বস্তুকণার ভর যথাক্রমে $m_1$ ও মধ্যে আকর্ষণ বল F হয়, তাহলে মহাকর্ষ সূত্রানুসারে

(i) $F \propto m_1 m_2$

(ii) $F \propto \frac{1}{d^2}$

$m_1$

(i) ও (ii)-কে যুক্ত করলে

$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2} \quad \text{বা,} \quad F = \text{ধ্রুবক} \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

$$F = G\frac{m_1 m_2}{d^2} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (6.1)$$

এখানে G = মহাকর্ষ ধ্রুবক বা সর্বজনীন ধ্রুবক। ইহা বস্তু দুটির মধ্যকার প্রকৃতি, যেমন প্রবেশ্যতা, প্রবণতা, নিকদর্শিতা এবং বস্তুকণা দুটির ভৌত অবস্থার উপর নির্ভর করে না।

❐ বিজ্ঞানী ও আবিষ্কার:

| বিজ্ঞানী | আবিষ্কার |
|---|---|
| নিউটন | মহাকর্ষ ও অভিকর্ষ বল গ্রহ সমূহের আবর্তনের কারন পড়ন্ত বস্তুর সূত্র সমূহের প্রমাণ |
| গ্যালিলিও | পড়ন্ত বস্তুর সূত্র |
| কেপলার | গ্রহ সমূহ ঘূর্ণনের তিনটি সূত্র |
| টাইকো ব্রাহে | মঙ্গল গ্রহের গতিবিধি লক্ষ্য করে গ্রহ নক্ষত্র সম্পর্কে তথ্য সংগ্রহ করে |
| পয়েন্টিং ও ফিলিপস | G এর মানের উপর তাপমাত্রার প্রভাব নেই প্রমাণ করেন |
| ক্যাভেন্ডিস | G এর মান নির্ণয় |

♦ পড়ন্ত বস্তুর ওজন নেই প্রমাণ করেন গ্যালিলিও।

**মহাকর্ষ সূত্রের ভেক্টর রূপ :**

মহাকর্ষ সূত্রকে ভেক্টর রাশির দ্বারা নিম্নলিখিতভাবে লেখা যায় :

$$\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$$

এখানে $\vec{F}_{21}$ হচ্ছে দ্বিতীয় বস্তুর উপর প্রথম বস্তুর সদিক বল (আকর্ষণ), $\vec{r}_{12}$ হচ্ছে প্রথম বস্তু হতে দ্বিতীয় বস্তুর সদিক দূরত্ব।

যেহেতু প্রথম বস্তু আকর্ষণ করে দ্বিতীয় বস্তুকে নিজের দিকে টানছে অর্থাৎ $\vec{F}_{21}$ এবং দিক $\vec{r}_{12}$ এর বিপরীত, সুতরাং উপরিউক্ত সমীকরণে ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে। কিন্তু মহাকর্ষ বলের মান সূচক। সুতরাং ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহৃত হয়নি।

সমীকরণ (6.16) থেকে মহাকর্ষ বলের প্রকৃতি সম্বন্ধেও জানা যায়।

**মহাকর্ষ বলের প্রকৃতি :**

(i) মহাকর্ষ বল দুটি বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বল।
(ii) মহাকর্ষ বল বস্তু দুটির সংযোগ সরলরেখা বরাবর ক্রিয়া করে।
(iii) মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না।
(iv) মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক হয়।

উপর থেকে কোনো বস্তুকে অবাধে নিচে পড়তে দিলে তা নিচে পড়ে অর্থাৎ পৃথিবী পৃষ্ঠে পড়ে। আম গাছ থেকে আম সব সময় মাটিতে পতিত হয়। কিন্তু কখনও কি ভেবে দেখেছ, আম কেন গাছ থেকে পড়ে উপরের দিকে যায় না? আসলে কোনো বস্তুকে পৃথিবী তার কেন্দ্রের দিকে টানে। আবার বস্তুটিও পৃথিবীকে সমান ও বিপরীতমুখী বলে আকর্ষণ করে। যেকোনো পার্থিব বস্তুর তুলনায় পৃথিবীর ভর বহুগুণে বেশি হয়। তাই এই বলের ক্রিয়ায় পৃথিবীর গতি উপেক্ষণীয় হয়, তাই সব সময় বস্তুটি পৃথিবীর দিকে পড়ে, পৃথিবী বস্তুর দিকে এগিয়ে যায় না। **সেজন্য আম গাছ থেকে পড়ে উপরের দিকে যায় না।**

উপরের আলোচনায় স্পষ্ট যে, প্রত্যেক বস্তুকে পৃথিবী তার কেন্দ্রের দিকে টানে বা আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বলই হলো বস্তুর ওজন। অর্থাৎ ওজন হলো কোনো বস্তুর উপর প্রযুক্ত অভিকর্ষ। এই ওজন সর্বদা বস্তুর ভারকেন্দ্র দিয়ে খাড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে।

$m$ ভরের বস্তুর ওজন W হলে আমরা লেখতে পারি,

$$W = mg \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

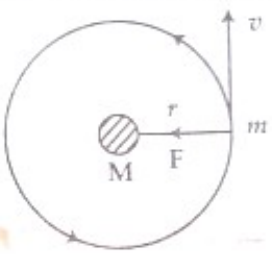
অর্থাৎ ওজন = ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ

অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পরিবর্তিত হলে বস্তুর ওজনও সমহারে পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ বস্তুর ওজন পরিবর্তনশীল, বস্তুর ওজন স্থান নিরপেক্ষ নয়। বস্তুর ওজন তার একটি মৌলিক বৈশিষ্ট্য নয়। বস্তুর ওজন থাকতে পারে, নাও থাকতে পারে।

**কোনো একটি বস্তু যে পরিমাণ বল দ্বারা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকৃষ্ট হয় তাকে তার ওজন বলে।**

## ৬·৫ নিউটনের সূত্র থেকে কেপলারের সূত্র
## Kepler's Law from Newton's Law

মনে করি সূর্যকে কেন্দ্র করে $r$ ব্যাসার্ধের কক্ষপথে একটি গ্রহ $v$ দ্রুতিতে আবর্তন করছে [চিত্র ৬·৪]। সূর্যের ভর M, গ্রহের (পৃথিবী) ভর $m$ এবং গ্রহের পর্যায়কাল T হলে,



চিত্র ৬·৪

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র অনুযায়ী দুটি বস্তুর মধ্যকার মহাকর্ষ বল

$$F_S = \frac{GMm}{r^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

এখানে G = মহাকর্ষ ধ্রুবক

আবার গ্রহের বৃত্তাকার গতির জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল

$$F_C = \frac{mv^2}{r} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

গ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলই এই কেন্দ্রমুখী বল যোগান দেয়।

$\therefore \quad F_g = F_C$

বা, $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$

বা, $\frac{GM}{r} = v^2$ ... ... ... (6.5)

উপগ্রহটির পর্যায়কাল T হলে অর্থাৎ $r$ ব্যাসার্ধের কক্ষপথে সূর্যকে একবার আবর্তন করতে T সময় প্রয়োজন হলে এর রৈখিক বেগ হবে $v = \frac{2\pi r}{T}$

$\therefore$ (6.3) নং সমীকরণে মান বসিয়ে পাই

$\frac{GM}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2$

বা, $\frac{GM}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$

$\therefore \quad T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM}\right) \times r^3$ ... ... ... (6.6)

এই সমীকরণে $\left(\frac{4\pi^2}{GM}\right)$ ধ্রুবরাশি।

$\therefore \quad T^2 = \text{ধ্রুবক} \times r^3$

$T^2 \propto r^3$ ... ... ... (6.7)

অর্থাৎ গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ কক্ষপথের গ্রহ হতে সূর্যের মধ্যবর্তী দূরত্বের ঘন-এর সমানুপাতিক। ইহাই কেপলারের সূত্র (তৃতীয় সূত্র)।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। সূর্যের চারদিকে আবর্তনরত মঙ্গলগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের 1·53 গুণ। পৃথিবীতে 365 দিনে এক বছর হলে মঙ্গলগ্রহে কত দিনে এক বছর হবে ?**

আমরা জানি,

$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3}$

বা, $T_2^2 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3 \times T_1^2$

$\therefore \quad T_2 = \left\{\left(\frac{1{\cdot}53}{1}\right)^3 \times (365)^2\right\}^{\frac{1}{2}}$

$= 691 \text{ d}$

এখানে,

পৃথিবীর পর্যায়কাল, $T_1 = 365 \text{ d}$

মঙ্গলগ্রহের পর্যায়কাল, $T_2 = ?$

পৃথিবী ও মঙ্গলগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ $R_1$ ও $R_2$ হলে, $\frac{R_2}{R_1} = \frac{1{\cdot}53}{1}$

**২। সূর্যের চারদিকে পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ $1{\cdot}5 \times 10^{11}$ m এবং আবর্তনকাল $3{\cdot}156 \times 10^7$ sec। সূর্যের ভর নির্ণয় কর। ($G = 6{\cdot}7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$)** [য. বো. ২০০৯]

আমরা জানি, সূর্যের ভর,

$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$

$\therefore \quad M = \frac{4 \times 9{\cdot}87 \times (1{\cdot}5 \times 10^{11})^3}{6{\cdot}7 \times 10^{-11} \times (3{\cdot}156 \times 10^7)^2}$

$= 2 \times 10^{30} \text{ kg}$

এখানে,

পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধ, $r = 1{\cdot}5 \times 10^{11}$ m

পৃথিবীর আবর্তনকাল, $T = 3{\cdot}156 \times 10^7$ sec

$G = 6{\cdot}7 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$

সূর্যের ভর, $M = ?$

**ক্রিয়াকর্ম:** কোনো কারণে সূর্য থেকে পৃথিবীর গড় দূরত্ব কমে গেলে বৎসরের দৈর্ঘ্য বাড়বে না কমবে ? যুক্তিসহ ব্যাখ্যা কর।

# মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সম্পর্ক
## Relation between Gravitational Constant and Acceleration due to Gravity

### মহাকর্ষীয় ধ্রুবক
**Gravitational Constant**

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র অনুযায়ী M ও $m$ ভরের দুটি বস্তুর মধ্যে আকর্ষণ বল,

$F = \frac{GMm}{d^2}$ এখানে G = মহাকর্ষ ধ্রুবক এবং $d$ = বস্তু দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব

মনে করি বস্তু দুটির মধ্যকার ভর এক একক এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্বও এক একক অর্থাৎ M = 1 এ $m$ = 1 একক এবং $d$ = 1 একক হলে

$$F = \frac{G \times 1 \times 1}{1 \times 1}$$

বা, $F = G$ ... ... ... (6.8

এই সমীকরণ অনুযায়ী মহাকর্ষ ধ্রুবককে নিম্নলিখিত উপায়ে সংজ্ঞায়িত করতে পারি :

**একক ভরবিশিষ্ট দুটি বস্তুকণা একক দূরত্বে থেকে যে পরিমাণ বল দ্বারা পরস্পরকে আকর্ষণ ক তার সংখ্যাগত মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।** G এর মান বস্তুর ভরের উপর বা ভরকেন্দ্র হতে বস্তুর দূর উপর নির্ভর করে না। জি'র মান নির্ণয় করেন ক্যাভেন্ডিস।

এস. আই. পদ্ধতিতে এর মান $6.67 \times 10^{-11}$ N-m$^2$kg$^{-2}$. (৫৫ - ০৮)

মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা : $[G] = [M^{-1}T^{-2}L^3]$

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, G কে সর্বজনীন ধ্রুবক বলে।

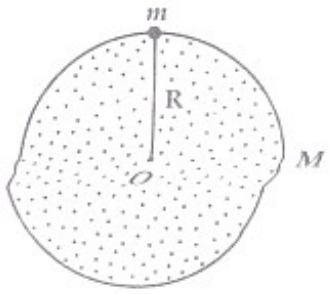
### অভিকর্ষজ ত্বরণ
**Acceleration due to gravity**

নিউটনের গতির সূত্র অনুসারে বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে ত্বরণ সৃষ্টি হয়। অভিকর্ষও একটি বল। বল কোনো একটি বস্তুর উপর ক্রিয়া করে ত্বরণ সৃষ্টি করবে। অতএব, **বস্তুতে অভিকর্ষ বল কর্তৃক যে ত্ উৎপন্ন হয় তাকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে।** অথবা কোনো স্থানে অভিকর্ষের টানে মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর বেগ হারে বৃদ্ধি পায় তাকে ঐ স্থানের অভিকর্ষজ বা অভিকর্ষীয় ত্বরণ বলে। একে '$g$' দ্বারা প্রকাশ করা হ পরীক্ষার সাহায্যে জানা গেছে, বাধাহীন পথে ও একই স্থান হতে সকল বস্তু সমত্বরণে পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে প হয়। স্থানভেদে এই ত্বরণের মান বিভিন্ন। সুতরাং অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তু নিরপেক্ষ, স্থান নিরপেক্ষ নয়।

এর একক এম. কে. এস. ও আন্তর্জাতিক SI পদ্ধতিতে মিটার/সে.$^2$। এর মাত্রা সমীকরণ = $[LT^{-2}]$।

### মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সমীকরণ
**Equation of gravitational constant and acceleration due to gravity**

মনে করি '$m$' ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকণা পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থিত এবং পৃথিবী একটি গোলাকার ব [চিত্র ৬·৫ ]। যদি পৃথিবীর ভর 'M' এবং ব্যাসার্ধ 'R' হয়, তবে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র হতে আমরা পাই,



চিত্র ৬·৫

$$F = G\frac{Mm}{R^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.9$$

পুনরায়, নিউটনের গতির দ্বিতীয় সূত্র হতে আমরা পাই,

বল = ভর × ত্বরণ

∴ অভিকর্ষীয় বল = বস্তুর ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ। অর্থাৎ,

$F = mg$ ... ... ... (6.10)

∴ সমীকরণ (6.9) এবং সমীকরণ (6.10) হতে আমরা পাই,

$$mg = G\frac{Mm}{R^2}$$

বা, $\boxed{g = \frac{GM}{R^2}}$ ... ... ... (6.11)

এই সমীকরণ মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষ ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে।

অর্থাৎ অভিকর্ষজ ত্বরণ = $\frac{\text{মহাকর্ষ ধ্রুবক} \times \text{পৃথিবীর ভর}}{(\text{পৃথিবীর ব্যাসার্ধ})^2}$

ইহাই ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের সমীকরণ যা অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং মহাকর্ষ ধ্রুবক G-এর মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করে। এই সমীকরণ অনুসারে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g$ বস্তুর ভর $m$-এর উপর নির্ভর করে না, দূরত্বের উপর নির্ভর করে। আবার, আমরা জানি G এবং M ধ্রুব রাশি। অতএব ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থানে '$g$'-এর মান ভূ-কেন্দ্র হতে ঐ স্থানের দূরত্বের উপর নির্ভর করে। এটি হতে এই সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় যে, **ভূ-পৃষ্ঠের কোনো একটি স্থানে $g$-এর মান নির্দিষ্ট, কিন্তু স্থানভেদে এর পরিবর্তন ঘটে।** পৃথিবীর ভর $M = 5{\cdot}983 \times 10^{24}$ kg এবং ব্যাসার্ধ $R = 6{\cdot}36 \times 10^{6}$ m ধরে উপরের সমীকরণ অনুসারে ভূ-পৃষ্ঠে $g$-এর মান হয়,

$$g = \frac{6{\cdot}657 \times 10^{-11}\ \text{N-m}^2\ \text{kg}^{-2} \times 5{\cdot}983 \times 10^{24}\ \text{kg}}{(6{\cdot}36 \times 10^{6}\ \text{m})^2} = 9{\cdot}8465\ \text{ms}^{-2}$$

**মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষীয় ত্বরণ এর মধ্যে সম্পর্ক থেকে আমরা নিম্নলিখিত বিষয়গুলি জানতে পারি—**

(i) G একটি সর্বজনীন ধ্রুবক, অন্যদিকে $g$ একটি পরিবর্তনশীল রাশি

(ii) G এর মান $6{\cdot}657 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$, অন্যদিকে $g$ এর মান $9{\cdot}8\ \text{ms}^{-2}$

(iii) G একটি স্কেলার রাশি, অন্যদিকে $g$ একটি ভেক্টর রাশি।

(iv) G এর মান বস্তুর ভরের উপর বা ভূ-কেন্দ্র হতে বস্তুর দূরত্বের উপর নির্ভর করে না। অন্যদিকে $g$ এর মান ভরের উপর নির্ভর করে না। কিন্তু ভূ-কেন্দ্র হতে বস্তুর দূরত্বের উপর নির্ভর করে।

G এবং $g$ এর সম্পর্ক থেকে শিক্ষার্থীদের প্রশ্ন করা হলো : পৃথিবী কেন ভর নিরপেক্ষভাবে সকল বস্তুতে সমান ত্বরণ সৃষ্টি করে? এর জবাবে নিশ্চয় তোমরা বলবে, পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে M ও R ধরা হলে, পৃথিবী পৃষ্ঠে $m$ ভরের কোনো বস্তুর ক্ষেত্রে, $mg = G\frac{m\,M}{R^2}$

$\therefore$ $\boxed{g = \frac{GM}{R^2}}$ যেহেতু এই সমীকরণে বস্তুর ভর $m$ অনুপস্থিত। কাজেই অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তুর ভর নিরপেক্ষ। সুতরাং R ধ্রুবক হলে কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ ধ্রুবক ও বস্তুর ভর নিরপেক্ষ হয়।

আবার G কেন সর্বজনীন ধ্রুবক ? যেহেতু বস্তুকণার মধ্যে মহাকর্ষীয় বল কণা দুটির মধ্যে কোনো মাধ্যমের উপস্থিতি অথবা প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না, এই বল কণা দুটির প্রকৃতি, রাসায়নিক গঠন বা উষ্ণতার উপর নির্ভরশীল নয়। এ সকল কারণে **G-কে সর্বজনীন ধ্রুবক**

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6{\cdot}4 \times 10^{6}$ m এবং পৃষ্ঠে উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর।**

আমরা জানি,

পৃথিবী পৃষ্ঠে, $g = \frac{GM}{R^2}$ ... ... ... (i)

এবং পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে $h$ উচ্চতায়,

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad \text{... ... ...} \quad \text{(ii)}$$

সমীকরণ (ii) ও (i) থেকে পাই,

$$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{GM}{(R+h)^2}}{\frac{GM}{R^2}} = \frac{R^2}{(R+h)^2} \quad \text{বা,}$$

$$\therefore\ g' = \frac{(6{\cdot}4 \times 10^{6})^2}{(6{\cdot}4 \times 10^{6} + 6{\cdot}4 \times 10^{5})^2} \times 9$$

❐ **অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) এর বৈশিষ্ট্য সমূহ:**

- অভিকর্ষজ ত্বরণ অভিকর্ষীয় প্রাবল্যের সমান
- পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে উপর দিকে গেলে g এর মান কমে
- পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নীচের দিকে গেলে g এর মান কমে
- পৃথিবীর অভ্যন্তরে গেলেও g এর মান কমে
- বিষুব অঞ্চল হতে মেরু অঞ্চলে এর মান বাড়ে
- ঘূর্ণন জনিত কারণে মেরু অঞ্চলে এর মান কমে তবে বিষুব অঞ্চলে বেশি কমে
- অক্ষাংশ বাড়লে g এর মান বাড়ে
- পৃথিবীর কেন্দ্রে g এর মান শূন্য
- ভূ-পৃষ্ঠে g এর মান সবচেয়ে বেশি

❐ **অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান সমূহ:**

মেরুতে = $9.832\ \text{ms}^{-2}$ ; বিষুব অঞ্চলে = $9.78\ \text{ms}^{-2}$ ; ঢাকায় = $9.7\ \text{ms}^{-2}$ ; রাজশাহী = $9.79\ \text{ms}^{-2}$

- সমুদ্র তলে $45^\circ$ অক্ষাংশে g এর মানকে আদর্শ ধরা হয়। g এর আদর্শ $981\ \text{cm/sec}^2 = 9.8\ \text{ms}^{-2} = 32.09\ \text{ft/sec}^2$
- চন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণ 1/6 g
- g বস্তু নিরপেক্ষ, স্থান নিরপেক্ষ নয়

❐ **মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার:**

- প্রাকৃতিক সম্পদ অনুসন্ধান
- কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে যোগাযোগ
- বস্তু গবেষণায়

**২। ভূ-পৃষ্ঠে কোনো লোকের ওজন 648 N হলে তিনি চাঁদে গেলে কতটুকু ওজন হারাবেন ? পৃথিবী ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 এবং 4 গুণ।**

আমরা জানি, ওজন $W = mg$

∴ ভূ-পৃষ্ঠে, $W_e = mg_e$ ... ... (i)

চাঁদের পৃষ্ঠে, $W_m = mg_m$ ... ... (ii)

সমীকরণ (ii) কে সমীকরণ (i) দিয়ে ভাগ করে

আমরা পাই, $\frac{W_m}{W_e} = \frac{g_m}{g_e}$ ... ... (iii)

কিন্তু অভিকর্ষজ ত্বরণ, ভূ-পৃষ্ঠে, $g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$

এবং চাঁদের পৃষ্ঠে, $g_m = \frac{GM_m}{R_m^2}$

এখানে,

ধরা যাক, লোকের ভর $= m$

চাঁদের ভর $= M_m$

পৃথিবীর ভর $= M_e = 81\ M_m$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= R_e$

চাঁদের ব্যাসার্ধ $= R_m$

∴ $R_e = 4\ R_m$

পৃথিবীর পৃষ্ঠে ওজন $W_e = 648$ N

চাঁদের পৃষ্ঠে ওজন $W_m = ?$

চাঁদে হারানো ওজন $W = W_e - W_m = ?$

সমীকরণ (iii) থেকে পাই,

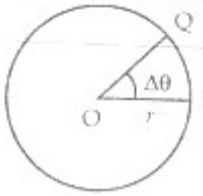
$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{GM_m}{R_m^2} \times \frac{R_e^2}{GM_e} = \frac{M_m}{M_e} \times \left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 = \frac{M_m}{81\ M_m} \times \left(\frac{4\ R_m}{R_m}\right)^2 = \frac{16}{81}$$

∴ $W_m = \frac{16}{81} \times W_e = \frac{16}{81} \times 648\ \text{N} = 128\ \text{N}$

∴ $W = W_e - W_m = 648\ \text{N} - 128\ \text{N} = 520\ \text{N}$

**কাজ : পৃথিবী সূর্যের চারদিকে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে ধরে দেখাও যে, একক সময়ে পৃথিবীর কক্ষপথ যে ক্ষেত্রফল তৈরি করে তা একটি ধ্রুবক।**

মনে করি, পৃথিবী সূর্যের চারদিকে $r$ ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে পৃথিবীর কৌণিক বেগ $\omega$ ধ্রুবক হবে। আরও মনে করি, সময়ের অতি ক্ষুদ্র অবকাশ $\Delta t$-তে সূর্য ও পৃথিবীর সংযোজক সরলরেখা OP অতি ক্ষুদ্র কোণ $\Delta\theta$ উৎপন্ন করে। এক্ষেত্রে উৎপন্ন চাপ $PQ = r\Delta\theta$, $\Delta\theta$ অত্যন্ত ক্ষুদ্র বলে আমরা এটিকে সরলরেখা বলে গণ্য করতে পারি।



চিত্র ৬·৬

সুতরাং, পৃথিবী ও সূর্যের সংযোজক সরলরেখা দ্বারা বর্ণিত ক্ষেত্রফল

$= \Delta OPQ$-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times PQ \times OP = \frac{1}{2} r\Delta\theta \times r = \frac{1}{2} r^2\Delta\theta$

∴ একক সময়ে বর্ণিত ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \frac{r^2\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{1}{2} r^2\omega$

এখানে $r$, $\omega$ উভয়ই ধ্রুবক। সুতরাং একক সময়ে বর্ণিত ক্ষেত্রফলও ধ্রুবক।

**ক্রিয়াকর্ম : সূর্য যে মহাকর্ষ বল চন্দ্রের উপর প্রয়োগ করে তা পৃথিবীর চন্দ্রের উপর প্রযুক্ত বল থেকে বেশি; তাহলে চন্দ্র কেন পৃথিবী থেকে মুক্ত হয়ে যায় না ?**

পৃথিবী ও চন্দ্র একটি তন্ত্রের সৃষ্টি করে যার ভরকেন্দ্র সূর্যকে আবর্তন করে। তাই চন্দ্রের, পৃথিবী থেকে বিচ্ছিন্ন হওয়া সম্ভব নয়। এই উত্তরের সাথে তোমার যুক্তি মিলাও।

## ৬·৭ অভিকর্ষীয় ত্বরণের পরিবর্তন
## Variation of Acceleration due to Gravity

মহাকর্ষ সূত্র থেকে জেনেছি যে, অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ($g$) বস্তুর ভর ($m$)-এর উপর নির্ভর করে না। এর মান ভূ-কেন্দ্র হতে ঐ স্থানের দূরত্বের উপর নির্ভর করে। এটি হতে এই সিদ্ধান্তে উপনীত হতে পারি যে, ভূ-পৃষ্ঠ

কোনো স্থানে $g$-এর মান নির্দিষ্ট, কিন্তু স্থানভেদে এর পরিবর্তন ঘটে, পৃথিবীর ভর $M = 5{\cdot}983 \times 10^{24}$ kg এবং ব্যাসার্ধ $R = 6{\cdot}36 \times 10^{6}$ m ধরে ভূ-পৃষ্ঠে $g$-এর মান হয়,

$$g = \frac{6{\cdot}657 \times 10^{-11}\ \text{Nm}^2\ \text{kg}^{-2} \times 5{\cdot}983 \times 10^{24}\ \text{kg}}{6{\cdot}36 \times 10^{6}\ \text{m}}$$

$$\therefore\ g = 9{\cdot}8465\ \text{ms}^{-2}$$

পৃথিবী পৃষ্ঠে $g$-এর মান বেশি হয়। আবার মেরু অঞ্চল অপেক্ষা বিষুব অঞ্চলে কম হয়। পৃথিবীর কেন্দ্রে শূন্য হয়।

**অভিকর্ষজ ত্বরণ $g$ ধ্রুবক নয়। তিনটি কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তন ঘটে।**

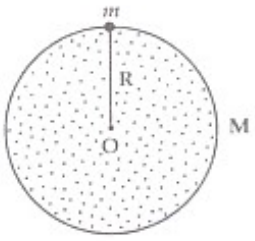
(১) উচ্চতার ক্রিয়া (Altitude effect)

(২) অক্ষাংশ ক্রিয়া বা আকৃতি ক্রিয়া (Latitude effect or effect of shape)

(৩) পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া বা পৃথিবীর আহ্নিক গতি ক্রিয়া (Rotational effect of the earth or effect of diurnal rotation of the earth)

**(১) উচ্চতার ক্রিয়া (Altitude effect) :** পৃথিবীর কেন্দ্র হতে কোনো স্থানের দূরত্বের তারতম্য ভেদে অভিকর্ষজ ত্বরণ '$g$'-এর মানের পরিবর্তন ঘটে। এটি আলোচনা করতে হলে তিনটি বিষয় আলোচনা করতে হয়; যথা—

**(ক) কোনো বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থিত :** কোনো বস্তু যদি 'M' ভর এবং 'R' ব্যাসার্ধবিশিষ্ট পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থান করে [ চিত্র ৬·৭ ] তবে ঐ বস্তুর উপর তথা ভূ-পৃষ্ঠে,



চিত্র ৬·৭

$$g = G\frac{M}{R^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.12)$$

$$= \frac{4}{3}\pi GR\rho \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.13)$$

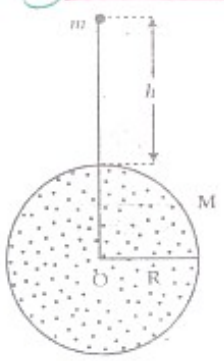
$$\therefore\ \boxed{g = \frac{4}{3}\pi GR\rho}$$

এখানে, $\rho$ = পৃথিবীর উপাদানের গড় ঘনত্ব ও $\frac{4}{3}\pi R^3$ = পৃথিবীর আয়তন।

**হাতে-কলমে কাজ :** দার্জিলিং এ কোনো জিনিস স্প্রিং তুলায় মেপে কেনা লাভজনক নাকি সাধারণ তুলায় মেপে কেনা লাভজনক?

দার্জিলিং সমুদ্র পৃষ্ঠ থেকে অনেক উপরে অবস্থিত বলে $g$-এর মান কিছুটা কম। এই জ্ঞান কাজে লাগাও।

**(খ) কোনো বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে উপরে অবস্থিত :** মনে করি M পৃথিবীর ভর এবং R তার ব্যাসার্ধ। যদি বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে $h$ উচ্চতায় অবস্থান করে [ চিত্র ৬·৮ ] তবে ঐ বস্তুর উপর তথা ভূ-পৃষ্ঠ হতে $h$ উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ,



চিত্র ৬·৮

$$\boxed{g_h = G\frac{M}{(R+h)^2}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.14)$$

আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = G\frac{M}{R^2}$ । অতএব দেখা যায় যে, এই সমীকরণ অপেক্ষা সমীকরণ (6.12)-এ হরের মান বেশি। কাজেই ভাগফল অর্থাৎ অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান কম হবে। অতএব পৃথিবী পৃষ্ঠ অপেক্ষা উপরে অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান কম হবে এবং দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হবে। সুতরাং দূরত্ব বাড়লে অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান কমবে এবং দূরত্ব কমলে অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান বাড়বে। এই কারণে পাহাড়ের উপর অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান অপেক্ষা কম হয়।

সমীকরণ (6.12)-কে সমীকরণ (6.10) দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়,

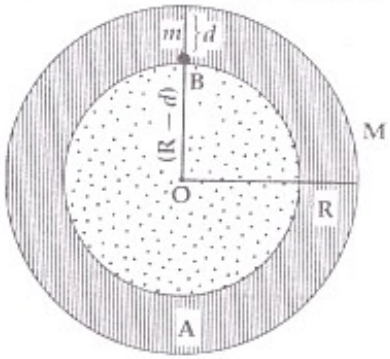
$$\frac{g_h}{g} = \frac{GM}{(R+h)^2} \times \frac{R^2}{GM}$$

বা, $\frac{g_h}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2} = \frac{1}{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2} = \left(1+\frac{h}{R}\right)^{-2}$, $h \ll R$ হলে, $\frac{g_h}{g} = 1 - \frac{2h}{R}$

বা, $g_h = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$ ... ... ... (6.15)

অর্থাৎ, $g_h < g$। সুতরাং বলা যায় $h$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের ত্বরণের মান অপেক্ষা ক

**(গ) কোনো বস্তু পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে নিচে অবস্থিত :** মনে করি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে $d$ দূরত্ব নিচে B বিন্দু কোনো বস্তু আছে এবং ঐ স্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g_d$ [চিত্র ৬·৯]। B বিন্দুতে অবস্থিত যে কোনো বস্তুর উপর কেন্দ্র O-এর দিকে পৃথিবীর আকর্ষণ $(R-d)$ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট AB গোলকের আকর্ষণের সমান। এই গোলকে বাইরের অংশ বস্তুর উপর কার্যকর কোনো আকর্ষণ প্রয়োগ করে না।



চিত্র ৬·৯

এখন OB গোলকের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi (R-d)^3$

OB গোলকের ভর M′ ধরলে,

M′ = আয়তন × ঘনত্ব $= \frac{4}{3}\pi (R-d)^3 \times \rho$

$$g_d = \frac{GM'}{(R-d)^2} = G \times \frac{4}{3}\pi \frac{(R-d)^3\rho}{(R-d)^2}$$

বা, $g_d = \frac{4}{3}\pi G(R-d)\rho$ ... ... (6.16)

বা, $g_d = k(R-d)$ ... ... (6.17)

এখানে, $k = \frac{4}{3}\pi G\rho =$ একটি ধ্রুব রাশি।

উপরের সমীকরণ অনুসারে $d$-এর মান যত বাড়বে, $(R-d)$-এর মান তত কমবে। অতএব, যত পৃথিবী ভেতরের দিক যাওয়া যাবে, অভিকর্ষীয় ত্বরণ-এর মান ততই কমবে অর্থাৎ ভূ-গর্ভে অভিকর্ষীয় ত্বরণ ভূ-কেন্দ্র হ দূরত্বের সমানুপাতিক। এভাবে যেতে যেতে যদি ভূ-কেন্দ্রে পৌঁছা যায় তবে $d$-এর মান R-এর সমান হবে।

অতএব ভূ-কেন্দ্রে, $g_d = k(R-R)$ বা, $g_d = 0$ ... ... (6.18)

সুতরাং পৃথিবীর অভ্যন্তরে, যেমন কোনো খনির ভেতরে $g$-এর মান ভূ-পৃষ্ঠে $g$-এর মান অপেক্ষা কম হয়।

**সিদ্ধান্ত : ভূ-পৃষ্ঠের উপরে গেলে '$g$'-এর মান কমে, আবার পৃথিবীর অভ্যন্তরে গেলে '$g$'-এর মা কমে। পৃথিবীর কেন্দ্রে কোনো আকর্ষণ নেই। সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্রে '$g$'-এর মান শূন্য এবং ভূ-পৃষ্ঠেই '$g$' এর মান সর্বাপেক্ষা বেশি।**

সমীকরণ (6.18)-কে সমীকরণ (6.9) দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়

$$\frac{g_d}{g} = \frac{\frac{4}{3}\pi G(R-d)\rho}{\frac{4}{3}\pi GR\rho} \quad \text{বা,} \quad \frac{g_d}{g} = \frac{R-d}{R} = \left(1-\frac{d}{R}\right)$$

$\therefore$ $g_d = g\left(1-\frac{d}{R}\right)$ ... ... ... (6.19)

অর্থাৎ, $g_d < g$। সুতরাং $d$ গভীরে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের ত্বরণের মান অপেক্ষা কম।

**যাচাই কর :** একটি দালানের ছাদে ওঠে একটি বলকে উপরের দিকে এবং অন্য একটি বলকে নিচের দিকে এক বেগে ছোঁড়া হলো। কোন বলটি অধিক গতিবেগে মাটিতে পড়বে? ব্যাখ্যা কর।

## গাণিতিক উদাহরণ

১। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে $h$ উচ্চতায় এবং পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে $d$ গভীরতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান সমান। $d$-এর সাপেক্ষে $h$-এর মান নির্ণয় কর।

আমরা জানি, ভূ-পৃষ্ঠ হতে $h$ উচ্চতায়, $g_h = g\left(1-\frac{2h}{R}\right)$

এবং ভূ-পৃষ্ঠ হতে $d$ গভীরতায়, $g_d = g\left(1-\frac{d}{R}\right)$

প্রশ্নানুসারে, $g_h = g_d$

$\therefore \quad g\left(1-\frac{2h}{R}\right) = g\left(1-\frac{d}{R}\right)$ বা, $1-\frac{2h}{R} = 1-\frac{d}{R}$

বা, $\frac{2h}{R} = \frac{d}{R}$ বা, $2h = d \quad \therefore \quad h = \frac{d}{2}$

২। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6{\cdot}4 \times 10^3$ km, অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $G = 6{\cdot}67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$ হলে পৃথিবীর ভর M ও পৃথিবীর উপাদানের গড় ঘনত্ব নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$M = \frac{gR^2}{G}$$
$$= \frac{9{\cdot}8 \times (6{\cdot}4 \times 10^6)^2}{6{\cdot}67 \times 10^{-11}}$$
$$= 6{\cdot}02 \times 10^{24}\ kg$$

আবার আমরা জানি,

এখানে,
পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6{\cdot}4 \times 10^3$ km
$= 6{\cdot}4 \times 10^6$ m
মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6{\cdot}67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
পৃথিবীর ভর, $M = ?$
পৃথিবীর গড় ঘনত্ব, $\rho = ?$

$$\rho = \frac{3g}{4\pi GR} = \frac{3 \times 9{\cdot}8}{4 \times 3{\cdot}14 \times 6{\cdot}67 \times 10^{-11} \times 6{\cdot}4 \times 10^6}$$
$$= 5{\cdot}49 \times 10^3\ kg\ m^{-3}$$

**(২) অক্ষাংশ ক্রিয়া বা আকৃতি ক্রিয়া (Latitude effect or effect of shape) :**

পৃথিবী সম্পূর্ণ গোলাকার নয়; উত্তর-দক্ষিণ কিছুটা চাপা এবং নিরক্ষীয় অঞ্চলে কিছুটা স্ফীত, অর্থাৎ পৃথিবী আকৃতিতে হ্রস্বাক্ষ উপগোলক (oblate spheriod) [চিত্র ৬·১০]। পৃথিবীর মেরু-ব্যাসার্ধের (polar radius) চেয়ে নিরক্ষীয়-ব্যাসার্ধ (equatorial radius) প্রায় 22 km বেশি। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক বলে মেরু অঞ্চলে $g$-এর মান সর্বোচ্চ এবং নিরক্ষীয় অঞ্চলে সর্বনিম্ন হয়। অন্য যেকোনো স্থানে $g$-এর মান এই দুটি প্রান্তিক মানের মধ্যে থাকে।

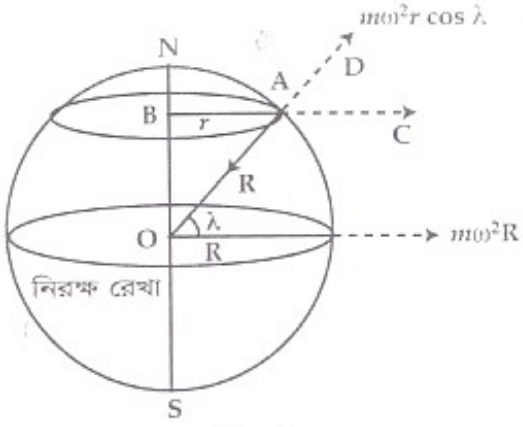


চিত্র ৬·১০

**(৩) পৃথিবীর ঘূর্ণন ক্রিয়া বা পৃথিবীর আহ্নিক গতি ক্রিয়া (Rotational effect of the earth or effect of diurnal rotation of the earth) :**

পৃথিবী নিজ অক্ষের চারদিকে ঘুরছে বলে একমাত্র দুটি মেরুতে অবস্থিত বস্তু ছাড়া ভূ-পৃষ্ঠের অন্য সব বস্তুই বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। বৃত্তাকার পথগুলির কেন্দ্র পৃথিবীর অক্ষের উপর থাকে। এ কারণে বস্তুগুলির উপর অপকেন্দ্র বল

ক্রিয়া করে। এই বলের মান নিরক্ষরেখায় অবস্থিত বস্তুর ক্ষেত্রে সর্বোচ্চ এবং দুটি মেরুর ক্ষেত্রে শূন্য হয়। এই বল অভিকর্ষের বিপরীত অভিমুখে ক্রিয়া করায় বস্তুর ওজনের আপাত হ্রাস হয়।



চিত্র ৬·১১

মনে করি $m$ ভরের কোনো বস্তু ভূ-পৃষ্ঠে $\lambda$ অক্ষাংশে A বিন্দুতে আছে [চিত্র ৬·১১]। পৃথিবী কৌণিক বেগে নিজ অক্ষ NS-এর চারদিকে ঘুরছে বলে ঐ বস্তু $\omega$ কৌণিক বেগে $AB = r$ ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে ঘোরে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হলে $r = R\cos\lambda$। এই ঘূর্ণনের জন্য বস্তুর উপর AC অভিমুখে অপকেন্দ্র বল $m\omega^2 r$ ক্রিয়া করে। অভিকর্ষের জন্য বস্তুর উপর $F = mg$ বল পৃথিবীর কেন্দ্র অর্থাৎ AO অভিমুখে ক্রিয়া করে। বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল অপকেন্দ্র বল D অভিমুখে অর্থাৎ অভিকর্ষের বিপরীত দিকে ক্রিয়া করে। এর উপাংশ হলো $m\omega^2 r\cos\lambda$। অতএব, A বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুর আপাত ওজন হবে

$$mg - m\omega^2 r\cos\lambda = mg - m\omega^2 R\cos^2\lambda$$

A বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $g'$ হলে বস্তুটির আপাত ওজন হয় $mg'$.

অতএব $g' = g\left(1 - \dfrac{\omega^2 R\cos^2\lambda}{g}\right)$ ... ... ... (৬.২০)

নিরক্ষরেখায় $\lambda = 0°$ ; কাজেই $\cos\lambda = 1$

$$\therefore \quad g' = g\left(1 - \frac{\omega^2 R}{g}\right) = g - \omega^2 R \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (৬.২১)$$

আবার, মেরু বিন্দুতে $\lambda = 90°$; কাজেই $\cos\lambda = 0$ ; $\therefore \quad g' = g$

সুতরাং পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণনের দরুন $g$-এর মান পরিবর্তিত হয়। নিরক্ষরেখায় $g$-এর মান সর্বনিম্ন এবং দুটি মেরুতে সর্বোচ্চ হয়। অন্যান্য স্থানে $g$-এর মান এই দুটি প্রান্তিক মানের মধ্যে থাকে। সুতরাং পৃথিবীর আকৃতি ও আহ্নিক গতির দরুন $g$-এর মানের একই ধরনের পরিবর্তন হয়।

উপরের আলোচনা এবং পরীক্ষালব্ধ ফলাফল হতে $g$-এর মান সম্পর্কে আমরা নিম্নলিখিত সিদ্ধান্ত নিতে পারি।

(১) পৃথিবীর পৃষ্ঠ হতে উপর দিকে উঠলে এর মান কমে।

(২) পৃথিবীর অভ্যন্তরে নামলে এর মান কমে।

(৩) বিষুব অঞ্চল হতে মেরু অঞ্চলে অগ্রসর হলে এর মান বাড়ে।

(৪) ঘূর্ণনজনিত কারণে মেরু অঞ্চলে এর মান অল্প কমে, কিন্তু বিষুবীয় অঞ্চলে বেশি কমে।

(৫) মেরুতে $g$ এর মান = 9·832 $ms^{-2}$ ; বিষুব অঞ্চলে $g$ এর মান = 9·780 $ms^{-2}$।

ঢাকায় $g$ এর মান = 9·7835 $ms^{-2}$ ; রাজশাহীতে $g$ এর = 9·790 $ms^{-2}$।

(৬) ভূ-পৃষ্ঠে $g$ এর মান বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন বলে সমুদ্র পৃষ্ঠে এবং 45° অক্ষাংশে $g$-এর মানকে আদর্শ ধরা হয়। $g$ এর আদর্শ বা ব্যবহারিক মান = 9·81 $ms^{-2}$।

(৭) $g$ এর মান জেনে পৃথিবীর গড় ঘনত্ব সম্বন্ধে ধারণা লাভ করা যায়।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। ভূ-পৃষ্ঠের 2 km ঊর্ধ্বে অভিকর্ষজ ত্বরণ কত হবে ? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km, ভূ-পৃষ্ঠে $g$-এর মান $9{\cdot}8\ ms^{-2}$)।**

আমরা জানি,

R-এর তুলনায় $h$ অত্যন্ত ক্ষুদ্র বলে,

আমরা পাই,

$$g' = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right) = 9{\cdot}8\left(1 - \frac{2 \times 0{\cdot}02 \times 10^5}{64 \times 10^5}\right)$$

$$= 9{\cdot}8\left(1 - \frac{0{\cdot}04}{64}\right) = 9{\cdot}8\left(\frac{64 - 0{\cdot}04}{64}\right)$$

$$= 9{\cdot}8 \times \frac{63{\cdot}96}{64} = 9{\cdot}7938\ ms^{-2}$$

এখানে,

ব্যাসার্ধ, $R = 6400\ km = 64 \times 10^5\ m$

উচ্চতা, $h = 2\ km = 0{\cdot}02 \times 10^5\ m$

এখানে, $g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$

$g' = ?$

**২। পৃথিবীকে 6400 km ব্যাসার্ধের একটি গোলক ধরলে ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণের মানের $\frac{1}{64}$ অংশ হবে ?** [ চ. বো. ২০১০; সি. বো. ২০০৬ ]

আমরা জানি,

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$$

$h$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{GM}{(R + h)^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (ii)$

সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

$$\frac{g'}{g} = \frac{GM}{(R + h)^2} \times \frac{R^2}{GM} = \left(\frac{R}{R + h}\right)^2$$

বা, $\frac{g/64}{g} = \left(\frac{R}{R + h}\right)^2$ বা, $\frac{1}{64} = \left(\frac{R}{R + h}\right)^2$

বা, $\left(\frac{R + h}{R}\right)^2 = 64 = 8^2$ বা, $\frac{R + h}{R} = 8$

$\therefore \quad 1 + \frac{h}{R} = 8$

$\frac{h}{R} = 8 - 1 = 7$

$\therefore \quad h = 7R = 7 \times 6{\cdot}4 \times 10^6$

$= 44{\cdot}8 \times 10^6 m = 4{\cdot}48 \times 10^4\ km$

এখানে,

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6400\ km$

$= 6400 \times 10^3\ m$

$= 6{\cdot}4 \times 10^6\ m$

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $= g$

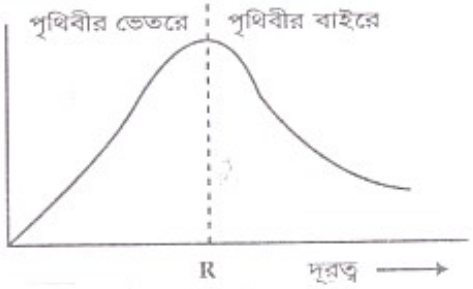
$h$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ, $g' = \frac{g}{64}$

পৃথিবীর ভর $= M$

উচ্চতা, $h = ?$

**কাজ : পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান এবং দূরত্বের লেখচিত্রটি কীরূপ হবে ?**

পৃথিবীর বাইরে অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। অভিকর্ষজ ত্বরণ পৃথিবী আর পৃথিবীর ভেতরে কেন্দ্র থেকে দূরত্বের সমানুপাতিক। পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য। লেখচিত্রে দেখানো হলো।




চিত্র ৬·১২

**হিসাব কর : ভূপৃষ্ঠ থেকে কত উঁচুতে গেলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের শতকরা একাশি ভাগ হবে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6{\cdot}4 \times 10^6$ m.**

ভূ-পৃষ্ঠে $g = \frac{GM}{R^2}$ এবং ভূ-পৃষ্ঠ থেকে $h$ উচ্চতায়, $g' = \frac{GM}{(r+h)^2}$

$\therefore \frac{g'}{g} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$

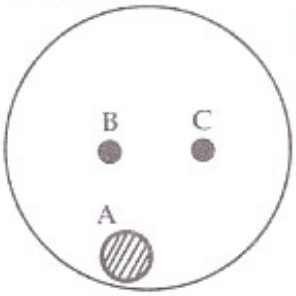
বা, $\frac{81}{100} = \left(\frac{R}{R+h}\right)^2$ এই সমীকরণ থেকে $h$ নির্ণয় কর।

## মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র ও মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য
## Gravitational field and Gravitational field Intensity

### মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র
### Gravitational Field

দুটি বস্তুর মধ্যে মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল বস্তু দুটির সংস্পর্শ ছাড়াই ক্রিয়া করে। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের ধারণা থেকে এই বলের প্রকৃতি খুব ভালোভাবে বোঝা যায়। এই ধারণা অনুযায়ী একটি বস্তুর চারদিকের অঞ্চল ঐ বস্তুর উপস্থিতির জন্য বিশেষ ধর্ম লাভ করে। এই ধর্মের দরুন ঐ অঞ্চলে অন্য কোনো বস্তু আনলে তার উপর মহাকর্ষীয় বল ক্রিয়া করে। যেকোনো অঞ্চলে এই শর্ত পূরণ হলে বোঝা যায় যে, ঐ অঞ্চলে একটি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র আছে। অতএব মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র মহাকর্ষীয় বল সঞ্চালন প্রক্রিয়ায় মধ্যস্থতার ভূমিকা পালন করে।

**কোনো বস্তুর চারপাশে যে অঞ্চলব্যাপী এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে, অর্থাৎ অন্য কোনো বস্তু রাখা হলে সেটি আকর্ষণ বল লাভ করে, তাকে বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে।**



চিত্র ৬·১৩

চিত্র ৬·১৩ এ একটি বক্ররেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের মধ্যে A বিন্দুতে একটি বড় ভরের বস্তু আছে। এর কারণে বক্ররেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রব্যাপী একটি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র সৃষ্টি হয়েছে। এখন B অথবা C বিন্দুতে যেকোনো ভরের বস্তু রাখলে তার উপর মহাকর্ষীয় বল ক্রিয়াশীল হবে। B ও C বিন্দুর দূরত্ব যত বেশি হবে বলের মান তত কমতে থাকবে। প্রকৃতপক্ষে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত।

কোনো বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে সর্বত্র এর প্রভাব সমান থাকে না। বিভিন্ন বিন্দুতে এর প্রভাব বিভিন্ন হয়। এই প্রভাব পরিমাপ করা হয় মহাকর্ষ ক্ষেত্র প্রাবল্য বা তীব্রতা দ্বারা। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে একক ভরের বস্তু রেখে ঐ বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল বল দ্বারা মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র পরিমাপ করা হয়।

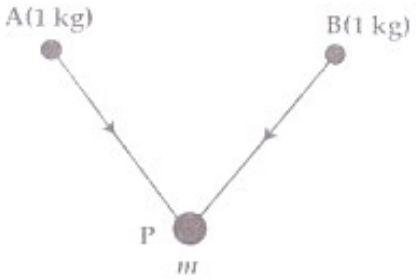
### মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য
### Gravitational Field Intensity

**মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের যেকোনো বিন্দুতে একটি একক ভরের বস্তু স্থাপন করলে ঐ ভরের উপর যে বল ক্রিয়া করে, তাকে ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের তীব্রতা বলে। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে $m$ ভরের বস্তুর উপর F বল ক্রিয়া করলে ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য হবে**

$$E = \frac{F}{m} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (6.2)$$

এই সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, $m$-এর মান বৃদ্ধি পেলে E হ্রাস পায়। প্রাবল্য একটি ভেক্টর রাশি। এর মান ও দিক আছে। কোনো বিন্দুতে একাধিক প্রাবল্য ক্রিয়াশীল হলে ভেক্টর যোগের পদ্ধতি অনুযায়ী ঐ বিন্দুতে লব্ধি প্রাবল্য গণনা করা যায়। প্রাবল্যের অভিমুখই মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের অভিমুখ নির্দেশ করে। অনেক সময় মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য বোঝাতে শুধু মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র লেখা হয়। এস. আই. পদ্ধতিতে প্রাবল্যের একক $Nkg^{-1}$।

এখন প্রাবল্যের দিক কোন দিকে হবে তা বোঝার জন্য মনে করি P বিন্দুতে $m$ ভরের একটি বস্তু রাখা আছে [চিত্র ৬·১৪]। ঐ বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের মধ্যে A বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য নির্ণয় করতে হলে ঐ বিন্দুতে একটি একক ভরের বস্তু আছে বলে বিবেচনা করা হয়। এখন A বিন্দুতে স্থাপিত একক ভরের বস্তুটি PA বরাবর আকর্ষণ বল লাভ করবে। সুতরাং A বিন্দুতে প্রাবল্যের দিক হবে AP বরাবর। অনুরূপভাবে B বিন্দুতেও প্রাবল্যের দিক হবে BP বরাবর। সুতরাং সমীকরণ (6.18) অনুযায়ী প্রাবল্যকে ভেক্টররূপে প্রকাশ করলে, $\vec{E_G} = \frac{\vec{F}}{m}$ হয়।



চিত্র ৬·১৪

এবং সেক্ষেত্রে বল, $\vec{F} = \vec{E_G} \times m$

এখান আমরা দেখব মহাকর্ষ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুর প্রাবল্য 4 $Nkg^{-1}$ কথাটির অর্থ কী ? এর উত্তরে বলা যায় যে মহাকর্ষ ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে 1 kg ভরের একটি বস্তু রাখলে তার উপর প্রযুক্ত আকর্ষণ বল হবে 4 N অথবা মহাকর্ষের কোনো বিন্দুতে 4 kg ভরের একটি বস্তু রাখলে তার উপর প্রযুক্ত আকর্ষণ বল হবে 1 N।

## বিন্দু ভরের জন্য প্রাবল্য
**Gravitational Intensity due to a point mass**

M ভরের একটি বিন্দু ভরের জন্য $r$ দূরত্বে B বিন্দুতে প্রাবল্য নির্ণয় করতে হলে B বিন্দুতে একক ভরের একটি বস্তু বিবেচনা করি [চিত্র ৬·১৫]। তাহলে M এবং 1 kg ভরের মধ্যকার আকর্ষণ বলই হবে ঐ বিন্দুতে প্রাবল্য।



চিত্র ৬·১৫

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রানুযায়ী

প্রাবল্য, $E = \frac{GM \times 1}{r^2}$ $\therefore$ $E = \frac{GM}{r^2}$ ... ... ... (6.23)

এর দিক BA বরাবর।

**বিশেষ ক্ষেত্র :** (i) সুষম গোলাকার খোলকের বা গোলকের ভেতরে অবস্থিত সকল বিন্দুতে প্রাবল্য শূন্য হয়।

(ii) কোনো সুষম নিরেট গোলক বা সুষম গোলাকার গোলকের ক্ষেত্রে সমস্ত ভর এদের নিজ নিজ কেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত আছে ধরে নিয়ে ঐ গোলক বা গোলকের বাইরে অবস্থিত বিন্দুতে প্রাবল্য নির্ণয় করা হয়।

## মহাকর্ষীয় বিভব
**Gravitational Potential**

কোনো বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব হবে অসীম থেকে একক ভরের কোনো বস্তুকে ঐ বিন্দুতে আনতে মহাকর্ষীয় বল দ্বারা সম্পন্ন কাজের পরিমাণ।

**অর্থাৎ অসীম দূর হতে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে।** একে সাধারণত V দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

উল্লেখ্য, দুটি বস্তুর মধ্যে আকর্ষণ বলই কাজ করে থাকে। বাইরের কোনো বল বা শক্তির প্রয়োজন হয় না। সুতরাং মহাকর্ষীয় বিভবকে ঋণ রাশি দ্বারা প্রকাশ করা হয় অর্থাৎ মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে বিভব ঋণাত্মক। এটা একটি **স্কেলার রাশি।**

এম. কে. এস. বা এস. আই. পদ্ধতিতে এর একক জুল/কিলোগ্রাম ($Jkg^{-1}$)।

**বিভব পার্থক্য (Potential difference) :** একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের এক বিন্দু হতে অন্য বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ বিন্দুর মধ্যে মহাকর্ষীয় বিভব পার্থক্য বলে।

আকর্ষণ বলের অভিমুখে সরণ হলে বিভব পার্থক্য ঋণাত্মক এবং আকর্ষণ বলের বিরুদ্ধে সরণ হলে বিভব পার্থক্য ধনাত্মক হবে।

## বিন্দু ভরের দরুন মহাকর্ষীয় বিভব
## Gravitational potential due to a point mass

আমরা জানি, অসীম দূরত্ব হতে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে উক্ত বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে। এখন বিন্দু ভরের দরুন মহাকর্ষীয় বিভবের সাধারণ সমীকরণ বের করা যাক।




চিত্র ৬·১৬

মনে করি, O বিন্দুতে M ভরের একটি বিন্দু ভর বস্তু অবস্থিত [চিত্র ৬·১৬]। O হতে $r$ দূরে P একটি বিন্দু। P বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব বের করতে হবে।

P বিন্দুতে একক ভরের উপর O বিন্দু অভিমুখী প্রযুক্ত বল অর্থাৎ মহাকর্ষীয় প্রাবল্য $= \frac{GM}{r^2}$। এখন একক ভরকে সামান্য দূরত্ব $dr$ নিয়ে যেতে কাজের পরিমাণ অর্থাৎ বিভব,

$$dV = \text{বল} \times \text{সরণ} = \text{প্রাবল্য} \times \text{সরণ} = \frac{GM}{r^2} dr$$

$\therefore$ একক ভরকে অসীম দূরত্ব হতে P বিন্দুতে আনতে কাজের পরিমাণ অর্থাৎ P বিন্দুতে বিভব

$$V = \int dV = \int_{r=\infty}^{r=r} \frac{GM}{r^2} \times dr$$

বা, $$V = GM \int_{r=\infty}^{r=r} \frac{1}{r^2} dr \quad \text{বা,} \quad V = GM \left[ -\frac{1}{r} \right]_{\infty}^{r}$$

বা, $$\boxed{V = -\frac{GM}{r}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.24)$$

এখানে ঋণচিহ্ন এই অর্থ প্রকাশ করে যে, বাহ্যিক কোনো বল বা শক্তি দ্বারা কাজ সম্পন্ন হয়নি, মহাকর্ষীয় বলই কাজ সম্পন্ন করেছে।

**বিশেষ ক্ষেত্র :**

(i) কোনো সুষম নিরেট গোলক বা সুষম গোলকের ক্ষেত্রে সমস্ত ভর এদের নিজ নিজ কেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত আছে ধরে নিয়ে ঐ গোলক বা গোলকের বাইরে অবস্থিত বিন্দুতে বিভব নির্ণয় করা যায়।

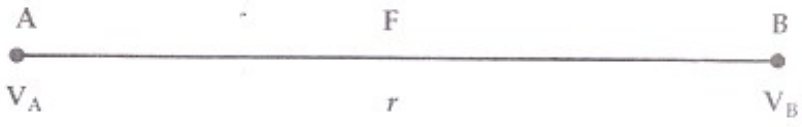
(ii) সুষম গোলকের ভেতরে অবস্থিত সকল বিন্দুতে বিভব স্থির থাকে। এই বিভব গোলকের পৃষ্ঠের বিভবের সমান হয়। গোলকের ভর M এবং ব্যাসার্ধ $a$ হলে ভেতরে অবস্থিত যে কোনো বিন্দুর বিভব, $V = \frac{-GM}{a}$।

**বিভব পার্থক্য (Potential difference) :** কোনো মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের দুটি বিন্দুর বিভব পার্থক্য বলতে বুঝায়— একটি একক ভরের বস্তুকে এক বিন্দু থেকে অন্য বিন্দুতে নিতে কোনো বাহ্যিক বল দ্বারা সম্পাদিত কাজের পরিমাণ। যেমন $m$ ভরকে A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে নিতে যদি $W_{AB}$ কাজ করতে হয় তাহলে ঐ দুই বিন্দুর বিভব পার্থক্য হবে, $V_B - V_A = V = \frac{W_{AB}}{m}$

বিভব পার্থক্য এবং বিভবের একক অভিন্ন।

## প্রাবল্য ও বিভব পার্থক্যের মধ্যে সম্পর্ক
**Relation between intensity and potential**

মহাকর্ষীয় প্রাবল্য এবং মহাকর্ষীয় বিভবের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে গিয়ে ধরি, A ও B মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে অবস্থিত কাছাকাছি দুটি বিন্দু [চিত্র ৬·১৭]। মনে করি এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব $r$। A বিন্দুর বিভব = $V_A$ এবং B বিন্দুর বিভব = $V_B$। যেহেতু A ও B বিন্দু দুটি মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কাছাকাছি অবস্থিত, সেহেতু বিন্দু দুটির মহাকর্ষীয় প্রাবল্য সমান ধরে নেয়া হয়। মনে করি এই প্রাবল্য = F




চিত্র ৬·১৭

এখন, একক ভরের কোনো বস্তুকে B বিন্দু হতে A বিন্দুতে আনতে কাজের পরিমাণ = প্রাবল্য × দূরত্ব

$= F \times AB = F \times r$ [ ∵ F = E একক ভরের জন্য ]

এটাই হলো A বিন্দু এবং B বিন্দুর বিভব পার্থক্য অর্থাৎ $(V_A - V_B)$

$\therefore \quad F \times AB = V_A - V_B$

বা, $F = \dfrac{V_A - V_B}{AB} = \dfrac{V_A - V_B}{r}$ ... ... ... (6.25)

অর্থাৎ, **দূরত্ব সাপেক্ষে বিভবের পরিবর্তনের হারকে প্রাবল্য বলে**। ক্ষেত্রের অভিমুখে সরণ $AB = dr$ হলে এবং A বিন্দুর বিভব $V_A$ ও B বিন্দুর বিভব $V_B$ হলে, $V_A - V_B = -dV$

$\therefore \quad \boxed{F = -\dfrac{dV}{dr}}$ ... ... ... (6.26)

**এটাই প্রাবল্য এবং বিভবের মধ্যে সম্পর্ক।**

**ব্যাখ্যা কর :** তোমার জানা অন্যান্য বিভবের সাথে মহাকর্ষীয় বিভব-এর তফাৎ কোথায় ?

মহাকর্ষ সর্বদা আকর্ষণধর্মী বলে মহাকর্ষীয় বিভব সর্বদা ঋণাত্মক। কিন্তু তড়িৎ এবং চৌম্বক বল আকর্ষণ ও বিকর্ষণ উভধর্মী হওয়ায় বিভব ঋণাত্মক বা ধনাত্মক দুইই হতে পারে। আবার মহাকর্ষীয় বিভব মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে না। কিন্তু অন্য বিভবগুলি মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। প্রমাণ কর যে,**

**(ক) অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের সংখ্যাগত মান সমান।**

**(খ) একটি ভারী বস্তু হতে অসীম দূরত্বে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্য উভয়ের মান শূন্য।**

(ক) মনে করি M = পৃথিবীর ভর এবং R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। অতএব পৃথিবী পৃষ্ঠে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = \dfrac{GM}{R^2}$ ... ... (i) এখানে G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক।

উক্ত বিন্দুতে মহাকর্ষীয় প্রাবল্য, $E = \dfrac{GM}{R^2}$ ... ... ... (ii)

সমীকরণ (i) এবং (ii) হতে পাই, $g = E$ ... ... (iii) (প্রমাণিত)

(খ) মনে করি ভারী বস্তুটির ভর = M

বস্তু হতে $r$ দূরে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব $V = -\frac{GM}{r}$ ... ... (i)

যদি বিন্দুটি অসীম দূরত্বে অবস্থিত হয়, তবে $r = \infty$

∴ সমীকরণ (i) হতে পাই, $V = -\frac{GM}{\infty} = -0 = 0$ (শূন্য) ... ... (ii)

পুনঃ, মহাকর্ষীয় প্রাবল্য

$$E = \frac{GM}{r^2} = \frac{GM}{(\infty)^2} = 0 \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(iii)}$$

∴ সমীকরণ (ii) এবং (iii) হতে আমরা পাই, $V = E = 0$ (প্রমাণিত)

**২। পৃথিবীকে $5{\cdot}5 \times 10^3$ kg m$^{-3}$ গড় ঘনত্বের তৈরি $64 \times 10^5$ m ব্যাসার্ধের একটি গোলক হিসেবে ধরে এর পৃষ্ঠে বিভব নির্ণয় কর।**

আমরা জানি, $V = \frac{-GM}{R}$

পৃথিবীর ভর, $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$

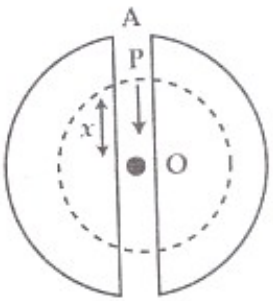
এখানে,
ব্যাসার্ধ, $R = 64 \times 10^5$ m $= 6{\cdot}4 \times 10^6$ m
ঘনত্ব, $\rho = 5{\cdot}5 \times 10^3$ kg m$^{-3}$
মহাকর্ষ ধ্রুবক, $G = 6{\cdot}67 \times 10^{-11}$ Nm$^2$ kg$^{-2}$

$$\therefore \quad V = -G\frac{4}{3}\frac{\pi R^3 \rho}{R} = -\frac{4}{3}\pi G R^2 \rho$$

$$= -\frac{4}{3} \times 3{\cdot}14 \times 6{\cdot}67 \times 10^{-11} \times (6{\cdot}4 \times 10^6)^2 \times 5{\cdot}5 \times 10^3 \text{ Nm kg}^{-1}$$

$$= -6{\cdot}291 \times 10^7 \text{ Nm kg}^{-1} = -6{\cdot}291 \times 10^7 \text{ Jkg}^{-1}$$

**সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড :** পৃথিবীর ব্যাস বরাবর এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্ত পর্যন্ত একটি সুড়ঙ্গ পথে একটি বস্তুকণা ছেড়ে দিলে তা কী অপর প্রান্তে পৌঁছাবে ? এর গতির প্রকৃতি কী হবে ?



চিত্র ৬·১৮

পৃথিবীকে $\rho$ ঘনত্বের সমসত্ত্ব গোলক ধরলে পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে $x$ দূরত্বে $m$ ভরের বস্তুর উপর প্রযুক্ত মহাকর্ষীয় বল, $F = \frac{4}{3}\pi G\rho m x$

অর্থাৎ $F \propto x \left[ \because \frac{4}{3}\pi G\rho m = \text{ধ্রুবক} \right]$

আবার এই বল সর্বদা কেন্দ্রমুখী। সুতরাং বস্তুটি পৃথিবীর কেন্দ্রকে মধ্য অবস্থান রেখে পৃথিবীর এক প্রান্ত থেকে অপর প্রান্ত পর্যন্ত সরল দোলগতিতে দুলতে থাকবে।

**ক্রিয়াকর্ম :** একক ভরের কোনো বস্তুকে অসীম দূরত্ব থেকে কোনো বিন্দুতে আনতে কৃত কাজ ঋণাত্মক হয় কেন ? রকেট ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপরের দিকে উঠতে থাকলে, রকেটের অবস্থান অনুসারে পৃথিবীর জন্য বিভবের মান বাড়তে থাকে না কমতে থাকে ? পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ঐ বিন্দুর অবস্থানের উপর নির্ভর করে কী ? ব্যাখ্যা কর।

**১ম অংশ :** এক্ষেত্রে যে কাজ সম্পাদিত হয় তা বস্তুটির উপর আকর্ষণ বলই করে থাকে ও বাইরের কোনো শক্তি করে না। তাই কৃত কাজ ঋণাত্মক হয়।

**২য় অংশ :** রকেট যত উপরে উঠবে, বিভবের মান তত বাড়বে। কারণ এই বিভব $V = -\frac{GM}{r}$। অর্থাৎ $r$ বাড়লে V-এর মান বাড়তে থাকবে। $r$ অসীম হলে V-এর মান সর্বোচ্চ বা শূন্য হবে।

৩য় অংশ : পৃথিবীকে একটি নিরেট গোলক ধরে এর অভ্যন্তরে কেন্দ্র হতে $r$ দূরত্বে কোনো বিন্দুতে বিভব $V = -GM \times \frac{3R^2 - r^2}{2R^3}$, যেখানে M এবং R যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ। তাই $r$-এর মান পরিবর্তনে বিভবের মান পরিবর্তিত হবে।

## ৬·৮ মহাকর্ষ সূত্রের প্রয়োগ
## Uses of Gravitation Law

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র কেবলমাত্র দুটি কণার মধ্যে আকর্ষণ বল নির্ণয় করতে সক্ষম। কিন্তু বাস্তবে প্রত্যেক বস্তুরই নির্দিষ্ট আকার থাকে। যখন দুটি বিস্তৃত বস্তুর দূরত্ব এদের আকারের তুলনায় অনেক বেশি হয়, কেবলমাত্র তখনই আমরা বস্তু দুটির আকার উপেক্ষা করে এদেরকে কণা বলে ধরে নিতে পারি। এক্ষেত্রে বস্তু দুটির ভর ওদের নিজ নিজ ভরকেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত আছে বলে ধরে নিয়ে নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করে আকর্ষণ বল নির্ণয় করা যায়। আকার উপেক্ষা করতে না পারলে বিস্তৃত বস্তুর ক্ষেত্র মহাকর্ষীয় আকর্ষণ বল সহজে গণনা করা যায় না।

বিভিন্ন জায়গায় বস্তুর ভর অপরিবর্তিত থাকলেও অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পরিবর্তিত হয়। ফলে বস্তুর ওজন বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন হয়। অভিকর্ষ বলের প্রভাবে এবং অবস্থানের তারতম্যের কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণসহ গোলকের ভিতরে ও বাইরে মহাকর্ষ বিভব ও প্রাবল্যের মানের তারতম্য ঘটে।

কোনো সুষম নিরেট গোলক বা সুষম গোল খোলকের সমস্ত ভর এদের নিজ নিজ কেন্দ্রে কেন্দ্রীভূত আছে ধরে নিয়ে ঐ গোলক বা গোলকে অবস্থিত কণার উপর মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে আকর্ষণ বল নির্ণয় করা যায়।

সুষম গোলাকার খোলকের ভেতর অবস্থিত কণার উপর কোনো আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে না। কোনো নিরেট গোলকের জন্য অন্য কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করতে গেলে অর্থাৎ বিভব ও প্রাবল্যসহ মহাকর্ষ বল নির্ণয় করতে গেলে তিনটি ঘটনা ঘটতে পারে।

(I) বিন্দু গোলকের অভ্যন্তরে অবস্থিত হতে পারে।

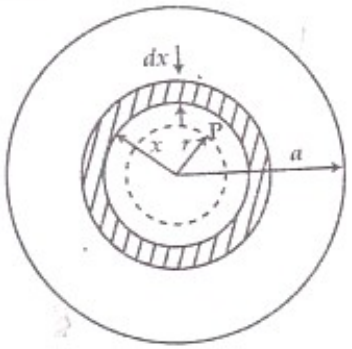
(II) বিন্দু গোলকের উপরে অবস্থিত হতে পারে।

(III) বিন্দু গোলকের বাইরে অবস্থিত হতে পারে।

### ক. নিরেট গোলকের অভ্যন্তরে মহাকর্ষীয় সূত্রের ব্যবহার (বিভব ও প্রাবল্য নির্ণয়)
### Uses of Gravitational law inside a solid sphere (Determination of potential and intensity)

**যখন বিন্দুটি গোলকের ভেতর অবস্থিত :**

মনে করি P বিন্দুটি গোলকের উপাদানের ভেতর কেন্দ্র হতে $r$ দূরে অবস্থিত। O-কে কেন্দ্র করে $r$ ব্যাসার্ধের একটি গোলক আঁকা হলো। বলা যায়, সমগ্র গোলকটি দুটি গোলকের যোগফল— একটি হলো $r$ ব্যাসার্ধের নিরেট গোলক এবং অপরটি $(a - r)$ বেধের ফাঁপা গোলক [চিত্র ৬.১৯]। নিরেট গোলকের দরুন P বিন্দুতে মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করে পাই,



চিত্র ৬·১৯

$$\text{বিভব } (V_p)_1 = -\frac{GM}{r} = \frac{-G\frac{4}{3}\pi r^3\rho}{r} = -\frac{4}{3}\pi\rho G r^2$$

এখানে M = গোলকের ভর $= \frac{4}{3}\pi r^3\rho$.

$\rho$ = উপাদানের ঘনত্ব।

আবার $(a - r)$ বেধের ফাঁপা গোলকটিকে $x$ ব্যাসার্ধের এবং $dx$ বেধের অনেকগুলি পাতলা খোলকের সমষ্টি ভাবা যেতে পারে। এরকম একটি খোলকের দরুন খোলকের ভেতরের বিন্দু P তে বিভব

$$(dV_p)_2 = -\frac{G\,4\pi x^2\,dx\rho}{x} = -4\pi G\,\rho x dx$$

$(a - r)$ বেধের সমগ্র গোলকের দরুন বিভব,

$$(V_p)_2 = -4\pi G\rho\int_r^a x dx = -2\pi G\rho(a^2 - r^2)$$

তাহলে সমগ্র নিরেট গোলকের দরুন P বিন্দুর বিভব,

$$(V_p)_i = (V_p)_1 + (V_p)_2$$

$$= -\frac{4}{3}\pi G\rho r^2 - 2\pi G\rho(a^2 - r^2) = -2\pi G\rho\left(\frac{2}{3}r^2 + a^2 - r^2\right)$$

$$= -2a G\rho\left(a^2 - \frac{r^2}{3}\right) = -2\pi G\,\frac{M}{\frac{4}{3}\pi a^3}\left(a^2 - \frac{r^2}{3}\right) \quad \left(\because \rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi a^3}\right)$$

$$\therefore\ (V_p)_i = \frac{-3GM}{2a^3}\left(a^2 - \frac{r^2}{3}\right) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.27)$$

এবং ক্ষেত্র প্রাবল্য $(E_p)_i = \frac{d}{dr}(V_p) = \frac{d}{dr}(V_p)_i = \frac{3GM}{2a^3} \times \frac{2r}{3}$

$$\therefore\quad (E_p)_i = \frac{GM}{a^3}r \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.28)$$

**খ. নিরেট গোলকের বাইরে কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার** (বিভব ও প্রাবল্য নির্ণয়)

**Use of gravitational law outside the sphere (Determination of potential and intensity)**

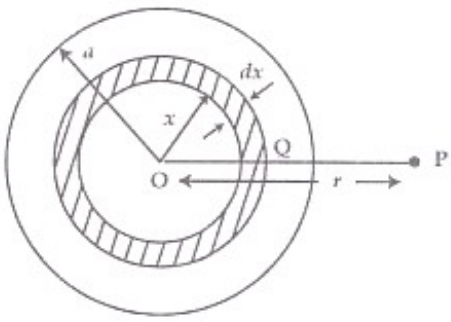
**যখন বিন্দুটি গোলকের বাইরে অবস্থিত**

৬·২০ চিত্রানুযায়ী $a$ ব্যাসার্ধ এবং M ভরের নিরেট গোলকের কেন্দ্র O হতে $r$ দূরে গোলকের বাইরে P বিন্দু অবস্থিত। সমগ্র গোলকটিকে $x$ ব্যাসার্ধের এবং $dx$ বেধের অনেকগুলো সমকেন্দ্রিক পাতলা খোলকের সমষ্টি ভাবা যেতে পারে।

গোলকটির ভর $dm = 4\pi x^2\,dx\rho$, এখানে $\rho$ = উপাদানের ঘনত্ব। $dm$ কে O বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত ভাবা যেতে পারে। সুতরাং P বিন্দুতে এর দরুন বিভব $dV_p = -\frac{Gdm}{r}$

এবং সমগ্র গোলকের দরুন P বিন্দুতে বিভব, $(V_p)_0 = \frac{-G\sum dm}{r} = \frac{-GM}{r}$ ... (6.29)

এবং প্রাবল্য $(E_p)_0 = +\frac{d}{dr}\left(-\frac{GM}{r}\right) = +\frac{GM}{r^2}$ ... (6.29a)



চিত্র ৬·২০

**যখন বিন্দুটি গোলকের পৃষ্ঠের উপর অবস্থিত :** ৬·২০ চিত্রানুযায়ী (6.29) এবং [6.29(a)] সমীকরণে $r = a$ বসিয়ে পাই,

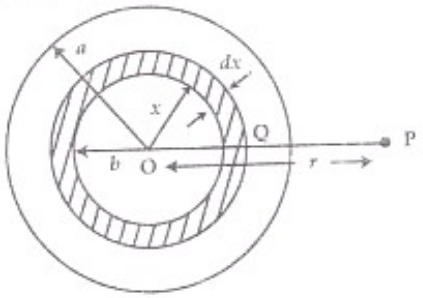
বিভব $\quad V_p = -\frac{GM}{a}$

এবং প্রাবল্য $\quad E_p = \frac{+GM}{a^2}$

### গ. ফাঁপা গোলকের বাইরে মহাকর্ষীয় সূত্রের ব্যবহার (বিভব ও প্রাবল্য নির্ণয়)
**Use of gravitational law outside the hollow sphere (Determination of potential and intensity)**

**যখন বিন্দুটি গোলকের বাইরে অবস্থিত**

৬·২১ নং চিত্রে ফাঁপা গোলকের কেন্দ্র O ভেতরের পিঠের ব্যাসার্ধ $b$ এবং বাইরের পিঠের ব্যাসার্ধ $a$। P হলো বাইরের একটি বিন্দু, যখন $OP = r$। গোলকটিকে অনেকগুলি সমকেন্দ্রিক সরু বেধের খোলকের সমষ্টি ভাবা যেতে পারে। এরকম একটি খোলক নেয়া হলো যার ব্যাসার্ধ $x$ এবং বেধ $dx$. গোলকের উপাদানের ঘনত্ব ρ হলে, সরু বেধের খোলকটির ভর $= 4\pi x^2\, dx\rho$.



চিত্র ৬·২১

উক্ত খোলকের দরুন P বিন্দুতে বিভব $dV_p = -G\dfrac{\text{খোলকের ভর}}{r}$

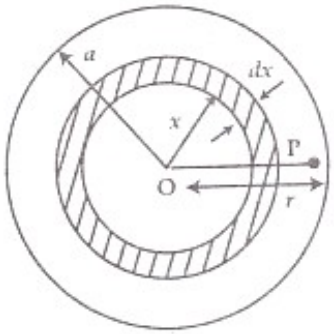
$$= \frac{-G\,4\pi x^2\, dx\rho}{r}$$

$\therefore$ সমগ্র গোলকের বিভব $V_p = -\dfrac{4\pi G\rho}{r}\int_b^a x^2\, dx = \dfrac{-4\pi G\rho}{r} \times \dfrac{(a^3 - b^3)}{3} = \dfrac{-GM}{r}$ ... (6.30)

আবার P বিন্দুতে ক্ষেত্র প্রাবল্য $E_p = \dfrac{d}{dr}\left(\dfrac{-GM}{r}\right) = \dfrac{+GM}{r^2}$ ... ... (6.31)

### ঘ. ফাঁপা গোলকের ভেতরে মহাকর্ষীয় সূত্রের ব্যবহার (বিভব ও প্রাবল্য নির্ণয়)
**Use of gravitational law inside the hollow sphere (Determination of potential and intensity)**

**যখন বিন্দুটি গোলকের ভেতরে অবস্থিত**



চিত্র ৬·২২

গোলকের ভেতর ফাঁপা অংশে P বিন্দু নেয়া হলো [চিত্র ৬·২২]। $OP = r$; $x$ ব্যাসার্ধের এবং $dx$ বেধের একটি পাতলা খোলক নেয়া হলো। খোলকটির ভর $= 4\pi x^2 dx\rho$

উক্ত খোলকের দরুন P বিন্দুতে বিভব $dV_p = -G\dfrac{\text{খোলকের ভর}}{x}$

$= -G\dfrac{4\pi x^2\, dx\rho}{x} = -4\pi G\rho x dx$, কারণ খোলকের ফাঁপা অংশের ভেতর বিভব সর্বত্র সমান এবং যার মান $= -G\dfrac{\text{খোলকের ভর}}{\text{খোলকের ব্যাসার্ধ}}$

তাহলে, সমগ্র গোলকের দরুন বিভব

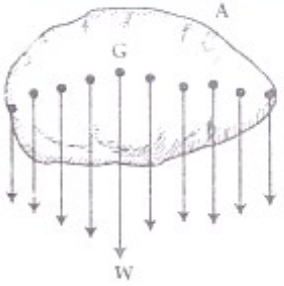
$$V_p = -4\pi G\rho\int_b^a x dx = -2\pi G\rho(a^2 - b^2) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (6.32)$$

এবং প্রাবল্য, $E_p = +\dfrac{dV_p}{dr} = 0.$

## ৬·৯ অভিকর্ষ কেন্দ্র
**Centre of Gravity**

আমরা জানি, কোনো একটি বস্তু পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে যে পরিমাণ বল দ্বারা আকৃষ্ট হয় তাকে বস্তুর ওজন বা ভার বলে। কোনো বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন একটি বিন্দুর মধ্য দিয়ে বস্তুর উপর সর্বদা ক্রিয়া করে। ঐ বিন্দুই হলো অভিকেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র।

**কোনো বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন যে বিশেষ বিন্দুর মধ্যে দিয়ে বস্তুর উপর সর্বদা ক্রিয়া করে ঐ বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র বলে।**

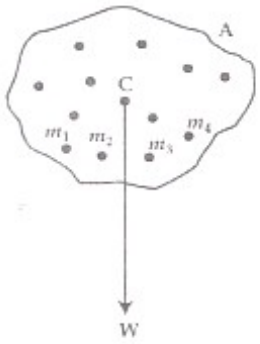


চিত্র ৬·২৩

মনে করি A একটি দৃঢ় বস্তু। তা কতকগুলো বস্তুকণার সমষ্টি। প্রতিটি কণাই অভিকর্ষ বল দ্বারা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকর্ষিত হবে। এই সব বল মিলিত হয়ে একটি লব্ধি বল সৃষ্টি করবে। বস্তুটিকে ঘুরে ফিরে যেভাবেই রাখা হোক না কেন কণাগুলোর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বলের পরিমাণ, অভিমুখ ও ক্রিয়াবিন্দুর এবং সেই সঙ্গে ঐ বলগুলোর লব্ধির পরিমাণ, অভিমুখ ও ক্রিয়াবিন্দুর কোনো পরিবর্তন হবে না। এই লব্ধি বলই বস্তুর ওজন। চিত্র ৬·২৩-এ ওজন বা বল বস্তুর 'G' বিন্দুর মধ্য দিয়ে ক্রিয়া করছে। এই বিন্দুই বস্তুটির অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র।

ভারকেন্দ্র (Centre of mas) : আমরা জানি একটি বস্তু অনেকগুলো বস্তুকণার সমষ্টি। **বস্তুর কণাগুলোর সমস্ত ভরকে একটি মাত্র বিন্দুতে কেন্দ্রীভূত মনে করলে ঐ বিন্দুর মধ্য দিয়েই সমস্ত কণার উপর তাদের ভরের সমানুপাতিক ক্রিয়ারত সমান্তরাল বলসমূহের লব্ধি ক্রিয়া করে বলে বিবেচিত হয়। ঐ বিন্দুকে বস্তুর ভরকেন্দ্র বলে।**

মনে করি A একটি বস্তু। তা অনেকগুলো বস্তুকণার সমষ্টি। ধরি বস্তুকণাগুলোর ভর যথাক্রমে $m_1, m_2, m_3 \ldots\ldots m_n$ ইত্যাদি [চিত্র ৬·২৪। সমস্ত ভরকে C বিন্দুতে সমবেত ধরা হলে ঐ ভরগুলোর উপর ক্রিয়ারত কণার ভরের সমানুপাতিক সমান্তরাল বলের লব্ধি C বিন্দুর মধ্য দিয়েই ক্রিয়া করবে। এই বিন্দুর নামই ভরকেন্দ্র।



চিত্র ৬·২৪

## ৬·১০ মুক্তিবেগ
### Escape Velocity

উপর থেকে কোনো বস্তুকে ছেড়ে দিলে তা নিচের দিকে পড়ে। আবার ওপরের দিকে একটি ঢিল নিক্ষেপ করলে তাও নিচের দিকে পড়ে। পৃথিবীর অভিকর্ষের টানে এই দুটি বস্তু নিচের দিকে পড়ে। কতদূর পর্যন্ত এই অভিকর্ষীয় বল ক্রিয়া করবে বা কতদূর পর্যন্ত এই অভিকর্ষ বলের সীমা বিস্তৃত ? এই প্রশ্ন আমাদের সকলের। পৃথিবীর ব্যাসার্ধের তুলনায় খুব বেশি দূরত্বে পৃথিবীর আকর্ষণ বল নগণ্য হয়; কিন্তু যত ক্ষুদ্রই হোক না কেন পৃথিবীর মহাকর্ষীয় আকর্ষণ প্রকৃতপক্ষে অসীম দূরত্ব পর্যন্ত বিস্তৃত। কোনো বস্তুকে যদি এমন বেগে ঊর্ধ্বে নিক্ষেপ করা হয় যে তা পৃথিবীর অভিকর্ষীয় ক্ষেত্র অতিক্রম করে যায় তবে বস্তুটি আর কখনই পৃথিবীতে ফিরে আসবে না। তখন বস্তুটি অভিকর্ষের সীমা ছাড়িয়ে মহাশূন্যে ধাবিত হবে। ন্যূনতম যে বেগে নিক্ষেপ করলে কোনো বস্তু অভিকর্ষের সীমা ছাড়িয়ে যায় সেই বেগই মুক্তিবেগ।

**সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে ওপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে।**

উৎক্ষিপ্ত বস্তুর ভর এবং উপগ্রহের ভর (পৃথিবী) এর উপর মুক্তিবেগের কোনো প্রভাব আছে কি ? যেহেতু পৃথিবীর তুলনায় উৎক্ষিপ্ত বস্তুটি খুবই ছোট তাই পৃথিবীর ভরের উপর নির্ভর করলেও নিক্ষিপ্ত বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না। স্পষ্টত কোনো উপগ্রহের প্রদক্ষিণ বেগ মুক্তিবেগ অপেক্ষা কম হয়, তা না হলে উপগ্রহটি মহাশূন্যে বিলীন হয়ে যেত।

**মুক্তিবেগের মান নির্ণয় :** মনে কর উৎক্ষিপ্ত কেন্দ্র থেকে বস্তুর দূরত্ব $r$ [চিত্র ৬·২৫] অতএব পৃথিবী

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

অভিকর্ষের ক্রিয়ার বিরুদ্ধে বস্তুটিকে যদি উপ

$$dW = Fdr = \frac{GMm}{r^2} \times dr$$

ভূ-পৃষ্ঠ হতে বস্তুটিকে অসীম দূরত্বে সরাতে ে সমাকলন করে পাওয়া যায়

$$W = \int dW = \int_R^\infty \frac{GMm}{r^2} dr$$

$$\therefore \quad W = GMm\int_R^\infty r^{-2}\,dr = GMm\left[-\frac{1}{r}\right]_R^\infty$$

$$= GMm\left[-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R}\right] = \frac{GMm}{R}$$

$$\therefore \quad W = \frac{GMm}{R} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (6.35)$$

মুক্তিবেগ $v_e$ হলে বস্তুর প্রাথমিক গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv_e^2$। পৃথিবীর মহাকর্ষীয় আকর্ষণের বাইরে চলে যেতে হলে বস্তুর প্রাথমিক গতিশক্তি অন্তত W এর সমান হওয়া দরকার।

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mv_e^2 = \frac{GMm}{R}$$

বা, $$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (6.36)$$

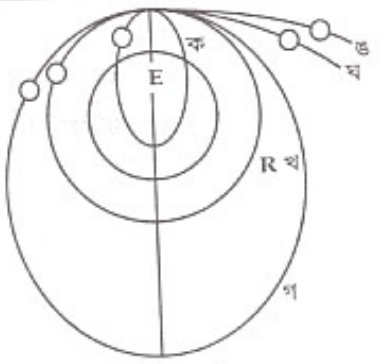
কিন্তু আমরা জানি, $g = \frac{GM}{R^2}$ $\therefore$ $GM = gR^2$

$\therefore$ সমীকরণ (6.36) থেকে, $$v_e = \sqrt{\frac{2gR^2}{R}} = \sqrt{2gR} \quad \cdots \quad \cdots \quad (6.37)$$

সমীকরণ (6.36) এবং (6.37) হলো মুক্তিবেগের রাশিমালা।

**উপরিউক্ত সমীকরণে $m$ না থাকায় আমরা বলতে পারি যে, মুক্তি বেগ বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে না। বস্তু ছোট বা বড় যাই হোক না কেন, মুক্তি বেগ একই হবে।**

**হিসাব কর :** পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 64 \times 10^5$ m ও $g = 9{\cdot}80\ ms^{-2}$ ধরে মুক্তি বেগ নির্ণয় কর।



চিত্র ৬·২৬

এক্ষেত্রে মুক্তি বেগ,

$v_E = \sqrt{2 \times 9{\cdot}80 \times 64 \times 10^5} = 11{\cdot}20 \times 10^3\ ms^{-1}$

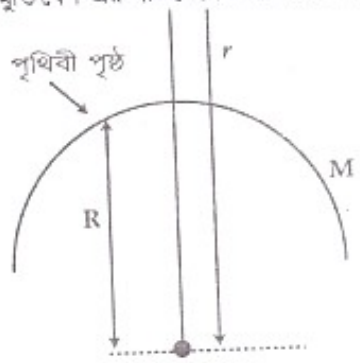
$= 11{\cdot}20\ kms^{-1}$ = 7 মাইল/সে. (প্রায়)

[$\because$ 1 মাইল = 1·6093 km]

= 25000 মাইল/ঘণ্টা (প্রায়)

সুতরাং কোনো বস্তুকে যদি প্রতি ঘণ্টায় 25000 মাইল বেগে বা এর অপেক্ষা অধিক বেগে উৎক্ষেপ করা হয়, তবে তা আর ভূ-পৃষ্ঠে ফিরে আসে না।

- বিভিন্ন বস্তুর ভারকেন্দ্রের অবস্থান:
  - i. সুষম দণ্ড : দণ্ডের মধ্যবিন্দু।
  - ii. সুষম বেলনাকৃতির দণ্ড : অক্ষের মধ্যবিন্দু।
  - iii. সুষম ত্রিভুজাকার পাত : মধ্যমাগুলোর ছেদবিন্দু।
  - iv. সুষম সামন্তরিক পাত : কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু।
  - v. সুষম বৃত্ত, আংটি : জ্যামিতিক কেন্দ্র।
  - vi. নমনীয় কঠিন পদার্থের নির্দিষ্ট কোন ভরকেন্দ্র নেই।
  - vii. তরল পদার্থের ভরকেন্দ্র তার আধারের উপর নির্ভর করে।
- একটি ভারী বস্তু হতে অসীম দূরত্বে অবস্থিত কোন বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্য উভয়ের মান শূন্য।
- একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর সাথে সমকেন্দ্রিক ভাবে পৃথিবীর চতুর্দিকে পরিভ্রমণ করলে এর মুক্তিবেগ এর গতিবেগের 1.414 গুণ।



চিত্র ৬·২৫

**নিজে কর :** একই উচ্চতায় দুটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে আবর্তিত হচ্ছে। একটি উপগ্রহের ভর অপরটির দ্বিগুণ। কোনটি উচ্চতর বেগে ঘুরবে?

পৃথিবীর চারদিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ থেকে $h$ উচ্চতায় আবর্তনরত কোনো উপগ্রহের কক্ষীয় বেগ, $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ যেখানে R, M যথাক্রমে পৃথিবীর ব্যাসার্ধ ও ভর। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে, কক্ষীয় বেগ উপগ্রহের ভরের উপর নির্ভরশীল নয়। অর্থাৎ দুটি উপগ্রহই সমান বেগে আবর্তিত হবে।

জানার বিষয় : পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুকে $v$ বেগে উপর দিকে নিক্ষেপ করলে পৃথিবীর আকর্ষণ বলের দ্বারা বস্তুটির বিভিন্ন পরিণতি হতে পারে। যথা—

(১) যদি $v^2 < \frac{v_E^2}{2}$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ $7{\cdot}88\ \text{kms}^{-1}$ অপেক্ষা কম হয়, তবে তা উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করবে এবং অবশেষে পৃথিবীতে ফিরে আসবে [চিত্র ৬·২৬-এ 'ক']।

(২) যদি $v^2 = \frac{v_E^2}{2}$ হয় অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ $7{\cdot}88\ \text{kms}^{-1}$ হয়, তবে বস্তুটি বৃত্তাকার পথে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করবে এবং চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হবে [চিত্র ৬·২৬-এ 'খ']।

(৩) যদি $v^2 > \frac{v_E^2}{2}$ কিন্তু $< v_E^2$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ $7{\cdot}88\ \text{kms}^{-1}$ হতে $11{\cdot}2\ \text{kms}^{-1}$ এর মধ্যে থাকে, তবে পৃথিবীকে একটি ফোকাসে রেখে তা উপবৃত্তাকার পথে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করতে থাকবে [চিত্র ৬·২৬-এ 'গ']।

(৪) যদি $v = v_E$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ $11{\cdot}2\ \text{kms}^{-1}$ অর্থাৎ মুক্তি বেগের সমান হয়, তবে বস্তুটি একটি অধিবৃত্ত পথে পৃথিবী পৃষ্ঠ ছেড়ে যায় এবং তা পৃথিবীর আকর্ষণ ক্ষেত্র অতিক্রম করে বাইরে চলে যাবে [চিত্র ৬·২৬-এ 'ঘ']।

(৫) যদি $v > v_E$ হয়, অর্থাৎ উৎক্ষেপণ বেগ মুক্তি বেগ অপেক্ষা বেশি হয়, তবে বস্তু পরাবৃত্ত পথে পৃথিবী-পৃষ্ঠ ছেড়ে যায় এবং তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না [চিত্র ৬·২৬-এ 'ঙ']।

**নিজে কর :** পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে মুক্তিবেগ চন্দ্র পৃষ্ঠ থেকে মুক্তিবেগ অপেক্ষা বড় না ছোট ? — ব্যাখ্যা কর।

মনে করি $v_e$ ও $v_e'$ যথাক্রমে পৃথিবী ও চন্দ্রে মুক্তিবেগ। আরও মনে করি $g$ ও R পৃথিবী পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ ও পৃথিবীর ব্যাসার্ধ। আবার $g'$ ও $R'$ চন্দ্রের ক্ষেত্রে অনুরূপ রাশি তাহলে,

$$v_e = \sqrt{2gR} \text{ ও } v_e' = \sqrt{2g'R'}$$

$$\therefore \quad \frac{v_e}{v_e'} = \sqrt{\frac{gR}{g'R'}}$$

যেহেতু $g > g'$ ও $R > R'$ অতএব $v_e > v_e'$.

অর্থাৎ পৃথিবীতে চন্দ্র অপেক্ষা মুক্তিবেগের মান বেশি।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। মঙ্গল গ্রহের ব্যাস 6000 km এবং এর পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণ $3{\cdot}8\ \text{ms}^{-2}$। মঙ্গল গ্রহের পৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুর মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।** [দি. বো. ২০১০; রা. বো. ২০০৮; ঢা. বো. ২০০৬]

এখানে,

ব্যাস, $d = 6000\ \text{km} = 6 \times 10^6\ \text{m}$

$\therefore$ ব্যাসার্ধ, $R = \frac{d}{2} = 3 \times 10^6\ \text{m}$

ত্বরণ, $g = 3{\cdot}8\ \text{ms}^{-2}$

মুক্তিবেগ, $v_E = ?$

আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v_E &= \sqrt{2gR} \\ &= \sqrt{2 \times 3{\cdot}8 \times 3 \times 10^6} \\ &= 4{\cdot}77 \times 10^3\ \text{ms}^{-1} \\ &= 4{\cdot}77\ \text{kms}^{-1} \end{aligned}$$

**২। বৃহস্পতির ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $1.9 \times 10^{27}$ kg এবং $7 \times 10^7$ m হলে এর মুক্তি বেগ নির্ণয় কর।**
[ব. বো. ২০০৪]

আমরা জানি, মুক্তি বেগ

$$v_E = \sqrt{2gR} \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$$

আবার, $g = \frac{GM}{R^2}$ $\ldots \quad \ldots \quad (ii)$

সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

$$v_E = \sqrt{\frac{2 \times GM}{R^2} \times R} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\therefore \quad v_E = \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 1.9 \times 10^{27}}{7 \times 10^7}}$$

$$= 6.02 \times 10^4 \text{ ms}^{-1}$$

এখানে,

বৃহস্পতির ভর, $M = 1.9 \times 10^{27}$ kg

বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ, $R = 7 \times 10^7$ m

মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, $G = 6.67 \times 10^{-11}$ Nm$^2$ kg$^{-2}$

## ৬.১১ মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার
### Uses of Gravitational Law

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে আমরা কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় করতে পারি। এছাড়া পৃথিবীর ভর, চন্দ্রের ভর ও সূর্যের ভর, পৃথিবীর গড় ঘনত্ব নির্ণয় করতে পারি। গ্রহ নক্ষত্রসহ কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ, আবর্তন কাল ও উচ্চতা নির্ণয় করতে পারি। মহাকাশে ভ্রমণকালে মহাশূন্যচারী ওজনহীনতা, মহাকর্ষক্ষেত্র, প্রাবল্য, বিভবসহ নানাবিধ সমস্যার সমাধান করতে পারি। বর্তমান বিশ্বে প্রাকৃতিক সম্পদের অনুসন্ধান, কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে যোগাযোগ ও বস্তু গবেষণা ইত্যাদি বিজ্ঞানের অগ্রগতি মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহারেরই ফল। নিম্নে এ সম্বন্ধে আলোচনা করা হলো।

### প্রাকৃতিক সম্পদ অনুসন্ধান
**Exploration of Natural Resources**

আমরা জানি, পৃথিবীর গড় ঘনত্ব, $\rho = 5.5 \times 10^3$ kg m$^{-3}$। পৃথিবীর বিভিন্ন গভীরতায় এর মান কমবেশি হতে পারে। সুতরাং '$g$' পরিমাপ করে কোথাও ঘনত্ব গড় ঘনত্বের বেশি হলে সেখানে খনিজ পদার্থ থাকার সম্ভাবনা রয়েছে। সুতরাং '$g$' এর মান নির্ধারণ করে খনিজ পদার্থ অন্বেষণ করা হয়। প্রাথমিক ফলাফল আশাব্যঞ্জক হলে নিবিড় পর্যবেক্ষণ এবং বিস্তারিত গবেষণার মাধ্যমে খনিজ পদার্থের গঠন ও প্রকৃতি নির্ণয় করা যায়। সুতরাং, মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে আমরা খনিজ সম্পদ অন্বেষণ করতে পারি।

### কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে যোগাযোগ
**Communication through Satellite**

বর্তমান যুগ বিজ্ঞানের যুগ। বিজ্ঞানের অগ্রযাত্রার সাথে সাথে মানুষের কল্যাণে বিজ্ঞানের বিভিন্ন ক্ষেত্রে এর প্রয়োগেরও অভূতপূর্ব অগ্রগতি সাধিত হয়েছে। গত কয়েক দশকে এর অগ্রগতি বিস্ময়কর প্রভাব ফেলেছে মানুষের বুদ্ধিদীপ্ত কাজ-কর্মে। মানুষ দূর-দূরান্তে মুহূর্তের মধ্যে বিভিন্ন প্রযুক্তি ব্যবহার করে যোগাযোগ স্থাপনে সক্ষম হয়েছে। কৃত্রিম উপগ্রহ হলো এমনই আশ্চর্যের জিনিস যার মাধ্যমে পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে যোগাযোগ স্থাপনসহ মহাকাশের বিভিন্ন গ্রহ উপগ্রহ সম্পর্কে নানাবিধ তথ্য, বিভিন্ন স্থানের চিত্র ধারণ, আবহাওয়ার পূর্বাভাসসহ বিভিন্ন বিষয় জানতে পারি।

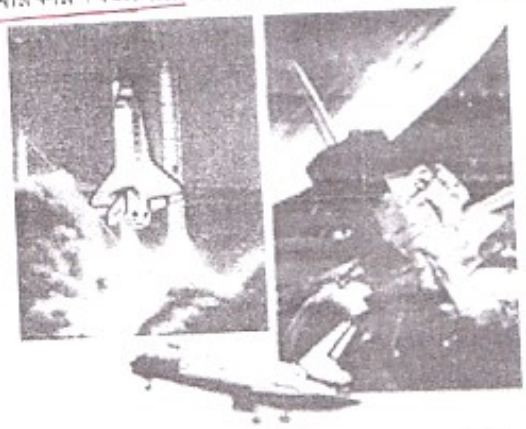
**স্বাভাবিক উপগ্রহ (Natural Satellite) :** যে সব বস্তু বা জ্যোতিষ্ক গ্রহের চারদিকে ঘোরে, তাদেরকে উপগ্রহ বলে। **যে সব উপগ্রহ প্রাকৃতিক কারণে সৃষ্ট তাদেরকে স্বাভাবিক উপগ্রহ বলে।** যেমন চন্দ্র প্রাকৃতিক কারণে সৃষ্টি হয়েছে। এটি পৃথিবীর চারদিকে ঘুরছে। অতএব চন্দ্র বা চাঁদ পৃথিবীর একটি স্বাভাবিক উপগ্রহ। তেমনি অন্যান্য গ্রহেরও স্বাভাবিক উপগ্রহ রয়েছে।

**কৃত্রিম উপগ্রহ (Artificial Satellite) :** আমরা জানি সৌরজগৎ নামে একটি জগৎ রয়েছে যার কেন্দ্রে থাকে সূর্য। সূর্য হতে ছিটকে আসা কতকগুলো জ্যোতিষ্ক সূর্যকে প্রদক্ষিণ করছে। এদের নাম গ্রহ (planet)। পৃথিবী

সূর্যের একটি গ্রহ। পুনঃ, গ্রহ হতে ছিটকে আসা কতকগুলো জ্যোতিষ্ক গ্রহগুলোকে প্রদক্ষিণ করছে। এদের নাম **উপগ্রহ**। চাঁদ পৃথিবীর একটি উপগ্রহ যা প্রায় ৩০ দিনে পৃথিবীকে একবার প্রদক্ষিণ করে। সৃষ্টির আদিকাল থেকেই মানুষের মনে কৌতূহল জাগছে কী করে চাঁদ পৃথিবীর চারদিকে ঘুরছে। এ প্রশ্নের জবাবে বিজ্ঞানীরা বলেছেন অভিকর্ষের দরুন চাঁদের উপর পৃথিবীর কেন্দ্রমুখী বল এর কারণ। এ কেন্দ্রমুখী বল যদি না থাকত, তাহলে চাঁদ মহাশূন্যে মিলিয়ে যেত। পৃথিবীর চারদিকে চাঁদের প্রদক্ষিণের দরুন সৃষ্ট কেন্দ্রবিমুখী বল পৃথিবী কর্তৃক প্রযুক্ত কেন্দ্রমুখী বলের সমান ও বিপরীত হওয়ায় চাঁদ সোজা না গিয়ে পৃথিবীর চারদিকে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। **এ তত্ত্বের উপর ভিত্তি করে মানুষ মহাশূন্যে পাড়ি দেয়ার জন্যে যে উপগ্রহ তৈরি করেছে, তার নাম কৃত্রিম উপগ্রহ।**

**সংজ্ঞা : যে সকল মহাশূন্যযান পৃথিবী থেকে নির্দিষ্ট উচ্চতায় তাদের নিজ নিজ কক্ষপথে থেকে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে তাদের কৃত্রিম উপগ্রহ বলে।** তিন স্তরবিশিষ্ট রকেটের সাহায্যে কৃত্রিম উপগ্রহকে নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে পরে ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালে নির্দিষ্ট বেগ দেওয়া হয়। এতে উপগ্রহটি পৃথিবীর চারপাশে চাঁদের মতো ঘুরতে থাকে।

1957 সালের 4th অক্টোবর রাশিয়ার বিজ্ঞানীরা সর্বপ্রথম মহাশূন্যে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পাঠান। এর নাম **স্পুটনিক-1**। সে বছরেই আরো একটি কৃত্রিম উপগ্রহ মহাশূন্যে পাঠান হয়। এর নাম **স্পুটনিক-2**। এ সময় আমেরিকার বিজ্ঞানীরা পেছনে ছিলেন না। তাঁরাও 1958 সালে মহাশূন্যে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ উৎক্ষেপণ করেন। এর নাম **এক্সপ্লোরার-1**। এমনিভাবে মহাশূন্যে কৃত্রিম উপগ্রহ পাঠিয়ে পৃথিবী তথা সৌরজগতের নানা রকম রহস্য উদঘাটনের কাজ চলছে। রাশিয়ার বিখ্যাত বিজ্ঞানী **ইউরি গ্যাগারিন** ভস্টক-1 কৃত্রিম উপগ্রহের সাহায্যে সর্বপ্রথম মহাশূন্যে বিচরণ করেন।



(ক) (খ) (গ)

চিত্র ৬·২৭ : স্পেস শাটল উৎক্ষেপণ এবং নভোচারীদের কর্মতৎপরতা দেখান হয়েছে।



চিত্র ৬·২৭(ঘ) : ভয়েজার 2-এর মহাশূন্যের যাত্রা দেখান হয়েছে।

**কৃত্রিম উপগ্রহের উৎক্ষেপণ :** কৃত্রিম উপগ্রহকে কক্ষপথে স্থাপন করার জন্য প্রয়োজনীয় উচ্চমানের বেগ বহু স্তরবিশিষ্ট রকেটের সাহায্যে সরবরাহ করা হয়। উপগ্রহটিকে বসানো হয় রকেটের নাকের ডগায় এবং জ্বালানি ও অন্যান্য যন্ত্রপাতি বসানো হয় রকেটের শেষে [চিত্র ৬·২৭(ক)]। বায়ুর বাধা যাতে এর গতিকে কমিয়ে দিতে না পারে তার জন্য কয়েকশ কিলোমিটার (প্রায় 930 কিলোমিটার) উপরে কক্ষপথে স্থাপন করা হয়। ভূ-পৃষ্ঠের নিকটে বায়ুমণ্ডলের ঘনত্ব ও তার ফলে রকেটের গতি বাধাগ্রস্ত হয়। ক্ষুদ্রতম পথে এই অংশকে পেরোবার জন্য প্রথমে রকেটটি খাড়াভাবে উপরে ওঠে। পরে নিয়ন্ত্রণ ব্যবস্থার মাধ্যমে রকেটটিকে এই পথ থেকে ধীরে ধীরে বাঁকানো হয়। এই নিয়ন্ত্রণ এমনভাবে করা হয় যে নির্দিষ্ট কক্ষপথে পৌঁছে রকেটটি উপগ্রহটিকে অনুভূমিক দিকে প্রয়োজনীয় বেগ সরবরাহ করে। এ সময় দূর নিয়ন্ত্রণ ব্যবস্থার সাহায্যে উপগ্রহটিকে মহাশূন্যে নির্দিষ্ট কক্ষপথে স্থাপন করে 8·05 $kms^{-1}$ হতে 11·1 $kms^{-1}$ বেগে উৎক্ষেপণ করলে তা পৃথিবীর একটি কৃত্রিম উপগ্রহ হিসেবে চাঁদের মতো প্রদক্ষিণ করবে। উপগ্রহটি কক্ষপথে স্থাপন শেষে কোনো যান্ত্রিক গোলযোগ আছে কি না তা পরীক্ষা করে নেয়া হয় [চিত্র ৬·২৭(খ)]। সবকিছু ঠিকঠাক মতো হলে ৬·২৭(গ) চিত্রের রকেটে করে গ্রাইডারের মতো মাটিতে অবতোরণ করবে।

উপগ্রহের বিভিন্ন অংশে বিভিন্ন প্রকার যন্ত্রপাতি বসানো থাকে যেমন কোনো অংশে বিদ্যুতের উৎস, কোনো অংশে কমিউনিকেশন ডিস, কোনো অংশে ক্যামেরা, কোনো অংশে টেলিকম এক্সচেঞ্জ, কোনো অংশে এন্টেনা ইত্যাদি বসানো থাকে [চিত্র ৬·২৭(ঘ)]। এই চিত্রে ভয়েজার 2-এর মহাশূন্য যাত্রা দেখানো হয়েছে।

**ব্যবহার :** ১। টেলিফোন ও ইন্টারনেটের মাধ্যমে আন্ত মহাদেশীয় যোগাযোগ স্থাপনে ব্যবহৃত হয়।
২। আবহাওয়ার পূর্বাভাস পাওয়া যায়।
৩। পৃথিবীর আকার সম্পর্কিত ভূ-জরিপ কাজে ব্যবহৃত হয়।
৪। সমুদ্রের গভীরতা নির্ণয় করতে ব্যবহৃত হয়।
৫। ভূ-পৃষ্ঠের বিভিন্ন অঞ্চল বেতার ও টেলিভিশনের রিলে স্টেশন হিসেবে ব্যবহৃত হয়।
৬। উর্ধ্বাকাশের বিভিন্ন বিকিরণ ও তার প্রভাব সম্পর্কে বিভিন্ন তথ্য অনুসন্ধানে ব্যবহৃত হয়।
৭। প্রতিরক্ষামূলক পাহারা ও বিভিন্ন সামরিক ব্যবস্থায় ব্যবহৃত হয়।
৮। খেলাধুলাসহ বিভিন্ন অনুষ্ঠান ধারণ ও প্রেরণে ব্যবহৃত হয়।
৯। গ্রহ নক্ষত্রের গঠন সম্পর্কে গবেষণার কাজে ব্যবহৃত হয়।
১০। মহাজাগতিক রশ্মিসহ বিভিন্ন রশ্মির উৎসসহ নানাবিধ গবেষণা করতে ব্যবহৃত হয়।

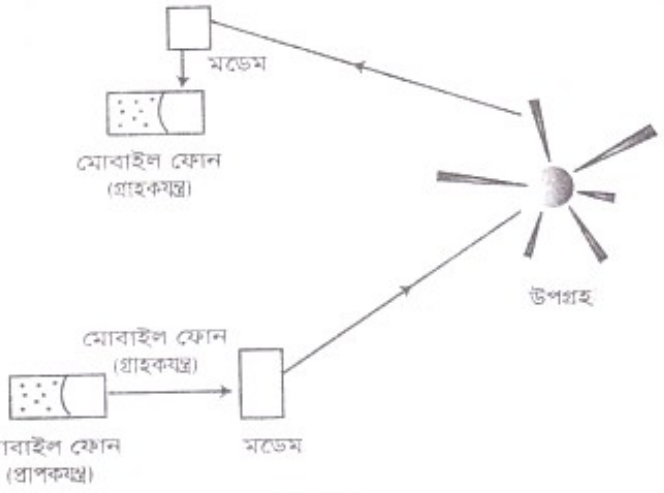
**ভূ-স্থির উপগ্রহ (Geo-stationary satellite) :** যদি একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে নিরক্ষীয় তলে অবস্থিত একটি কক্ষপথে এমনভাবে স্থাপন করা হয় যে, পৃথিবী যে অভিমুখে নিজ অক্ষের চারদিকে আবর্তন করে, উপগ্রহটিও সেই অভিমুখে অর্থাৎ পশ্চিম থেকে পূর্বে আবর্তন করে এবং ঐ কক্ষপথের উচ্চতা যদি এমন হয় যে, উপগ্রহটির আবর্তনকাল পৃথিবীর নিজ অক্ষের চারদিকে আবর্তনকালের সমান অর্থাৎ 24 ঘণ্টা হয়, তাহলে পৃথিবী থেকে দেখলে ঐ উপগ্রহটি নিরক্ষরেখার উপরে একটি নির্দিষ্ট স্থানে স্থির আছে বলে মনে হয়। এরূপ কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে এবং এর কক্ষপথকে **পার্কিং কক্ষপথ** বলে।

**সংজ্ঞা : কোনো কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান পৃথিবীর আবর্তন-কালের সমান হলে পৃথিবীর সাপেক্ষে এটি স্থির থাকবে এ ধরনের উপগ্রহকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে।**

**কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে মোবাইল ফোন, টেলিফোন এবং ইন্টারনেটে তথ্য প্রেরণ প্রযুক্তি :**

ভূস্থির উপগ্রহ যোগাযোগ ব্যবস্থায় বহুলভাবে ব্যবহৃত হয়। একে বলা হয় SYNCOM Satellite (Synchronous Communication Satellite)। টেলিভিশন সংকেত, টেলিফোন কথপোকথন, বেতার সংকেত ইত্যাদি এ উপগ্রহ দ্বারা প্রতিফলিত হয়ে পৃথিবীতে ফিরে আসে, ফলে বিভিন্ন দেশ ও দূরত্বের সঙ্গে যোগাযোগ স্থাপন করা সহজ হয়।

**মূলনীতি :** প্রেরক যন্ত্র যেমন মোবাইল ফোন, ইন্টারনেট, টেলিফোন থেকে বৈদ্যুতিক সঙ্কেতকে প্রথমে প্রেরণ করা হয় মডেম নামক যন্ত্রে। পরে মডেম থেকে বৈদ্যুতিক সঙ্কেত ইলেকট্রো ম্যাগনেটিক তরঙ্গ আকারে প্রেরণ করা হয় উপগ্রহের অ্যান্টেনাতে। উপগ্রহের অ্যান্টেনা থেকে ইলেকট্রো ম্যাগনেটিক তরঙ্গ প্রেরণ করা হয় মডেমে। সেই মডেম থেকে পুনরায় গ্রাহক যন্ত্রে অর্থাৎ যার সাথে যোগাযোগ স্থাপন করতে চাই সেই যন্ত্রে (মোবাইল, টেলিফোন, কম্পিউটারে) পৌঁছে। প্রক্রিয়াটি প্রায় তাৎক্ষণিক ঘটে [চিত্র ৬·২৮]। তথ্য আদান-প্রদানে এই প্রযুক্তি ব্যবহৃত হয়।



চিত্র ৬·২৮

আর এক ধরনের উপগ্রহ রয়েছে। এদেরকে বলা হয় পোলার উপগ্রহ (Polar Satellite)। এই উপগ্রহগুলো খুব কম উচ্চতায় (সাধারণত 500 km থেকে 800 km এর মধ্যে) উৎক্ষেপণ করা হয়। উত্তর দক্ষিণে এই উপগ্রহ আবর্তিত হয়। ভূ-পৃষ্ঠের খনিজ সম্পদ অন্বেষণ, বনজ, কৃষিজ এবং সামুদ্রিক সম্পদ অন্বেষণে এই উপগ্রহ ব্যবহৃত হয়।

**কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ :** মনে করি, ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের উচ্চতা $h$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R হলে ঐ উপগ্রহের কক্ষপথের ব্যাসার্ধ $r = R + h$। পৃথিবীর মহাকর্ষীয় আকর্ষণ উপগ্রহটির আবর্তনের জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্র বল যোগান দেয়। সুতরাং উপগ্রহটির বেগ $v$ হলে, $\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$.

এখানে, M, $m$ হলো যথাক্রমে পৃথিবী এবং উপগ্রহের ভর।

$$\therefore \quad v^2 = \frac{GM}{r} \qquad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (6.38)$$

$$\text{বা,} \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{R + h}} \qquad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (6.39)$$

**উপগ্রহের পর্যায়কাল :** উপগ্রহটির পর্যায়কাল T হলে অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠ হতে $h$ উচ্চতায় থেকে পৃথিবীকে সম্পূর্ণ একবার প্রদক্ষিণ করতে T সময় লাগলে

$$T = \frac{\text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ}}{\text{রৈখিক বেগ}} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(R + h)}{v} \quad [\because r = R + h]$$

$$\text{বা,} \quad v = \frac{2\pi(R + h)}{T}$$

$$\text{আবার,} \quad v = \sqrt{\frac{GM}{(R + h)}} \quad \text{(সমীকরণ 6.39 অনুসারে)}$$

$$\therefore \quad \frac{2\pi(R + h)}{T} = \sqrt{\frac{GM}{(R + h)}}$$

$$\text{বা,} \quad T = 2\pi (R + h) \sqrt{\frac{R + h}{GM}} \qquad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (6.40)$$

**উপগ্রহের উচ্চতা :**

মনে করি পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা $= h$, সমীকরণ (6.40) এর উভয় পাশে বর্গ করে পাই,

$$\therefore \quad T^2 = \frac{4\pi^2 (R + h)^3}{GM}$$

$$\text{বা,} \quad (R + h)^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

$$\therefore \quad h = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R \qquad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (6.41)$$

**যাচাই কর :** মনে কর একই কক্ষ পথে দুটি উপগ্রহকে প্রেরণ করা হলো। একটির ভর অপরটির দ্বিগুণ। তাহলে দ্বিতীয় ভরবিশিষ্ট উপগ্রহের আবর্তনকালের কোনোরূপ পরিবর্তন হবে কী ? —ব্যাখ্যা কর।

**ভূ-পৃষ্ঠের খুব নিকটে আবর্তনরত উপগ্রহ :** যদি কোনো কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠের খুব নিকটে থাকে অর্থাৎ R এর তুলনায় $h$ খুব ছোট হলে, যেসব উপগ্রহ পৃথিবীকে বৃহত্তর ব্যাসার্ধের কক্ষপথে প্রদক্ষিণ করে, তাদের আবর্তনকাল বেশি হয় এবং প্রদক্ষিণ বেগ খুব কম হয়। স্পষ্টত প্রতিটি কক্ষপথে প্রদক্ষিণ বেগের একটি নির্দিষ্ট মান থাকে। এই বেগ অপেক্ষা কম বেগে ঐ কক্ষপথে কোনো কৃত্রিম উপগ্রহকে স্থাপন করলে উপগ্রহটি ঐ কক্ষপথে স্থায়ীভাবে পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করতে পারবে না এবং ভূপৃষ্ঠে নেমে আসবে।

## গাণিতিক উদাহরণ

১। কোনো এক উচ্চতা যেখানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $g_h = 8 ms^{-2}$, সেখানে একটি উপগ্রহের বেগ $8\ kms^{-1}$। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় উপগ্রহটি পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে নির্ণয় কর। (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6{\cdot}4 \times 10^6\ m$)।

আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$$

এখানে,

$g = g_h = 8\ ms^{-2}$

$v = 8\ ms^{-1} = 8 \times 10^3\ ms^{-1}$

$R = 6{\cdot}4 \times 10^6\ m$

আবার, $g_h = \frac{GM}{(R + h)^2}$

বা, $GM = g_h (R + h)^2$

$$\therefore \quad v = \sqrt{g_h \frac{(R + h)^2}{(R + h)}} = \sqrt{g_h (R + h)}$$

$$= \sqrt{8 \times (R + h)}$$

বা, $8 \times 10^3 = \sqrt{8 \times (R + h)}$

বা, $(R + h) = \frac{(8 \times 10^3)^2}{8} = 8 \times 10^6$

বা, $h = 8 \times 10^6 - R = 8 \times 10^6 - 6{\cdot}4 \times 10^6$

$= 1{\cdot}6 \times 10^6\ m = 1600\ km$

## বস্তু গবেষণা

### Material Research

আমরা জানি, পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ $11{\cdot}2\ kms^{-1}$। অর্থাৎ পৃথিবী থেকে মুক্তি পেতে হলে বা পৃথিবীর মহাকর্ষীয় বলের আকর্ষণ থেকে মুক্ত হতে হলে কোনো বস্তুকে $11{\cdot}2\ kms^{-1}$ বা 7 miles/s বেগে যাত্রা করতে হবে।

পৃথিবীর আবহমণ্ডলে বহু ধরনের গ্যাস আছে। তবে হাইড্রোজেন, হিলিয়ামের মতো হাল্কা গ্যাস বেশ দুষ্প্রাপ্য। এর কারণ মুক্তিবেগের ধারণা থেকে ব্যাখ্যা করা যায়। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে হাইড্রোজেন অণুর গতিবেগের গড় বর্গের বর্গমূল মান (rms) প্রায় $1{\cdot}6\ kms^{-1}$। কিন্তু পৃথিবী সৃষ্টির শুরুতে ভূপৃষ্ঠের তাপমাত্রা খুব বেশি ছিল এবং তখনকার তাপমাত্রায় হাইড্রোজেন অণুর গতিবেগের গড় বর্গের বর্গমূল মান প্রায় 4 থেকে $5\ kms^{-1}$ ছিল। এদের মধ্যে কিছু কিছু অণুর প্রকৃত গতিবেগ গড় বর্গের বর্গমূল মানের 2 বা 3 গুণ অধিক হওয়া স্বাভাবিক ছিল। অতএব, এটা খুবই সম্ভব যে পৃথিবীর বায়ুমণ্ডল থেকে হাইড্রোজেন এবং হিলিয়ামের মতো হাল্কা গ্যাসের অধিকাংশ অণুর গতিবেগ মুক্তিবেগের সমান ছিল। সুতরাং এ ধরনের গ্যাসের বেশির ভাগ অণু ভূপৃষ্ঠ হতে ধীরে ধীরে বিলীন হয়ে গেছে।

আমরা জানি, স্বর্গীয় বস্তুসমূহের মুক্তিবেগ এদের ভরের উপর নির্ভর করে। সূর্যের ভর পৃথিবীর তুলনায় বহুগুণ বেশি; ফলে সূর্যের মুক্তিবেগও বেশি। তাই সূর্যের আবহমণ্ডলে হাইড্রোজেনের মতো হাল্কা গ্যাস রয়েছে। আবার চন্দ্র, বুধ, গ্রহ এবং পৃথিবীর ভরের তুলনায় অনেক কম, তাই এদের মুক্তিবেগও কম। ফলে গ্যাসীয় অণুসমূহ বিলীন হয়ে গেছে।

সুতরাং, ইহা স্পষ্ট যে মহাকর্ষ সূত্র প্রয়োগ করে বিশ্বব্রহ্মাণ্ডের বিভিন্ন নক্ষত্র, গ্রহ, উপগ্রহ মুক্তিবেগসহ অন্যান্য অনেক তথ্য উপাত্ত সংগ্রহ করে ঐ সমস্ত স্বর্গীয় বস্তুসমূহের বিভিন্ন গ্যাসীয়, তরল, কঠিন পদার্থের উপস্থিতি সম্বন্ধে স্পষ্ট ধারণা এবং জ্ঞান লাভ করা সম্ভব।

## গাণিতিক উদাহরণ

১। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 700 km ঊর্ধ্বে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীকে প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ নির্ণয় কর। [ পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km এবং পৃথিবী পৃষ্ঠে $g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$ ] [য. বো. ২০০৮]

মনে করি পৃথিবীর ভর=M, উপগ্রহের ভর=$m$, উপগ্রহের অনুভূমিক বেগ = $v$ ও ভূ-পৃষ্ঠ হতে উপগ্রহের উচ্চতা=$h$

$\therefore$ উপগ্রহের উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বল = $\dfrac{GMm}{(R+h)^2}$

উপগ্রহের ঘূর্ণনের জন্য প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল = $\dfrac{mv^2}{(R+h)}$। উপগ্রহের ঘূর্ণনের জন্য এই আকর্ষণ বলই প্রয়োজনীয় কেন্দ্রমুখী বল জোগায়।

$\therefore \dfrac{GMm}{(R+h)^2} = \dfrac{mv^2}{R+h}$ বা, $v^2 = \dfrac{GM}{(R+h)}$

এখানে,
$g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$
$R = 6400\ km = 64 \times 10^5\ m$
$h = 700\ km = 7 \times 10^5\ m$

পুনরায়, পৃথিবী পৃষ্ঠে, $g = \dfrac{GM}{R^2}$

$\therefore \quad v^2 = \dfrac{gR^2}{(R+h)} \quad \cdots \quad \cdots \quad (i)$

$\therefore$ সমীকরণ (i) হতে পাই, $v = \sqrt{\dfrac{gR^2}{(R+h)}}$

$$= \sqrt{\frac{9{\cdot}8\ ms^{-2} \times (64 \times 10^5\ m)^2}{64 \times 10^5 + 7 \times 10^5\ m}}$$

$$= \sqrt{\frac{9{\cdot}8\ ms^{-2} \times (64 \times 10^5\ m)^2}{71 \times 10^5\ m}} = 7519\ ms^{-1}$$

## উচ্চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনার গাণিতিক উদাহরণ

১। ভারতের টাটা কোম্পানির শ্রমিকগণ এক খনিতে কয়লা উত্তোলনের জন্য খনিতে নামলে সবাই বেশ হালকা অনুভব করেন। এই তথ্য কোম্পানির ইঞ্জিনিয়ারকে জানালে তথ্যটি কতটা সঠিক তা যাচাই-এর জন্য একটি সার্ভে করেন, যেখানে পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{24}$ kg এবং মহাকর্ষ ধ্রুবক-এর মান $6{\cdot}67 \times 10^{-11}$ $Nm^2kg^{-2}$ ব্যবহার করেন।

(ক) খনির ভেতর যে গভীরতায় গিয়ে শ্রমিকরা নিজেদের ওজনের 50% অনুভব করবে তা নির্ণয় কর।

(খ) খনির ভেতর সম্পূর্ণ ওজনহীন অনুভব করা সম্ভব কি-না? বিশ্লেষণ কর।

মনে করি, গভীরতা = $h$

মহাকর্ষ ধ্রুবক, $G = 6{\cdot}67 \times 10^{-11}\ N\text{-}m^2\ kg^{-2}$

খনিতে অভিকর্ষজ ত্বরণ = $g'$

ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ = $g$

প্রশ্নমতে, $mg' = mg \times 0{\cdot}5$ বা, $g' = 0{\cdot}5\,g$

বা, $g\left(1 - \dfrac{h}{R}\right) = 0{\cdot}5\,g$ বা, $\dfrac{h}{R} = 1 - 0{\cdot}5$ $\therefore\ h = 0{\cdot}5 \times R$

খনির গভীরতা পৃথিবীর ব্যাসার্ধের অর্ধেক হলে নিজেকে 50% ওজনহীনতা অনুভব করবে।

(খ) $h$ গভীরতায় কোনো খনির ভেতর অভিকর্ষজ ত্বরণের মান

$g' = g\left(1 - \dfrac{h}{R}\right)$, $g' = 0$ হলে ওজনহীন হয়,

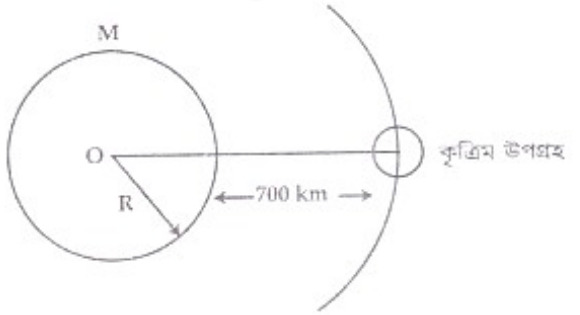
$\therefore \quad 0 = g\left(1 - \dfrac{h}{R}\right)$ বা, $\dfrac{h}{R} = -1$ $\therefore\ h = R$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধের সমান গভীরতায় সম্পূর্ণ ওজনহীনতা অনুভব করবে।

২। নিচের উদ্দীপকটি লক্ষ কর : $M$ = পৃথিবীর ভর $= 6 \times 10^{24}$ kg
$R$ = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= 6{\cdot}4 \times 10^{6}$ m

(ক) উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ কত?

(খ) উপগ্রহটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 1000 km ওপরে রাখতে হলে এর আবর্তন কালের কীরূপ পরিবর্তন করতে হবে?




(ক) আমরা জানি,

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R + h}}$$

$$= \sqrt{\frac{6{\cdot}673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6{\cdot}4 \times 10^{6} + 7 \times 10^{5}}}$$

$$= \sqrt{56391549{\cdot}3}$$

$$= 7509{\cdot}43 \text{ ms}^{-1}$$

(খ) ধরি উদ্দীপকের অবস্থায় আবর্তন কাল = T এবং 1000 km উচ্চতায় আবর্তন কাল T′,

আমরা জানি, $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (h + R)^3}{GM}}$

বা, $T = \sqrt{\frac{4 \times (3{\cdot}14)^2 (7 \times 10^{5} + 6{\cdot}4 \times 10^{6})^3}{6{\cdot}673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$

$= \sqrt{3529138{\cdot}53} = 5939$ sec

$= 1$ hr 39 min.

আবার, $h = 1000$ km $= 1000 \times 10^{3}$ m হলে

$$T' = \sqrt{\frac{4 \times (3{\cdot}14)^2 \times (1 \times 10^{6} + 6{\cdot}4 \times 10^{6})^3}{6{\cdot}673 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}}$$

$= 6318$ sec $= 1$ hr 45 min

দেখা যায় যে, $T' > T$। অতএব 1000 km উপরে থাকলে এর আবর্তনকাল উদ্দীপকের আবর্তনকালের চেয়ে বেশি হবে।

৩। 120 kg ভরের একটি কৃত্রিম উপগ্রহকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতায় তুলে তার মধ্যে $3{\cdot}6 \times 10^{9}$ Joule গতিশক্তি সঞ্চারিত করা হলো। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $6 \times 10^{24}$ kg এবং $6{\cdot}4 \times 10^{6}$ m, $G = 6{\cdot}6 \times 10^{-11}$ Nm$^2$kg$^{-2}$, $g = 9{\cdot}8$ ms$^{-2}$। [ঢা. বো. ২০১৫]

(ক) উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় আছে ?

(খ) গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে যাচাই কর যে সঞ্চারিত গতিশক্তি উপগ্রহটিকে বহিঃবিশ্বে পাঠানোর জন্য পর্যাপ্ত নয়।

(ক) মনে করি, উপগ্রহটি ভূ-পৃষ্ঠ হতে $h$ উচ্চতায় আছে এবং উপগ্রহটির বেগ, $v$

আমরা জানি,

উপগ্রহের বেগ, $v = \sqrt{g_h (R + h)}$ ... ... (i)

এবং, $h$ উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$g_h = \frac{GM}{(R + h)^2} \quad \text{... ...} \quad \text{(ii)}$$

এখানে,
$m = 120$ kg
$M = 6 \times 10^{24}$ kg
$R = 6{\cdot}4 \times 10^{6}$ m
$G = 6{\cdot}6 \times 10^{-11}$ Nm$^2$kg$^{-2}$
$g = 9{\cdot}8$ ms$^{-2}$
$E_k = 3{\cdot}6 \times 10^{9}$ Joule

গতিশক্তি,

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 = 3{\cdot}6 \times 10^9$$

বা, $v^2 = \frac{2 \times 3{\cdot}6 \times 10^9}{m} = \frac{7{\cdot}2 \times 10^9}{120} = 6 \times 10^7$

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$v^2 = g_h (R + h)$$

বা, $g_h (R + h) = v^2 = 6 \times 10^7$

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$g_h = \frac{GM}{(R + h)^2}$$

বা, $g_h (R + h)^2 = GM$

বা, $g_h (R + h) \times (R + h) = GM$

বা, $v^2 (R + h) = GM$

বা, $R + h = \frac{GM}{v^2} = \frac{GM}{6 \times 10^7}$

বা, $h = \frac{GM}{6 \times 10^7} - R = \frac{6{\cdot}6 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{6 \times 10^7} - 6{\cdot}4 \times 10^6$

$= 6{\cdot}6 \times 10^6 - 6{\cdot}4 \times 10^6 = 0{\cdot}2 \times 10^6$

$= 200$ km

(খ) এখানে,

$$v^2 = 6 \times 10^7$$

$\therefore \quad v = \sqrt{60 \times 10^6} = 7{\cdot}75 \times 10^3$ kms$^{-1}$

সুতরাং উপগ্রহটি বহিঃবিশ্বে যেতে হলে সর্বনিম্ন গতিশক্তি প্রয়োজন হবে,

$$E = \frac{1}{2} mv_e^2 = \frac{1}{2} \times 120 \times (11{\cdot}2 \times 10^3)^2$$

$= 7{\cdot}5 \times 10^9$ Joule

সুতরাং, উপগ্রহটিতে সঞ্চারিত গতিশক্তি $3{\cdot}6 \times 10^9$ Joule যা বহিঃবিশ্বে গমনের গতিশক্তি অপেক্ষা কম।

## সার-সংক্ষেপ

**গ্যালিলিওর সূত্র :**

**১ম সূত্র** : বায়ুশূন্য স্থানে বা বাধাহীন পথে সকল বস্তুই নিশ্চল অবস্থা হতে যাত্রা করে সমান দ্রুততায় নিচে নামে অর্থাৎ সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে।

**২য় সূত্র** : বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্তবেগ ঐ সময়ের সমানুপাতিক।

**৩য় সূত্র** : বাধাহীন পথে পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক।

**কেপলারের সূত্র :**

**উপবৃত্ত সূত্র** : প্রতিটি গ্রহ সূর্যকে উপবৃত্তের নতিতে বা ফোকাসে রেখে একটি উপবৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করছে।

**ক্ষেত্রফল সূত্র** : গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে।

**সময়ের সূত্র** : প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক।

**মহাকর্ষীয় ধ্রুবক** : একক ভরবিশিষ্ট দুটি বস্তুকণা একক দূরত্বে থেকে যে পরিমাণ বল দ্বারা পরস্পরকে আকর্ষণ করে তার সংখ্যাগত মানকে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক বলে।

**মহাকর্ষ** : নভোমণ্ডলে অবস্থিত দুটি বস্তু বা বস্তুকণার মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে মহাকর্ষ বলে।

| | | |
|---|---|---|
| মহাকর্ষ সূত্র | : | মহাবিশ্বের যে কোনো দুটি বস্তুকণা পরস্পরকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণ বল বস্তু দুটির ভরের গুণফলের সমানুপাতিক এবং এদের মধ্যকার দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। |
| মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র | : | কোনো বস্তুর চারপাশে যে অঞ্চল ব্যাপী এর মহাকর্ষীয় প্রভাব বজায় থাকে, অর্থাৎ অন্য কোনো বস্তু রাখা হলে সেটি আকর্ষণ লাভ করে, তাকে বস্তুর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র বলে। |
| মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বা তীব্রতা | : | মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের যে কোনো বিন্দুতে একটি একক ভরের বস্তু স্থাপন করলে ঐ ভরের উপর যে বল ক্রিয়া করে তাকে ঐ বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের প্রাবল্য বা তীব্রতা বলে। |
| মহাকর্ষীয় বিভব | : | অসীম দূর হতে একক ভরের কোনো বস্তুকে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে আনতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে ঐ বিন্দুর মহাকর্ষীয় বিভব বলে। |
| অভিকর্ষজ ত্বরণ | : | বস্তুতে অভিকর্ষ বল কর্তৃক যে ত্বরণ উৎপন্ন হয় তাকে অভিকর্ষজ ত্বরণ বলে। |
| অভিকর্ষ কেন্দ্র | : | কোনো বস্তুকে যেভাবেই রাখা হোক না কেন তার ওজন যে বিশেষ বিন্দুর মধ্যে দিয়ে বস্তুর উপর সর্বদা ক্রিয়া করে ঐ বিন্দুকে বস্তুর অভিকর্ষ কেন্দ্র বা ভারকেন্দ্র বলে। |
| স্বাভাবিক উপগ্রহ | : | যেসব উপগ্রহ প্রাকৃতিক কারণে সৃষ্ট তাদেরকে স্বাভাবিক উপগ্রহ বলে। |
| কৃত্রিম উপগ্রহ | : | মহাশূন্যে পাড়ি দেয়ার জন্য অথবা পৃথিবীর বা গ্রহ-নক্ষত্রের চারদিকে আবর্তনের জন্য মানুষ কর্তৃক তৈরি উপগ্রহকে কৃত্রিম উপগ্রহ বলে। |
| ভূ-স্থির উপগ্রহ | : | কোনো কৃত্রিম উপগ্রহের আবর্তনকাল নিজ অক্ষের চারদিকে ঘূর্ণায়মান পৃথিবীর আবর্তনকালের সমান হলে পৃথিবীর সাপেক্ষে এটি স্থির থাকবে; এ ধরনের উপগ্রহকে ভূ-স্থির উপগ্রহ বলে। |
| মুক্তিবেগ | : | সর্বাপেক্ষা কম যে বেগে কোনো বস্তুকে উপরের দিকে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না, সেই বেগকে মুক্তিবেগ বলে। |

## অনুশীলনী

### (ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। বিনা বাধায় পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য—
(i) পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে প্রাপ্ত বেগ সময়ের সমানুপাতিক
(ii) সকল পড়ন্ত বস্তুই সমান সময়ে সমান দূরত্ব অতিক্রম করে
(iii) পড়ন্ত বস্তুর নির্দিষ্ট সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্ব ঐ সময়ের বর্গের সমানুপাতিক
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

২। কেপলারের গ্রহ সম্পর্কিত গতিসূত্র অনুসারে—
(i) প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের সমানুপাতিক
(ii) প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ সূর্য হতে তার গড় দূরত্বের ঘনফলের ব্যস্তানুপাতিক
(iii) গ্রহ এবং সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সকল সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

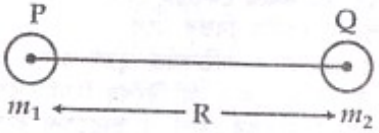
৩। কেপলারের সূত্র বিশ্লেষণে নিম্নলিখিত বিষয়গুলি জানা যায়—
(i) গ্রহের আবর্তনকাল এর ভরের উপর নির্ভর করে না
(ii) সূর্য হতে গ্রহের গড় দূরত্ব যত কম এর আবর্তনকাল তত কম হয়
(iii) গ্রহ ও সূর্যের সংযোগকারী ব্যাসার্ধ রেখা সমান সময়ে সমান ক্ষেত্রফল অতিক্রম করে না
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৪। নিম্নের বিবৃতিগুলি লক্ষ কর—
(i) দুটি বস্তুর মধ্যে আকর্ষণ বল তাদের মধ্যকার দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক
(ii) মুক্তভাবে পড়ন্ত বস্তুর অতিক্রান্ত দূরত্ব সময়ের বর্গের সমানুপাতিক
(iii) সূর্যের চারদিকে প্রতিটি গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য থেকে ঐ গ্রহের কক্ষপথের অর্ধপরাক্ষের ঘনফলের সমানুপাতিক
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক ii
খ i ও ii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৫। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের মাত্রা সমীকরণ কোনটি ?

ক $[L^2M^{-1}T^2]$
খ $[LM^{-1}T^2]$
গ $[L^3M^{-1}T^{-2}]$
ঘ $[L^3M^{-2}T^2]$

নিচের চিত্র ও তথ্য থেকে ২ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।




চিত্রে P ও Q বস্তুদ্বয়ের ভর যথাক্রমে $m_1$ ও $m_2$ এবং এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব R। এদের মধ্যকার আকর্ষণ বল F হলে—

৬। মধ্যবর্তী দূরত্ব $d$-এর মান দ্বিগুণ করা হলে আকর্ষণ বলের মান F' পূর্বের মানের কত গুণ হবে ?

ক এক-তৃতীয়াংশ
খ এক-চতুর্থাংশ
গ অর্ধেক
ঘ দুই-তৃতীয়াংশ

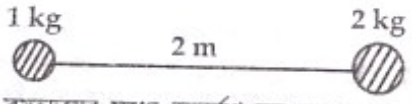
৭। কোনো স্থানের $g$-এর মান $9.832\ ms^{-2}$ হলে নিচের কোন উক্তিটি সঠিক ?

ক স্থানটি মেরু অঞ্চলে অবস্থিত
খ স্থানটি 45° অক্ষাংশে অবস্থিত
গ স্থানটি বিষুবীয় অঞ্চলে অবস্থিত
ঘ স্থানটি সমুদ্রপৃষ্ঠে অবস্থিত

৮। $m_1 = 10\ kg$, $m_2 = 15\ kg$, $F = 1 \times 10^{-6}\ N$ এবং $d = 0.1\ m$ মানগুলোর জন্য মহাকর্ষ ধ্রুবকের মান কত হবে ?

ক $6.67 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
খ $6.067 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
গ $6.667 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$
ঘ $6.67 \times 10^{11}\ Nm^2kg^{-2}$

৯।




বস্তুদ্বয়ের মধ্যে আকর্ষণ বল কত ?

ক $6.66 \times 10^{-11}\ N$
খ $3.33 \times 10^{-11}\ N$
গ $13.32 \times 10^{-11}\ N$
ঘ $6.66 \times 10^{-13}\ N$

১০। দুটি বস্তুর মধ্যে যে দূরত্ব আছে তা অর্ধেকে নেমে আসলে মহাকর্ষ বল—

ক দ্বিগুণ কমে
খ দ্বিগুণ বাড়ে
গ চারগুণ কমে
ঘ চারগুণ বাড়ে

১১। নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রের ভেক্টর রূপ হলো—

ক $\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1m_2}{r_{21}^3}\vec{r}_{12}$
খ $\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1m_2}{r_{12}^3}\vec{r}_{12}$
গ $\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1m_2}{r_{21}^2}\vec{r}_{12}$
ঘ $\vec{F}_{21} = -G\frac{m_1m_2}{r_{12}^2}\vec{r}_{12}$

১২। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক G- এর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য— [ঢা. বো. ২০১৫]

(i) ইহা মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে
(ii) G-এর মান বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে
(iii) G একটি স্কেলার রাশি

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii
খ ii ও iii
গ i ও iii
ঘ i, ii ও iii

১৩। মহাকর্ষ বলের প্রকৃতি হলো—

(i) মহাকর্ষ বল বস্তুর মধ্যকার পারস্পরিক আকর্ষণ বল
(ii) মহাকর্ষ বল মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে
(iii) মহাকর্ষ বল বস্তুদ্বয়ের ভরের গুণফলের সমানুপাতিক

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii
খ ii ও iii
গ i ও iii
ঘ i, ii ও iii

১৪। আকর্ষণ বলের অভিমুখে সরণ হলে মহাকর্ষীয় বিভব পার্থক্য—

ক শূন্য হয়
খ ধনাত্মক হয়
গ ঋণাত্মক হয়
ঘ অসীম হয়

১৫। মহাকর্ষ বল ও তড়িচ্চুম্বকীয় বলের ক্ষেত্রে—

(i) মহাকর্ষীয় বিভব সবর্দা ঋণাত্মক
(ii) তড়িৎ বিভব ধনাত্মক ও ঋণাত্মক উভয়ই হতে পারে
(iii) মহাকর্ষীয় বিভব মাধ্যমের উপর নির্ভর করে

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii
খ ii ও iii
গ i ও iii
ঘ i, ii ও iii

১৬। একটি সুষম গোলকের ব্যাসার্ধ R এর ভর M। গোলকটির কেন্দ্র থেকে $r_1$ এবং $r_2$ দূরে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রে প্রাবল্যের মান যথাক্রমে $F_1$ ও $F_2$ হলে নিম্নের কোনটি সঠিক?

ক $\frac{F_1}{F_2}=\frac{r_1}{r_2}$ যদি $r_1 < R$ এবং $r_2 < R$ হয়

খ $\frac{F_1}{F_2}=\frac{r_1}{r_2}$ যদি $r_1 > R$ এবং $r_2 > R$ হয়

গ $\frac{F_1}{F_2}=\frac{r_1^2}{r_2^2}$ যদি $r_1 < R$ এবং $r_2 < R$ হয়

ঘ $\frac{F_1}{F_2}=\frac{r_2^2}{r_1^2}$ যদি $r_1 > R$ এবং $r_2 > R$ হয়

১৭। কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রবাল্য—

(i) ভেক্টর রাশি

(ii) $E=-\frac{dV}{dr}$

(iii) $E=\frac{dV}{dr}$

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i

খ i ও ii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

১৮। মহাকর্ষীয় প্রাবল্য ও মহাকর্ষীয় বিভবের মধ্যে সম্পর্ক হলো—

ক $E=\frac{dV}{dr}$

খ $F=Vr$

গ $E=-\frac{dV}{dr}$

ঘ $E=\frac{V}{r}$

১৯। মহাকর্ষীয় বিভব—

(i) একটি স্কেলার রাশি

(ii) এর একক জুল/কিলোগ্রাম

(iii) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্রের কোনো বিন্দুতে এটি ঋণাত্মক

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

২০। গোলকের অভ্যন্তরে মহাকর্ষীয় বিভব কীরূপ হয় ?

ক বিভব শূন্য হয়

খ বিভব স্থির থাকে

গ বিভব অসীম হয়

ঘ কোনোটিই নয়

২১। মহাকর্ষীয় বিভবের মাত্রা কোনটি ?

ক $MLT^{-2}$

খ $ML^2T^3$

গ $ML^2T^{-2}$

ঘ $ML^{-2}T^2$

২২। মহাকর্ষীয় প্রাবল্য E-এর রাশিমালা কোনটি ?

ক $E=\frac{M}{r}$

খ $E=\frac{M}{r^2}$

গ $E=\frac{M}{r^3}$

ঘ $E=\frac{M_m^2}{r}$

২৩। কোনো বস্তুর উৎক্ষেপণ বেগ মুক্তিবেগ অপেক্ষা বেশি হলে বস্তুটি

(i) চাঁদের মতো উপগ্রহে পরিণত হয়

(ii) পৃথিবীতে আর ফিরে আসে না

(iii) পরাবৃত্ত পথে পৃথিবী পৃষ্ঠ ছেড়ে যায়

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

২৪। কোনো গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ হলে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ হবে পৃথিবী পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের—

ক দ্বিগুণ

খ সমান

গ অর্ধেক

ঘ এক-চতুর্থাংশ

২৫। নিচের কোন্‌টি সত্য নয় ?

ক পৃথিবীর বার্ষিক গতির জন্য $g$-এর মানের পরিবর্তন হয়

খ পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য $g$-এর মানের পরিবর্তন হয়

গ অক্ষাংশ পরিবর্তনে $g$-এর মানের পরিবর্তন হয়

ঘ উচ্চতার কারণে $g$-এর মানের পরিবর্তন হয়

২৬। 1 kg ভরের দুটি বস্তু 1 m দূরে স্থাপন করলে এদের মধ্যবর্তী আকর্ষণ বলের মান কত হবে ?

ক $6{\cdot}673\times10^{-10}$ N

খ $6{\cdot}673\times10^{-11}$ N

গ $6{\cdot}673\times10^{11}$N

ঘ $6{\cdot}663\times10^{-11}$ N

২৭। $g$-এর মান সর্বাধিক কোথায় ?
ক মেরু
খ বিষুব
গ ভূ-কেন্দ্রে
ঘ ভূ-পৃষ্ঠ হতে অনেক ওপরে

২৮। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 'R' এবং পৃথিবীতে অভিকর্ষজ ত্বরণ '$g$'। পৃথিবীপৃষ্ঠ হতে '$h$' উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণ কত ? [ঢা. বো. ২০১৫]
ক $\frac{g(R-h)}{R}$
খ $\frac{gR^2}{(R+h)^2}$
গ $\frac{gR}{R+h}$
ঘ $\frac{g(R-h)^2}{R^2}$

২৯। R পৃথিবীর ব্যাসার্ধ হলে ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় $g$-এর মান শূন্য হবে ?
ক R
খ 2R
গ $\frac{R}{2}$
ঘ 4R

৩০। পৃথিবীর পৃষ্ঠে ও চাঁদের পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণের অনুপাত কত হবে ?
ক 81 : 4
খ 81 : 6
গ 81 : 10
ঘ 81 : 16

৩১। একই উচ্চতায় দুটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিকে আবর্তিত হচ্ছে। একটি উপগ্রহের ভর অপরটির দ্বিগুণ হলে বেগের কী পরিবর্তন লক্ষ করা যাবে ?
ক ১ম উপগ্রহ ২য় উপগ্রহের দ্বিগুণ বেগে আবর্তিত হবে
খ ১ম উপগ্রহ ২য় উপগ্রহের অর্ধেক বেগে আবর্তিত হবে
গ ১ম উপগ্রহ ২য় উপগ্রহের চারগুণ বেগে আবর্তিত হবে
ঘ উভয় উপগ্রহই একই বেগে আবর্তিত হবে

৩২। পৃথিবীতে মুক্তিবেগের মান কত ? [ঢা. বো. ২০১৫]
ক $11{\cdot}2\ ms^{-1}$
খ $1120\ ms^{-1}$
গ $11{\cdot}2\ kms^{-1}$
ঘ $112\ kms^{-1}$

৩৩। মঙ্গলগৃহের ব্যাস 6000 km এবং এর পৃষ্ঠে $g$ এর মান $3{\cdot}8\ ms^{-2}$ হলে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠ হতে একটি বস্তুর মুক্তি বেগ কত ?
ক $11{\cdot}2\ kms^{-1}$
খ $9{\cdot}7\ kms^{-1}$
গ $3{\cdot}85\ kms^{-1}$
ঘ $4{\cdot}77\ kms^{-1}$

৩৪। মুক্তি বেগ—
(i) বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে
(ii) এর মান পৃথিবী পৃষ্ঠে $11{\cdot}2\ kms^{-1}$
(iii) একটি কৃত্রিম উপগ্রহের বেগ মুক্তি বেগের চেয়ে কম হয়
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৩৫। কোনো বস্তুর মুক্তিবেগ ঐ বস্তুর ভরের—
ক সমানুপাতিক
খ বর্গের সমানুপাতিক
গ ভরের উপর নির্ভরশীল
ঘ বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

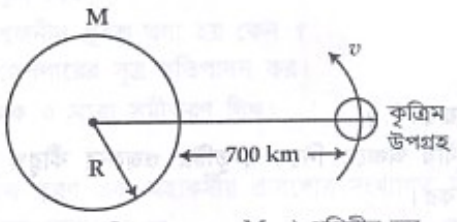
৩৬। ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ সম্পর্কে নিচের কোনটি সঠিক নয় ? [ঢা. বো. ২০১৫]
ক ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথ বিষুবরেখার সরাসরি উপরে থাকবে
খ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথে সমস্ত উপগ্রহের ভর একই হবে
গ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথের আবর্তনকাল 24 ঘণ্টা
ঘ ভূ-স্থির উপগ্রহের কক্ষপথের সম্ভাব্য ব্যাসার্ধ একটি

**উত্তর :**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ১। ঘ | ২। খ | ৩। ক | ৪। ঘ | ৫। গ | ৬। খ | ৭। ক | ৮। ক | ৯। খ | ১০। ঘ |
| ১১। খ | ১২। খ | ১৩। গ | ১৪। গ | ১৫। ক | ১৬। ক | ১৭। খ | ১৮। গ | ১৯। ঘ | ২০। খ |
| ২১। গ | ২২। খ | ২৩। গ | ২৪। গ | ২৫। ক | ২৬। খ | ২৭। ক | ২৮। খ | ২৯। গ | ৩০। ঘ |
| ৩১। ঘ | ৩২। গ | ৩৩। ঘ | ৩৪। গ | ৩৫। গ | ৩৬। ঘ | | | | |

## (খ) সৃজনশীল প্রশ্ন

১।




[$M = 6 \times 10^{24}$ kg এবং $R = 6{\cdot}4 \times 10^{6}$ m]

(ক) মহাকর্ষীয় প্রাবল্য কী ?

(খ) মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের একক ও মাত্রা সমীকরণ লিখ।

(গ) উপগ্রহটির অনুভূমিক বেগ নির্ণয় কর।

(ঘ) উপগ্রহটিকে পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 1000 km ওপরে রাখতে হলে এর আবর্তনকালের কীরূপ পরিবর্তন ঘটবে বিশ্লেষণ কর।

২। উপরের দিকে একটি ঢিল ছুড়লে তা পৃথিবীতে ফিরে আসে। কিন্তু কোনো বস্তুকে একটি নির্দিষ্ট বেগে বা তার অধিক বেগে নিক্ষেপ করলে তা আর পৃথিবীতে ফিরে আসে না। এই বেগের মান চাঁদ, মঙ্গল গ্রহ, বৃহস্পতিতে ভিন্ন রকম। নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(ক) মুক্তি বেগ কী ?

(খ) মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলতে কী বুঝ ?

(গ) পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6{\cdot}4 \times 10^{6}$ m এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ $g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$ হলে পৃথিবী হতে একটি বস্তুর মুক্তিবেগ নির্ণয় কর।

(ঘ) পৃথিবী, চাঁদ, মঙ্গল গ্রহ, বৃহস্পতি বা অন্যান্য গ্রহের জন্য মুক্তি বেগ ভিন্ন কেন ? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

৩। একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর সাথে সমকেন্দ্রিকভাবে পৃথিবীর চতুর্দিকে পরিভ্রমণ করছে। নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(ক) কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বিবৃত কর।

(খ) কী কী কারণে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g$ এর মান পরিবর্তিত হয় ?

(গ) প্রমাণ কর যে উপগ্রহটির মুক্তি বেগ এর গতি বেগের 1·414 গুণ।

(ঘ) কৃত্রিম উপগ্রহের উচ্চতা তার আবর্তনকালের উপর নির্ভরশীল—যথাযথ যুক্তির মাধ্যমে প্রমাণ কর।

৪। 630 N ওজনের একজন নভোচারী পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে যাত্রা করে চাঁদে অবতরণ করলেন। পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 গুণ ও 4 গুণ। নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(ক) কৃত্রিম উপগ্রহ কী ?

(খ) ভূ-পৃষ্ঠের কোনো স্থানের মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও অভিকর্ষজ ত্বরণের সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।

(গ) উদ্দীপকের তথ্য থেকে পৃথিবী ও চাঁদের অভিকর্ষজ ত্বরণের তুলনা কর।

(ঘ) নভোচারীর ওজন চাঁদে বাড়বে না কমবে গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

৫। আমরা জানি যে, 1 kg ভরের কোনো বস্তুর ওজন পৃথিবীতে 9·8 N, চাঁদে 1·6 N এবং মহাশূন্যে কোনো ওজনই থাকে না। কিন্তু পৃথিবী, চাঁদ ও মহাশূন্যে বস্তুটির ভর কিন্তু 1 kg পরিমাণই থাকে। নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(ক) মহাকর্ষ সূত্রটি লিখ।

(খ) ভর ও ওজনের পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।

(গ) পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6{\cdot}4 \times 10^{6}$ m এবং ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9{\cdot}8\ ms^{-2}$। ভূপৃষ্ঠ থেকে $6{\cdot}4 \times 10^{5}$ m উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর।

(ঘ) উদ্দীপকে প্রদত্ত তথ্যগুলো সঠিক না বিভ্রান্তিকর ? এই ওজনের ভিন্নতার কারণ যুক্তি দিয়ে ব্যাখ্যা কর।

৬। চিত্রে মেরু অঞ্চলে অবস্থিত $m$ ভরের একটি বস্তুকে পৃথিবী তার কেন্দ্রের দিকে F বলে টানছে। পৃথিবীর ভর এবং ব্যাসার্ধ R।




(ক) অভিকর্ষীয় ত্বরণ কী ?

(খ) $g$-এর মান পরিবর্তিত হয় কেন ?

(গ) মেরু অঞ্চল থেকে বিষুবীয় অঞ্চলে নিলে বস্তুটির ওজনের কীরূপ পরিবর্তন ঘটবে ব্যাখ্যা কর।

(ঘ) অভিকর্ষীয় ত্বরণকে পৃথিবীর ভর, ব্যাসার্ধ এবং মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের দ্বারা কীভাবে প্রকাশ করা যায় দেখাও

৭। একটি বস্তুকে $v$ বেগে ঊর্ধ্বে উৎক্ষেপণ করায় তা একটি অধিবৃত্ত পথে পৃথিবী পৃষ্ঠ ছেড়ে যায় এবং আর পৃথিবী ফিরে আসে না।

(ক) মহাকর্ষীয় বিভব কী ?

(খ) অভিকর্ষ কেন্দ্র বলতে কী বুঝ ?

(গ) উদ্দীপকের ঘটনাটি মঙ্গল গ্রহে হলে বস্তুটিকে কত বেগে উৎক্ষেপণ করা হয়েছিল ? [মঙ্গল গ্রহের ব্যাস 6000 km এবং এর পৃষ্ঠের অভিকর্ষীয় ত্বরণ $3{\cdot}8\ ms^{-2}$।]

(ঘ) মুক্তি বেগের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।

৮। বিখ্যাত বিজ্ঞানী স্যার আইজাক নিউটন আবিষ্কার করেন যে, এ মহাবিশ্বের যে কোনো দুটি বস্তুর মধ্যে একটি পারস্পরিক আকর্ষণ রয়েছে। সূর্য ও চন্দ্রের মধ্যে যে আকর্ষণ তা মহাকর্ষ। কিন্তু পৃথিবী ও চন্দ্রের মধ্যে যে আকর্ষণ তা অভিকর্ষ। [পৃথিবীর ভর $5{\cdot}975 \times 10^{24}$ kg এবং ব্যাসার্ধ $6{\cdot}37 \times 10^{6}$ m]

(ক) মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কী ?

(খ) পৃথিবীর কেন্দ্রে বস্তুর ওজন শূন্য হয় কেন ?

(গ) উদ্দীপকের প্রদত্ত তথ্য থেকে ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান বের কর।

(ঘ) অভিকর্ষজ ত্বরণকে কীভাবে পৃথিবীর ভর, ব্যাসার্ধ ও মহাকর্ষ ধ্রুবকের সাথে প্রকাশ করা যায় গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

৯। ক্যাভেন্ডিস তার পরীক্ষায় G-এর মান পেয়েছেন $6{\cdot}63 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$। 1942 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী পি. আর. হাইক পি চিজানোস্কি, বার্জ প্রমুখ কর্তৃক আমেরিকায় নির্ণীত G-এর মানই বর্তমানে গৃহীত হয়েছে। এই মান $6{\cdot}673 \times 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$। অপরদিকে বিভিন্ন গবেষণায় প্রাপ্ত পৃথিবীর ভর $5{\cdot}975 \times 10^{24}$ kg, ব্যাসার্ধ 6371 km। পৃথিবী পৃষ্ঠের 45° অক্ষাংশে সমুদ্র সমতলে $g$-এর মানকে আদর্শ ধরা হয়, কিন্তু পৃথিবী পৃষ্ঠের বিভিন্ন অবস্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g$ বিভিন্ন হয়। পৃথিবী পৃষ্ঠের সর্বোচ্চ পর্বতশৃঙ্গ এভারেস্টের উচ্চতা 8·848 km।

(ক) মুক্তি বেগ কী ?

(খ) অভিকর্ষজ ত্বরণের মান মেরু, বিষুবীয় ও ক্রান্তীয় অঞ্চলে ভিন্ন ভিন্ন কেন ?

(গ) উদ্দীপকে এভারেস্টের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত ?

(ঘ) ভূ-পৃষ্ঠ হতে $h$ উচ্চতায় কোনো স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ $g' = g\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$, গাণিতিক বিশ্লেষণ কর।

## (গ) কাঠামোবদ্ধ ও রচনামূলক প্রশ্ন

১। পড়ন্ত বস্তুর ক্ষেত্রে গ্যালিলিও কয়টি সূত্র প্রদান করেছেন ? ১ম সূত্রটি বিবৃত কর।

২। পড়ন্ত বস্তুর সূত্রগুলো ব্যাখ্যা কর।

৩। একটি পরীক্ষার সাহায্যে পড়ন্ত বস্তুর প্রথম সূত্র প্রমাণ কর।

৪। গ্রহের গতি সম্পর্কিত কেপলারের কয়টি সূত্র রয়েছে এবং কী কী ?

৫। গ্রহের গতি সম্পর্কিত সূত্রগুলো বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর।

৬। প্রতিটি গ্রহের পর্যায়কালের বর্গ গ্রহের কক্ষপথের পরাক্ষের অর্ধেকের ঘন-এর সমানুপাতিক—ব্যাখ্যা কর।

৭। কেপলারের দ্বিতীয় সূত্রটি বর্ণনা কর।

৮। কেপলারের তৃতীয় সূত্রটি বর্ণনা কর।

৯। মহাকর্ষ কী ?

১০। অভিকর্ষ কী ?

১১। নিউটনের মহাকর্ষীয় সূত্রটি লিখ।
১২। মহাকর্ষীয় সূত্রের ভেক্টর রূপটি লিখ।
১৩। মহাকর্ষ বলের প্রকৃতিগুলি লিখ।
১৪। মহাকর্ষীয় ধ্রুবককে বিশ্বজনীন ধ্রুবক বলা হয় কেন ?
১৫। নিউটনের সূত্র থেকে কেপলারের সূত্র প্রতিপাদন কর।
১৬। মহাকর্ষীয় ধ্রুবকের একক ও মাত্রা সমীকরণ লিখ।
১৭। অভিকর্ষজ ত্বরণ কী ?
১৮। প্রমাণ কর যে অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং মহাকর্ষীয় প্রাবল্যের সংখ্যাগত মান সমান।
১৯। $g$ এর মান পরিবর্তিত হয় কেন ?
২০। মহাকর্ষীয় ধ্রুবক ও অভিকর্ষজ ত্বরণের মধ্যকার সম্পর্কটি লিখ।
২১। অভিকর্ষজ ত্বরণ $g$-এর পরিবর্তনের কারণগুলো কী কী ?
২২। ভর ও ওজনের পার্থক্য ব্যাখ্যা কর।
২৩। পৃথিবীর কেন্দ্রে বস্তুর ওজন শূন্য হয় কেন ?
২৪। অভিকর্ষীয় ত্বরণের মেরু বিষুবীয় ও ক্রান্তীয় অঞ্চলে ভিন্ন হয় কেন?
২৫। অবাধে পতনশীল বস্তুর ওজন শূন্য কেন ?
২৬। পৃথিবীর কেন্দ্র থেকে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ও দূরত্বের একটি লেখচিত্র অঙ্কন কর।
২৭। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য বলতে কী বুঝ ?
২৮। মহাকর্ষীয় বিভব কী ?
২৯। মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র প্রাবল্য ও মহাকর্ষীয় বিভবের মধ্যে সম্পর্কটি লিখ।
৩০। প্রমাণ কর যে একটি ভারী বস্তু হতে অসীম দূরত্বে অবস্থিত কোনো বিন্দুতে মহাকর্ষীয় বিভব ও মহাকর্ষীয় প্রাবল্য উভয়ের মান শূন্য।
৩১। অভিকর্ষ কেন্দ্র বলতে কী বুঝ ?
৩২। ভরকেন্দ্র কাকে বলে ?
৩৩। মুক্তি বেগ কী ?
৩৪। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে মুক্তিবেগ চন্দ্রপৃষ্ঠ থেকে মুক্তিবেগ অপেক্ষা বড় না ছোট ? —ব্যাখ্যা কর।
৩৫। বৃহস্পতির মুক্তিবেগের মান $6{\cdot}02 \times 10^4\ ms^{-1}$ বলতে কী বুঝ ?
৩৬। কৃত্রিম উপগ্রহ কী ? [ঢা. বো. ২০১৫]
৩৭। ভূ-স্থির উপগ্রহ কাকে বলে ?
৩৮। কৃত্রিম উপগ্রহের ব্যবহার লিখ। এর পর্যায়কালের মান নির্ণয় কর।
৩৯। মহাকর্ষ সূত্র ব্যবহার করে কীভাবে প্রাকৃতিক সম্পদ অনুসন্ধান করা যায় বর্ণনা কর।
৪০। বস্তু গবেষণায় মহাকর্ষ সূত্রের ব্যবহার আলোচনা কর।
৪১। কৃত্রিম উপগ্রহের মাধ্যমে পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানের যোগাযোগ ব্যবস্থা বর্ণনা কর।

## (ঘ) ক্রিয়াকর্ম

**প্রতিবেদন রচনা :** ৬·১১ অনুচ্ছেদের তিনটি বিষয় পর্যবেক্ষণ কর এবং বিজ্ঞানের অগ্রযাত্রায় পদার্থবিজ্ঞানের ভূমিকা শীর্ষক প্রতিবেদন রচনা কর।
শিক্ষক সব থেকে ভালো প্রতিবেদন নির্বাচন করে শ্রেণিকক্ষে উপস্থাপন করবেন।

## (ঙ) কাজ (গাণিতিক সমস্যা)

১। 2 kg ভরের একটি বস্তুকে সুতায় ঝুলায়ে $2{\cdot}2\ ms^{-2}$ সমত্বরণে (i) উপরে উঠালে, (ii) নিচে নামালে সুতার টান কত হবে ? [উ. 24 N ও 15·2 N]

২। 2 kg ভরের একটি বস্তু সুতায় ঝুলানো আছে। সুতার টান 27·6N হলে বস্তুটির ত্বরণ কত? [উ. $4\ ms^{-2}$]

৩। দুটি গোলকের ভর যথাক্রমে 40 kg ও 15 kg। তাদের কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব 0·1 m হলে, পারস্পরিক আকর্ষণ বল কত হবে ? [$G = 6{\cdot}66 \times 10^{-11}\ N\text{-}m^2.kg^{-2}$] [উ. $39{\cdot}96 \times 10^{-7}$ N]

৪। একটি নক্ষত্রের চারদিকে আবর্তনরত দুটি গ্রহ R এবং S-এর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত 5 : 7। R গ্রহের আবর্তনকাল $5 \times 10^7$ sec হলে S গ্রহের আবর্তনকাল বের কর। [ উ. $8{\cdot}28 \times 10^7$ sec ]

৫। বৃহস্পতি 11·9 বছরে একবার সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে। অন্যদিকে পৃথিবী বছরে একবার সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে। বৃহস্পতি এবং পৃথিবী হতে সূর্যের দূরত্বের তুলনা কর।

[ উ. বৃহস্পতি হতে সূর্যের দূরত্ব পৃথিবী হতে সূর্যের দূরত্বের 5·20 গুণ ]

৬। সূর্যের চারদিকে শুক্র ও পৃথিবীর আবর্তনকাল যথাক্রমে 223 দিন ও 365 দিন। গ্রহ দুটির কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত নির্ণয় কর। [ উ. 54 : 75 ]

৭। একটি মহাশূন্যযান পৃথিবী থেকে চাঁদের দিকে যাচ্ছে। পৃথিবী থেকে এমন একটি অবস্থান বের কর যেখানে এর মহাকর্ষীয় বল শূন্য। [পৃথিবীর ভর $= 6 \times 10^{24}$ kg, চাঁদের ভর $= 7{\cdot}4 \times 10^{22}$ kg। পৃথিবী ও চাঁদের মধ্যবর্তী দূরত্ব $= 3{\cdot}8 \times 10^{8}$ m] [ উ. $3{\cdot}42 \times 10^{8}$ m ]

৮। সূর্যের চারদিকে শুক্র ও পৃথিবীর কক্ষপথের ব্যাসার্ধের অনুপাত 54:75। পৃথিবীতে 365 দিনে এক বছর হলে শুক্রতে কত দিনে এক বছর হবে ? [ উ. 223 দিন ]

৯। ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় গেলে সেখানকার অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের এক শতাংশ হবে ? পৃথিবীকে $6{\cdot}4 \times 10^{6}$m ব্যাসার্ধের গোলক মনে কর। [ উ. $57{\cdot}6 \times 10^{6}$ m ]

১০। পৃথিবী সূর্যের চারদিকে $1{\cdot}5 \times 10^{11}$m দূর থেকে এক বছরে একবার ঘুরে আসছে। সূর্যের ভর $1{\cdot}99 \times 10^{30}$ kg হলে, কক্ষপথে পৃথিবীর দ্রুতি কত ? [ উ. 30 $kms^{-1}$ ]

১১। একটি গ্রহের ভর ও ব্যাসার্ধ উভয়ই যথাক্রমে পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। ভূ-পৃষ্ঠে $g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$ হলে ঐ গ্রহের পৃষ্ঠে $g$ নির্ণয় কর। [ উ. $4{\cdot}9\ ms^{-2}$ ]

১২। 4 km গভীর খনি গর্ভে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। ভূ-পৃষ্ঠে $g$ এর মান $9{\cdot}80\ ms^{-2}$, পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km. [ উ. $9{\cdot}795\ ms^{-2}$ ]

১৩। $g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$ স্থানে একটি স্প্রিং নিক্তিতে কোনো একটি বস্তুর ওজন 9·8 N হলো। বস্তুটির ভর কত ? কোনো স্থানে ঐ স্প্রিং নিক্তিতে বস্তুটির ওজন 9·4 N হলে ঐ স্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণ নির্ণয় কর। [ উ. 1 kg ; $9{\cdot}4\ ms^{-2}$ ]

১৪। মঙ্গলগ্রহের ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 0·532 গুণ এবং ভর 0·11 গুণ। ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $9{\cdot}8\ ms^{-2}$ মঙ্গলের পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান নির্ণয় কর। [ উ. $3{\cdot}8\ ms^{-2}$ ]

১৫। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে 200 km ভিতরে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান নির্ণয় কর। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6{\cdot}4 \times 10^{6}$m, $G = 6{\cdot}67 \times 10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$ এবং পৃথিবীর গড় ঘনত্ব $5{\cdot}5 \times 10^{3}\ kgm^{-3}$। [ উ. $9{\cdot}52\ ms^{-2}$ ]

১৬। চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ মানের $\frac{1}{5}$। পৃথিবীর ভর চাঁদের ভরের প্রায় 81 গুণ হলে পৃথিবীর ব্যাস চাঁদের ব্যাসের কত গুণ ? [ উ. 4·02 ]

১৭। ঘূর্ণনের জন্য বিষুব অঞ্চলে অভিকর্ষীয় ত্বরণ কত কম হবে ? [ ধর $R = 6{\cdot}4 \times 10^{3}$ km ] [ উ. $0{\cdot}034\ ms^{-2}$ ]

১৮। বৃহস্পতির ব্যাসার্ধ পৃথিবীর ব্যাসার্ধের 10·97 গুণ এবং বৃহস্পতির ভর পৃথিবীর ভরের 318·3 গুণ। ভূপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান $9{\cdot}8\ ms^{-2}$। বৃহস্পতির পৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর। [ উ. $25{\cdot}92\ ms^{-2}$ ]

১৯। ভূ-কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বের কর। [ঢা. বো. ২০১১] [উ. শূন্য]

২০। পৃথিবী পৃষ্ঠে একজন লোকের ওজন 81 কিলোগ্রাম-ওজন হলে চন্দ্র পৃষ্ঠে তার ওজন কত হবে ? (পৃথিবীর ভর চন্দ্রের ভরের 81 গুণ এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ চন্দ্রের ব্যাসার্ধের 4 গুণ) [ উ. 16 কিলোগ্রাম ]

২১। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান পৃথিবী পৃষ্ঠের ত্বরণের মানের শতকরা একাশি ভাগ হবে ? [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $= 6{\cdot}38 \times 10^{6}$m ] [উ. $7{\cdot}1 \times 10^{6}$ m ]

২২। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে কত উচ্চতায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান পৃথিবীর ত্বরণের মান শতকরা চল্লিশ ভাগ হবে ? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ, $R = 6{\cdot}38 \times 10^{6}$ m)। [ সি. বো. ২০০৬] [ উ. $1{\cdot}9 \times 10^{6}$ m ]

২৩। ভূ-পৃষ্ঠ হতে কত গভীরে অভিকর্ষীয় ত্বরণের মান ভূ-পৃষ্ঠের মানের এক পঞ্চমাংশ হবে ? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6{\cdot}4 \times 10^{3}$ km) [ উ. $5{\cdot}12 \times 10^{3}$ km]

২৪। 2000 kg ভরবিশিষ্ট কোনো বস্তু থেকে 10 মিটার দূরে কোনো বিন্দুতে বিভব নির্ণয় কর।

[ $G = 6{\cdot}67 \times 10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$ ] [ উ. — $1{\cdot}334 \times 10^{-8}\ Jkg^{-1}$ ]

২৫। পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র হতে একটি বস্তু নিষ্ক্রমনের জন্য এর প্রক্ষেপণের ন্যূনতম বেগ নির্ণয় কর।
[ য. বো. ২০০৪] [ উ. 11·2 $kms^{-1}$ ]

২৬। পৃথিবীর কৌণিক বেগ বর্তমানের কত গুণ হলে ভূ-পৃষ্ঠের একটি বস্তু মহাশূন্যের দিকে উধাও হবার উপক্রম করবে? [ উ. 17 গুণ ]

২৭। দেখাও যে, পৃথিবীর দ্বিগুণ ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি কাল্পনিক গ্রহ হতে মুক্তি বেগ পৃথিবী হতে মুক্তি বেগের 1·41 গুণ।

২৮। পৃথিবী পৃষ্ঠ হতে সর্বদা 620 km উর্ধ্বে থেকে একটি কৃত্রিম উপগ্রহ পৃথিবীর চারদিক কত অনুভূমিক বেগে প্রদক্ষিণ করে ? [ ভূ-পৃষ্ঠে $g = 9·8\ ms^{-2}$ ও পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R = 6380 km ] [ উ. 7·548 $kms^{-1}$ ]

২৯। পৃথিবীর একটি কৃত্রিম উপগ্রহ ভূ-পৃষ্ঠ হতে 900 km উর্ধ্বে থেকে পৃথিবী প্রদক্ষিণ করছে। উপগ্রহটির ন্যূনতম দ্রুতি ও আবর্তনকাল নির্ণয় কর। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R = 6400 km এবং $g = 9·8\ ms^{-2}$]
[ উ. 7·4 km $s^{-1}$ ও 1 ঘণ্টা 43 মিনিট 15 সেকেন্ড ]

৩০। পৃথিবীর ভর এবং চাঁদের ভর এবং এদের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে $M_1, R_1$ এবং $M_2, R_2$। ওদের কেন্দ্র দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব $d$। কেন্দ্র দুটির মধ্যবিন্দু থেকে $m$ ভরের কোনো বস্তুকে ন্যূনতম কত বেগে প্রক্ষেপ করলে সেটি অসীম দূরত্বে চলে যাবে ? [ উ. $v = \sqrt{\frac{4G(M_1 + M_2)}{d}}$ ]

৩১। পৃথিবীর মহাকর্ষীয় ক্ষেত্র হতে একটি বস্তু নিষ্ক্রমনের জন্য এর প্রক্ষেপণের ন্যূনতম বেগ নির্ণয় কর।
[ উ. 11·2 $kms^{-1}$ ]

৩২। পৃথিবীর নিজ অক্ষের উপর আবর্তনকাল 24 hrs ; মহাকর্ষীয় ধ্রুবক $6·7 \times 10^{-11}\ Nm^2\ kg^{-2}$, পৃথিবীর ভর $6 \times 10^{24}$ kg এবং পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6·4 \times 10^6$ m হলে একটি ভূ-স্থির উপগ্রহের উচ্চতা এবং বেগ নির্ণয় কর।
[উ. $3·6 \times 10^4$ km ; 3·1 $kms^{-1}$]

৩৩। একটি রিমোট সেন্সিং স্যাটেলাইট পৃথিবীর চারিদিকে ভূ-পৃষ্ঠ হতে 250 km উপরে বৃত্তাকার পথে ঘুরছে। এই পথে স্যাটেলাইটটির গতিবেগ এবং ঘূর্ণন কাল নির্ণয় কর। ($R_e$ = 6400 km, $g = 9·8\ ms^{-2}$)
[বুয়েট ভর্তি পরীক্ষা, ২০০৮–০৯]

৩৪। ভূ-পৃষ্ঠের একজন লোকের ওজন 600N তিনি চাঁদে গিয়ে কতটুকু ওজন হারাবেন ? পৃথিবীর ভর ও ব্যাসার্ধ যথাক্রমে চাঁদের ভর ও ব্যাসার্ধের 81 এবং 4 গুণ। [সি. বো. ২০০৯; চ. বো. ২০০৭] [ উ. 481·5 N ]

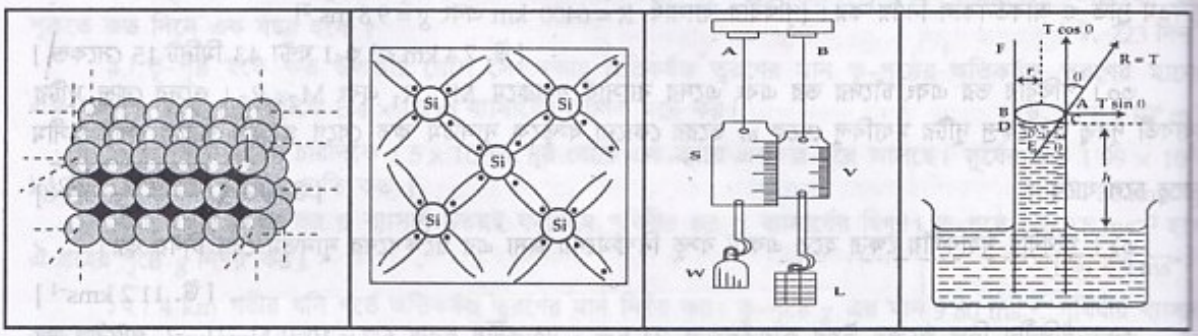
৩৫। ভূ-পৃষ্ঠ হতে অল্প উচ্চতায় এবং ভূ-পৃষ্ঠের সমান্তরালে একটি নভোযান কি দ্রুতিতে চললে একজন যাত্রী ওজনহীনতা অনুভব করবে ? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $6·4 \times 10^6$ m এবং $g = 9·8\ ms^{-2}$) [ উ. 7·9 $kms^{-1}$ ]

৩৬। মঙ্গলগ্রহের ভর $6·6 \times 10^{23}$ kg এবং ব্যাসার্ধ $3·4 \times 10^6$m হলে মঙ্গলগ্রহে মুক্তি বেগ কত ? [উ. 5·1 $kms^{-1}$ ]

# ৭

# পদার্থের গাঠনিক ধর্ম
## STRUCTURAL PROPERTIES OF MATTER

**প্রধান শব্দ (Key Words) :** আয়নিক বন্ধন, সমযোজী বন্ধন, ধাতব বন্ধন, ভ্যানডার ওয়াল বন্ধন, স্থিতিস্থাপকতা, স্থিতিস্থাপক সীমা, অসহ ভার বা ওজন, অসহ পীড়ন, বিকৃতি, পীড়ন, হুকের সূত্র, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, সংনম্যতা, পয়সনের অনুপাত, সান্দ্রতা, সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বা সান্দ্রতাঙ্ক, পৃষ্ঠটান, সংশক্তি বল, আসঞ্জন বল, পৃষ্ঠশক্তি, স্পর্শকোণ।




## সূচনা
### Introduction

কঠিন, তরল ও বায়বীয় এই তিনটি শ্রেণিতে পদার্থ সাধারণত বিভক্ত। পদার্থ ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অণু দিয়ে গঠিত। অণুর মধ্যে ক্রিয়াশীল আন্তঃআণবিক বলের বিভিন্নতার কারণে পদার্থ উপরিউক্ত শ্রেণিতে বিভক্ত। কঠিন পদার্থে আন্তঃআণবিক বল অনেক বেশি। কঠিন পদার্থকে বাহ্যিক বল প্রয়োগে বিকৃত করা কষ্টকর। বল প্রয়োগে আন্তঃআণবিক স্থানের পরিবর্তনে বস্তুর আকার, আকৃতির পরিবর্তন ঘটে যা তরল বা বায়বীয় পদার্থে ঘটে না। সকল কঠিন পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা নামে একটি সাধারণ ধর্ম রয়েছে। এই অধ্যায়ে আন্তঃআণবিক বল এবং এই বলের সাহায্যে স্থিতিস্থাপকতার ব্যাখ্যা, হুকের সূত্র, স্থিতিস্থাপকতার বিভিন্ন গুণাঙ্ক ব্যাখ্যা, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয়, স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি, প্রবাহীর প্রবাহ, পৃষ্ঠটান, পৃষ্ঠশক্তি ইত্যাদি আলোচনা করা হয়েছে।

এই অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- পদার্থের আন্তঃআণবিক বলের প্রকৃতি ও এই বলের আলোকে পদার্থের স্থিতিস্থাপক আচরণ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পদার্থের বিভিন্ন প্রকার বন্ধন ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- হুকের সূত্র, স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, পয়সনের অনুপাত ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- **ব্যবহারিক :**
  ইয়ং এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয়।
- প্রবাহী পদার্থ ব্যাখ্যাসহ প্রান্তিক বেগ, সান্দ্রতা, সান্দ্রতা গুণাঙ্ক ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পৃষ্ঠটান, পৃষ্ঠশক্তি, সংসক্তি বল, আসঞ্জন বল, স্পর্শ কোণ ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- ঘর্ষণ ও সান্দ্রতার মধ্যে সম্পর্ক স্থাপনসহ তরল পদার্থে স্টোক্স-এর সূত্র, প্রান্তিক বেগ ব্যাখ্যা করতে পারবে।

## ৭.১ পদার্থের আন্তঃআণবিক আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বল
### Inter Molecular Attractive and Repulsive Force of Matter

সকল পদার্থই অসংখ্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কণা তথা পরমাণু ও অণুর সমন্বয়ে গঠিত। এসব পরমাণু ও অণুসমূহের অভ্যন্তরে বা তাদের পরস্পরের মধ্যে বিভিন্ন প্রকার আকর্ষণ বল কার্যকর রয়েছে। বিভিন্ন পদার্থের অণুর মধ্যে অথবা

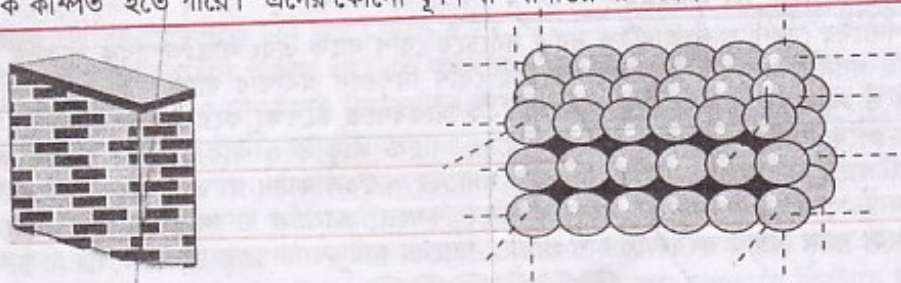
একই পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলের কারণে পৃষ্ঠটানের উদ্ভব ঘটে। তবে বিভিন্ন পদার্থের মধ্যে আকর্ষণ বলের বৈশিষ্ট্য ও প্রকৃতির ভিন্নতা পরিলক্ষিত হয়।

অণুগুলো নিজেরা কীভাবে যুক্ত হয় যার ফলে কঠিন, তরল বা গ্যাস গঠিত হয় ? প্রকৃতপক্ষে অণুগুলো এক প্রকার বল দ্বারা পরস্পরের সাথে যুক্ত থাকে। একে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল বলে। অর্থাৎ পদার্থের অণুগুলো পরস্পর যে বল দ্বারা যুক্ত হয়ে বিভিন্ন ভৌত কাঠামো গঠন করে তাকে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল বলে।

নিম্নের আলোচনায় কঠিন, তরল এবং বায়বীয় পদার্থের ক্ষেত্রে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বলের বৈশিষ্ট্য ও আচরণ সম্পর্কে জানতে সক্ষম হব।

## কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে আন্তঃআণবিক বল
## Inter Atomic Force in Solids

কঠিন পদার্থের নির্দিষ্ট আকার ও আয়তন আছে। শক্তিশালী আকর্ষণ বলের কারণে কণাসমূহ খুব কাছাকাছি অবস্থান করে। কঠিন পদার্থের আন্তঃআণবিক আকর্ষণ সবচেয়ে বেশি থাকে এবং আন্তঃআণবিক দূরত্ব সবচেয়ে কম থাকে। উচ্চ আন্তঃকণা আকর্ষণ বল দ্বারা আকৃষ্ট হয়ে কণাসমূহ দৃঢ় সংবন্ধ ও ঘন সন্নিবিষ্ট অবস্থায় থাকে। এই অবস্থায় পদার্থের কণাসমূহের মধ্যে আন্তঃকণা ফাঁকা স্থান নেই বললেই চলে। সর্বোচ্চ আন্তঃকণা আকর্ষণ বল দ্বারা দৃঢ়ভাবে আকৃষ্ট হয়ে থাকায় কঠিন পদার্থ নির্দিষ্ট পরিমাণ স্থান দখল করে থাকে। তাই এ অবস্থায় পদার্থের আয়তন নির্দিষ্ট থাকে। আবার কণাসমূহের মধ্যে আন্তঃকণা ফাঁকা স্থান না থাকায় কণাগুলো স্থান পরিবর্তন করতে পারে না। এজন্য পদার্থের আকৃতিও নির্দিষ্ট থাকে। কঠিন পদার্থের কণাগুলো স্থান পরিবর্তন করতে না পারলেও একই অবস্থানে থেকে কম্পিত হতে পারে। এদের কোনো ঘূর্ণন বা স্থানান্তর গতি নেই। আন্তঃকণা ফাঁকা স্থান নেই বলে



(ক) (খ)

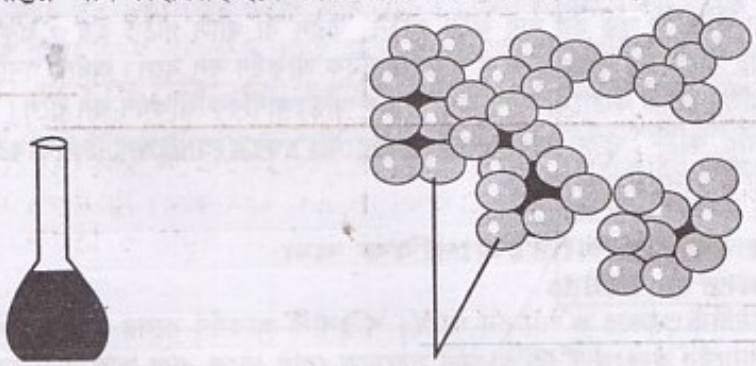
চিত্র ৭·১

চাপ প্রয়োগে কঠিন পদার্থের আয়তন সংকুচিত হয় না। পদার্থের অন্তর্নিহিত এ বলকে আন্তঃকণা আকর্ষণ বল বলে [চিত্র ৭·১ (ক) ও (খ)]। এই বলের মাত্রা সাধারণত ক্ষুদ্রতম কণাগুলোর দূরত্ব এবং বিন্যাসের উপর নির্ভর করে। দূরত্ব বেশি হলে বলের মাত্রা কমে যায় এবং দূরত্ব কম হলে আন্তঃকণা আকর্ষণ বল বেশি হয়। তবে নির্দিষ্ট মাত্রার নিচে দূরত্ব কমে গেলে আন্তঃকণা বিকর্ষণ সৃষ্টি হয়। কঠিন পদার্থের ক্ষুদ্রতম কণাগুলো পরম শূন্য তাপমাত্রার উর্ধ্বে যেকোনো তাপমাত্রায় নড়াচড়া অথবা চলাফেরা করে এবং গতিশক্তি লাভ করে। তাপ প্রয়োগে গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বলের মান গতিশক্তির চেয়ে বেশি হলে পদার্থ কঠিন অবস্থায় থাকে। এই অবস্থায় ছোট ছোট কণাগুলো একে অপরকে ছেড়ে যেতে পারে না, শুধুমাত্র নিজেদের মধ্যে কম্পনের সৃষ্টি করে।

## তরল পদার্থের ক্ষেত্রে আন্তঃআণবিক বল
## Inter Atomic Force in Liquids

তরল অবস্থায় পদার্থের গঠনকারী কণাসমূহের মধ্যে আন্তঃকণা আকর্ষণ বল তুলনামূলকভাবে কম থাকে। এজন্য কণাসমূহ ঘন সন্নিবিষ্ট থাকে না। তবে পরস্পরের মোটামুটি কাছাকাছি অবস্থানে এগুলো ছোট ছোট গুচ্ছের আকারে একটি নির্দিষ্ট পরিসীমার মধ্যে থাকে। তাই তরল অবস্থায় পদার্থের আয়তন নির্দিষ্ট থাকে। কণাসমূহের মধ্যে সামান্য আন্তঃকণা ফাঁকা স্থান সৃষ্টি হয় বলে কণাগুলো একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে থেকেও নড়াচড়া করতে পারে। এ কারণে তরল ভৌত অবস্থায় আয়তন নির্দিষ্ট থাকলেও আকৃতি নির্দিষ্ট থাকে না। যে পাত্রে রাখা হয় সে পাত্রের আকৃতি লাভ করে। তরল অবস্থায় পদার্থের কণাসমূহ কম্পিত, আবর্তিত এবং নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে স্থানান্তরিত হতে পারে। আন্তঃকণা ফাঁকা স্থান খুব সামান্য বলে চাপ প্রয়োগে তরল পদার্থের উল্লেখযোগ্য সংকোচন ঘটে না [চিত্র ৭·২]। অপরপক্ষে তরল পদার্থের ক্ষুদ্রতম কণাগুলো পরম শূন্য তাপমাত্রার উর্ধ্বে নড়াচড়া ও চলাফেরার

জন্য গতিশক্তি লাভ করে এবং কঠিন পদার্থের ন্যায় তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে অধিক গতিশক্তি প্রাপ্ত হয়। কিন্তু আন্তঃকণা আকর্ষণ বল এবং গতিশক্তির মান কাছাকাছি হলে পদার্থ তরল অবস্থায় থাকে। এই অবস্থায় কণাগুলো একটি নির্দিষ্ট



চিত্র ৭·২

পরিধির মধ্যে চলাচল করতে পারলেও গ্যাসের মতো অসীম দূরত্বে সরে যেতে পারে না। আন্তঃকণার পারস্পরিক দূরত্ব বেশি হলে বলের মাত্রা কমে যায় এবং দূরত্ব কম হলে আন্তঃকণা আকর্ষণ বল বেশি হয়। তবে নির্দিষ্ট মাত্রার নিচে দূরত্ব কমে গেলে আন্তঃকণা বিকর্ষণ বলের সৃষ্টি হয়।

## বায়বীয় পদার্থের ক্ষেত্রে আন্তঃআণবিক বল
## Inter Atomic Force in Gases

গ্যাসীয় পদার্থের বেলায় আন্তঃআণবিক দূরত্ব সবচেয়ে বেশি থাকে এবং আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল সবচেয়ে কম থাকে। তাই গ্যাসীয় অবস্থায় অণুসমূহ সবচেয়ে বেশি বিশৃঙ্খল অবস্থায় থাকে। তখন অণুসমূহ অধিকতর কম্পন, আবর্তন ও স্থানান্তর গতিসহকারে আন্তঃআণবিক আকর্ষণকে উপেক্ষা করে মুক্তভাবে চলাচল করে। তখন অণুসমূহ পরস্পর থেকে বিচ্ছিন্ন হয়ে পড়ে। তাই গ্যাসের নির্দিষ্ট আকৃতি ও আকার নেই। যেহেতু অণুসমূহ আর পরস্পরের নিকটে থাকে না, সেহেতু গ্যাসীয় অবস্থায় পদার্থের আয়তন কঠিন বা তরল অবস্থা থেকে অনেক বেশি হয়। এই অবস্থায় পদার্থের অণুসমূহের মধ্যে সর্বাধিক কম্পন, আবর্তন ও স্থানান্তর গতি রয়েছে। সর্বোচ্চ আন্তঃআণবিক ফাঁকা স্থান বিরাজ করে বলে চাপ প্রয়োগে গ্যাসের আয়তন ব্যাপকভাবে হ্রাস পায় [চিত্র ৭·৩]।




চিত্র ৭·৩

অপরপক্ষে যদি গতিশক্তির মান আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল-এর চেয়ে অনেক বেশি হয় তবে পদার্থ গ্যাসীয় অবস্থা লাভ করে। এ অবস্থায় কণাগুলো খুব সহজে একস্থান থেকে অন্যস্থানে যেতে পারে। গ্যাসের পরমাণুসমূহের মধ্যকার দূরত্ব হ্রাস পেলে এবং পজিটিভ চার্জযুক্ত নিউক্লিয়াসসমূহও পরস্পরকে বিকর্ষণ করলে তখনই বিকর্ষণ বল উদ্ভূত হয়। তখন সিস্টেমের বিভবশক্তি বৃদ্ধি পায়।

**নিজে কর :** আন্তঃআণবিক দূরত্বের পরিবর্তনে আন্তঃআণবিক বলের কীরূপ পরিবর্তন ঘটে—ব্যাখ্যা কর।

আন্তঃআণবিক বল আন্তঃআণবিক দূরত্বের উপর নির্ভরশীল। দুটি অণু খুব কাছাকাছি হলে এদের মধ্যে বিকর্ষণ বল কাজ করে। অণুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব একটু বেশি হলে আকর্ষণ বল কাজ করে। আন্তঃআণবিক দূরত্বের একটি নির্দিষ্ট মান আছে যার জন্য আকর্ষণ ও বিকর্ষণ বলের মান সমান হয় অর্থাৎ ঐ দূরত্বে অণুদ্বয়ের মধ্যে লব্ধিবল শূন্য হয়।

## ৭·২ পদার্থের বন্ধন
## Bonding of Matter

আমাদের চারপাশে আমরা যা কিছু দেখি না কেন সবই মৌলিক বা যৌগিক পদার্থ। সকল পদার্থে থাকে অসংখ্য অণু। আবার অণু গঠিত হয় এক বা একাধিক পরমাণু দিয়ে। এই আকর্ষণ শক্তি যা দ্বারা দুটি একই বা ভিন্ন মৌলের পরমাণু পরস্পর যুক্ত হয়ে অণু গঠন করে তাকে পারমাণবিক বন্ধন বলে। সকল পদার্থের অণু গঠিত হয়

পারমাণবিক বন্ধনের মাধ্যমে। যেমন অক্সিজেনের দুটি পরমাণুর রাসায়নিক বন্ধন দিয়ে আবদ্ধ হয়ে অক্সিজেন মৌলের একটি মৌল গঠন করে। এই মৌলগুলি একত্রিত হয়ে পানি গঠিত হয়। কিন্তু প্রশ্ন হলো, কেন দুটি পরমাণুর মধ্যে বন্ধন গঠিত হয় ? কারণ মৌল যখন পারমাণবিক অবস্থায় থাকে তখন তা অস্থিতিশীল অবস্থায় থাকে। ফলে তার জন্য বিপুল স্থিতিশক্তি প্রয়োজন। কিন্তু বন্ধন দ্বারা গঠিত অণুতে পরমাণু স্থিতিশীল অবস্থায় থাকে। আর স্থিতিশীল অবস্থায় স্থিতিশক্তি থাকে খুবই কম। সুতরাং পরমাণুসমূহের মধ্যে তখনই বন্ধন গঠিত হয় যখন পরমাণুসমূহের সংযোগের ফলে সিস্টেমের স্থিতিশক্তি হ্রাস পায়। কোনো কোনো ক্রিস্টালের যোজনী ইলেকট্রনগুলো এক পরমাণু থেকে অন্য পরমাণুতে স্থানান্তরিত হয়ে বন্ধন (bond) গঠন করে। ক্রিস্টালের মধ্যকার ইলেকট্রনিক মিথস্ক্রিয়া বা বন্ধনগুলো নানা ধরনের হয়ে থাকে। পদার্থের গঠনের প্রকৃতি ও মিথস্ক্রিয়া অনুসারে পদার্থের রাসায়নিক বন্ধন প্রধানত পাঁচ প্রকার যথা—

(১) আয়নিক বন্ধন (Electrovalent bond or Ionic bond)
(২) সমযোজী বন্ধন (Covalent bond)
(৩) হাইড্রোজেন বন্ধন (Hydrogen bond)
(৪) ধাতব বন্ধন (Metallic bond)
(৫) ভ্যানডার ওয়াল বলজনিত বন্ধন (Bonds due to Vander Waals forces)

## আয়নিক বন্ধন
## Ionic Bond

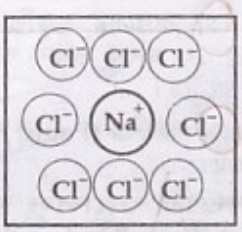
একটি ধাতু এবং একটি অধাতু পরস্পরের সাথে মিলিত হওয়ার সময় সাধারণত ধাতব পরমাণু থেকে এক বা একাধিক ইলেকট্রন অধাতুর পরমাণুকে দান করে। ফলে ধাতব পরমাণুটি ধনাত্মক চার্জবিশিষ্ট আয়ন এবং অধাতব পরমাণুটি ঋণাত্মক চার্জবিশিষ্ট আয়নে পরিণত হয়। এই আয়নদ্বয় বিপরীতধর্মী চার্জবিশিষ্ট হওয়ায় এদের মধ্যে স্থির বৈদ্যুতিক আকর্ষণের সৃষ্টি হয়। এ আকর্ষণেই উভয় আয়ন আবদ্ধ হয়। অপরপক্ষে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আয়নের সমন্বয়ে একটি আয়নিক ক্রিস্টাল তৈরি হয়। আয়নগুলোর সমাবেশ এমনভাবে ঘটে যেন বিপরীতধর্মী আয়নের মধ্যকার কুলম্বের বিকর্ষণ বল অপেক্ষা আকর্ষণ বল বেশি হয়। আয়নিক বন্ধন সার্বিকভাবে বিপরীতধর্মী আয়নের পারস্পরিক ক্রিয়ার ফসল। একটি আয়ন তার চারদিকে যতগুলো সম্ভব (maximum) বিপরীতধর্মী আয়ন সমাবেশ ঘটাতে চায়। উক্ত আয়নকে ঘিরে থাকা আয়নগুলির সমজাতীয় হওয়ায় তাদের পরস্পরের মধ্যে বিকর্ষণ বল কাজ করে এবং শেষ পর্যন্ত একটি সমঝোতায় পৌঁছে প্রকৃত কেলাস গঠন সম্পন্ন করে। এভাবে ক্রিস্টালে আয়নিক বন্ধন গঠিত হয়।

**ধাতব ও অধাতব মৌলের রাসায়নিক বিক্রিয়াকালে ধাতুর পরমাণুর বহিস্তর থেকে অধাতু পরমাণুর বহিস্তরে এক বা একাধিক ইলেকট্রন স্থানান্তরিত হওয়ার মাধ্যমে সৃষ্ট ধনাত্মক আয়ন ও ঋণাত্মক আয়নের মধ্যে স্থির বৈদ্যুতিক আকর্ষণ দ্বারা যে বন্ধন গঠিত হয়, তাকে আয়নিক বন্ধন বলে। আয়নিক বন্ধন দ্বারা সৃষ্ট যৌগকে আয়নিক যৌগ বলে।**

**উদাহরণ :** সোডিয়াম ক্লোরাইড (NaCl) এর আয়নিক বন্ধন দেখানো হলো [চিত্র ৭·৪]।

আয়নিক বন্ধন গঠনের জন্য নিম্নোক্ত তিনটি শর্ত প্রয়োজন :

(১) প্রথম মৌলের নিম্ন আয়নীকরণ শক্তি।
(২) দ্বিতীয় মৌলের উচ্চ ইলেকট্রন আসক্তি।
(৩) গঠিত যৌগের উচ্চ ল্যাটিস শক্তি।

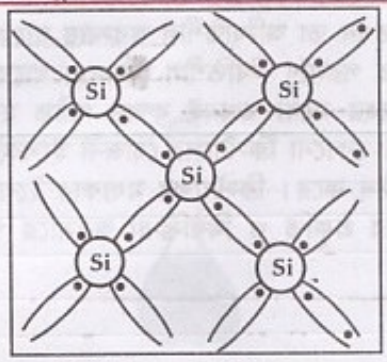


চিত্র ৭·৪ : আয়নিক বন্ধন।

## সমযোজী বন্ধন
## Covalent Bond

পদার্থের দুটি একই বা ভিন্ন মৌলের পরমাণুর মধ্যে রাসায়নিক সহযোগের সময় যদি ইলেকট্রন আদান-প্রদান সম্ভব না হয় তখন দুটি পরমাণু নিজের মধ্যে জোড়ায় জোড়ায় ইলেকট্রন শেয়ার দ্বারা বহিস্তরে স্থিতিশীল ইলেকট্রনীয় কাঠামো গঠন করে। সৃষ্ট এ বন্ধন সমযোজী বন্ধন নামে পরিচিত। সুতরাং অণু গঠনের সময় যদি পরমাণু নিজ নিজ বহিস্তরে নিষ্ক্রিয় গ্যাসের স্থিতিশীল ইলেকট্রন কাঠামো অর্জনের উদ্দেশ্যে সমান সংখ্যক অযুগল ইলেকট্রন সরবরাহ করে এক বা একাধিক ইলেকট্রন জোড় সৃষ্টি করে এবং উভয় পরমাণু তা সমানভাবে শেয়ার করে, তবে পরমাণুদ্বয়ের মধ্যে যে বন্ধন গঠিত হয় তাকে সমযোজী বন্ধন বলে। এই বন্ধন যোজনী বন্ধন (valence

bond) নামে পরিচিত। ইলেকট্রন ভাগাভাগির ফলে দুটি পরমাণুর মধ্যবর্তী এলাকায় ইলেকট্রনের ঘনত্ব বেশি হয়। এ ধরনের বন্ধন সুস্পষ্টভাবে দিকবর্তী হয়। সমযোজী বন্ধন বেশি শক্তিশালী হয়ে থাকে।



চিত্র ৭·৫ : সমযোজী বন্ধন।

উদাহরণ : হাইড্রোজেন, নাইট্রোজেন, সিলিকন। Si এর সমযোজী বন্ধন দেখানো হলো [চিত্র ৭·৫]।

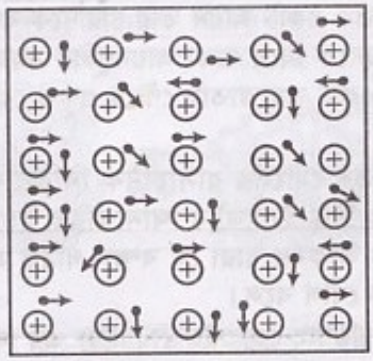
**সমযোজী বন্ধনের শর্ত :**

(১) দুটি অধাতব পরমাণুর মধ্যে সমযোজী বন্ধন ঘটে।

(২) উভয় অধাতব পরমাণু সমসংখ্যক ইলেকট্রন যোগান দিয়ে এক বা একাধিক ইলেকট্রন যুগল সৃষ্টি করে তা উভয় পরমাণু সমভাবে শেয়ার করে থাকে।

## ধাতব বন্ধন
**Metallic Bond**

ধাতব অণুতে সাধারণত এ বন্ধন দেখা যায়। ধাতব অণু এমন গঠনকে প্রাধান্য দেয় যাতে একটি পরমাণুর চারপাশে অধিক সংখ্যক পরমাণু থাকে। ধাতব পদার্থের পরমাণুর শেষ শক্তিস্তরের ইলেকট্রনগুলো নিউক্লিয়াস থেকে দূরে অবস্থান করায় ইলেকট্রন-নিউক্লিয়াস আকর্ষণ বল কম থাকে; ফলে কেলাসের মধ্যে এই ইলেকট্রনগুলো কোনো নির্দিষ্ট পরমাণুর সঙ্গে সংযুক্ত না থেকে মুক্তভাবে কেলাসের মধ্যে বিচরণ করে। ইলেকট্রন হারিয়ে ধাতব পরমাণুগুলো ধনাত্মক আয়নে পরিণত হয় এবং ত্রিমাত্রিক কেলাসে পরস্পর হতে নির্দিষ্ট দূরত্বে অবস্থান করে। ধনাত্মক আয়নগুলো কেলাসে মুক্ত ইলেকট্রন দ্বারা আচ্ছাদিত থাকে; ফলে আয়নের মধ্যে বিকর্ষণ বল দুর্বল থাকে। পক্ষান্তরে আয়নসমূহ প্রত্যেকে এদের মধ্যে অবস্থিত মুক্ত ইলেকট্রনকে আকর্ষণ করে। এর ফলে দুটি আয়নের মধ্যে এক ধরনের বন্ধন তৈরি হয়। এই বন্ধনকে ধাতব বন্ধন বলে। আয়নিক ও সমযোজী বন্ধনের তুলনায় ধাতব বন্ধন দুর্বল। চিত্র ৭·৬ এ ধাতব বন্ধন দেখানো হলো।



চিত্র ৭·৬ : ধাতব বন্ধন।

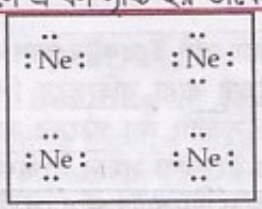
এ জন্য ধাতুর গলন তাপমাত্রা কম। উচ্চ তাপ ও বিদ্যুৎ পরিবাহিতা, যান্ত্রিক দৃঢ়তা প্রভৃতি ধাতুর বৈশিষ্ট্য। বিদ্যুৎক্ষেত্রের আওতায় যোজ্য ইলেকট্রনগুলো খুব সহজে চলাচল করতে পারার কারণেই ধাতুর বিদ্যুৎ পরিবাহিতা খুব বেশি। তাপ পরিবহনের জন্য যোজন ইলেকট্রনগুলোর অবাধ গতিই দায়ী। বাইরের শক্তি প্রয়োগ করে ধাতুকে বাঁকানোর সময় আয়নগুলো সহজে খাপ খাইয়ে নিতে পারে। ধাতব বন্ধনের বৈশিষ্ট্য নিম্নরূপ :

(১) বন্ধনের প্রকৃতি সমযোজী ধরনের কিন্তু অসম্পৃক্ত এবং অধিক সংখ্যক পরমাণুর সাথে আবদ্ধ থাকার সুযোগ রয়েছে।

(২) পাউলির (Pauli) বর্জন নীতি অনুসারে যতটি সুযোগ রয়েছে পরমাণুগুলোর মাঝে ইলেকট্রন ঘনত্ব তার চেয়ে কম।

## ভ্যানডার ওয়ালস বন্ধন
**Vander Waals Bond**

কাছাকাছি অবস্থিত পরমাণুসমূহের মধ্যে একটি সর্বজনীন দুর্বল আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে। যে পারস্পরিক ক্রিয়ার ফলে এ বল সৃষ্টি হয় তাকে ভ্যানডার ওয়াল পারস্পরিক ক্রিয়া বলে এবং এ বলকে ভ্যানডার ওয়াল বল বলে।



চিত্র ৭·৭ : নিয়ন ক্রিস্টাল।

কোনো শক্তিশালী বন্ধনের শর্তগুলো যখন পূরণ না হয় তখন অণু গঠনে এ বল অত্যন্ত কার্যকরী ভূমিকা পালন করে। ভ্যানডার ওয়াল পারস্পরিক ক্রিয়ার ফলে সৃষ্ট এ বন্ধনকে ভ্যানডার ওয়াল বন্ধন বলা হয়। সাধারণত এ ধরনের বন্ধনে বন্ধন শক্তি খুব দুর্বল। নিষ্ক্রিয় গ্যাসের অণু ভ্যানডার ওয়াল বন্ধনের ফল। [চিত্র ৭·৭]।

## ৭·৩ আন্তঃআণবিক বল ও পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা
### Intermolecular Force and Elasticity of Matter

স্থিতিস্থাপকতা আলোচনা করার আগে পদার্থের গঠন এবং কেন এই ধর্মের সৃষ্টি হয় তা জানা আবশ্যক। সাধারণত সমযোজী যৌগের অণুসমূহের মধ্যকার আকর্ষণ বল দুর্বল এবং তাপীয় কম্পন অতি সহজেই এ আকর্ষণ বলকে অতিক্রম করতে পারে। সমযোজী অণুসমূহের মধ্যবর্তী দুর্বল আকর্ষণ শক্তিকে আন্তঃআণবিক বল বা শক্তি বলা হয়। অন্য কথায় সমযোজী যৌগসমূহের একটি অণু অন্যান্য অণু কর্তৃক যে দুর্বল বল দ্বারা আকৃষ্ট হয় তাকে আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল বলা হয়। পদার্থ গঠনের সময় অণুগুলো পরস্পরের পাশাপাশি থাকে এবং তাদের মধ্যে অতি ক্ষুদ্র পরিমাণ ফাঁকা স্থান থাকে। আন্তঃআণবিক দূরত্বের পরিমাণ প্রায় $10^{-9}$ m থেকে $10^{-19}$ m। অণুগুলো এ পরিমাণ দূরত্বে থেকে পরস্পরকে একটি বলে আকর্ষণ করে। এটাই আন্তঃআণবিক বল (Intermolecular force)। এ আন্তঃআণবিক বল যা কঠিন পদার্থের অণুগুলোকে পরস্পরের সঙ্গে আবদ্ধ রাখে তা মূলত তাড়িত (electrical) বল। অণুগুলো যেসব আহিত (charged) মৌলিক কণার সমন্বয়ে সৃষ্ট তাদের মিথস্ক্রিয়ার ফলে এই তাড়িত বলের উদ্ভব হয়। আমরা জানি যে, সকল পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে আন্তঃআণবিক বল ক্রিয়া করে। কঠিন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে ক্রিয়াশীল এই বলকে সংসক্তি বল বলে। এটা ঠিক যে, স্বাভাবিক অবস্থায় কেলাসের অণুগুলো নিম্ন বিভবশক্তি অবস্থানে অবস্থান করে। এই অবস্থা এদের সাম্যাবস্থা। এরকম অবস্থানে কোনো অণুর ওপর ক্রিয়াশীল নিট আন্তঃআণবিক বল শূন্য।

বল প্রয়োগ করে কোনো একটি পদার্থকে প্রসারিত করতে চাইলে, আন্তঃআণবিক স্থানের পরিসর বেড়ে যায় এবং নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র অনুসারে কিংবা জড়তার দরুন অণুগুলো তাদের পূর্বাবস্থায় ফিরে আসার চেষ্টা করে। অনুরূপভাবে বল প্রয়োগে কোনো বস্তুকে সংকুচিত করতে চাইলে আন্তঃআণবিক স্থানের পরিসর কমে যায় এবং পদার্থ সংকুচিত হয়। জড়তা কিংবা নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র অনুসারে অণুগুলো তাদের আদি স্থানে ফিরে যাবার চেষ্টা করে। এর ফলেই পদার্থে স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের সৃষ্টি হয়।

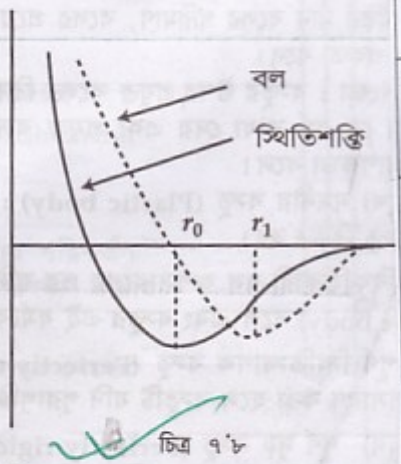
আন্তঃআণবিক স্থানের উপর ভিত্তি করে পদার্থকে দুই ভাগে ভাগ করা হয়েছে, যথা— (১) **কঠিন** (solid) এবং (২) **প্রবাহী** (fluid)। প্রবাহীকে আবার দুই ভাগে ভাগ করা হয়েছে, যথা— **অসংকোচনীয় প্রবাহী**, যেমন তরল (liquid) এবং **সংকোচনীয় প্রবাহী**, যেমন গ্যাস (Gas)।

উপরন্তু অত্যধিক তাপমাত্রায় বায়বীয় পদার্থ আয়নিত হয়। এক্ষেত্রে সমান সংখ্যক ধন ও ঋণ আয়ন সৃষ্টি হয়। পদার্থের এই অবস্থাকে **প্লাজমা অবস্থা** (plasma state) বলা হয়।

### আন্তঃআণবিক বলের প্রকৃতি
**Nature of intermolecular force**

দুটি অণুর মধ্যে দূরত্বের পরিবর্তনের সঙ্গে আন্তঃআণবিক বল এবং স্থিতিশক্তির পরিবর্তন কিরূপ হয় তা আলোচনা করা হলো।

ধরা যাক, দুটি অণুর মধ্যে আন্তঃআণবিক বল F এবং আন্তঃআণবিক দূরত্ব $r$। F এবং $r$-এর মধ্যে গভীর সম্পর্ক রয়েছে। ৭·৮নং চিত্রে আন্তঃআণবিক বল এবং দূরত্বের ও স্থিতিশক্তি বনাম দূরত্বের লেখচিত্র দেখানো হয়েছে। যখন অণুগুলোর আন্তঃআণবিক দূরত্ব অনেক বেশি হয় (যেমন গ্যাস অণুগুলোর ক্ষেত্রে) তখন এদের মধ্যে খুব সামান্য পরিমাণ আকর্ষণ বল ক্রিয়াশীল থাকে। অণুগুলো যত কাছাকাছি আসে অর্থাৎ এদের মাঝে দূরত্ব কমতে থাকে আকর্ষণ বলের মানও বাড়তে বাড়তে সর্বোচ্চ মানে পৌঁছায়। এর পর দূরত্ব আরও কমলে আকর্ষণ বলের মান কমতে থাকে, অর্থাৎ তখন আন্তঃআণবিক বিকর্ষণ বলও ক্রিয়াশীল হয়। $r$-এর মান কমে যখন $r_0$ মানে পৌঁছায় তখন বলের মান শূন্য হয়। এই অবস্থায়



চিত্র ৭·৮

আন্তঃআণবিক আকর্ষণ এবং বিকর্ষণ বল সমান হয়। স্থিতিশক্তির লেখচিত্র লক্ষ করলে দেখা যাবে আন্তঃআ দূরত্ব কমার সঙ্গে সঙ্গে স্থিতিশক্তিও কমতে থাকে এবং $r = r_0$ হয় তখন স্থিতিশক্তি সর্বনিম্ন হয়। প্রকৃতির স্বাভ নিয়ম হলো যে কোনো ব্যবস্থা (system) তখনই সাম্য বা সুস্থির হবে যখন এর স্থিতিশক্তি সর্বনিম্ন হবে। সু

| বন্ধনের ধরন | শক্তি | প্রকৃতি | উদাহরণ |
|---|---|---|---|
| আয়নিক | সবল | ইলেকট্রন স্থানান্তর | খাবার লবণ |
| সমযোজী | সবল | ইলেকট্রন অংশগ্রহণ | হীরক |
| ধাতব | বেশ সবল | ইলেকট্রন অংশগ্রহণ | তামা |
| ভ্যানডারওয়ালস | দুর্বল | দ্বিমেরু মিথস্ক্রিয়া | কঠিন নিওন |

$r = r_0$ অবস্থানকে সাম্যাবস্থান বলে এবং $r_0$ দূরত্বকে সাম্যাবস্থা বা সুস্থিতি দূরত্ব বলা হয়। বিভিন্ন বস্তুর অণুগুলোর মাঝে $r_0$-এর মান ভিন্নতর হয়।

### আন্তঃআণবিক বলের আলোকে স্থিতিস্থাপকতার ব্যাখ্যা
### Explanation of elasticity in the light of intermolecular force

কোনো কেলাসিত জড় পদার্থের উপর বল প্রয়োগ করা হলে সে বল বস্তুর অণুগুলোকে সাম্য দূরত্ব $r_0$ থেকে খানিকটা সরিয়ে দেয়। কিন্তু অণুগুলো সর্বদাই সাম্য বা স্বাভাবিক দূরত্বে ফিরে যেতে চায়। ফলে সরণের বিপরীত দিকে একটি **প্রত্যায়ন বল** (restoring force) সৃষ্টি হয়। প্রযুক্ত বল বস্তুটিকে টেনে প্রসারিত করতে চাইলে অণুসমূহের পারস্পরিক দূরত্ব বেড়ে যায় এবং প্রত্যায়ন বল হয় **আকর্ষিক** (attractive); অপরপক্ষে প্রযুক্ত বল বস্তুটিকে সঙ্কুচিত করতে চাইলে প্রত্যায়ন বল হবে **বিকর্ষিক** (repulsive)। বস্তুর সাম্যাবস্থানের জন্য প্রযুক্ত বল এবং প্রত্যায়ন বল পরস্পর বিরোধী এবং পরিমাণে সমান হতে হবে। এই প্রত্যায়ন বলকে **স্থিতিস্থাপক বল** (elastic force) বলা হয়। সমপরিমাণ সরণের জন্য বিভিন্ন বস্তুর স্থিতিস্থাপক বল সমান হয় না। সে কারণে বিভিন্ন বস্তুর স্থিতিস্থাপকতাও ভিন্ন ভিন্ন হয়।

বস্তুকে সঙ্কোচন বা প্রসারণের জন্য প্রযুক্ত বলের মান যদি খুব বেশি না হয় তবে এই বলের জন্য সরণ রৈখিক (linear) হয়। ৭·৮ চিত্রে $r_0$ অবস্থানের সামান্য উপরে বা নিচের কিছু অংশকে আমরা রৈখিক ধরতে পারি। এই অবস্থায় স্থিতিস্থাপক বল সরণের সমানুপাতিক। প্রযুক্ত বল তুলে নিলে বস্তুটি স্থিতিস্থাপক বলের কারণে সাম্যাবস্থানে ফিরে যাবে।

চিত্র ৭·৮ হতে দেখা যায় যে আন্তঃআণবিক দূরত্ব $r_1$ এর বেশি হলে বলের মান কমতে থাকে অর্থাৎ আকর্ষণ বল লোপ পেতে থাকে। এই অবস্থায় প্রযুক্ত বল তুলে নিলে বস্তুটি আর পূর্বের সাম্যাবস্থানে ফিরে যায় না। বস্তুর মাঝে তখন **স্থায়ী বিকৃতি** ঘটেছে বলা হয়। অর্থাৎ বস্তুটির স্থিতিস্থাপকতা ধর্ম লোপ পেয়েছে। সুতরাং দেখা যাচ্ছে যে প্রযুক্ত বলের একটা সর্বোচ্চ সীমা আছে। সে সীমা পর্যন্ত বল প্রয়োগ করলে বস্তুটি স্থিতিস্থাপক থাকে অর্থাৎ প্রযুক্ত বল সরিয়ে নিলে বস্তুটি পূর্বের অবস্থায় ফিরে যায়; কিন্তু সীমা অতিক্রম করলে বস্তুটি আর স্থিতিস্থাপক থাকে না। এই সীমাকেই বলা হয় **স্থিতিস্থাপক সীমা** (elastic limit)।

## ৭·৪ স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কিত রাশিমালা
## Terms relating to Elasticity

**(ক) স্থিতিস্থাপকতা (Elasticity) :** আমরা জানি কোনো একটি বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে তার কায়িক পরিবর্তন ঘটে অর্থাৎ বস্তু বিকৃত হয় এবং প্রযুক্ত বল অপসারণ করলে বস্তু পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে। একখণ্ড রাবার বা স্প্রিংকে দুই পাশ হতে টানলে তার দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় এবং টান ছেড়ে দিলে তা পূর্বের অবস্থায় চলে যায়। বল প্রযুক্ত হওয়ার ফলে নিউটনের তৃতীয় গতি সূত্র অনুসারে বস্তুর মধ্যে একটি প্রতিক্রিয়া বলের সৃষ্টি হয়। প্রযুক্ত বল অপসারিত হলে এই প্রতিক্রিয়া বল বিকৃত বস্তুকে তার পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসতে সাহায্য করে। অর্থাৎ এই বিকৃতির মান বলের পরিমাণ, বলের প্রয়োগ বিন্দু এবং বস্তুর ধর্মের উপর নির্ভর করে। বস্তুর এই ধর্মকে স্থিতিস্থাপকতা বলে।

**সংজ্ঞা : বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ায় তার আকার বা আয়তন বা উভয়েরই পরিবর্তনের প্রচেষ্টাকে পদার্থের যে ধর্ম বাধা দেয় এবং প্রযুক্ত বল অপসারিত হলে পূর্বের আকার বা আয়তন ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে।**

**(খ) নমনীয় বস্তু (Plastic body) :** আমরা জানি, বল প্রয়োগে বস্তুর বিকার (deformation) ঘটে, অর্থাৎ বস্তু বিকৃত হয়।

**বিকৃতিকারী বল অপসারণের পর যদি বস্তুর অবস্থার পুনঃ প্রাপ্তি না ঘটে তবে তাকে নমনীয় বস্তু** (Plastic body) **বলে এবং বস্তুর এই ধর্মকে নমনীয়তা বলে। এই বস্তুকে অস্থিতিস্থাপক বস্তুও বলা হয়।**

**পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু (Perfectly elastic body) : কোনো বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করার পর ঐ বল অপসারণ করা হলে বস্তুটি যদি পুরাপুরি পূর্বের অবস্থা ফিরে পায় তবে তাকে পূর্ণস্থিতিস্থাপক বলে।**

**(গ) পূর্ণ দৃঢ় বস্তু (Perfectly rigid body) : কোনো বস্তুর উপর যে কোনো পরিমাণ বল প্রয়োগ করে যদি তার বিকৃতি বা কায়িক পরিবর্তন ঘটানো না যায়, তবে ঐ বস্তুকে পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বলে।** কিন্তু প্রকৃতিতে কোনো বস্তুই পূর্ণ দৃঢ় নয়। কারণ বল প্রযুক্ত হলে তার কিছু না কিছু বিকৃতি ঘটবেই। তবে কোনো কোনো ব্যবহারিক কাজের জন্য কাচ, ইস্পাত প্রভৃতি বস্তুকে সাধারণত পূর্ণ দৃঢ় বস্তু হিসেবে গ্রহণ করা হয়।

(ঘ) **স্থিতিস্থাপক সীমা ( Elastic limit) :** আমরা জানি বল প্রয়োগে প্রত্যেক বস্তুরই অল্পবিস্তর বিকৃতি ঘটে। বল অপসারণ করলে স্থিতিস্থাপকতার দরুন বস্তু পূর্বের অবস্থায় ফিরে আসে, প্রযুক্ত বলের পরিমাণ বেশি হলে বিকৃতিও বেশি হয়। তবে প্রত্যেক বস্তুই বলের একটি নির্দিষ্ট সীমা পর্যন্ত পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে। অতএব, **প্রযুক্ত বাহ্যিক বলের যে সর্বোচ্চ বা ঊর্ধ্বসীমা পর্যন্ত কোনো বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে তাকে ঐ বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বলে।** বিভিন্ন বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বিভিন্ন। ইস্পাত ও হীরার স্থিতিস্থাপক সীমা খুব বেশি আবার দস্তার স্থিতিস্থাপক সীমা খুব কম।

(ঙ) **অসহ ভার এবং অসহ পীড়ন (Breaking weight and breaking stress) :** স্থিতিস্থাপক সীমা পর্যন্ত কোনো একটি বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে। প্রযুক্ত বল ঐ সীমা অতিক্রম করলে বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকবে না। বল অপসারিত হলে কিছু বিকৃতি থেকে যাবে। যদি প্রযুক্ত বলের মান ক্রমশ বৃদ্ধি করা যায় তবে বস্তুটির এমন এক অবস্থা আসবে যখন ভার সহ্য করতে না পেরে ভেঙ্গে বা ছিঁড়ে যাবে। অতএব **ন্যূনতম যে নির্দিষ্ট ভারের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু ভেঙ্গে বা ছিঁড়ে যায় তাকে অসহ ভার বা অসহ ওজন বলে।** একে **ভঙ্গক-ভারও** বলা হয়।

আর **কোনো একটি বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত অসহ ভারকে অসহ পীড়ন বলে।**

$$\text{অসহ পীড়ন} = \frac{\text{অসহ ভার}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$$

(চ) **স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি (Elastic fatigue) :** পরীক্ষার সাহায্যে দেখা গেছে যে, কোনো বস্তু বা তারের উপর ক্রমাগত পীড়নের হ্রাস-বৃদ্ধি করলে সাথে সাথে পীড়নের বিকৃতি হয় না; বিকৃতি ধীর গতিতে সংঘটিত হয় এবং বস্তুর স্থিতিস্থাপক ধর্মের অবনতি ঘটে। এই অবস্থায় বস্তু যেন খানিকটা ক্লান্তিতে ভোগে। এমতাবস্থায় অসহ ভার অপেক্ষা কম ভারে তারটি ছিঁড়ে যেতে পারে। বিখ্যাত বিজ্ঞানী **কেলভিন** (Kelvin) পদার্থের এই ধর্মকে **স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি** আখ্যা দিয়েছেন।

(ছ) **বিকৃতি (Strain) :** আমরা জানি, কোনো একটি বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করলে বস্তুর দৈহিক বা কায়িক পরিবর্তন ঘটে। এই পরিবর্তনকে বিজ্ঞানের ভাষায় বিকৃতি বলে। এই বিকৃতি দৈর্ঘ্যে হতে পারে, আকারে হতে পারে বা আয়তনেও হতে পারে। **কোনো একটি বস্তুর একক মাত্রায় যে পরিবর্তন ঘটে তা দ্বারা বিকৃতি পরিমাপ করা যায়।**

মনে করি, কোনো একটি বস্তুর আদি মাত্রা = $x$

বল প্রযুক্ত হবার পর মাত্রা = $y$

$\therefore$ মাত্রার পরিবর্তন = $x \sim y$

$\therefore$ একক মাত্রায় পরিবর্তন অর্থাৎ **বিকৃতি** = $\frac{x \sim y}{x}$

বিকৃতির প্রকারভেদ : বিকৃতি মূলত তিন প্রকার, যথা—

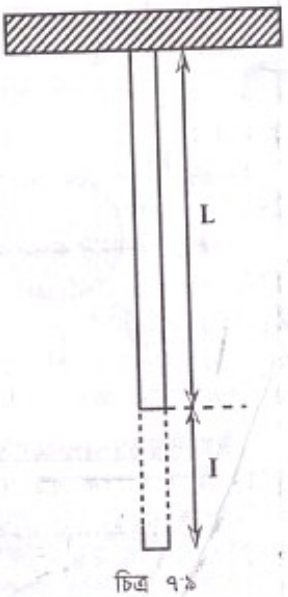
(১) দৈর্ঘ্য বিকৃতি বা অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি (Longitudinal strain),

(২) কৃন্তন বিকৃতি বা আকার বিকৃতি বা মোচড় বিকৃতি (Shearing strain) এবং

(৩) আয়তন বিকৃতি (Volume strain)

**দৈর্ঘ্য বিকৃতি : বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন ঘটে, তবে তাকে দৈর্ঘ্য বিকৃতি বলে। একক দৈর্ঘ্যের দৈর্ঘ্য পরিবর্তন দ্বারা বস্তুর দৈর্ঘ্য বিকৃতি পরিমাপ করা যায়।**

মনে করি কোনো একটি বস্তুর আদি দৈর্ঘ্য = L; বল প্রয়োগে এর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন = $l$ [চিত্র ৭·৯]

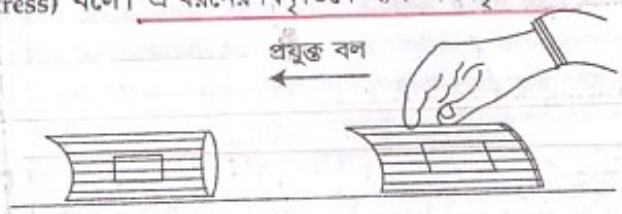


চিত্র ৭·৯

$\therefore$ দৈর্ঘ্য বিকৃতি = $l/L$ ... ... ... (7.1)

কৃন্তন বা মোচড় বিকৃতি (Shearing strain) : যদি প্রযুক্ত বাহ্যিক বলের ক্রিয়ায় বস্তুর আয়তন অপরিবর্তিত থেকে কেবলমাত্র এর আকৃতির পরিবর্তন হয় বা বস্তুটি মোচড় খায় তবে ঐ ধরনের বিকৃতিকে

কৃন্তন বা মোচড় বিকৃতি বলা হয়। ফলে বস্তুর অভ্যন্তরে যে পীড়ন সৃষ্টি হয় তাকে কৃন্তন পীড়ন (shearing stress) বলে। এ ধরনের বিকৃতিকে ব্যবর্তন বিকৃতিও বলে।

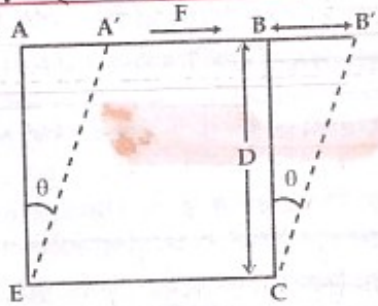


চিত্র ৭·১০

**উদাহরণ :** একটি মোটা বইকে টেবিলের উপরে চেপে ধরে উপরের মলাটের স্পর্শক বরাবর হাত দিয়ে অনুভূমিকভাবে ঠেললে দেখা যাবে যে বইটির আকৃতি পরিবর্তিত হয়েছে [চিত্র ৭·১০]। প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ায় বইটির প্রত্যেক পাতা ঠিক নিচের পাতার সাপেক্ষে অল্প পরিমাণে সরে যায়। এটাই কৃন্তন বিকৃতি। চিত্রে বইটির পার্শ্বতলে একটি আয়তক্ষেত্র আঁকলে এই বিকৃতির ফলে তা একটি সামান্তরিকে পরিণত হবে [চিত্রের ভিতরের অংশে দেখানো হয়েছে]।

**আকার পরিবর্তনে সৃষ্ট কৌণিক বিকৃতি দ্বারা কৃন্তন বা মোচড় বিকৃতি পরিমাপ করা যায়।**

**ব্যাখ্যা :** মনে করি ABCE একটি বর্গক্ষেত্র [চিত্র ৭·১১]। এর CE বাহু স্থির রেখে AB বাহুর উপর F পরিমাণ স্পর্শনী বল প্রয়োগ করায় A বিন্দু A′ এবং B বিন্দু B′-এ স্থানান্তরিত হলো এবং বস্তু A′B′CE আকার ধারণ করল। কিন্তু A′B′CE একটি **রম্বস**। তা হলে দেখা যায় যে, বল প্রযুক্ত হওয়ায় বস্তুর আকারের পরিবর্তন ঘটেছে। এর নাম কৃন্তন বিকৃতি।



চিত্র ৭·১১

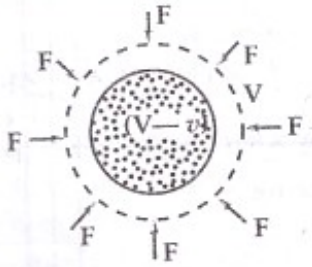
এই কৃন্তন বিকৃতি বস্তুর কৌণিক বিচ্যুতি দ্বারা পরিমাপ করা হয়। মনে করি কৌণিক বিচ্যুতি = θ এবং θ খুবই ছোট।

$$\therefore \text{কৃন্তন বিকৃতি} = \theta = \frac{d}{D} \qquad \left[\because \theta = \tan\theta = \frac{d}{D}\right]$$

এখানে, $AA' = BB' = d$ এবং $BC = AE = D$

কাজেই, $$\text{কৃন্তন বিকৃতি} = \frac{\text{আপেক্ষিক সরণ}}{\text{ব্যবধান দূরত্ব}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.2)$$

**আয়তন বিকৃতি : বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর আয়তনের পরিবর্তন ঘটে তবে তাকে আয়তন বিকৃতি বলে এবং একক আয়তনের আয়তন পরিবর্তন দ্বারা আয়তন বিকৃতি পরিমাপ করা হয়।**



চিত্র ৭·১২

মনে করি কোনো একটি বস্তুর আদি আয়তন = V [চিত্র ৭·১২] এবং বল প্রয়োগের ফলে আয়তনের পরিবর্তন = v

$$\therefore \text{আয়তন বিকৃতি} = \frac{\text{আয়তনের পরিবর্তন}}{\text{আদি আয়তন}} = \frac{v}{V} \quad \ldots (7.3)$$

**বিকৃতির একক এবং মাত্রা সমীকরণ (Unit and dimension of strain) :** বিকৃতি একই জাতীয় দুটি রাশির অনুপাত। সুতরাং এর একক এবং মাত্রা সমীকরণ নেই।

(জ) **পীড়ন (Stress) :** বাহ্যিক বল প্রয়োগে কোনো একটি বস্তুকে বিকৃত করলে নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র অনুসারে স্থিতিস্থাপকতার দরুন বস্তুর মধ্যে একটি প্রতিক্রিয়ামূলক বলের সৃষ্টি হয়। এই ক্রিয়ামূলক ও প্রতিক্রিয়ামূলক বলের মান সমান ও বিপরীতমুখী। অতএব, **কোনো একটি বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর ক্রিয়ামূলক বা প্রতিক্রিয়ামূলক বলের মানকে পীড়ন বলে।** আরও সহজভাবে বলা যায় যে, **কোনো একটি বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বলকে পীড়ন বলে।**

মনে করি কোনো একটি বস্তুর ক্ষেত্রফল = A এবং প্রযুক্ত বল = F

$$\therefore \text{পীড়ন} = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{F}{A} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.4)$$

• পীড়ন ও স্থিতিস্থাপক গুণাংকের, একক ও মাত্রা সমীকরণ একই।

1. F.P.S পদ্ধতিতে উভয়ের একক পাউন্ডাল/ বর্গ ফুট
2. C.G.S পদ্ধতিতে উভয়ের একক ডাইন / বর্গ সে.মি.
3. C.K.S পদ্ধতিতে উভয়ের একক নিউটন / বর্গ মিটার

এবং উভয়ের মাত্রা সমীকরণ = $[ML^{-1}T^{-2}]$

পদার্থে

**পীড়নের প্রকারভেদ (Kinds of stress) :** পীড়ন তিন প্রকার;

(১) দৈর্ঘ্য পীড়ন (Longitudinal stress);

(২) আকার বা কৃন্তন বা মোচড় পীড়ন (Shearing stress) এবং

(৩) আয়তন পীড়ন (Volume stress)।

**দৈর্ঘ্য পীড়ন : দৈর্ঘ্য বিকৃতি ঘটাবার জন্য প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর দৈর্ঘ্য বরাবর প্রযুক্ত বলকে দৈর্ঘ্য পীড়ন বলে।** মনে করি কোনো একটি তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল A। যদি তার দৈর্ঘ্য বরাবর F পরিমাণ বল প্রয়োগ করা হয়, তবে দৈর্ঘ্য পীড়ন $= \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{F}{A}$

**আকার বা কৃন্তন বা মোচড় পীড়ন : আকার বিকৃতি ঘটাবার জন্য যে পীড়ন প্রয়োগ করতে হয় তাকে আকার বা কৃন্তন বা মোচড় পীড়ন বলে।** যদি কোনো একটি বস্তুর A ক্ষেত্রফলের উপর Fপরিমাণ স্পর্শক বল প্রয়োগ করে আকার বিকৃতি ঘটানো হয় তবে, কৃন্তন পীড়ন $= \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = F/A$

**আয়তন পীড়ন : আয়তন বিকৃতি ঘটাবার জন্য যে পীড়ন প্রয়োগ করতে হয় তাকে আয়তন পীড়ন বলে।** মনে করি কোনো একটি বস্তুর চারদিক হতে F পরিমাণ বল অভিলম্বভাবে প্রয়োগ করে আয়তন বিকৃতি ঘটানো হয়েছে। যদি তার তলের ক্ষেত্রফল A হয়, তবে আয়তন পীড়ন $= \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = F/A$

**পীড়নের একক (Unit of stress) : এম. কে. এস. পদ্ধতিতে ও এস. আই. পদ্ধতিতে পীড়নের পরম বা নিরপেক্ষ একক নিউটন/বর্গমিটার সংক্ষেপে $Nm^{-2}$।**

**পীড়নের মাত্রা সমীকরণ (Dimension of stress)**

$$\text{পীড়ন} = \frac{\text{বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}} = \frac{\text{ভর} \times \text{ত্বরণ}}{(\text{দৈর্ঘ্য})^2} = \left[\frac{MLT^{-2}}{L^{-2}}\right] = [ML^{-1}T^{-2}]$$

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। একটি তারের দৈর্ঘ্য 3m, প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 2 $mm^2$ এবং অসহ পীড়ন $2{\cdot}45 \times 10^8$ $Nm^{-2}$। তারটির অসহ ওজন ও অসহ ভর নির্ণয় কর।**

আমরা জানি,

অসহ ওজন = অসহ পীড়ন × প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল

$= 2{\cdot}45 \times 10^8 \times 2 \times 10^{-6}$

$= 4{\cdot}90 \times 10^2$ N

$\therefore$ অসহ ভর $= \frac{\text{অসহ ওজন}}{\text{অভিকর্ষীয় ত্বরণ}}$

$= \frac{4{\cdot}90 \times 10^2}{9{\cdot}8} = 50$ kg

এখানে,

দৈর্ঘ্য, $L = 3$ m

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 2\ mm^2$

$= 2 \times 10^{-6}\ m^2$

অসহ পীড়ন $= 2{\cdot}45 \times 10^8\ Nm^{-2}$

অসহ ওজন = ?

অসহ ভর = ?

## ৭·৫ হুকের সূত্র
## Hooke's Law

বিখ্যাত বিজ্ঞানী রবার্ট হুক পীড়ন ও বিকৃতির মধ্যে একটি নিবিড় সম্পর্ক লক্ষ করেন। এই সম্পর্ককে তিনি 1678 খ্রিস্টাব্দে একটি সূত্রের আকারে প্রকাশ করেন। এর নাম হুকের সূত্র। সূত্রটি নিম্নে বিবৃত হলো :

**"স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর উপর প্রযুক্ত পীড়ন তার বিকৃতির সমানুপাতিক।"** গাণিতিকভাবে লেখা যায়, পীড়ন $\propto$ বিকৃতি।

বা, পীড়ন = ধ্রুবক × বিকৃতি

বা, $\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$ = ধ্রুবক (constant)

এই ধ্রুবককে **স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক** বা **স্থিতিস্থাপক মানাঙ্ক** (Co-efficient of elasticity) বলে। একে **স্থিতিস্থাপক ধ্রুবকও** (Elastic constant) বলা হয়।

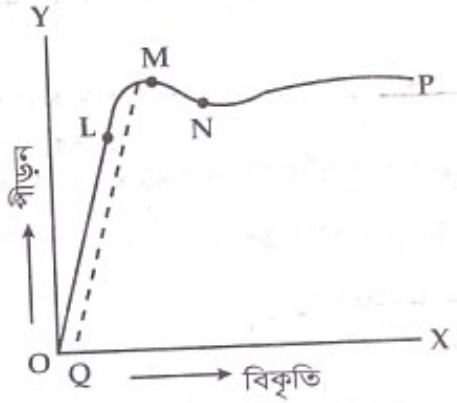
**ব্যাখ্যা :** কোনো বস্তুর উপর যখন বল প্রয়োগ করা হয় তখন তার বিকৃতি ঘটে। বল স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম না করলে হুকের সূত্রানুসারে কোনো বস্তুর বিকৃতি যত বেশি হবে, পীড়নও তত বেশি হবে। অর্থাৎ বিকৃতি প্রতিরোধকারী বলের মানও তত বেশি হবে। পীড়নের সংজ্ঞা থেকে আমরা জানি একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বলই হলো পীড়ন। তাই, একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বল যত বেশি হবে বস্তুটিও তত বেশি বিকৃত হবে। অর্থাৎ তার দৈর্ঘ্য, আয়তন বা আকার তত বেশি পরিবর্তিত হবে। একক ক্ষেত্রফলের উপর যতগুণ বল প্রযুক্ত হবে বিকৃতিও ততগুণ হবে।

## ৭·৬ পীড়ন-বিকৃতির সম্পর্ক
## Relation Between Stress-Strain

কোনো একটি বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর ক্রিয়ামূলক বা প্রতিক্রিয়ামূলক বলের মানকে পীড়ন বলে। অর্থাৎ বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বল দ্বারা পীড়ন পরিমাপ করা হয়। অপরদিকে কোনো একটি বস্তুর একক মাত্রার যে পরিবর্তন ঘটে তা দ্বারা বিকৃতি পরিমাপ করা যায়। এই বিকৃতি দৈর্ঘ্য, আকার, আয়তন যে কোনোটিরই হতে পারে। পীড়ন বিকৃতির মধ্যে সম্পর্ক লেখচিত্র ও গাণিতিক পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়।

### লেখচিত্রের সাহায্যে পীড়ন ও বিকৃতির সম্পর্ক
### Graphical Representation for Stress-Strain Relationship

কোনো একটি তারের এক প্রান্ত কোথাও বেঁধে অপর প্রান্তে ক্রমবর্ধমান কয়েকটি ভার পর পর ঝুলাই এবং প্রত্যেক ভারের জন্য দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির পরিমাণ বের করি। তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল এবং আদি দৈর্ঘ্য হতে ভিন্ন ভিন্ন পীড়নের জন্য ভিন্ন ভিন্ন বিকৃতি বের করি এবং **পীড়ন ও বিকৃতির** একটি লেখচিত্র অঙ্কন করি। পীড়নের সাথে বিকৃতি কীভাবে পরিবর্তিত হয় তা লেখচিত্র হতে পরিষ্কার বুঝতে পারা যায়। এই লেখচিত্রে পীড়নকে Y-অক্ষে এবং বিকৃতিকে X-অক্ষে স্থাপন করি [চিত্রে ৭·১৩]।



চিত্র ৭·১৩

O বিন্দুতে পীড়ন শূন্য, সুতরাং বিকৃতিও শূন্য। O বিন্দু হতে L বিন্দু পর্যন্ত লেখটি একটি সরলরেখা হওয়ায় ঐ বিন্দু পর্যন্ত পীড়ন ও বিকৃতি পরস্পরের সমানুপাতিক অর্থাৎ পীড়ন যত বাড়বে বিকৃতিও ততই বাড়বে। পীড়নের LQ মান পর্যন্ত তারটি পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তুর ন্যায় আচরণ করবে অর্থাৎ পীড়ন তুলে নিলে তারটি পুনরায় পূর্বাবস্থায় ফিরে আসবে। অতএব এই পীড়নের জন্য প্রযুক্ত বলই তারটির **স্থিতিস্থাপক সীমা**। পীড়ন LQ অপেক্ষা একটু বাড়ালে তারটি আর পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকবে না।

এখন পীড়ন আরও বাড়াতে থাকলে পীড়ন বৃদ্ধির হার অপেক্ষা বিকৃতি বৃদ্ধির হার বেশি হবে অর্থাৎ বিকৃতি দ্রুত তালে সংঘটিত হবে। এমতাবস্থায় পীড়ন তুলে নিলেও তারটি আর পূর্বাবস্থায় ফিরে আসবে না এবং তারে একটি **স্থায়ী বিকৃতি** দেখা দিবে [চিত্রে OQ বস্তুর স্থায়ী বিকৃতি নির্দেশ করছে]। এই অবস্থা M বিন্দু পর্যন্ত চলতে থাকবে। এই M বিন্দুকে **নতি বিন্দু** (yield point) বলে। এর পর পীড়ন আর না বাড়ালেও তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি চলতে থাকবে এবং এই ঘটনা N বিন্দু পর্যন্ত চলবে। N বিন্দুর পর পীড়ন আরও বাড়াতে থাকলে তারের বিভিন্ন স্থান সরু হতে থাকবে এবং পরিশেষে কোনো এক স্থান হতে ছিঁড়ে যাবে। যে বিন্দুতে তারটি ছিঁড়ে যাবে তাকে **সহন সীমা** (breaking point) বলে। লেখচিত্রে P হচ্ছে সেই সহন সীমা। P বিন্দুতে পীড়নের মানকে **অসহ পীড়ন** (breaking stress) বলে।

সুতরাং, অসহ পীড়নের সংজ্ঞা লেখা যায়— **প্রতি একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলে ন্যূনতম যে বলের ক্রিয়ায় তারটি ছিঁড়ে যায়, তাকে ঐ তারের অসহ পীড়ন বলে।** অসহ পীড়নকে তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল দিয়ে গুণ করে অসহ ভার (breaking weight) বা অসহ বল পাওয়া যায়। উল্লেখ্য পীড়ন স্থিতিস্থাপক সীমা অপেক্ষা কম হলেও তা যদি বস্তুর উপর দীর্ঘক্ষণ যাবত ক্রিয়াশীল থাকে তবে সেক্ষেত্রে বস্তুর বিকৃতি স্থায়ী হবে।

**কাজ :** একই আকৃতির রাবার ও ইস্পাতে বল প্রয়োগ করে বিকৃতি ঘটাও। কী দেখবে ? ইস্পাতকে বিকৃতি ঘটাতে অনেক বেশি বলের প্রয়োজন হচ্ছে। এখানে ইস্পাত রাবারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক কেন ? ব্যাখ্যা কর।

**নিজে কর : ইস্পাত রাবারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক কেন ?**

মনে করি একই দৈর্ঘ্য L এবং একই প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাত ও একটি রাবারের তারের এক প্রান্ত কোনো দৃঢ় কাঠামোয় আটকিয়ে অপর প্রান্তে একটি টানা বল F প্রয়োগ করা হলো। এতে এদের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি যথাক্রমে $L_s$ ও $l_r$ হয়।

$$\therefore \quad \text{ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, } Y_s = \frac{FL}{Al_s} \qquad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (7.5)$$

$$\text{আবার } Y_r = \frac{FL}{Al_r} \qquad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (7.6)$$

$$\therefore \quad \frac{Y_s}{Y_r} = \frac{FL}{Al_s} \times \frac{Al_r}{FL} = \frac{l_r}{l_s} \qquad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (7.7)$$

কিন্তু বাস্তবে $l_r > l_s$ অতএব $Y_s > Y_r$। অর্থাৎ ইস্পাতের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $Y_s$, রাবারের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $Y_r$ এর চেয়ে বেশি হবে। স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বেশি হলে বিকৃতির বিরুদ্ধে প্রতিরোধ ক্ষমতা বেশি হবে। সুতরাং ইস্পাত রাবার অপেক্ষা বেশি স্থিতিস্থাপক।

**অনুশীলনটি যাচাই কর :** কোনো স্থিতিস্থাপকতার টান প্রয়োগ করে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করলে ওতে স্থিতিশক্তি সঞ্চিত হয়। টান অপসারণ করলে পৃষ্ঠের দৈর্ঘ্য ফিরে পায় তখন ওতে এই শক্তির কী পরিবর্তন হয় ?

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। $2 \times 10^{-4}$ m² প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারে কত বল প্রয়োগ করলে এর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হবে ? [ $Y = 2 \times 10^{11}$ Pa ]** [ চ. বো. ২০০৪ ]

মনে করি, প্রযুক্ত বল = F

আমরা জানি,

$$Y = \frac{F}{A} \times \frac{L}{l}$$

বা, $F = YAl/L$

$$= 2 \times 10^{11} \text{Pa} \times 2 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \times \frac{L}{L}$$

$$= 4 \times 10^7 \text{ Pa m}^2$$

$$= 4 \times 10^7 \text{ N} \quad [\because 1 \text{ Pa} = 1 \text{ Nm}^{-2}]$$

এখানে,

$Y = 2 \times 10^{11}$ Pa

$A = 2 \times 10^{-4}$ m²

আদি দৈর্ঘ্য L হলে,

দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = 2L - L = L$

**২। 1 mm² প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট একটি ইস্পাত তারের দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি করলে কত বল প্রয়োগ করতে হবে? [ইস্পাতের $Y = 2 \times 10^{11}$ Nm$^{-2}$]**

আমরা জানি,

$$Y = \frac{F}{A} \times \frac{L}{l}$$

বা, $F = \frac{YAl}{L}$

$$= \frac{2 \times 10^{11} \times 1 \times 10^{-6} \times 0.05\,L}{L}$$

$$= 1 \times 10^4 \text{ N}$$

ধরি,

আদি দৈর্ঘ্য = L

$\therefore$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = \frac{5\,L}{100} = 0.05L$

ক্ষেত্রফল, $A = 1 \text{ mm}^2 = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

$Y = 2 \times 10^{11}$ Nm$^{-2}$

বল, F = ?

৩। একটি তারের উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$। তারটির দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি করতে প্রযুক্ত পীড়ন নির্ণয় কর।

আমরা জানি,

$$Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{F/A}{l/L}$$

$\therefore$ দৈর্ঘ্য পীড়ন, $\frac{F}{A} = Y \times$ দৈর্ঘ্য বিকৃতি

$$= Y \times l/L$$

$$\therefore \frac{F}{A} = 2 \times 10^{11} \times \frac{15}{100}$$

$$= 3 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$$

এখানে,

$Y = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

$\frac{l}{L} = 15\% = \frac{15}{100}$

পীড়ন $= F/A = ?$

৪। 1 বর্গ সেমি প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট একটি তারে কত বল প্রয়োগ করা হলে এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের সমান হবে ? ($Y = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$)

আমরা জানি,

$$Y = \frac{FL}{Al}$$

বা, $F = \frac{YAl}{L} = \frac{2 \times 10^{11} \times 10^{-4} \times L}{L}$

$$= 2 \times 10^{7}\ N$$

এখানে,

ইয়ং এর গুণাঙ্ক, $Y = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$

ধরি আদি দৈর্ঘ্য, $L = L$

$\therefore$ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $l = L$

প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল, $A = 10^{-4}\ m^2$

বল, $F = ?$

## ৭·৭ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক
### Moduli of Elasticity

হুকের সূত্র থেকে আমরা পাই স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।

**সংজ্ঞা : স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে।**

$$\therefore \text{স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, } E = \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$$

পীড়ন ও বিকৃতি স্কেলার রাশি। কাজেই স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কও স্কেলার রাশি।

**মাত্রা :** স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, $[E] = ML^{-1}T^{-2}$

**একক :** স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের একক $Nm^{-2}$ বা Pa.

পীড়ন ও বিকৃতির আলোচনা থেকে আমরা দেখতে পাই যে, পীড়ন ও বিকৃতির বিভিন্নতার জন্য স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক তিন প্রকার হয়। যথা— (১) ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক (২) দৃঢ়তার গুণাঙ্ক (৩) আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক।

### ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক
### Young's modulus

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক বলে। ইয়ং-এর গুণাঙ্ককে Y দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$\text{ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, } Y = \frac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

**ব্যাখ্যা :** L আদি দৈর্ঘ্যের ও $r$ ব্যাসার্ধের একটি তারকে কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে এক প্রান্ত ঝুলিয়ে অপর প্রান্তে $m$ ভর অর্থাৎ $F = mg$ বল প্রয়োগ করলে তারটির দৈর্ঘ্য যদি $l$ পরিমাণ বৃদ্ধি পায় তাহলে,

তারটির অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন $= \frac{F}{A}$ এবং অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি $= \frac{l}{L}$

অতএব, ইয়ং-এর গুণাঙ্ক, $Y = \frac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{F/A}{l/L}$

$$\therefore Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.8)$$

($A$ = তারের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$)

যদি $Y = \frac{FL}{Al}$ সমীকরণে, $A = l$ একক এবং $l = L$ হয়, তবে $Y = F$ হবে।

**সুতরাং, একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো তারের দৈর্ঘ্য বরাবর স্থিতিসথাপক সীমার মধ্যে যে বল প্রয়োগ করলে তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের সমান হয় তাকে ইয়ং-এর গুণাঙ্ক বলে।**

ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $= 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$ বলতে বুঝায় যে, $1\ m^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট কোনো ইস্পাতের তারের স্থিতিস্থাপক সীমার দৈর্ঘ্য বরাবর $2 \times 10^{11}$ N বল প্রয়োগ করা হলে তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি আদি দৈর্ঘ্যের সমান হয়।

**ইয়ং এর গুণাঙ্ক Y এর মাত্রা :** [ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক ] $= \left[\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}\right]$

$$[Y] = [ML^{-1}T^{-2}]$$

**Y এর একক :** নিউটন/বর্গমিটার $(Nm^{-2})$।

**কাজটি অনুসন্ধান কর :** ইস্পাতের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক আছে; কিন্তু পানির ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নাই কেন ?

## কৃন্তন বা দৃঢ়তা বা কাঠিন্যের গুণাঙ্ক
## Rigidity modulus

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর কৃন্তন পীড়ন ও কৃন্তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এ ধ্রুব সংখ্যাকে দৃঢ়তার বা কাঠিন্যের বা কৃন্তন গুণাঙ্ক বলে। একে $n$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

কাঠিন্যের গুণাঙ্ক, $n = \frac{\text{কৃন্তন পীড়ন}}{\text{কৃন্তন বিকৃতি}}$

**ব্যাখ্যা :** কোনো বস্তুর উপরিতলে স্পর্শী বল F প্রয়োগ করলে যদি কৃন্তন বিকৃতি $\theta$ হয় এবং পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল A হয়, তাহলে,

$$n = \frac{F/A}{\theta} \quad \text{বা,} \quad n = \frac{F}{A\theta} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.9)$$

কাঠিন্যের গুণাঙ্কের একক ও মাত্রা ইয়ং-এর গুণাঙ্কের একক ও মাত্রার অনুরূপ।

লোহার কাঠিন্যের গুণাঙ্ক $7{\cdot}7 \times 10^{10}\ Nm^{-2}$ বলতে আমরা বুঝি যে, একটি লোহার ঘনকের আকৃতি পরিবর্তন করে এক রেডিয়ান ব্যবর্তন কোণ উৎপন্ন করতে এর উপরিতলের প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের উপর $7{\cdot}7 \times 10^{10}$ N বল প্রয়োগ করতে হবে।

**যাচাই কর :** স্প্রিং সাধারণত ইস্পাতের তৈরি হয়, তামার হয় না কেন ?

## আয়তন গুণাঙ্ক
## Bulk modulus

**স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এ ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের আয়তন গুণাঙ্ক বলে।** একে K দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$$\text{অতএব, আয়তন গুণাঙ্ক, } K = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}}$$

**ব্যাখ্যা :** ধরা যাক, V আয়তনের কোনো বস্তুর উপর লম্বভাবে চারদিক থেকে F বল প্রয়োগ করা হলো। ফলে বস্তুর আয়তন $v$ হ্রাস পায়। তাহলে আয়তন বিকৃতি $= v/V$। যদি বস্তুটির পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল A হয় তাহলে আয়তন পীড়ন $= F/A$.

$$\text{আয়তন গুণাঙ্ক, } K = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}} = \frac{F/A}{v/V} = \frac{FV}{Av} \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.10)$$

আয়তন গুণাঙ্কের একক ও মাত্রা ইয়ং-এর গুণাঙ্কের একক ও মাত্রার অনুরূপ। পানির আয়তন গুণাঙ্ক $= 0{\cdot}2 \times 10^{10}\ \text{Nm}^{-2}$ বলতে বুঝায় যে, পানির আদি আয়তনের সমান আয়তন হ্রাসের জন্য এর প্রতি বর্গমিটার ক্ষেত্রফলের উপর লম্বভাবে চারদিক থেকে $0{\cdot}2 \times 10^{10}$ N বল প্রয়োগ করতে হবে।

**সংনম্যতা (Compressibility) : কোনো বস্তুর চারদিক থেকে সমান চাপ প্রয়োগ করলে বস্তুটির আয়তন কমে যায়। বস্তুর এ ধর্মকে সংনম্যতা বলে।**

পদার্থের অণুসমূহের মধ্যে ফাঁকা থাকে বলেই এরূপ ঘটে। কঠিন ও তরল পদার্থের তুলনায় গ্যাসের সংনম্যতা অনেক বেশি।

**গাণিতিক সংজ্ঞা :** আয়তন গুণাঙ্কের বিপরীত রাশিকে সংনম্যতা বলে।

**[দ্রষ্টব্য :** আয়তন গুণাঙ্ককে কখনও কখনও অসংনম্যতা (Incompressibility) বলা হয়। কঠিন পদার্থের Y; K এবং $n$ এই তিন প্রকার গুণাঙ্কের সবগুলোই আছে। তরল ও বায়বীয় পদার্থের শুধু আয়তন গুণাঙ্ক K আছে।]

৭·১ সারণিতে বিভিন্ন পদার্থের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক দেখান হলো।

**সারণি ৭·১**

| পদার্থ | Y ($\text{Nm}^{-2}$) | n ($\text{Nm}^{-2}$) | K ($\text{Nm}^{-2}$) |
|---|---|---|---|
| তামা | $12{\cdot}6 \times 10^{10}$ | $4 \times 10^{10}$ | $14 \times 10^{10}$ |
| লোহা (ঢালাই) | $11 \times 10^{10}$ | $4{\cdot}4 \times 10^{10}$ | $9 \times 10^{10}$ |
| ইস্পাত | $20 \times 10^{10}$ | $8{\cdot}4 \times 10^{10}$ | $18 \times 10^{10}$ |
| অ্যালুমিনিয়াম | $7 \times 10^{10}$ | $2{\cdot}6 \times 10^{10}$ | $7{\cdot}5 \times 10^{10}$ |
| পানি | — | — | $0{\cdot}2 \times 10^{10}$ |
| পারদ | — | — | $2{\cdot}6 \times 10^{10}$ |

### গাণিতিক উদাহরণ

১। $0{\cdot}1$ m বাহুবিশিষ্ট অ্যালুমিনিয়ামের তৈরি একটি ঘনকের কোন তলে $89{\cdot}67 \times 10^5$ N আকার পীড়ন সৃষ্টিকারী স্পর্শক বল প্রয়োগ করলে বিপরীত স্থির তলের সাপেক্ষে তলটির $3{\cdot}05 \times 10^{-3}$ m সরণ ঘটে। আকার পীড়ন, আকার বিকৃতি ও দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

প্রশ্নানুসারে, আকার পীড়ন $= \dfrac{F}{A} = \dfrac{89{\cdot}67 \times 10^5\ \text{N}}{0{\cdot}1\ \text{m} \times 0{\cdot}1\ \text{m}} = 89{\cdot}67 \times 10^7\ \text{Nm}^{-2}$

আকার বিকৃতি $= \dfrac{x}{y} = \dfrac{3{\cdot}05 \times 10^{-3}\ \text{m}}{0{\cdot}1\ \text{m}} = 3{\cdot}05 \times 10^{-2}$

এবং দৃঢ়তার স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক, $\eta = \dfrac{\text{আকার পীড়ন}}{\text{আকার বিকৃতি}}$

$= \dfrac{89{\cdot}67 \times 10^7\ \text{Nm}^{-2}}{3{\cdot}05 \times 10^{-2}} = 2{\cdot}94 \times 10^{10}\ \text{Nm}^{-2}$

২। স্থির তাপমাত্রায় 20 বায়ুমণ্ডলীয় চাপের পরিবর্তনে একটি বস্তুর আয়তনের পরিবর্তন 0·01% হলো। এর আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [ 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপ = $1{\cdot}013 \times 10^5\ \mathrm{Nm^{-2}}$ ]।

ধরি নির্ণেয় গুণাঙ্ক = K

আমরা পাই, $K = \frac{F}{A} \times \frac{V}{v}$ ... ... (1)

সমীকরণ (1)-এ মানগুলো বসিয়ে পাওয়া যায়,

$$K = \frac{20 \times 1{\cdot}013 \times 10^5\ \mathrm{Nm^{-2}}}{\frac{1}{10000}} = 2{\cdot}026 \times 10^{10}\ \mathrm{Nm^{-2}}$$

এখানে, $F/A = 20$ বায়ুমণ্ডলীয় চাপ

$= 20 \times 1{\cdot}013 \times 10^5\ \mathrm{Nm^{-2}}$

$\frac{v}{V} = 0{\cdot}01\% = \frac{0{\cdot}01}{100} = \frac{1}{10000}$

## ৭·৮ পয়সনের অনুপাত

**Poisson's Ratio**

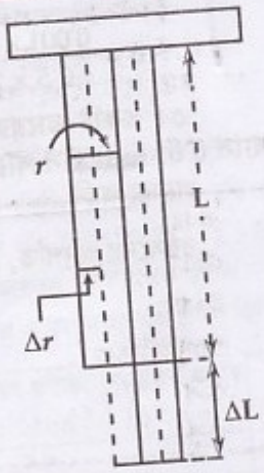
পূর্বে আলোচিত তিনটি স্থিতিস্থাপক ধ্রুবক ছাড়া আরও একটি বিশেষ ধরনের স্থিতিস্থাপক ধ্রুবক আছে। এটি আবিষ্কার করেন বিজ্ঞানী পয়সন। তাঁর নামানুসারে এই ধ্রুবকের নাম দেওয়া হয়েছে **পয়সন-এর অনুপাত।**

কোনো একটি তারের এক প্রান্ত দৃঢ় অবলম্বনের সাথে আটকিয়ে অন্য প্রান্তে বল প্রয়োগ করে টানলে **দৈর্ঘ্য বিকৃতির** সঙ্গে সঙ্গে **পার্শ্ব বিকৃতি** ঘটে অর্থাৎ তারের ব্যাস বা ব্যাসার্ধ কমে যায়। পয়সন-এর পরীক্ষা এবং প্রাপ্ত ফলাফল অনুসারে, **স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি।**

অর্থাৎ, $\frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$ = ধ্রুবক। এই ধ্রুবককে 'σ' দ্বারা সূচিত করা হয়। এর নাম **পয়সন-এর অনুপাত।**

$$\therefore \sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$$

**ব্যাখ্যা :** মনে করি, একটি তারের আদি দৈর্ঘ্য 'L' এবং ব্যাসার্ধ 'r' [চিত্র ৭·১৪]। তারটির এক প্রান্ত দৃঢ় অবলম্বনের সাথে আটকিয়ে নিম্ন প্রান্তে বল প্রয়োগ করে টানলে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাবে এবং পার্শ্ব হ্রাস পাবে। মনে করি দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়ে L′ হলো এবং ব্যাসার্ধ হ্রাস পেয়ে $r'$ হলো।



চিত্র ৭·১৪

অতএব, দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি = $L' - L = \Delta L$

এবং ব্যাসার্ধ হ্রাস = $r - r' = \Delta r$

সুতরাং, পার্শ্ব বিকৃতি = $\frac{\Delta r}{r}$ এবং দৈর্ঘ্য বিকৃতি = $\frac{\Delta L}{L}$

$$\therefore \text{পয়সন-এর অনুপাত, } \sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{\Delta r/r}{\Delta L/L} = \frac{L}{r}\frac{\Delta r}{\Delta L} \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.11)$$

ΔL ধনাত্মক হলে $\Delta r$ ঋণাত্মক হয়। আবার ΔL ঋণাত্মক হলে $\Delta r$ ধনাত্মক হয়।

$$\therefore \sigma = -\frac{L}{r}\frac{\Delta r}{\Delta L} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.12)$$

**পয়সন-এর অনুপাত কেবলমাত্র কঠিন পদার্থেরই বৈশিষ্ট্য।**

**σ-এর মান :** কোনো পদার্থের পয়সন-এর অনুপাত $-1$ হতে $\frac{1}{2}$ এর মধ্যবর্তী, অর্থাৎ $-1 < \sigma < \frac{1}{2}$।

**মাত্রা ও একক :** পয়সনের অনুপাত দুটি বিকৃতির অনুপাত, তাই এর কোনো মাত্রা ও একক নেই।

**তাৎপর্য :** তামার পয়সনের অনুপাত 0·33 বলতে বুঝায় যে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করলে পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত 0·33 হয়।

σ এর মান $-1$ অপেক্ষা কম এবং $\frac{1}{2}$ অপেক্ষা বেশি হতে পারে না। অর্থাৎ σ এর মান $-1$ হতে $\frac{1}{2}$ এর মধ্যে অবস্থিত। প্রকৃতপক্ষে দেখা যায় σ-এর মান 0·2 থেকে 0·4 এর মধ্যে থাকে।

**Prob. 01:** 2 m লম্বা ও 1 mm ব্যাস বিশিষ্ট একটি তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 0.05 cm হলে তারটির ব্যাস কতটুকু হ্রাস পাবে? (পয়সনের অনুপাত $\sigma = 0.25$)

[Ref: শাহজাহান তপন; এহসানুল কবির]

Solve: $\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{d/D}{l/L} = \frac{dL}{Dl} \quad \therefore d = \frac{\sigma Dl}{L}$

রেখে অপর প্রান্তে ভার ঝুলালে 2 mm ... 1 mm এবং তারের উপাদানের পয়সনের অনুপাত 0·24 হলে প্রসারিত অবস্থায় তারটির ব্যাসের পরিবর্তন নির্ণয় কর।

আমরা জানি, $\sigma = \frac{\Delta d/d}{\Delta l/L}$

$\therefore$ তারের ব্যাসের পরিবর্তন, $\Delta d = \frac{\sigma \times \Delta l \times d}{l}$

$= \frac{0{\cdot}24 \times 0{\cdot}2 \times 0{\cdot}1}{150}$

$= 3{\cdot}2 \times 10^{-5}$ cm

এখানে,
তারের দৈর্ঘ্য, $l = 150$ cm
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $\Delta l = 2$ mm $= 0{\cdot}2$ cm
তারের ব্যাস, $d = 1$ mm $= 0{\cdot}1$ cm
$\Delta d = ?$

**২। 1m দীর্ঘ কোনো তারের ব্যাস 5 mm। তারের দৈর্ঘ্য বরাবর একটি বল প্রয়োগ করায় এর ব্যাস 0·01 mm হ্রাস পায় এবং দৈর্ঘ্য 2 cm বৃদ্ধি পায়। পয়সনের অনুপাত নির্ণয় কর।**

আমরা জানি,

পয়সনের অনুপাত, $\sigma = \frac{\text{ব্যাস বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}}$

$= \frac{\frac{d}{D}}{\frac{l}{L}} = \frac{d \times L}{D \times l}$

$\therefore \sigma = \frac{0{\cdot}001 \times 100}{0{\cdot}5 \times 2} = 0{\cdot}1$

এখানে,
$L = 1\text{m} = 100$ cm
$l = 2$ cm
$D = 5$ mm $= 0{\cdot}5$ cm
$d = 0{\cdot}01$ mm $= 0{\cdot}001$ cm
$\sigma = ?$

**৩। একটি তারের দৈর্ঘ্য 2 m এবং ব্যাস 5 mm। তারের দৈর্ঘ্য বরাবর একটি বল প্রয়োগ করায় এর ব্যাস 0·01 mm হ্রাস পায় এবং দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি পায়। পয়সনের অনুপাত কত হবে ?**

আমরা জানি,

পয়সনের অনুপাত, $\sigma = \frac{dL}{Dl}$

$= \frac{1 \times 10^{-5} \times 2}{5 \times 10^{-3} \times 0{\cdot}1}$

$= \frac{2 \times 10^{-5}}{0{\cdot}5 \times 10^{-3}}$

$= 4 \times 10^{-2} = {\cdot}04$

এখানে,
আদি দৈর্ঘ্য, $L = 2$ cm
ব্যাস, $D = 5$ mm $= 5 \times 10^{-3}$ m
হ্রাসকৃত ব্যাস, $d = 0{\cdot}01$ mm $= 1 \times 10^{-5}$ m
দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি, $l = L \times 5\% = \frac{L \times 5}{100} = \frac{2}{20} = 0{\cdot}1$ m
পয়সনের অনুপাত, $\sigma = ?$

## ৭·৯ ব্যবহারিক Experimental

| পরীক্ষণের নাম : | **ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয়।** |
|---|---|
| **পিরিয়ড : ২** | **Determination of Young's Modulus.** |

**মূলতত্ত্ব (Theory) :** ইয়ং গুণাঙ্ক বলতে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে দৈর্ঘ্য পীড়ন এবং দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে বুঝায়। একে Y দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

L দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট এবং A প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি তারের নিম্ন প্রান্তে $m$ ভরবিশিষ্ট একটি বোঝা চাপিয়ে তাকে টেনে $l$ পরিমাণ বর্ধিত করলে,

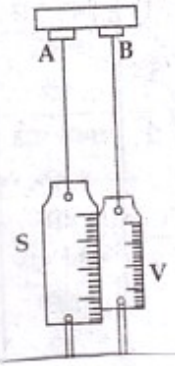
দৈর্ঘ্য পীড়ন $= \frac{F}{A} = \frac{mg}{A}$ এবং দৈর্ঘ্য বিকৃতি $= \frac{l}{L}$ এখানে $g$ = অভিকর্ষজ ত্বরণ

$\therefore$ ইয়ং গুণাঙ্কের সূত্রানুসারে, $Y = \frac{\text{দৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{F/A}{l/L}$ বা, $Y = \frac{mg/A}{l/L} = \frac{mgL}{Al}$

যদি প্রযুক্ত বল এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল C. G. S. পদ্ধতিতে প্রকাশ করা হয় তবে, $Y = \frac{mgL}{Al}$ ডাইন/বর্গ সেমি। আবার, তারটির ব্যাসার্ধ $r$ হলে $A = \pi r^2$ $\therefore Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l}$ নিউটন/মিটার $(Nm^{-2})$ ... ... (i)

**যন্ত্রপাতি (Apparatus) :** (১) ভার্নিয়ার যন্ত্র, (২) মিটার স্কেল, (৩) স্ক্রু গজ এবং (৪) প্রয়োজনীয় বাটখারা।

**কার্যপদ্ধতি বা কাজের ধারা (Procedure) :**




(১) প্রথমত যন্ত্রের ভার্নিয়ার স্থিরাঙ্ক নির্ণয় করা হয়। এর পর পরীক্ষণীয় তারের ওজন ঝুলকে বা অঙ্কুশে একটি ভার চাপিয়ে একে টান টান করা হয়। প্রয়োজনবোধে সাহায্যকারী তারেও এ ব্যবস্থা নেয়া হয়। এ ভারকে প্রাথমিক ভার বা মৃত ভার (Dead load) বলে অভিহিত করা হয়। পরিশেষে ভার্নিয়ার স্কেলের সাহায্যে মূল স্কেলে একটি পাঠ নেয়া হয়।

(২) স্ক্রু-গজের সাহায্যে পরীক্ষণীয় তারের বিভিন্ন স্থানের ব্যাস বের করে গড় মান নির্ণয় করা হয়। গড় মানকে 2 দ্বারা ভাগ করে ব্যাসার্ধ $r$ নির্ণয় করা হয় এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $A = \pi r^2$ বের করা হয়।

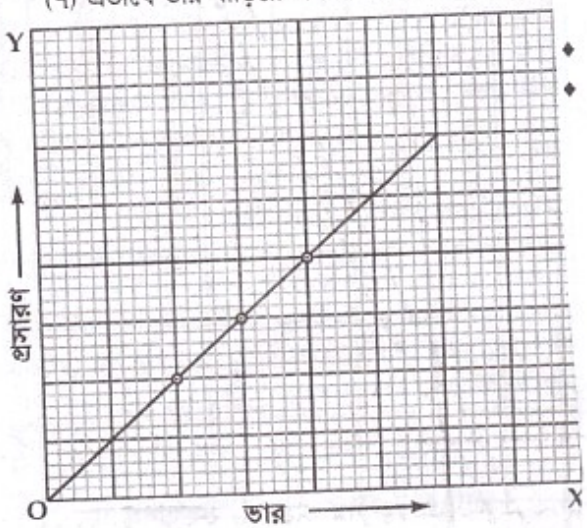
(৩) পরীক্ষণীয় তারের অসহ পীড়নকে (Breaking stress) তার প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল দ্বারা গুণ করে অসহ ভার (Breaking weight) নির্ণয় করা হয়।

(৪) মিটার স্কেলের সাহায্যে পরীক্ষণীয় তারের ঝুল পর্যন্ত দূরত্ব পরিমাপ করা হয়। এটাই তারের আদি দৈর্ঘ্য L

(৫) এবার অর্ধ কিংবা এক কিলোগ্রাম করে ভার চ ভার্নিয়ার স্কেল হতে নেয়া হয়।

(৬) এভাবে ভার ক্রমাগত নির্দিষ্ট হারে বাড়িয়ে (লক্ষ হয়) মূল স্কেল এবং ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ হতে তারের প্রসা প্রদত্ত ভারের জন্য তারের প্রসারণ বের করা হয়।

(৭) এভাবে ভার বাড়িয়ে এবং পরে একই হারে ভার




চিত্র ৭·১৬

**পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন (Observation and M**

স্ক্রু-গজের লঘিষ্ঠ ধ্রুবক = ..... মিমি = .....

ভার্নিয়ার স্থিরাঙ্ক = ..... মিমি = ..... সেমি

◆ একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি = $\frac{1}{2} \times (F/A) \times (l/L)$

◆ স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয়ের পদ্ধতিঃ
A. ভার্নিয়ার পদ্ধতি, B. সার্লির পদ্ধতি।

◆ রাবার অপেক্ষা ইস্পাত অধিক স্থিতিস্থাপক।

□ স্থিতিস্থাপকতার শর্তঃ
A. আঘাত : আঘাতের ফলে স্থিতিস্থাপকতা বৃদ্ধি পায়।
B. খাদ : খাদের উপস্থিতি স্থিতিস্থাপকতা বৃদ্ধি করে।
C. তাপমাত্রা : তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা হ্রাস পায়।

◆ 50°C তাপমাত্রায় পানির আয়তন স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক সর্বাধিক।

◆ ইস্পাত, ইনভার ও কোয়ার্টজ এ তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে স্থিতিস্থাপকতা বৃদ্ধি পায়

| পদার্থ | ইয়ং গুণাঙ্ক $10^{10}\ Nm^{-2}$ | আয়তন গুণাঙ্ক $10^{10}\ Nm^{-2}$ | দৃঢ়তার গুণাঙ্ক $10^{10}\ Nm^{-2}$ |
|---|---|---|---|
| অ্যালুমিনিয়াম | 7.0 | 7.7 | 2.6 |
| পিতল (60%তামা) | 10 | 11 | 3.5 |
| তামা | 13 | 14 | 4.8 |
| কাঁচ | 6.0 | 3.7 | 3.1 |
| লোহা (পেটা) | 20 | 17 | 8.0 |
| লোহা (ঢালাই) | 11.5 | 90 | 4.6 |
| সীসা | 1.6 | 4.6 | 0.56 |
| নিকেল | 20 | 16 | 7.9 |
| ইস্পাত | 20 | 17 | 8.4 |
| পানি | | 0.21 | |
| পারদ | | 2.8 | |
| পেট্রোলিয়াম | | 0.14 | |
| গ্লিসারিন | | 0.40 | |
| ইথাইল অ্যালকোহল | | 011 | |

## ছক নম্বর 1 (তারের ব্যাসার্ধের জন্য)

| পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | | প্রধান স্কেল পাঠ = M মিমি | চক্রাকার স্কেল পাঠ = C | লঘিষ্ঠ ধ্রুবক = K মিমি | খণ্ড অংশ F = C × K মিমি | মোট = M + F মিমি | গড় ব্যাস = $d$ মিমি | যান্ত্রিক ত্রুটি $\pm x$ মিমি | সংশোধিত ব্যাস = $d-(\pm x)$ মিমি | ব্যাসার্ধ $r=\frac{}{2}$ মিমি |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | প্রথম পাঠ | | | | | | | | | |
| | লম্বিক পাঠ | | | | | | | | | |
| 2 | প্রথম পাঠ | | | | | | | | | |
| | লম্বিক পাঠ | | | | | | | | | |
| 3 | প্রথম পাঠ | | | | | | | | | |
| | লম্বিক পাঠ | | | | | | | | | |

∴ ব্যাসার্ধ, $r=\frac{d}{2}$ মিমি = ... সেমি

∴ $A=\pi r^2$ বর্গ সেমি

## ছক নম্বর 2 (প্রসারণের এবং সঙ্কোচনের জন্য)

| পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | কিলোগ্রামে ভার | ভার বাড়ানোর সময় পাঠ | | | | | | ভার কমানোর সময় পাঠ | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | প্রধান স্কেল পাঠ = M মিমি | ভার্নিয়ার স্কেল পাঠ = V | ভার্নিয়ার স্থিরাঙ্ক K মিমি | খণ্ড অংশ F = V × K মিমি | মোট = M + F মিমি | প্রসারণ মিমি | প্রধান স্কেল পাঠ = M মিমি | ভার্নিয়ার স্কেল পাঠ = V মিমি | ভার্নিয়ার স্থিরাঙ্ক K মিমি | খণ্ড অংশ F = V × K মিমি | মোট = M + F মিমি | সঙ্কোচন মিমি | প্রসারণ এবং সঙ্কোচনের গড় মিমি | |
| 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | | | | | |

তারের আদি দৈর্ঘ্য, L = ... সেমি

লেখচিত্র হতে ... = ... কিলোগ্রাম

প্রসারণ, $l$ = ... সেমি।

**হিসাব বা গণনা (Calculation) :**

$Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l}$ = ... ডাইন/বর্গ সেমি = ... $Nm^{-2}$

∴ নির্ণেয় ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y$ = ... $Nm^{-2}$

**ফলাফল (Result) :** প্রদত্ত তারের নির্ণেয় ইয়ং গুণাঙ্ক, $Y = \frac{mgL}{\pi r^2 l}$

= ... ... $Nm^{-2}$

**সতর্কতা (Precautions) :** এই পরীক্ষায় নিম্নলিখিত সতর্কতা অবলম্বন করা প্রয়োজন।

(১) তার দুটিকে একটি দৃঢ় অবলম্বন হতে ঝুলান উচিত।

(২) তার দুটি একই পরীক্ষাধীন পদার্থের হওয়া উচিত।

(৩) ব্যাস নিরূপণের সময় পরীক্ষণীয় তারে পরস্পর লম্বিক পাঠ নেয়া প্রয়োজন।

(৪) পরীক্ষণীয় তার স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে থাকা উচিত।

(৫) অসহ পীড়ন ও অসহ ভার সর্বাগ্রে বের করা উচিত।

(৬) দ্রুত ভার কমানো ঠিক নয়, কিছু সময় অপেক্ষা করতে হবে।

**আলোচনা (Discussions) :**

(১) পরীক্ষাধীন তার আগাগোড়া সমান প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট না হলে ফলাফল ত্রুটিপূর্ণ হবে।

(২) তার দুটি একই পদার্থের না হলে ফলাফল সঠিক হবে না।

(৩) দৈর্ঘ্য প্রসারণ ও সঙ্কোচন সতর্কতার সাথে পরিমাপ করা না হলে ফলাফল নির্ভুল হবে না।

## ৭·১০ প্রবাহীর প্রবাহ
### Flow of Fluids

আমরা জানি পদার্থ দুই প্রকার। একটি কঠিন (solid) অপরটি প্রবাহী (fluid)। প্রবাহী আবার দুই প্রকার; যথা— তরল (liquid) এবং গ্যাস (gas)। যেকোনো প্রবাহী এক স্থান হতে অন্য স্থানে গমন করে। মেঝের উপর পানি ফেলে দেখবে তা এক স্থানে স্থির থাকে না। মেঝের ওপর দিয়ে গড়িয়ে এক স্থান থেকে অন্য স্থানে যায়। আবার গ্যাস ভর্তি বেলুনের মুখ খুলে দিলে তা সাথে সাথে চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে। গ্যাস ছড়িয়ে পড়ল কিনা আমরা বুঝতে পারি না। তবে $H_2S$ বা কটু গন্ধযুক্ত কোনো গ্যাস বেলুন থেকে ছেড়ে দিলে দেখব মুহূর্তের মধ্যে তা চারদিকে ছড়িয়ে পড়ে এবং আশপাশের স্থান দুর্গন্ধময় হয়ে পড়ে। এ থেকে আমরা সহজে বুঝতে পারি গ্যাস এক স্থান থেকে অন্য স্থানে ধাবিত হয়েছে। **প্রবাহীর এক স্থান থেকে অন্য স্থানে গমন করাকে প্রবাহীর প্রবাহ বলে।**

প্রবাহ যদি অসংনম্য (incompressible) হয় এবং এর মধ্যে কোনো অভ্যন্তরীণ বা সান্দ্রতা (viscosity) না থাকে তবে তাকে আদর্শ প্রবাহী বলে। কার্যত সকল তরলই অসংনম্য, কাজেই তরল পদার্থ প্রবাহীর মতো ক্রিয়া করে। গ্যাস একটি উচ্চ সংনম্য প্রবাহী। কারণ গ্যাসকে সহজে বন্ধ পাত্রে প্রবেশ করানো যায়। প্রবাহীর প্রবাহ অবিচল বা স্থিতিশীল বা অস্থিতিশীল হতে পারে। যেকোনো বিন্দুতে প্রবাহীর বেগ যদি সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে তবে প্রবাহীর এই গতিকে স্থিতিশীল বা অবিচল (steady) গতি বলে। যেমন আস্তে প্রবাহিত স্রোত। অপরপক্ষে প্রবাহীর বেগ সময়ের সাথে যদি অপেক্ষক হয় অর্থাৎ সময় থেকে সময়ে ও বিন্দু থেকে বিন্দুতে পরিবর্তিত হয় তাকে অস্থিতিশীল প্রবাহ বলে। যেমন সমুদ্রে সৃষ্ট পানির প্রবাহ। প্রবাহী সান্দ্র ও অসান্দ্র দুইই হতে পারে। প্রবাহীর সান্দ্রতা ধর্ম কঠিন বস্তুর গতিতে ঘর্ষণ ধর্মের মতো।

**প্রবাহীর প্রবাহ বিভিন্ন প্রকার হতে পারে—**

**(ক) সম-প্রবাহ (Uniform motion) :** যদি সর্বক্ষণ প্রবাহীর বেগ ধ্রুব থাকে, তবে তাকে সম-প্রবাহ বলে।

**(খ) অসম প্রবাহ (Non-uniform motion) :** যদি সর্বক্ষণ প্রবাহীর বেগ একই না থাকে, তবে তাকে অসম প্রবাহ বলে।

**(গ) স্থির প্রবাহ (Steady motion) :** যদি সর্বত্র প্রবাহীর বেগ সমান থাকে, তবে তাকে স্থির প্রবাহ বলে।

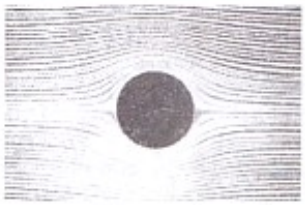
**(ঘ) অস্থির প্রবাহ (Unsteady motion) :** যদি সর্বত্র প্রবাহীর বেগ সমান না থাকে, তবে তাকে অস্থির প্রবাহ বলে।

**(ঙ) ধারারেখ বা সমরেখ বা স্রোতরেখ প্রবাহ (Streamline motion) :** যদি প্রবাহীর বিভিন্ন স্তর পরস্পরের সমান্তরালে চলে তবে তাকে ধারারেখ বা সমরেখ বা স্রোতরেখ প্রবাহ বলে।

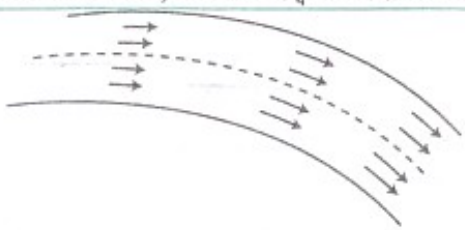
**(চ) বিক্ষিপ্ত প্রবাহ (Turbulent motion) :** যদি প্রবাহীর স্তর পরস্পরের সমান্তরালে না চলে, বরং গতিতে আবর্ত ও ঘূর্ণীর সৃষ্টি করে তবে তাকে বিক্ষিপ্ত প্রবাহ বলে।

## ধারারেখ প্রবাহ বা স্রোতরেখ প্রবাহ
**Streamline Motion**

আমরা জানি, অবিচল প্রবাহে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে বেগ সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে। প্রবাহী বস্তু যদি এমনভাবে প্রবাহিত হয় যে, গতিপথের যেকোনো বিন্দুতে সবসময় এর বেগ, চাপ ও ঘনত্ব অপরিবর্তিত থাকে তবে



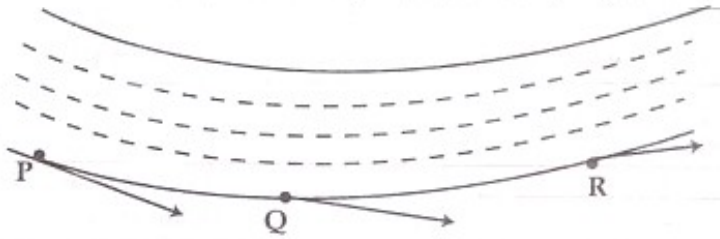
চিত্র ৭·১৭



চিত্র ৭·১৮

ঐ প্রবাহকে ধারারেখ বা স্থির প্রবাহ বলে। প্রবাহী বস্তুর স্থির প্রবাহের সময় এর প্রত্যেকটি কণার গতিপথ সামগ্রিক তরলের গতিপথের অভিমুখের সাথে মিশে যায়, অর্থাৎ কণাগুলির গতিপথ পরস্পরের সমান্তরাল হয়। ৭.১৭ চিত্রে একটি গ্যাস সিলিন্ডারের মধ্যে গ্যাসের ধারারেখ প্রবাহ দেখানো হলো এবং ৭·১৮ চিত্রে একটি পাইপ-এর মধ্য দিয়ে পানির ধারারেখ প্রবাহ দেখানো হলো।

**অন্যভাবে বলা যায়, যে প্রবাহীর প্রতি বেগের বিভিন্ন বিন্দুতে প্রবাহীর কণিকাগুলোর গতিবেগ সময়ের সাথে অপরিবর্তিত থাকে তাকে ধারারেখ প্রবাহ বলে। ধারারেখ প্রবাহে প্রবাহিত কোনো প্রবাহী এর অন্তর্গত যেকোনো একটি ক্ষুদ্র কণা যে পথ অনুসরণ করে চলে এবং যার যেকোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক প্রবাহীর বেগের দিক নির্দেশ করে তাই ধারারেখ প্রবাহ।** সুষম প্রস্থচ্ছেদের একটি নল বিবেচনা কর। মনে কর এই




চিত্র ৭·১৯

নলের মধ্য দিয়ে সুষম বেগে পানি প্রবাহিত হচ্ছে। এক্ষেত্রে পানির স্রোত নলের অক্ষের সমান্তরাল হয়। এখন যদি বিভিন্ন বিন্দুতে কোনো একটি কণার বেগের মান বা দ্রুতি নির্ণয় কর তাহলে দেখবে প্রত্যেক বিন্দুতে এই মান সমান হবে অথবা অন্যভাবে আমরা ভাবতে পারি সকল কণা P, Q, R বিন্দুকে একই দ্রুতিতে অতিক্রম করে [চিত্র ৭·১৯]। তীর চিহ্ন দ্বারা ঐ বিন্দুতে বেগের দিক দেখানো হয়েছে। আমাদের শরীরে ধমনীতে রক্ত সঞ্চালন প্রবাহও একটি ধারারেখ প্রবাহ।

কোনো ধারারেখ প্রবাহে কোনো একটি ক্ষুদ্রতল নিয়ে তলের পরিসীমা বরাবর ধারারেখগুলো টানলে এরা অপরকে ছেদ করে না। ফলে স্রোতরেখার সকল স্থানে স্রোতরেখার বিন্যাস সময়ের সাথে স্থির থাকে। এ রকম প্রবাহ নলের বিন্যাস সময়ের সাথে স্থির থাকে। এ রকম প্রবাহ নলের সীমান্তরেখা ধারারেখ দিয়ে তৈরি এবং সকল প্রবাহ কণিকার বেগের সমান্তরাল হয় [চিত্র ৭·১৯]। সুতরাং, কোনো প্রবাহই প্রবাহ নলের সীমান্ত অতিক্রম করতে পারে না। ফলে এ প্রবাহ প্রবাহ নলের মধ্যে এক প্রান্ত দিয়ে প্রবেশ করবে অপর প্রান্ত দিয়ে তা বের হয়ে যাবে। **সর্বাধিক যে বেগ পর্যন্ত কোনো তরলের প্রবাহ ধারারেখ প্রবাহ বজায় রাখে সে বেগকে সংকট বেগ (critical velocity) বলে।**

### ধারারেখ প্রবাহের বৈশিষ্ট্য
Characteristics of Streamline motion

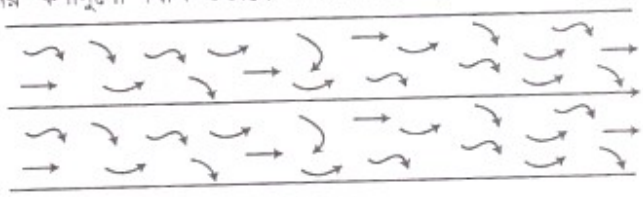
(i) ধারারেখ প্রবাহে কণার গতিপথ সরল বা বক্ররেখা হতে পারে। বক্ররেখার কোনো বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক প্রবাহী বস্তুর দিক নির্দেশ করে।

(ii) কণাগুলির গতিরেখা পরস্পর ছেদ করতে পারে না।

(iii) বেগ বেশি হলে গতিরেখাগুলি ঘন হয়ে যায়।

### বিক্ষিপ্ত প্রবাহ
**Turbulent Motion**

নদীতে চলার সময় মাঝে মাঝে ঘূর্ণীচক্র দেখা যায়। আবার সমুদ্রের জলোচ্ছ্বাসও কেউ কেউ দেখে থাকতে পার। দেখা যায় যে, পানির কণাগুলো বিক্ষিপ্তভাবে উপরে-নিচে বা ডানে-বামে ছুটাছুটি করে। এক্ষেত্রে প্রবাহীর



চিত্র ৭·২০

স্তর পরস্পরের সমান্তরাল হয় না। অর্থাৎ **যদি প্রবাহীর স্তর পরস্পরের সমান্তরালে না চলে, বরং গতিতে আবর্ত ও ঘূর্ণীর সৃষ্টি হয়, তবে তাকে বিক্ষিপ্ত প্রবাহ বা বিশৃঙ্খল প্রবাহ বলে।** বিক্ষিপ্ত প্রবাহে চলমান প্রবাহীর কণাগুলি তার পূর্ববর্তী কণার বেগ ও গতিপথ অনুসরণ করে না [চিত্র ৭·২০]।

তরল কণাগুলি অনবরতই মিশ্রিত হয় এবং কোনোও এক স্থানে তরলের বেগ এর মান ও অভিমুখ দুইই দ্রুত এলোমেলোভাবে পরিবর্তিত হয়। এরূপ প্রবাহকে বিক্ষিপ্ত প্রবাহ বলে। বিক্ষিপ্ত প্রবাহ মূলত দ্রুত পরিবর্তনশীল এবং সেজন্য একে কোনো সময়ই ঠিক শান্ত বা অপরিবর্তিত বলা চলে না।

**বিক্ষিপ্ত প্রবাহের বৈশিষ্ট্য :**

(i) প্রবাহীর স্তরগুলি পরস্পর সমান্তরাল হয় না।

(ii) বিক্ষিপ্ত প্রবাহে চলমান প্রবাহীর কণাগুলির বেগ বিভিন্ন।

(iii) বেগ বেশি হলে গতিরেখাগুলি ঘূর্ণীপাকের মতো হয়।

(iv) বিক্ষিপ্ত প্রবাহ সর্বদা অশান্ত হয়।

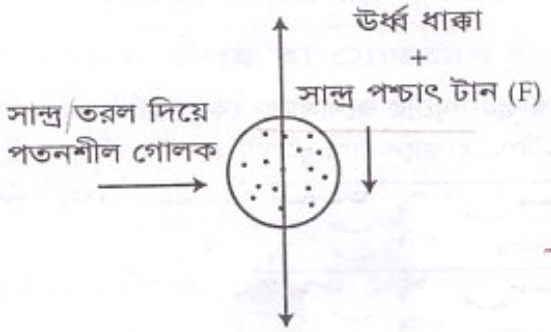
## ৭·১১ প্রান্তিক বেগ
**Terminal Velocity**

আমরা জানি পড়ন্ত বস্তু অভিকর্ষ বলের প্রভাবে নিচের দিকে পড়ে। সুতরাং যখন কোনো বস্তু তরল বা গ্যাসের মধ্য দিয়ে নিচে পড়তে থাকে, তখন তরল বা গ্যাসের যে স্তরগুলো বস্তুর সংস্পর্শে আসে, তাদেরকেও তা নিজের সাথে টেনে নিয়ে চলে। ফলে তরল বা গ্যাসের বিভিন্ন স্তরের মধ্যে আপেক্ষিক বেগ সৃষ্টি হয়। কিন্তু তরল বা গ্যাসের সান্দ্রতা ঐ আপেক্ষিক গতিকে মন্দীভূত করার চেষ্টা করে। পড়ন্ত বস্তুর আকার যদি ছোট হয় তাহলে পড়ার স্বল্প সময়ের মধ্যে অভিকর্ষ বল এবং সান্দ্রতাজনিত বিপরীতমুখী বলের মান সমান হবে। তখন আর বস্তুর কোনো ত্বরণ থাকবে না। কিন্তু গতি জড়তার দরুন বস্তু স্থির বেগে পড়তে থাকবে। এই বেগকে প্রান্তিক বেগ (Terminal velocity) বলে।

**কোনো প্রবাহীর ভেতর দিয়ে পড়ার সময় কোনো বস্তু সংলগ্ন প্রবাহীকে সঙ্গে বয়ে নিয়ে যায় ও এর ফলে প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের মধ্যে আপেক্ষিক গতি সৃষ্টি করতে চেষ্টা করে। এই আপেক্ষিক গতি সান্দ্র বল দ্বারা বাধাপ্রাপ্ত হয়। এই বিপরীত বল বস্তুটির গতিবেগের সঙ্গে বৃদ্ধি পায় ও বস্তুটি ছোট হলে শীঘ্রই গতি**

সৃষ্টিকারী বলের সমান হয়। এই অবস্থায় বস্তুটি স্থির গতিবেগ নিয়ে নামতে থাকে। এই স্থির বেগকে প্রান্তিক বেগ বলে। অর্থাৎ কোনো তরলের মধ্য দিয়ে গতিশীল কোনো বস্তুর স্থির বেগকে প্রান্তিক বেগ বলে।

স্টোক্‌সের সূত্র থেকে দেখা যায় যে, কোনো বস্তুর ওপর বাধাদানকারী বল এর বেগের সমানুপাতিক। যদি $v = 0$ হয় তাহলে $F = 0$ হবে। আবার $v$ বাড়লে F এর মানও বাড়বে। এ থেকে বলা যায় যে, কোনো সান্দ্র প্রবাহ দিয়ে যদি কোনো গোলক অভিকর্ষের প্রভাবে পতিত হয় তাহলে শুরুতে অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে কিন্তু যুগপৎভাবে এর ওপর বাধাদানকারী বল F বৃদ্ধি পায় ফলে বস্তুটির নিট ত্বরণ কমতে থাকে [চিত্র ৭·২১]। এক পর্যায়ে বস্তুর নিট ত্বরণ শূন্য হয়। বস্তুটি তখন ধ্রুব বেগ নিয়ে পতিত হতে থাকে। তখন এই বেগকে প্রান্তিক বেগ বা অন্ত্য বেগ বলে।



চিত্র ৭·২১

সান্দ্র প্রবাহীর মধ্যে কোনো ধাতব গোলককে পতিত হতে দিলে তার উপর নিম্নমুখী বল তথা ওজন W, ঊর্ধ্বমুখী বল $U + F$ এর চেয়ে বড় হয়। এখানে $U$ = ঊর্ধ্বমুখী বল তথা প্লবতা, $F$ = ঊর্ধ্বমুখী বাধাদানকারী তথা সান্দ্র পশ্চাৎ টান, ফলে গোলকটি নিম্নমুখী ত্বরণ লাভ করে। তখন গোলকটি নিচের দিকে চলতে থাকে। এর উপর কোনো নিট বল কাজ করে না ফলে বেগ একটি ধ্রুব সর্বোচ্চ মান লাভ করে, ইহাই প্রান্তিক বেগ $v$।

**প্রান্তিক বেগের নির্ভরশীলতা :**

(ক) প্রান্তিক বেগ কোনো নির্দিষ্ট স্থানে তরলের সান্দ্রতাঙ্কের ব্যস্তানুপাতিক।
(খ) বস্তু ও তরলের ঘনত্বের সমানুপাতিক।
(গ) পড়ন্ত গোলকের ব্যাসার্ধের বর্গের সমানুপাতিক।
নিচের উদাহরণটি অনুধাবন করার চেষ্টা কর।

উপরের আলোচনা থেকে নিশ্চয় বুঝতে সক্ষম হবে যে, পতনশীল কোনো বস্তুর বেগ অভিকর্ষজ ত্বরণের জন্য বৃদ্ধি পেয়ে উচ্চ বেগ প্রাপ্ত হওয়ার কথা কিন্তু বাস্তবে তা হয় না কেন ?

**কাজ :** পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা পতনের সময় এর বেগও বৃদ্ধি পাওয়ার কথা, কিন্তু প্রকৃতপক্ষে তা হয় না কেন?

বৃষ্টির ফোঁটা বায়ুমণ্ডলের ভেতর দিয়ে পতনের সময় অভিকর্ষের কারণে এর বেগ বৃদ্ধি পেতে থাকে এবং সান্দ্রতার কারণে এর ওপর বায়ুমণ্ডলের বাধাদানকারী বলও বৃদ্ধি পায়। একসময় ফোঁটাটির নিট ত্বরণ শূন্য হয়। ফোঁটাটি তখন ধ্রুব বেগে পড়তে থাকে। এই বেগই অন্ত্যবেগ। সুতরাং অন্ত্যবেগ প্রাপ্তির কারণে অবাধে পতনশীল বৃষ্টির ফোঁটা উচ্চ বেগ প্রাপ্ত হয় না।

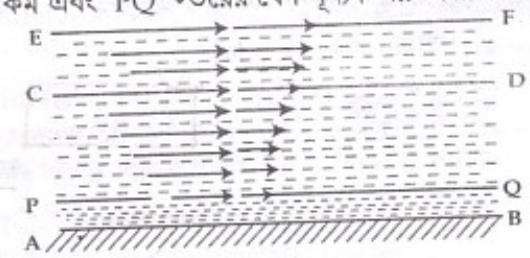
## ৭·১২ সান্দ্রতা ও সান্দ্রতা গুণাঙ্ক
## Viscosity and Co-efficient of Viscosity

**সান্দ্রতা (Viscosity)**

সান্দ্রতা পদার্থের একটি বিশেষ ধর্ম। কেবল তরল ও বায়বীয় পদার্থেরই এই ধর্ম আছে। অতএব এটি তরল ও বায়বীয় পদার্থের সাধারণ ধর্ম। তবে এটি কী রকমের ধর্ম তাই আলোচ্য বিষয়।

কোনো একটি স্থির অনুভূমিক তলের উপর দিয়ে কোনো একটি প্রবাহী ধারারেখ প্রবাহে চলতে থাকলে প্রবাহীর যে স্তর স্থির তল হতে অধিক দূরে অবস্থিত এর বেগ বেশি, যে স্তর স্থির তলের সাথে সংলগ্ন এর বেগ শূন্য। মনে করি AB একটি স্থির তল। এর উপর দিয়ে একটি প্রবাহী ধারারেখ প্রবাহে চলছে। PQ, CD এবং EF

প্রবাহীর তিনটি স্তর [চিত্র ৭·২২]। PQ স্থির তল সংলগ্ন, CD একটু দূরে এবং EF অধিক দূরে অবস্থিত। তাদের মধ্যে EF স্তরের বেগ বেশি, CD স্তরের বেগ এটি অপেক্ষা কম এবং PQ স্তরের বেগ শূন্য। এর কারণ উপরের স্তর নিচের স্তরগুলোকে তাদের সাথে সমবেগে টেনে নিয়ে যাবার চেষ্টা করে। অর্থাৎ গতিশীল প্রবাহীর পাশাপাশি দুটি স্তরের মধ্যে এক ধরনের অভ্যন্তরীণ বল সৃষ্টি হয়। এই বল পাশাপাশি দুটি স্তরের মধ্যে বেশি বেগসম্পন্ন স্তরের বেগ কমিয়ে এবং কম বেগসম্পন্ন স্তরের বেগ বাড়িয়ে স্তর দুটির মধ্যে আপেক্ষিক বেগ কমাতে চেষ্টা করে। স্তর দুটির পৃষ্ঠদেশের সমান্তরালে ক্রিয়াশীল এই বলকে **সান্দ্রতা বল** (Viscous force) বলা হয় এবং প্রবাহীর এই ধর্মকে **সান্দ্রতা** (Viscosity) বলে।



চিত্র ৭·২২

**সংজ্ঞা : যে ধর্মের দরুন প্রবাহী তার অভ্যন্তরস্থ বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক বেগ রোধ করার চেষ্টা করে তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে।**

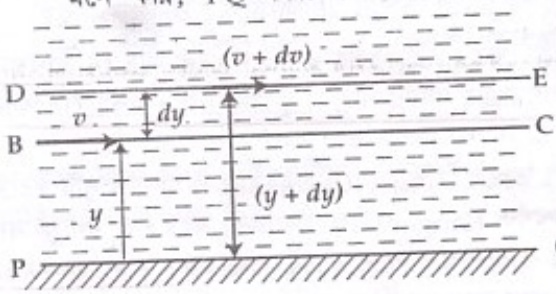
**অথবা, যে ধর্মের ফলে তরল তার বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতির বিরোধিতা করে তাকে তরলের সান্দ্রতা বলে।**

বিভিন্ন প্রবাহীর সান্দ্রতা বিভিন্ন। যেমন দুধ, তেল এবং আলকাতরার সান্দ্রতা এক নয়। এদের মধ্যে আলকাতরার সান্দ্রতা সর্বাপেক্ষা বেশি, তারপর তেল এবং সর্বাপেক্ষা কম দুধের।

তরলকে যদি অনুভূমিক বা কাত করে রাখা নলের মধ্য দিয়ে গতিশীল করার চেষ্টা করা হয় তাহলেও প্রবাহের বিপরীত দিকে সান্দ্র বলের উদ্ভব হবে। সান্দ্রতাকে কখনও কখনও প্রবাহীর আঠাত্বতা বলা হয়।

আমরা জানি একটি বস্তু যখন অন্য একটি বস্তুর উপর দিয়ে গতিশীল হয় বা গতিশীল হতে চেষ্টা করে তখন বস্তু দুটির মিলন তলে বস্তুর গতির বিপরীত দিকে একটি বাধাদানকারী বল ক্রিয়া করে। এই বলের নাম ঘর্ষণ বা ঘর্ষণ বল। তেমনি কোনো একটি প্রবাহী তার বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতির বিরোধিতা করে যে বল প্রয়োগ করে তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা বলে। ঘর্ষণের ক্ষেত্রে একটি গুণাঙ্ক রয়েছে তার নাম ঘর্ষণ গুণাঙ্ক যা ঘর্ষণ বল এবং অভিলম্ব প্রতিক্রিয়ার অনুপাত অর্থাৎ, $\mu = \frac{F}{R}$, এখানে F = ঘর্ষণ বল এবং R = অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া। তেমনি সান্দ্রতার ক্ষেত্রে একটি গুণাঙ্ক রয়েছে। তার নাম সান্দ্রতা গুণাঙ্ক ($\eta$) যা প্রবাহীর একক ক্ষেত্রের উপর সান্দ্রতা বল (F) এবং বেগ অবক্রমের ($dv/dy$) অনুপাত অর্থাৎ, $\eta = \frac{F/A}{dv/dy}$

মনে করি, PQ একটি স্থির তল। এর উপর দিয়ে একটি প্রবাহী ধারারেখ প্রবাহে চলছে। এই প্র
স্তর বিবেচনা করি। একটি BC এবং অপ
মনে করি স্থির তল হতে BC স্তর $y$ এবং
$(y + dy)$ দূরে অবস্থিত। ধরি BC স্তরের
DE স্তরের বেগ $(v + dv)$ [চিত্র ৭·২৩]।



চিত্র ৭·২৩

দুই স্তরের বেগের পার্থক্য $= v + dv -$
$= dv$ এবং দূরত্বের পার্থক্য $= y + dy -$
তা হলে দেখা যাচ্ছে যে, $dy$ দূরত্ব পার্থক্যের
পার্থক্য $dv$।

∴ দূরত্ব সাপেক্ষে বেগের পরিবর্তনের হার $= \frac{dv}{dy}$। একে **বেগ অবক্রম বা গতিবেগের নতিমাত্রা** (velocity gradient) বলে। বিজ্ঞানী নিউটনের অভিমত অনুসারে ধারারেখ প্রবাহের ক্ষেত্রে,

(i) সান্দ্রতা বল ক্ষেত্রফলের সমানুপাতিক। অর্থাৎ $F \propto A$

□ কয়েকটি তরলের সান্দ্রতার গুণাংক:

| তরল | সান্দ্রতার গুণাংক |
|---|---|
| পানি | $11 \times 10^{-3}$ |
| পারদ | $1.5 \times 10^{-3}$ |
| ইথার | $0.2 \times 10^{-3}$ |
| গ্লিসারিন | $1.5 \times 10^{-3}$ |

(ii) সান্দ্রতা বল বেগ অবক্রমের সমানুপাতিক। অর্থাৎ $F \propto \frac{dv}{dy}$

∴ আমরা পাই, $F \propto A \times \frac{dv}{dy}$

বা, $F = \text{ধ্রুবক} \times A\frac{dv}{dy}$ বা, $\boxed{F = \eta A \frac{dv}{dy}}$ ... ... ... (7.13)

এখানে $\eta$ (eta) একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। একে **সান্দ্রতা গুণাঙ্ক** বলে। এখন, ভাষায় এর সংজ্ঞা দিতে, ধরি, $A = 1$ (একক) এবং বেগ অবক্রম, $\frac{dv}{dy} = 1$

∴ সমীকরণ (7.13) হতে পাই, $F = \eta$

## সান্দ্রতা গুণাঙ্ক
## Co-efficient of viscosity

**সংজ্ঞা : একক বেগ অবক্রমে কোনো একটি প্রবাহীর একক ক্ষেত্রফলের উপর যে পরিমাণ সান্দ্রতা বল ক্রিয়া করে, তাকে ঐ প্রবাহীর সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বলে। এই বল প্রবাহীর স্তরের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে।**

**অথবা, তরলে গতিবেগের একক নতিমাত্রা বজায় রাখতে প্রতি একক ক্ষেত্রফলে যে স্পর্শিনী বল প্রয়োজন তাকে ঐ তরলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বা সান্দ্রতাঙ্ক বা সান্দ্রতা সহগ বলে।**

**সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মাত্রা সমীকরণ ও একক (Dimension and unit of co-efficient of viscosity)**

আমরা জানি, $\boxed{\eta = \frac{F}{A}\frac{dy}{dv}}$

∴ মাত্রা সমীকরণ, $[\eta] = \left[\frac{\text{বল} \times \text{দূরত্ব}}{\text{ক্ষেত্রফল} \times \text{বেগ}}\right] = \left[\frac{MLT^{-2} \times L}{L^2 \times L/T}\right] = \left[\frac{MLT^{-2} \times L \times T}{L^3}\right] = [ML^{-1}T^{-1}]$

এম. কে. এস. এবং এস. আই. (S.I.) পদ্ধতিতে সান্দ্রতা গুণাঙ্কের একক নিউটন-সে./মিটার$^2$ ($Nsm^{-2}$)।

অনেক ক্ষেত্রে সান্দ্রতার একক হিসেবে পয়েজ (Poise) ব্যবহার করা হয়। 10 poise = 1 নিউটন-সে./ মিটার$^2$।

সান্দ্রতা গুণাঙ্ক 1 $Nsm^{-2}$ বলতে বুঝা যায় যে, 1 $m^2$ ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুটি প্রবাহী স্তর পরস্পর হতে 1 m দূরে অবস্থিত হলে তাদের মধ্যে 1 $ms^{-1}$ আপেক্ষিক বেগ বজায় রাখতে 1 N বল প্রযুক্ত হয়।

সান্দ্রতাঙ্ককে অনেক সময় **গতীয় সান্দ্রতাঙ্ক** (dynamic viscosity) বলা হয়।

## সান্দ্রতার উপর তাপমাত্রার প্রভাব (২৩–২৪)
## Effect of temperature on viscosity

### (১) তরল পদার্থ (Liquid)

সান্দ্রতার উপর তাপমাত্রার প্রভাব রয়েছে। তরল পদার্থের ক্ষেত্রে পরীক্ষালব্ধ ফলাফলে দেখা যায় যে তাপমাত্রা বাড়ালে সান্দ্রতা হ্রাস পায়। উদাহরণস্বরূপ বলা যায় 80°C তাপমাত্রায় পানির সান্দ্রতা গুণাঙ্ক 0°C তাপমাত্রার পানির সান্দ্রতার গুণাঙ্কের এক-তৃতীয়াংশ মাত্র।

**আণবিক তত্ত্বের সাহায্যে ব্যাখ্যা :** আমরা জানি যে তরলে বিভিন্ন বেগে প্রবহমান পাশাপাশি দুটি স্তরের মধ্যে এক ধরনের বিপরীতমুখী বা পশ্চাদ্বর্তী (dragging) স্পর্শক (tangential) বল ক্রিয়া করে। এ বলকে সান্দ্র বল বলা হয়। দুটি স্তরের অণুর মধ্যে আন্তঃআণবিক বলের কারণে এই সান্দ্র বলের সৃষ্টি হয়। সান্দ্র বল আন্তঃআণবিক দূরত্বের উপর নির্ভরশীল। তরলের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে আন্তঃআণবিক দূরত্ব বাড়ে, ফলে আন্তঃআণবিক বলের মান কমে। এর ফলে সান্দ্র বল কমে। সান্দ্র বল কম হলে সমীকরণ (7.15) অনুসারে সান্দ্রতার গুণাঙ্কও কম হবে। তাপমাত্রার এবং সান্দ্রতার গুণাঙ্কের মধ্যে নিম্নরূপ সম্পর্ক রয়েছে :

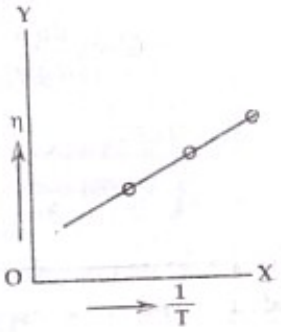
$$\log \eta = A + \frac{B}{T} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.14)$$

এখানে A ও B ধ্রুবক এবং T কেলভিন তাপমাত্রা। এখন $\log \eta$ বনাম $\frac{1}{T}$-এর লেখচিত্র অঙ্কন করলে একটি সরলরেখা হবে [চিত্র ৭·২৪]।

### (২) গ্যাস (Gas)

তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে তরলের সান্দ্রতার উপর যে প্রভাব পরিলক্ষিত হয়, গ্যাসের ক্ষেত্রে তার বিপরীত প্রভাব দেখা যায়। গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়। পরীক্ষার সাহায্যে দেখা গেছে **যে গ্যাসের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক তার পরম তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক।** অর্থাৎ $\eta \propto \sqrt{T}$

**গতিতত্ত্বের সাহায্যে ব্যাখ্যা :** গ্যাসের গতিতত্ত্ব (Kinetic theory of gases) থেকে এর ব্যাখ্যা দেওয়া যায়। আমরা জানি যে, গ্যাসের অণুগুলো সবদিকেই এলোমেলোভাবে চলাচল করতে পারে এবং এদের মধ্যে সংঘর্ষ ঘটে। গ্যাস অণুগুলোর মধ্যে দূরত্ব তরলের তুলনায় অনেক বেশি হওয়ায় আন্তঃআণবিক বল নেই বললেই চলে। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে অণুসমূহের গড় বেগ বৃদ্ধি পায়, ফলে সংঘর্ষও বাড়ে। সংঘর্ষ বাড়ার কারণে বিভিন্ন স্তরের প্রবাহে বাধার পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। অর্থাৎ সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়। গড়বেগ ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক নিম্নরূপ :



চিত্র ৭·২৪

$$c \propto \sqrt{T} \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.15)$$

গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুসারে গ্যাসের সান্দ্রতা গ্যাস অণুগুলোর গড় বেগের সমানুপাতিক। অর্থাৎ

$$\eta \propto c \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.16)$$

সমীকরণ (7.15) ও সমীকরণ (7.16) থেকে আমরা পাই,

$$\eta \propto c \propto \sqrt{T} \quad \therefore \eta \propto \sqrt{T}$$

$$\text{বা, } \eta = K\sqrt{T} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.17)$$

এখানে T, কেলভিন তাপমাত্রা এবং K, ধ্রুবক।

## সান্দ্রতার উপর চাপের প্রভাব (২৬-২৪)

**Effect of pressure on viscosity**

তরলের সান্দ্রতার উপর চাপের প্রভাব দেখা যায়। চাপ বৃদ্ধি পেলে সান্দ্রতা বাড়ে।

**ব্যাখ্যা :** চাপ বৃদ্ধি পেলে আন্তঃআণবিক দূরত্ব কমে ফলে আন্তঃআণবিক বল বৃদ্ধি পায়। এর ফলে তরলের পাশাপাশি দুটি স্তরের আপেক্ষিক বেগ কমে যায়। অর্থাৎ সান্দ্রতা বেড়ে যায়।

কিন্তু গ্যাসের সান্দ্রতার উপর চাপের কোনো প্রভাব নেই।

## সান্দ্রতার প্রয়োজনীয়তা

**Necessity of viscosity**

(১) গতিশীল নৌকা, স্টীমার, লঞ্চ, জাহাজের উপর পানির এবং গতিশীল মোটর গাড়ি ও বিমানের উপর বায়ুর সান্দ্রতাজনিত বাধা লক্ষ করেই এ সমস্ত যন্ত্রের নক্সা তৈরি হয়।

(২) ফাউনটেন পেন কালির সান্দ্রতা ধর্মের উপর ভিত্তি করেই প্রস্তুত করা হয়।

(৩) শিরা-উপশিরা দিয়ে রক্তের চলাচল এই ধর্মের উপর হয়ে থাকে।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। $1 \times 10^{-3}$ m$^2$ ক্ষেত্রফলের একটি চ্যাপ্টা প্লেট অপর একটি বড় প্লেট হতে 0·1 cm পুরু গ্লিসারিন স্তর দ্বারা পৃথক করা আছে। ঐ প্লেটকে $1 \times 10^{-2}$ ms$^{-1}$ বেগে চালনা করতে $1{\cdot}5 \times 10^{-5}$ N বলের প্রয়োজন হলে গ্লিসারিনের সান্দ্রতাঙ্ক নির্ণয় কর।**

আমরা জানি, $F = \eta A \frac{dv}{dy}$

বা, $\eta = \frac{F dy}{A dv}$

$\therefore \quad \eta = \frac{1{\cdot}5 \times 10^{-5} \times 1 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-3} \times 1 \times 10^{-2}}$

$= 1{\cdot}5 \times 10^{-3}$ Ns m$^{-2}$

এখানে,

$A = 1 \times 10^{-3}$ m$^2$

$F = 1{\cdot}5 \times 10^{-5}$ N

$dv = 1 \times 10^{-2}$ ms$^{-1}$

$dy = 0{\cdot}1$ cm $= 1 \times 10^{-3}$ m

সান্দ্রতার উদাহরণ:

A. আকাশে ঘুড়ি উড়ানো।

B. শিরা-উপশিরা দিয়ে রক্তের চলাচল এই ধর্মের উপর হয়ে থাকে।

C. ফাউনটেন পেন কালির সান্দ্রতা ধর্মের উপর ভিত্তি করে প্রস্তুত করা হয়।

**২। 0·01 বর্গমিটার ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি পাত 2 মি.মি. পুরু গ্লিসারিনের একটি স্তরের উপর রাখা রয়েছে। পাতটিকে 0·05 $ms^{-1}$ বেগে চালনা করতে 0·4 নিউটন অনুভূমিক বলের প্রয়োজন হলে সান্দ্রতা গুণাঙ্কের মান নির্ণয় কর।** [চ. বো. ২০১১; কু. বো. ২০০৭]

আমরা জানি,

$$F = \eta A \frac{dv}{dy}$$

বা, $$\eta = \frac{F}{A}\frac{dy}{dv}$$

$$\therefore \quad \eta = \frac{0{\cdot}4}{0{\cdot}01} \times \frac{2 \times 10^{-3}}{0{\cdot}05}$$

$$= 1{\cdot}6 \text{ N s m}^{-2}$$

এখানে, $A = 0{\cdot}01 \text{ m}^2$

$dv = 0{\cdot}05 \text{ ms}^{-1}$

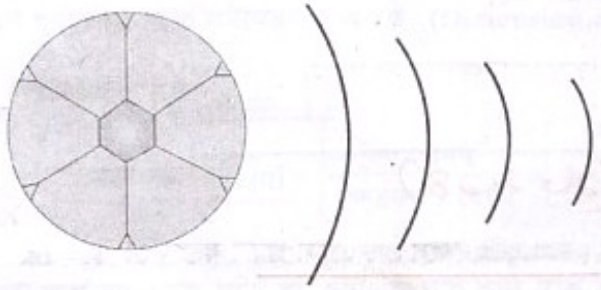
$dy = 2 \text{ mm} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$

$F = 0{\cdot}4 \text{ N}$

$\eta = ?$

## ৭·১৩ ঘর্ষণ ও সান্দ্রতা
## Collision and Viscosity

নিচের ছবি দুটি লক্ষ কর দেখবে যে, উভয়ক্ষেত্রে এদের গতি বাধাগ্রস্ত হচ্ছে [চিত্র ৭·২৫(ক) ও (খ)]।



(ক)



(খ)

চিত্র ৭·২৫

একটি বলকে মেঝের উপর দিয়ে গড়িয়ে দিলে বলটি খানিকটা এগিয়ে গিয়ে থেমে যায়। এর কারণ বস্তুর কোনো তলই পুরাপুরি মসৃণ নয়। তা খানিকটা উঁচু-নিচু। যখন একটি বস্তু অপর একটি বস্তুর সংস্পর্শে থেকে চলবার চেষ্টা করে তখন একটির উঁচু অংশ অপরটির নিচু অংশে ঢুকে যায় এবং তাদের মিলনতলে গতিরোধকমূলক একটি বল উৎপন্ন হয়। অনুরূপভাবে একটি লোহার বলকে পানির মধ্যে পতিত হতে দিলে তাও পানির বিভিন্ন স্তরে আপেক্ষিক গতির জন্য বাধাগ্রস্ত হয়। এখানেও ঘর্ষণের ন্যায় সান্দ্র বল লোহার বলের গতি মন্থর করে দেয়। আবার একজন ডুবুরি যখন সিলিন্ডার পিঠে নিয়ে পানির তলদেশে যেতে থাকে তখন পানির ভিন্ন ভিন্ন স্তরে ডুবুরির গতি বাধাগ্রস্ত হয়। একটি বন্ধ পাত্রে তরলের ক্ষেত্রে কিন্তু গতি বাধাগ্রস্ত হয় না। ডুবুরির গতি বাধাপ্রাপ্তির কারণ হলো তরলের সান্দ্রতা প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিকে বাধাগ্রস্ত করার জন্য ডুবুরির গতি বাধাপ্রাপ্ত হয়। এই দুটি ঘটনার প্রথমটি হলো ঘর্ষণ এবং দ্বিতীয়টি হলো সান্দ্রতা। এই দুটি বিষয়ের সংজ্ঞা আমরা পূর্বেই জেনেছি। তবে ঘর্ষণ ও সান্দ্রতা রাশি দুটি উভয়েই স্পর্শকীয় বল। ঘর্ষণ হলো দুটি সংলগ্ন তলের মধ্যে সম্পর্কীয় বল। অনুরূপভাবে সান্দ্রতা দুটি তরল তলের আপেক্ষিক গতি বজায় রাখার জন্য প্রয়োজনীয় স্বকীয় বল। এভাবে দুটি তরল স্তরের মাঝে তলের স্পর্শক করে একটি বলের উদ্ভব হয় যা এ দুটি স্তরের মধ্যকার আপেক্ষিক গতি নষ্ট করার চেষ্টা করে। প্রবাহীর যে ধর্মের জন্য এর অভ্যন্তরীণ বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতি রোধ করতে প্রয়াস পায় তাকে সান্দ্রতা বলে। সান্দ্রতা সকল প্রবাহীর সাধারণ ধর্ম। এখন আমরা দেখব ঘর্ষণের সাথে সান্দ্রতার পার্থক্য কোথায় ?

উপরের আলোচনা থেকে ঘর্ষণের এবং সান্দ্রতার মধ্যে যেমন সাদৃশ্য পাওয়া যায় তেমনি এদের মধ্যে পার্থক্যও দেখতে পাওয়া যায়। পার্থক্যগুলি লক্ষ কর—

(i) ঘর্ষণ কেবলমাত্র সংস্পর্শ তরলগুলির প্রকৃতির উপর নির্ভর করে, কিন্তু সান্দ্রতা সংস্পর্শ তলগুলির প্রকৃতি ছাড়াও তলগুলির আপেক্ষিক গতির উপর নির্ভর করে।

(ii) গতীয় ঘর্ষণ গুণাঙ্ক সংস্পর্শ তলগুলির আপেক্ষিক বেগের নিরপেক্ষ। কিন্তু সান্দ্রতাঙ্ক আপেক্ষিক বেগের উপর নির্ভর করে।

(iii) অভিলম্ব প্রতিক্রিয়া বলের কোনো পরিবর্তনের জন্য ঘর্ষণের কোনো পরিবর্তন হয় না। সাধারণত চাপ প্রয়োগে তরলের সান্দ্রতা বৃদ্ধি পায়।

সান্দ্রতাকে কখনও কখনও প্রবাহীর আঠাত্বতা বলা হয়। আবার কেউ কেউ সান্দ্রতাকে প্রবাহীর অন্তরীণ ঘর্ষণ বলে। কারণ সান্দ্রতা বলের স্বরূপ অনেকটা ঘর্ষণের ন্যায়। ঘর্ষণ দুটি কঠিন বস্তুর আপেক্ষিক গতিকে বাধা দেয় আর সান্দ্রতা প্রবাহীর বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিকে বাধা দেয়। স্থির প্রবাহীর ক্ষেত্রে এটি ক্রিয়া করে না। ঘর্ষণ স্পর্শ-তলের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে না, তবে সান্দ্রতা প্রবাহীর তলদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে। অধিকন্তু সান্দ্রতা প্রবাহীর স্তরের বেগ এবং স্থির তল হতে তার দূরত্বের উপর নির্ভর করে।

## ৭·১৪ স্টোক্‌স-এর সূত্র
## Stokes's Law

**স্টোক্‌স এর সূত্র (Stokes's Law) :** বিজ্ঞানী স্টোক্‌স প্রমাণ করেন যে, $r$ ব্যাসার্ধের ক্ষুদ্রাকার গোলক $\eta$ সান্দ্রতা গুণাঙ্কের কোনো তরল বা গ্যাসের মধ্য দিয়ে $v$ প্রান্তিক বেগে পড়তে থাকলে বস্তুর উপর সান্দ্রতাজনিত ঊর্ধ্বমুখী বল ক্রিয়া করে। ধরি এই বল F। এই বল

$F \propto$ সান্দ্রতা গুণাঙ্ক, $\eta$

$F \propto$ বস্তুর ব্যাসার্ধ, $r$

এবং $F \propto$ প্রান্তিক বেগ, $v$

$\therefore \quad F \propto \eta r v$

বা, $F = K\eta r v$ ... ... ... (7.18)

এখানে K একটি সমানুপাতিক ধ্রুবক। তরল গতিবিজ্ঞানের সাহায্যে স্টোক্‌স প্রমাণ করেন যে $K = 6\pi$

$\therefore$ সমীকরণ (7.18) হতে পাই

$F = 6\pi\eta r v$ ... ... ... (7.19)

**এই সমীকরণটি তরলে পতনশীল স্টোক্‌স-এর সূত্র নামে খ্যাত। মাত্রিক পদ্ধতিতে এই সমীকরণ প্রতিপাদন করা যায়।**

**মাত্রিক পদ্ধতিতে স্টোক্‌স-এর সূত্র প্রতিপাদন :** ধরি $r$ ব্যাসার্ধের একটি ক্ষুদ্র গোলাকার বস্তু $\eta$ সান্দ্রতা গুণাঙ্কবিশিষ্ট একটি সান্দ্র মাধ্যমের মধ্যে ছেড়ে দেয়ায় বস্তুটি কোনো এক মুহূর্তে $v$ প্রান্তিক বেগ লাভ করলে সান্দ্রতার জন্য পশ্চাৎমুখী বল বা ঘর্ষণ বল F হবে

$F = K\eta^x r^y v^z$ ... ... ... ... ... ... (7.20)

এখানে K = একটি মাত্রিক ধ্রুব। $x, y$ ও $z$-এর মান বের করতে হবে।

সমীকরণ (7.21)-এ F, $\eta$, $r$ ও $v$-এর মাত্রিক মান বসিয়ে পাওয়া যায়

$[MLT^{-2}] = K[ML^{-1}T^{-1}]^x . [L]^y . [LT^{-1}]^z$

বা, $[M^1][L^1][T^{-2}] = K[M]^x [L]^{y+z-x} [T]^{-(x+z)}$

উভয় পক্ষের [M], [L] ও [T]-এর ঘাত সমান হবে হেতু তুলনা করে লেখা যায়,

$x = 1, y + z - x = 1$ ও $x + z = 2$

সমীকরণ তিনটি সমাধান করে পাওয়া যায়, $x = 1, y = 1$ ও $z = 1$।

সমীকরণ (7.20)-এ $x, y$ ও $z$-এর মান বসিয়ে লেখা যায়, $F = K\eta r v$

স্টোকস গাণিতিকভাবে প্রমাণ করেন যে, $K = 6\pi$

$\therefore \quad F = 6\pi\eta r v$ ... ... ... ... (7.21)

এটিই হলো মাত্রিক পদ্ধতিতে পতনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে স্টোক্‌স সূত্রের প্রতিপাদন।

**স্টোক্‌স-এর প্রান্তিক বেগের সমীকরণ :**

মনে করি, গোলকটির উপাদানের ঘনত্ব $\rho$ এবং মাধ্যমের ঘনত্ব $\sigma$। তাহলে গোলকের উপর অভিকর্ষ বল,

$F$ = বস্তুর ওজন = ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ = আয়তন × ঘনত্ব × অভিকর্ষজ ত্বরণ

$= V \times \rho \times g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g$ (এখানে $V$ = গোলকের আয়তন)

আর্কিমিডিস-এর সূত্রানুসারে গোলক কর্তৃক হারানো ওজন = মাধ্যম কর্তৃক প্রযুক্ত ঊর্ধ্বমুখী বল $= \frac{4}{3}\pi r^3 \sigma g$

$\therefore$ গোলকের উপর কার্যকরী নিম্নমুখী বল অর্থাৎ কার্যকরী ওজন,

$$F = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g - \frac{4}{3}\pi r^2 \sigma g = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \sigma) g \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.22)$$

যখন সান্দ্রতাজনিত ঊর্ধ্বমুখী বল এবং গোলকের কার্যকরী ওজন সমান হবে তখনই বস্তু প্রান্তিক বেগে পড়তে থাকবে।

$\therefore$ আমরা পাই, $6\pi\eta r v = \frac{4}{3}\pi r^3 (\rho - \sigma) g$, $F$ = সান্দ্র বল $= 6\pi\eta r v$ (স্টোক্‌স এর সূত্র)

বা, $$v = \frac{2r^2 (\rho - \sigma) \times g}{9 \quad \eta} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.23)$$

একেই **স্টোক্‌সের প্রান্তিক বেগের সমীকরণ** বলা হয়।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। 200 mm ব্যাসার্ধের একটি গোলক কোনো তরলের ভেতর দিয়ে $2{\cdot}1 \times 10^{-2}\ ms^{-1}$ প্রান্ত বেগ নিয়ে পড়ছে। তরলের সান্দ্রতাঙ্ক $0{\cdot}003\ Nsm^{-2}$ হলে সান্দ্র বল নির্ণয় কর।** [ব. বো. ২০০৭; সি. বো. ২০০২]

মনে করি সান্দ্রতা বল = $F$

আমরা জানি, $F = 6\pi\eta r v$

$= 6 \times 3{\cdot}14 \times 0{\cdot}003 \times 0{\cdot}2 \times 2{\cdot}1 \times 10^{-2}$

$= 2{\cdot}374 \times 10^{-4}\ N$

এখানে, $r = 200\ mm = 0{\cdot}2\ m$

$v = 2{\cdot}1 \times 10^{-2}\ ms^{-1}$

$\eta = 0{\cdot}003\ N\,sm^{-2}$

$F = ?$

**২। $2 \times 10^{-4}$ m ব্যাসার্ধের একটি লোহার বল তার্পিন তেলের ভেতর দিয়ে $4 \times 10^{-2}\ ms^{-1}$ প্রান্ত বেগ নিয়ে পড়ছে। যদি লোহা ও তার্পিন তেলের ঘনত্ব যথাক্রমে $7{\cdot}8 \times 10^3$ এবং $0{\cdot}87 \times 10^3\ kgm^{-3}$ হয় তবে তার্পিন তেলের সান্দ্রতাঙ্ক বের কর।**

মনে করি তার্পিন তেলের সান্দ্রতাঙ্ক = $\eta$

আমরা জানি, $\eta = \frac{2r^2 (\rho - \sigma) g}{9v}$

$$= \frac{2 \times (2 \times 10^{-4})^2 \ (7{\cdot}8 \times 10^3 - 0{\cdot}87 \times 10^3) \times 9{\cdot}8}{9 \times 4 \times 10^{-2}}$$

$$= \frac{2 \times 4 \times 10^{-8} \times 6{\cdot}93 \times 10^3 \times 9{\cdot}8}{9 \times 4 \times 10^{-2}}$$

$$= \frac{8 \times 6{\cdot}93 \times 9{\cdot}8 \times 10^{-3}}{36} = 1{\cdot}5\,1 \times 10^{-2}\ kgm^{-1}s^{-1}$$

$= 1{\cdot}51 \times 10^{-2}\ Nsm^{-2}$

এখানে, ব্যাসার্ধ $r = 2 \times 10^{-4}$ m

প্রান্ত বেগ, $v = 4 \times 10^{-2}\ ms^{-1}$

লোহার ঘনত্ব, $\rho = 7{\cdot}8 \times 10^3\ kg^{-3}$

তার্পিন তেলের ঘনত্ব,

$\sigma = 0{\cdot}87 \times 10^3\ kgm^{-3}$

$g = 9{\cdot}8\ ms^{-2}$

## ৭·১৫ পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি

**Surface Tension and Surface Energy**

### পৃষ্ঠ টান

**Surface Tension**

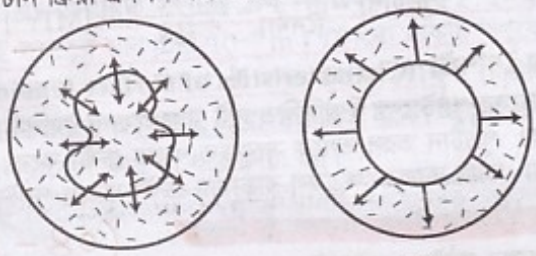
তরল মাত্রেরই একটি ধর্ম আছে—তরল পৃষ্ঠ সর্বদাই সঙ্কুচিত হয়ে সর্বনিম্ন ক্ষেত্রফলে আসতে চায়। তরলের মধ্যে যে বলের প্রভাবে এই বিশেষ ধর্ম প্রকাশ পায় সেই বলকেই পৃষ্ঠ টান বলে।

আমরা সকলেই লক্ষ করেছি যে মশা, মাকড়সা ইত্যাদি কীটপতঙ্গ পানির উপরে হেঁটে চলতে পারে। একটু পর্যবেক্ষণ করলেই দেখা যাবে যে, যেখানে এদের পা পড়ে তরলের সেই স্থানটুকু একটু নিচু বা অবনমিত (depressed) হয়—কিছুটা যেন রবারের পর্দাকে চাপ দিলে যেরূপ হয়। এ ছাড়া কোনো সিরিঞ্জের সূচের মাথা দিয়ে

খুব আস্তে আস্তে তরল ওষুধ বা পানি নির্গত করলে দেখা যায় যে তরল বা পানি নিরবচ্ছিন্নভাবে বের না হয়ে ফোঁটায় ফোঁটায় বের হচ্ছে এবং ফোঁটাগুলো সম্পূর্ণ গোলাকার। আমরা জানি একই আয়তনের সর্বনিম্ন ক্ষেত্রফল হলো গোলাকার আকৃতির। তরলের মুক্ত পৃষ্ঠে নিশ্চয়ই কোনো বল ক্রিয়াশীল রয়েছে যা ফোঁটাগুলো গোলাকার রাখছে। কাজেই তরলের মুক্ত পৃষ্ঠে স্থিতিস্থাপক পর্দার টানের ন্যায় একটা টান ক্রিয়া করে। উক্ত টান তরল পৃষ্ঠের স্পর্শক অভিমুখী। তরল পৃষ্ঠ যেখানে এসে শেষ হয় সেখানেই পৃষ্ঠের সীমারেখায় পৃষ্ঠ টান ক্রিয়া করে।

নিচে বর্ণিত একটি পরীক্ষার সাহায্যে সহজেই পৃষ্ঠটান ক্রিয়া প্রদর্শন করা যায়।

ধাতব তারের একটি গোল আংটা সাবান পানিতে ডুবিয়ে তুলে আনলে আংটার ভেতরে সাবান পানির একটি পাতলা সর (Thin film) আটকে থাকে। এবার একটি সুতা দিয়ে ছোট ফাঁস (loop) তৈরি করে সাবান পানিতে ভিজিয়ে আংটার সরের উপর বসালে দেখা যাবে ফাঁসটি এলোমেলোভাবে অবস্থান করছে [চিত্র ৭·২৬(ক)]।



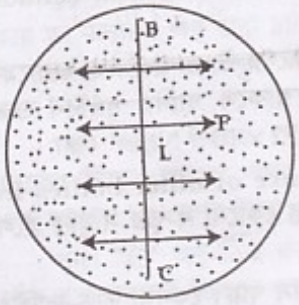
(ক) (খ)

চিত্র ৭·২৬

এবার একটি সুঁচ বা আলপিন দিয়ে ফাঁসের ভেতরের অংশ ছিদ্র করে দিলে দেখা যাবে ফাঁসটি এলোমেলো অবস্থা ত্যাগ করে বৃত্তাকার হয়েছে [চিত্র ৭·২৬(খ)]।

উপরের ঘটনা দুটো ব্যাখ্যায় বলা যায়, যখন ফাঁসের ভেতরে সর ছিল তখন ফাঁসের প্রতিটি বিন্দুতে পৃষ্ঠের স্পর্শক বরাবর সমান ও বিপরীতমুখী বল ক্রিয়া করে। ফলে প্রতিটি বিন্দুতে বলদ্বয় পরস্পরকে প্রশমিত করে। তাই ফাঁসটি এলোমেলো থাকে। পরবর্তীতে ফাঁসটি ছিদ্র করায় ফাঁসের ভেতরের দিকের বল না থাকায় প্রতিটি বিন্দুতে শুধু সরের বাইরের দিকে বল ক্রিয়া করে, ফলে বাইরের দিকে টান অনুভূত হয় এবং বাইরের দিকের সর সংকুচিত হয়ে টান টান হয়ে যায়। উপরের পরীক্ষা থেকে স্পষ্ট যে তরল পদার্থের মুক্ত পৃষ্ঠে এক ধরনের টান ক্রিয়াশীল। এই টানই পৃষ্ঠটান। অতএব পৃষ্ঠটানের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেওয়া যায়।

**কোনো তরলের পৃষ্ঠে একটি সরলরেখা কল্পনা করলে উক্ত রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে ঐ রেখার দুই পার্শ্বে তরলের পৃষ্ঠ তলে এক অংশ অন্য অংশের উপরে যে স্পর্শক বল (tangential force) প্রয়োগ করে তাকেই পৃষ্ঠটান বলে।**




চিত্র ৭·২৭

**ব্যাখ্যা :** মনে করি কোনো একটি তরল তলের মুক্ত পৃষ্ঠের উপর অঙ্কিত একটি রেখার (BC) দৈর্ঘ্য L [চিত্র ৭·২৭]। ঐ সরলরেখার উভয় পার্শ্বের তরলপৃষ্ঠ সংকুচিত হতে চাইবে এবং পরস্পর হতে দূরে সরে যাওয়ার প্রবণতা পরিলক্ষিত হবে। কাজেই BC রেখার উপর প্রতি একক দৈর্ঘ্যে একটা টান পড়বে। মনে করি ঐ রেখার অভিলম্বভাবে ও পৃষ্ঠের স্পর্শকরূপে রেখার উভয় পার্শ্বে বিদ্যমান বল F।

$$\therefore \text{পৃষ্ঠটান} = \frac{\text{বল}}{\text{দৈর্ঘ্য}}$$

$$\text{বা, } T = \frac{F}{L} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.24)$$

পৃষ্ঠটানের আরো একটি সংজ্ঞা দেয়া যেতে পারে :

**কোনো একটি তরল তলের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করতে হয় তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠটান বলে এবং $T = \frac{W}{A}$**

এখানে তরল তলের ক্ষেত্রফল A, একক বৃদ্ধিতে কাজের পরিমাণ = W।

**পৃষ্ঠটানের একক (Unit of surface tension)**

পৃষ্ঠটান একটি প্রাকৃতিক রাশি। অতএব এর একক আছে।

**এম. কে. এস. ও এস. আই. বা আন্তর্জাতিক পদ্ধতিতে পৃষ্ঠটানের নিরপেক্ষ একক নিউটন/মিটার ($Nm^{-1}$)।**

**পৃষ্ঠটানের মাত্রা সমীকরণ (Dimension of surface tension)** (০২-০২)

$$\text{পৃষ্ঠটান} = \frac{\text{বল}}{\text{দৈর্ঘ্য}}$$

∴ এর মাত্রা সমীকরণ,

$$[\text{পৃষ্ঠটান}] = \frac{[\text{বল}]}{[\text{দৈর্ঘ্য}]} = \frac{[MLT^{-2}]}{[L]} = [MT^{-2}]$$

**পৃষ্ঠটানের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of surface tension)**

তরলের পৃষ্ঠটানের নিম্নলিখিত দুটি উল্লেখযোগ্য বৈশিষ্ট্য রয়েছে, যথা—

(ক) পৃষ্ঠটান তরল তলকে সংকুচিত করার চেষ্টা করে।

(খ) তরল তলের ক্ষেত্রফল বাড়াবার চেষ্টা করলে পৃষ্ঠটান তা প্রতিরোধ করার চেষ্টা করে।

**তরলের পৃষ্ঠটানের উপর প্রভাবকারী বিষয় :** (০৪-০৫)

তরলের পৃষ্ঠটান মোটামুটিভাবে নিম্নলিখিত বিষয়গুলো দ্বারা প্রভাবিত হয়।

**(i) দূষিতকরণ (Contamination) :** তরল যদি চর্বি, তেল প্রভৃতি দ্বারা দূষিত হয়, তবে তরলের পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়।

**(ii) দ্রবীভূত বস্তুর উপস্থিতি (Presence of dissolved substances) :** তরলে কোনো বস্তু দ্রবীভূত থাকলে তরলের পৃষ্ঠটান পরিবর্তিত হয়। তরলে **অজৈব** পদার্থ দ্রবীভূত থাকলে পৃষ্ঠটান বৃদ্ধি পায়, কিন্তু **জৈব** পদার্থ দ্রবীভূত থাকলে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়।

**(iii) তাপমাত্রা (Temperature) :** তরলের পৃষ্ঠটান প্রভূতভাবে তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীল। সাধারণভাবে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে তরলের পৃষ্ঠটান হ্রাস পায় এবং তাপমাত্রা হ্রাস পেলে তরলের পৃষ্ঠটান বৃদ্ধি পায়। শুধু গলিত তামা ও ক্যাডমিয়ামের ক্ষেত্রে ব্যতিক্রম পরিলক্ষিত হয়। তাপমাত্রা পরিবর্তনের পাল্লা কম হলে পৃষ্ঠ টান এবং তাপমাত্রার মধ্যকার সম্পর্ক নিম্নলিখিত সমীকরণে ব্যক্ত করা যায়।

$$T_t = T_0(1 - \alpha t) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.25)$$

এখানে $T_t = t°C$ তাপমাত্রায় তরলের পৃষ্ঠটান, $T_0 = 0°C$ তাপমাত্রায় তরলের পৃষ্ঠটান এবং $\alpha$ = তরলের পৃষ্ঠটানের তাপমাত্রা গুণাঙ্ক।

উল্লেখ্য, **যে তাপমাত্রায় কোনো একটি তরলের পৃষ্ঠটান শূন্য হয়, তাকে সঙ্কট তাপমাত্রা** (Critical temperature) **বলে।**

**(iv) তরলের উপর অবস্থিত মাধ্যম (Medium above the liquid) :** তরলের উপর অবস্থিত মাধ্যমের প্রকৃতির উপর তরলের পৃষ্ঠটান নির্ভর করে। পানির সাথে জলীয় বাষ্পের সংস্পর্শ থাকলে পানির পৃষ্ঠটান প্রায় $70 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$ হয়, আর পানির সাথে বায়ুর সংস্পর্শ থাকলে, পানির পৃষ্ঠটান প্রায় $72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$ হয়।

**(v) তরলের মুক্ত তলের সাথে অন্য কোনো বস্তুর উপস্থিতি (Presence of other bodies in contact with the free surface of the liquid) :** তরলের মুক্ত তলের সাথে অন্য কোনো বস্তুর সংযুক্তি হলে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়।

**(vi) তড়িতাহিতকরণ (Electrification) :** তরল তড়িতাহিত হলে পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়। কেননা তড়ি-তাহিত হবার ফলে তরল পৃষ্ঠে বহির্মুখী চাপ ক্রিয়া করে। এর ফলে তরল পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি পায় যা পৃষ্ঠটান জনিত সঙ্কোচন প্রবণতার বিপরীতে ক্রিয়া করে। কাজেই পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়।

**পৃষ্ঠটান সংক্রান্ত কয়েকটি প্রয়োজনীয় সংজ্ঞা :**

পৃষ্ঠটানের তত্ত্ব ব্যাখ্যা করার পূর্বে কয়েকটি রাশি জানা দরকার। রাশিগুলো হলো—

**(ক) সংসক্তি বা সংযুক্তি বল** (Cohesive force),

**(খ) আসঞ্জন বল** (Adhesive force) এবং

**(গ) আণবিক পাল্লা** (Molecular range)

**সংসক্তি বা সংযুক্তি বল :** আমরা জানি কোনো একটি পদার্থ কতকগুলো অণুর সমষ্টি। **একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে সংসক্তি বা সংযুক্তি বল বলে।** যেমন লোহার বিভিন্ন অণুর মধ্যে যে পারস্পরিক আকর্ষণ বল আছে, তার নাম সংসক্তি বল। এই বল দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক সূত্র মেনে চলে।

**আসঞ্জন বল :** একটি পদার্থকে অন্য একটি পদার্থের সংস্পর্শে রেখে দিলে পদার্থ দুটির অণুগুলোর মধ্যে একটি পারস্পরিক আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে। **বিভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে এই পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে আসঞ্জন বল বলে।** একটি পাত্রে পানি রাখলে পাত্রের অণু ও পানির অণুর মধ্যে যে আকর্ষণ বল ক্রিয়া করে তাই আসঞ্জন বল।

**আণবিক পাল্লা :** আমরা জানি সংসক্তি বল অণু দুটির মধ্যবর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক। দূরত্ব বৃদ্ধি পেতে থাকলে বল দ্রুত হ্রাস পেতে থাকে। **দুটি অণুর মধ্যে ক্রিয়ারত সংসক্তি বল সর্বাধিক যতটুকু দূরত্ব পর্যন্ত অনুভূত হয়, তাকে আন্তঃআণবিক পাল্লা বলে।** এই দূরত্বের মান প্রায় $10^{-9}$ m। কোনো একটি অণুকে কেন্দ্র করে আণবিক পাল্লার সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি গোলক কল্পনা করলে তাকে ঐ অণুর **প্রভাব গোলক** (sphere of attraction) বলে। ঐ অণুটি কেবল প্রভাব গোলকের ভিতরের অণুগুলোর দ্বারা প্রভাবিত হবে। প্রভাব গোলকের বাইরের কোনো অণু এই অণুটির উপর কোনো সংসক্তি বল প্রয়োগ করে না ধরে নেয়া হয়।

**নিজ হাতে কর :** একটি তুলি পানিতে বা রং এ ডুবালে আঁশগুলি পরস্পর থেকে আলাদা হয়ে যায়। আবার পানি থেকে তুলে আনলে আঁশগুলি পরস্পরের সাথে লেগে থাকে কেন?

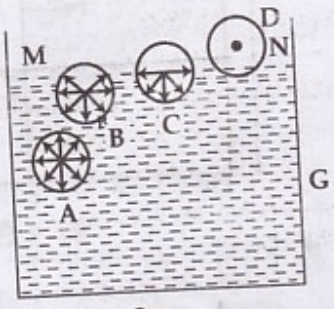
পানিতে ডুবিয়ে তুলিকে বাইরে আনলে তুলির প্রত্যেক দুটি আঁশের মধ্যে পানির একটি পাতলা ঝিল্লি আটকে যায়। পানির পৃষ্ঠটানের জন্য এই ঝিল্লির ক্ষেত্রফল সংকুচিত হতে চায়। ফলে আঁশগুলি পরস্পরের সঙ্গে আটকে থাকে। পানির ভেতরে ডুবানো অবস্থায় পৃষ্ঠটান না থাকায় আঁশগুলি ফাঁক হয়ে যায়।

## ল্যাপ্লাসের পৃষ্ঠটানের আণবিক তত্ত্বের সাহায্যে পৃষ্ঠটানের ব্যাখ্যা

**Explanation of Surface Tension by Laplace's molecular theory of surface tension**

তরলের পৃষ্ঠটানকে ব্যাখ্যা করার জন্য বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন বিজ্ঞানী বিভিন্ন তত্ত্ব প্রদান করেন। সর্বাপেক্ষা নির্ভরযোগ্য তত্ত্ব প্রদান করেন বিজ্ঞানী ল্যাপ্লাস। ল্যাপ্লাস-এর নামানুসারে এই তত্ত্বকে **ল্যাপ্লাসের আণবিক তত্ত্ব** বলে। ল্যাপ্লাস আণবিক তত্ত্বের সাহায্যে পৃষ্ঠটানের ব্যাখ্যা করেন বলে তত্ত্বের এরূপ নামকরণ হয়েছে।

মনে করি, A, B, C এবং D তরলের চারটি অণু [চিত্র ৭·২৮]। এদের মধ্যে A তরলের গভীর অভ্যন্তরে, B তরল তলের একটু নিচে, C ঠিক তরল তলে এবং D তরলের বাইরে অবস্থিত। তাদের চারদিকে প্রভাব গোলক অঙ্কন করি।



চিত্র ৭·২৮

'A' অণুটির প্রভাব গোলক তরলের অভ্যন্তরে সম্পূর্ণভাবে নিমজ্জিত থাকায় তা অন্যান্য অণু দ্বারা চারদিকে সমভাবে আকৃষ্ট হবে এবং তার উপর লব্ধি সংসক্তি বলের মান শূন্য হবে। ফলে তা যে অবস্থায় আছে সেই অবস্থায় থাকবে।

'B' অণুর প্রভাব গোলকের কিছু অংশ তরলের বাইরে থাকায় ঐ গোলকের নিচের অংশের অণুর সংখ্যা উপরের অংশের অণুর সংখ্যা অপেক্ষা অধিক হওয়ায় 'B' অণুর উপর একটি নিম্নমুখী লব্ধি সংসক্তি বল ক্রিয়া করবে।

পুনঃ 'C' অণু ঠিক তরল পৃষ্ঠের উপরে থাকায় এর প্রভাব গোলকের অর্ধেক ভাগ তরলের ভিতরে এবং অর্ধেক ভাগ তরলের বাইরে থাকবে। অতএব এটি কেবল গোলকের নিচের অংশের অণু দ্বারা আকৃষ্ট হবে এবং এটি সম্পূর্ণ-ভাবে একটি নিম্নমুখী সর্বাধিক লব্ধি সংসক্তি বল অনুভব করবে।

তরল তলে অবস্থিত সকল অণুর ক্ষেত্রে এই ঘটনা পরিলক্ষিত হবে। তরল তলের ঠিক উপরের D অণুর প্রভাব গোলক সম্পূর্ণ রূপে তরলের উপরে থাকায় তার উপর তরলের টান "শূন্য"। ফলে অণুটি গ্যাস অণুর ন্যায় মুক্তভাবে বিচরণ করবে। অতএব MN তরল তল একটি নিম্নমুখী বল বা টান অনুভব করে এবং সঙ্কুচিত হতে প্রয়াস পায়। অর্থাৎ MN তলের ক্ষেত্রফল কমাতে চায়, যার ফলে স্থিতিশক্তি কমে। সকল বস্তুই সুস্থির বা সাম্যাবস্থায় থাকার জন্য সর্বনিম্ন স্থিতিশক্তিতে আসতে চায়। যেমন একটি রাবারের টান দেয়া পর্দা নিজ পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল হ্রাস করতে চায়। এই সঙ্কোচনের প্রবণতা হতেই তরলের পৃষ্ঠ টানের উৎপত্তি হয়। এই টান তরল তলের স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে। **ইহাই ল্যাপ্লাস কর্তৃক তরলের পৃষ্ঠটানের সরল আণবিক ব্যাখ্যা।**

## পৃষ্ঠশক্তি
## Surface Energy

আমরা জানি কোনো একটি তরল তলে একটি টান বা বল সর্বদা ক্রিয়া করে এবং এই বল তরল তলের ক্ষেত্রফল হ্রাস করতে চেষ্টা করে। সুতরাং এ অবস্থায় তরল তলের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি করতে হলে ঐ বলের বিরুদ্ধে কিছু কাজ করতে হবে। এ কাজ স্থিতিশক্তি হিসেবে তরল তলে সঞ্চিত থাকবে। তরল পৃষ্ঠের এই স্থিতিশক্তিকে আপাতভাবে পৃষ্ঠশক্তি বা তল শক্তি বলে। তবে সঠিকভাবে বলা যায়— **কোনো একটি তরল তলের ক্ষেত্রফল একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয়, তাকে ঐ তলের পৃষ্ঠশক্তি বলে। একে সাধারণত E দ্বারা প্রকাশ করা হয়।**

কোনো মুক্ত তলের ক্ষেত্রফল $\Delta A$ পরিমাণ বৃদ্ধি করতে যদি W পরিমাণ কাজ সম্পন্ন হয়, তাহলে পৃষ্ঠশক্তি,

$$E = \frac{W}{\Delta A} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.26)$$

**পৃষ্ঠশক্তির একক ও মাত্রা সমীকরণ (Unit and Dimension of Surface energy) :**

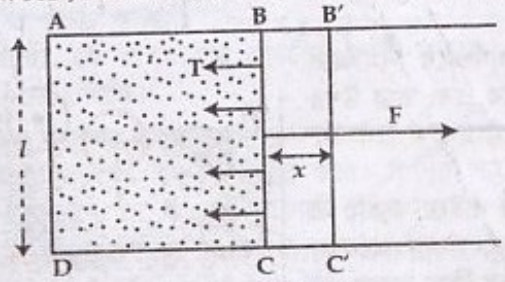
পৃষ্ঠশক্তির এম. কে. এস. বা এস. আই. একক হল জুল/মিটার$^2$ ($Jm^{-2}$)। কিন্তু $Jm^{-2}$ হচ্ছে $Nmm^{-2}$ বা $Nm^{-1}$। কাজেই কোনো তরলের পৃষ্ঠশক্তির একক এবং পৃষ্ঠটানের একক অভিন্ন।

$$[\text{পৃষ্ঠশক্তি}] = \left[\frac{\text{কাজ}}{\text{ক্ষেত্রফল}}\right] = \left[\frac{\text{বল} \times \text{সরণ}}{\text{ক্ষেত্রফল}}\right] = \left[\frac{MLT^{-2} \times L}{L^2}\right] = [MT^{-2}]$$

**হিসাব :** একটি গোলীয় পানির ফোঁটার ব্যাসার্ধ 1 mm। পানির পৃষ্ঠটান $73 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$ হলে ফোঁটাটির ভিতরের ও বাইরের চাপের পার্থক্য নির্ণয় কর।

## পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তির সম্পর্ক
## Relation between Surface Tension and Surface Energy

এখন তরলের পৃষ্ঠটান এবং পৃষ্ঠশক্তির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে মনে করি ABCD একটি হাল্কা আয়তকার ফ্রেম যার AB, AD এবং DC বাহু স্থির [চিত্র ৭·২৯]। কেবল BC বাহু AB এবং DC বরাবর বাধাহীনভাবে চলাচল করতে পারে। তরলের একটি পর্দা এই ফ্রেমের উপর স্থাপন করি। পৃষ্ঠটানের দরুন এই পর্দা BC বাহু ছাড়া অন্য সকল বাহু আটকানো থাকায় তারা স্থির থাকবে, কিন্তু BC বাহুটি ভিতরের দিকে যেতে চাইবে। যদি তরলের পৃষ্ঠটান T হয় এবং BC বাহুর দৈর্ঘ্য $l$ হয়, তবে পৃষ্ঠটানের দরুন BC বাহুর উপর ভিতরমুখী বল



চিত্র ৭·২৯

$$F = 2l \times T \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.27)$$

যেহেতু পর্দার দুটি তল আছে, একটি উপরের দিকে এবং অপরটি নিচের দিকে, সেহেতু BC বাহুর দৈর্ঘ্য = $2l$। BC-কে স্থির রাখতে হলে তার উপর পৃষ্ঠটানের বিপরীতমুখী সম পরিমাণের একটি বল প্রয়োগ করতে হবে। BC-কে সরিয়ে B′C′ অবস্থানে আনতে ঐ বলের বিরুদ্ধে কিছু কাজ করতে হবে। এই কাজ বৃদ্ধি = $2l \times x$, যেহেতু পর্দার দুটি তল আছে।

16. পানির পৃষ্ঠটান $72 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$ হলে 4 mm ব্যাসের কোনো পানির বিন্দুর ভিতরের ও বাইরের চাপের পার্থক্য হবে- [12-13]

A. 144 $Nm^{-2}$ B. 100 $Nm^{-2}$
C. 180 $Nm^{-2}$ D. 110 $Nm^{-2}$

$\therefore\ p = \frac{4T}{r} = \frac{4 \times 72 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-3}} = 144\ N/m^2$ **Ans.A**

17. কলের পানি ও পরিষ্কার গ্লাসের মধ্যবর্তী স্পর্শ কোণ কত? [12-13]

A. 0° B. 90°
C. 140° D. 8°

Note: বিশুদ্ধ পানি ও পরিষ্কার গ্লাসের মধ্যবর্তী স্পর্শ কোণ প্রায় 0°।

কিন্তু একক ক্ষেত্রফল বৃদ্ধিতে কাজের পরিমাণ = একক ক্ষেত্রফলে সঞ্চিত স্থিতি শক্তি। পুনঃ একক ক্ষেত্রফলে সঞ্চিত স্থিতি শক্তি =পৃষ্ঠশক্তি। অতএব আমরা এই সিদ্ধান্ত করতে পারি যে, **কোনো তরলের পৃষ্ঠশক্তি সংখ্যাগতভাবে তরলের পৃষ্ঠটানের সমান।**

যদি পৃষ্ঠশক্তিকে E এবং পৃষ্ঠটানকে T দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তবে

$$E = T \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (7.28)$$

**ক্রিয়াকর্ম :** একটি তারের রিং তৈরি করে সাবান জ ভিতর সাবানের একটি সর দেখতে পাবে। এখন একা দেখবে ? ফাঁসটি সরের উপর কীভাবে অবস্থান করে

ফাঁসটি সরের উপর স্থাপন করলে ফাঁসের প্র সমান বল ক্রিয়া করে। এই বলদ্বয় পরস্পরকে প্রশমিত

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। পানির উপরিতল হতে 0·05 m লম্ব সর্বাধিক $7{\cdot}28 \times 10^{-3}$ N বলের প্রয়োজন হয়। প**

মনে করি পৃষ্ঠ টান = T

আমরা পাই, $T = \frac{F}{L}$ ... ...

∴ সমীকরণ (1) হতে মানগুলোর সাপেক্ষে

$$T = \frac{7{\cdot}28 \times 10^{-3}\ \text{N}}{2 \times 0{\cdot}05\ \text{m}} = 7{\cdot}28 \times 10^{-2}\ \text{N}$$

**২। একটি সুচের ওজন নগণ্য ধরে 28°( সূচকে অনুভূমিকভাবে সর্বাধিক $7{\cdot}30 \times 10^{-3}$ N**

আমরা জানি,

$$T = \frac{F}{2l} = \frac{7{\cdot}30 \times 10^{-3}}{2 \times 0{\cdot}05}$$

$$= 0{\cdot}073\ \text{Nm}^{-1}$$

[যেহেতু সূচটির দুই পাশেই পানি আছে তাই পৃষ্ঠটানের জন্য সুই পানির যে প্রযুক্ত হয়, ... ... ... হয়েছে।]

**পৃষ্ঠটানের বৈশিষ্ট্য:**

A. পৃষ্ঠটান তরল তলকে সংকুচিত করার চেষ্টা করে।

B. তরল তলের ক্ষেত্রফল বাড়াবার চেষ্টা করলে পৃষ্ঠটান তা প্রতিরোধ করার চেষ্টা করে

C. এই বৈশিষ্ট্যের কারণে তরল পদার্থের বিভাজন সম্ভব।

কোন তরলের পৃষ্ঠশক্তি সংখ্যাগতভাবে তরলের পৃষ্ঠটানের সমান E = T

পানির পৃষ্ঠশক্তি $E = 72 \times 10^{-3}\ \text{Jm}^{-2}$ Or $\text{Nm}^{-1}$

দুইটি অণুর মধ্যে ক্রিয়ারত সংসক্তি বল সর্বাধিক যতটুকু দূরত্ব পর্যন্ত অনুভূত হয়, তকে আন্তঃআণবিক পাল্লা বলে।

প্রভাব গোলকের দূরত্ব ব্যাস $10^{-3}$m

ল্যাপ্লাস তরলের পৃষ্ঠটানের সরল আণবিক ব্যাখ্যা দেন।

স্পর্শকোণ দুই প্রকার– ক. সুক্ষ্ম স্পর্শকোণ ও খ. স্থুল স্পর্শকোণ।

স্পর্শকোণ 30° অপেক্ষা কম হলে সুক্ষ্ম স্পর্শকোণ হবে। যে তরলের ঘনত্ব কঠিনের ঘনত্ব অপেক্ষা কম সে সব তরল সাধারণত কঠিনকে ভিজায়।

পানির ঘনত্ব কাঁচের ঘনত্ব অপেক্ষা কম বলে পানি কাঁচকে ভিজায়।

পানি ও কাঁচের স্পর্শকোণ 8°

বিশুদ্ধ পানি ও পরিষ্কার কাঁচের স্পর্শকোণ 0°

রূপা ও পানির স্পর্শকোণ 90°

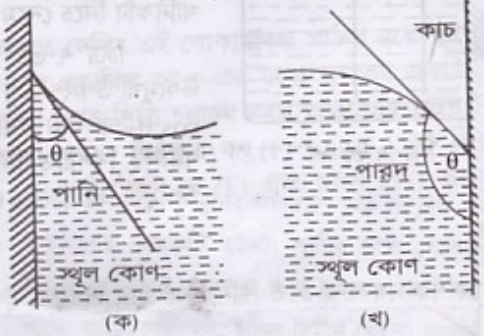
পারদ ও কাঁচের স্পর্শকোণ 140°

## ৭·১৬ স্পর্শ কোণ

### Angle of Contact

তরল পদার্থ যখন কোনো কঠিন পদার্থের সংস্পর্শে আসে, তখন তাদের মধ্যে একটি কোণ উৎপন্ন হ আপাতভাবে স্পর্শ কোণ বলে। প্রকৃতভাবে স্পর্শ কোণ কি তা-ই এখন ব্যাখ্যা করব।

কোনো একটি কঠিন বস্তু খাড়াভাবে পানিতে বা অন্য কোনো তরলে আংশিকভাবে ডুবালে তাদে স্থানে তরল তল কিছুটা বেঁকে যায়। তরলের বিভিন্ন অণুর মধ্যে সংসক্তি বল ছাড়াও কঠিন ও তরলের অণুর বল আছে। এক্ষেত্রে একই পদার্থের বিভিন্ন অণুগুলোর মধ্যে পারস্পারিক আকর্ষণ বলই সংশক্তি বল। এই বল দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক সূত্র মেনে চলে। অন্যদিকে বিভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলই আসঞ্জন বল। সংসক্তি বল তরল তলকে অনুভূমিকভাবে রাখার চেষ্টা করে। পক্ষান্তরে আসঞ্জন বল তরল তলকে উপরে উঠাতে চেষ্টা করে। এই দুটি বলের সম্মিলিত ক্রিয়ায় তরল তল কঠিন পদার্থের গা বেয়ে উপরে ওঠে কিংবা




চিত্র ৭·৩০

**For Practice:**

01. 2 cm ব্যাসার্ধের একটি সাবান পানির বুদবুদকে 3 cm ব্যাসার্ধের বুদবুদে পরিণত করা হল। সাবান পানির পৃষ্ঠটান $4 \times 10^{-2}$ N/m হলে কৃতকাজ নির্ণয় কর। [Ref: তফাজ্জল]

Hint: সাবান পানির বুদবুদের তল দুটি তাই W = 2TΔA

Ans. $5{\cdot}028 \times 10^{-4}$ J

নিচে নেমে আসে এবং কঠিন পদার্থের দেয়ালের সাথে একটি কোণ উৎপন্ন করে। ৭·৩০ চিত্রে স্পর্শ কোণ θ দেখানো হয়েছে।

**কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে বক্র তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে, তাকে উক্ত কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে।** চিত্রে θ হলো স্পর্শ কোণ।

স্পর্শ কোণ দুই প্রকার, যথা—

**১। সূক্ষ্ম স্পর্শ কোণ** (Acute angle of contact) এবং

**২। স্থূল স্পর্শ কোণ** (Obtuse angle of contact)।

**স্পর্শ কোণ 90° অপেক্ষা কম হলে সূক্ষ্ম স্পর্শ কোণ হবে। যে সব তরলের ঘনত্ব কঠিনের ঘনত্ব অপেক্ষা কম সে সব তরল সাধারণত কঠিনকে ভিজায়।** এসব ক্ষেত্রে স্পর্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হবে [চিত্র ৭·৩১ (ক)]। যেমন পানির ঘনত্ব কাচের ঘনত্ব অপেক্ষা কম। পানি কাচকে ভিজায়। এক্ষেত্রে স্পর্শ কোণ সূক্ষ্ম কোণ হবে। সাধারণ পানি এবং কাচের ভিতরকার স্পর্শ কোণ প্রায় 8°। বিশুদ্ধ পানি ও পরিষ্কার কাচের ভিতরকার স্পর্শ কোণ প্রায় শূন্য এবং রূপা ও পানির ভিতরকার স্পর্শ কোণ প্রায় 90°।

**আর স্পর্শ কোণ 90° অপেক্ষা বড় হলে স্থূল স্পর্শ কোণ হয়। যে সব তরলের ঘনত্ব কঠিনের ঘনত্ব অপেক্ষা বেশি, সেসব তরল সাধারণত কঠিনকে ভিজায় না। এক্ষেত্রে স্পর্শ কোণ স্থূলকোণ হবে** [চিত্র ৭·৩০ (খ)]। যেমন পারদের ঘনত্ব কাচের ঘনত্ব অপেক্ষা বেশি। পারদ কাচকে ভিজায় না। এক্ষেত্রে স্পর্শ কোণ স্থূল কোণ হবে। পারদ এবং কাচের ভিতরকার স্পর্শ কোণ প্রায় 140°।

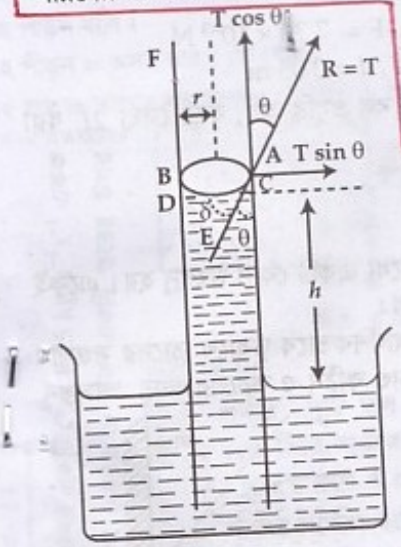
**স্পর্শ কোণ যে যে বিষয়ের উপর নির্ভর করে** (Factors on which angle of contact depends)

নিম্নলিখিত বিষয়গুলোর উপর স্পর্শ কোণ নির্ভর করে—

(ক) কঠিন ও তরলের প্রকৃতি।

(খ) তরলের উপরিস্থিত মাধ্যম। যেমন পারদের উপর বায়ু থাকলে কাচ ও পারদের স্পর্শ কোণ যা হবে, পারদের উপর পানি থাকলে কাচ ও পারদের স্পর্শ কোণ ভিন্নতর হবে।

(গ) কঠিন ও তরলের বিশুদ্ধতা। যদি তরল বিশুদ্ধ না হয় এবং কঠিন পরিষ্কার না হয় তবে স্পর্শ কোণ পরিবর্তিত হয়। বিশুদ্ধ পানি ও পরিষ্কার কাচের ভিতরকার স্পর্শ কোণ প্রায় শূন্য। কিন্তু কাচ সামান্য তৈলাক্ত হলে স্পর্শ কোণ বৃদ্ধি পায়; এমন কি 90°-এর বেশি হতেও দেখা যায়।



চিত্র ৭·৩১

**স্পর্শ কোণের উপর নির্ভর করে কৈশিক নলে পানির আরোহণের ঘটনা :**

কৈশিক নল হলো সরু সুষম যুগ্ম ছিদ্রবিশিষ্ট নল। নিম্নে কৈশিক নলে পানির আরোহণের ঘটনা ব্যাখ্যা করা হলো :

পরীক্ষায় দেখা যায় যে কৈশিক নল পানিতে ডুবালে পানি খানিকটা উপরে ওঠে যায়। আবার কৈশিক নলটিকে পারদে ডুবালে নলের ভেতরে পারদ খানিকটা নিচে নেমে যায়। এর কারণ নিম্নরূপ :

চিত্র ৭·৩১ হতে কাচ ও পানির ক্ষেত্রে প্রতিক্রিয়া বল T-এর ঊর্ধ্বমুখী উপাংশ = T cos θ। স্পর্শ কোণ θ সূক্ষ্মকোণ ($0 < \theta < 90°$) হওয়ায় cos θ-এর মান ধনাত্মক। এছাড়া অনুভূমিক উপাংশ T sin θ নলের দুই পাশে পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়াশীল হওয়ায় পরস্পরের ক্রিয়া নাকচ করে দেয়। ঊর্ধ্বমুখী বল T cos θ এর ক্রিয়ায় পানি কৈশিক নলের ভেতর দিয়ে উপরে ওঠে।

কৈশিক নল পদ্ধতিতে পানির পৃষ্ঠ টান নির্ণয়ের মূল তত্ত্ব হলো $T = \frac{r\rho g\left(h + \frac{1}{3}\right)}{2\cos\theta}$ ... ... (7.29)

এখানে, $r$ = নলের ব্যাসার্ধ, ρ = পানির ঘনত্ব, $h$ = নলের মধ্যে পানি স্তরের উচ্চতা, θ = স্পর্শ কোণ।

কাচ ও পানির ক্ষেত্রে $\theta = 0°$ ধরা যায় এবং কৈশিক নলের ব্যাস ক্ষুদ্র হলে,

$$T = \frac{hr\rho g}{2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (7.30)$$

চিত্র ৭·৩২-এ কৈশিক নল পারদে ডুবানো দেখানো হয়েছে। এক্ষেত্রে স্পর্শকোণ স্থূলকোণ ($90° < \theta < 180°$)। পৃষ্ঠটান ও প্রতিক্রিয়া বলের অভিমুখ থেকে দেখা যায়, যে প্রতিক্রিয়া বলের খাড়া উর্ধ্বমুখী কোনো উপাংশ নেই। খাড়া নিম্নমুখী উপাংশ রয়েছে। এই নিম্নমুখী বলের ক্রিয়ায় কাচনলে পারদ নিচের দিকে খানিকটা নেমে যায়। পারদ নিচে নামার কারণ নিম্নোক্তভাবেও ব্যাখ্যা করা যায়।

যেহেতু $\theta$ স্থূলকোণ, সুতরাং $\cos\theta$ ঋণাত্মক। এখন পৃষ্ঠ টানের সমীকরণ (7.29) হতে দেখা যায় যে, $\cos\theta$ ঋণাত্মক হলে সমীকরণের ডানপক্ষ ঋণাত্মক হয়; কিন্তু বামপক্ষের পৃষ্ঠ টান T ধনাত্মক। তাই $\cos\theta$ ঋণাত্মক হলে $h$ ঋণাত্মক হয়। এর অর্থ হল পারদ কাচনলের মধ্যে নিচে নেমে যায়।

**নিজে কর :** দুটি বাটির একটিতে পানি এবং অপরটিতে পারদ নাও। এবার হাতে পারদে প্রবেশ করাও পরে পানিতে প্রবেশ করাও। কৈশিক নলে পানি উপরে ওঠে কিন্তু

কৈশিক নল সাধারণত কাচ জাতীয় পদার্থ দ্বারা তৈরি হয়। কাচ ও পানির অণুসমূহের মধ্যকার সংশক্তি বল অপেক্ষা বৃহত্তর। অপরপক্ষে, কাচ ও পারদের আ মধ্যকার সংশক্তি বল অপেক্ষা ক্ষুদ্রতর। তাই কৈশিক নলে পানির আরোহণ ঘটে কিন্তু

### গাণিতিক উদাহরণ

**১। একটি কৈশিক নলের ব্যাস 0·2 mm। একে $72 \times 10^{-3}$ $Nm^{-1}$ পৃষ্ঠটা পানিতে ডুবালে নলের কত উচ্চতায় পানি উঠবে?**

আমরা জানি,

$$\text{পৃষ্ঠটান, } T = \frac{hr\rho g}{2}$$

$$\text{বা, } h = \frac{2T}{r\rho g} = \frac{2 \times 72 \times 10^{-3}}{10^{-4} \times 10^3 \times 9{\cdot}8}$$

$$= 0{\cdot}1469 \text{ m}$$

এখানে

$$r = \frac{0{\cdot}2}{2} = 0{\cdot}1 \text{ mm} = 10^{-4} \text{ m}$$

$$T = 72 \times 10^{-3} \text{ Nm}^{-1}$$

$$\rho = 10^3 \text{ kgm}^{-3}$$

$$g = 9{\cdot}8 \text{ ms}^{-2}$$

## ৭·১৭ পৃষ্ঠটানের ব্যবহার
## Uses of Surface Tension

দৈনন্দিন জীবনের কতগুলো বাস্তব ঘটনা যা পৃষ্ঠটান দ্বারা প্রভাবিত হয়। তরলের পৃষ্ঠ টানের সাহায্যে এই সকল ঘটনা ব্যাখ্যা করা যায়।

**১. পানির তলে পোকামাকড়ের চলাচল :**

আমরা পানির উপরিতলে পোকামাকড় চলাফেরা করতে দেখি। এই পোকামাকড় পানির মধ্যে ডুবে না কেন? এর কারণ কিন্তু পৃষ্ঠটান। আমরা জানি পৃষ্ঠটান নানা কারণে প্রভাবিত হয়—এর মধ্যে অন্যতম একটি কারণ হলো পৃষ্ঠটানজনিত পানির উর্ধ্বমুখী বল। পোকামাকড় যখন পানির উপর দিয়ে চলাচল করে তখন এর ওজন (W) নিচের দিকে ক্রিয়াশীল হয়, অপরদিকে পোকামাকড়ের উপর পৃষ্ঠটানজনিত উর্ধ্বমুখী বল (F) উপরের দিকে ক্রিয়াশীল হয়। পৃষ্ঠটানের দরুন পানির উপরিতল নিচের দিকে বেঁবে হওয়ার কারণেই পোকামাকড় পানির উপরে ভেসে থে

**খ. সাবানের ফেনা :** ফাঁপা একটি কাঁচনলে বুদ্‌বুদ্‌ সৃষ্টি হয়। অথবা কাপড় কাচার সময় কাপ হতে দেখা যায়। এক্ষেত্রে সাবান পানির পাতলা ও বুদবুদ ওঠে। এই সাবান বুদবুদের দুটি পৃষ্ঠ থাকে

দুই অনুর ভিতর সংসক্তি বল যতদূর পর্যন্ত অনুভূত হয়, তাকে আণবিক পাল্লা বলে। কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে বক্র তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে স্পর্শ কোণ বলে।

পৃষ্ঠটান ও পৃষ্ঠশক্তি উভয়ের মাত্রা সমীকরণ $[MT^{-2}]$

কৈশিক নলের মধ্যে তরলের উত্থান বা পতনকে কৈশিকতা বলে।

সান্দ্রতার দরুণ প্রবাহী তার অভ্যন্তরস্থ বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক বেগ রোধ করার চেষ্টা করে।

ছাতার কাপড়ে বৃষ্টি পড়া, তোয়ালে দিয়ে গা মুছা, চোষ কাগজ দিয়ে পানি শুকানো ইত্যাদি পৃষ্ঠটানের উদাহরণ।

S.T.P. তে পানির পৃষ্ঠশক্তি বা তল শক্তি $E = 72 \times 10^{-3}$ $Jm^{-2}$

$0 < \theta < 90°$ হলে তরল পদার্থ কোন কঠিন পদার্থকে ভিজায়ে

নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বুদবুদের অভ্যন্তরীণ অতিরিক্ত চাপ এর ব্যাসার্ধের ব্যস্তানুপাতিক।

**পৃষ্ঠটানের কয়েকটি ঘটনা:** পানির তলে পোকামাকড়ের চলাচল, সাবানের ফেনা, কৈশিকতা, তরলের পৃষ্ঠে সুইয়ের ভেসে থাকা, কর্পূরের পানিতে নাচা, গাছে পানির পরিবহন, ইঞ্জিন বিহীন খেলনা লঞ্চের পানিতে চলা, তেল ঢেলে সমুদ্রের পানিকে শান্ত করা, কলমের নিবে কালির প্রবাহ, পানির পৃষ্ঠে তেলের ছড়িয়ে পড়া, ব্লটিং পেপারের কালি শুষে নেওয়া, তোয়ালে দিয়ে গা মুছা, ছাতার কাপড়ে বৃষ্টি পড়া।

বাইরের চাপ অপেক্ষা বেশি বলে বুদ্‌বুদ্‌ প্রসারিত হতে চায়। কিন্তু পর্দার পৃষ্ঠটান একে সঙ্কুচিত করতে চায়। বুদ্‌বুদের সাম্যাবস্থায় এই দুটি বিপরীতমুখী বলের মান সমান হয়। পৃষ্ঠটান অপেক্ষা ভেতরের চাপ বেশি হলে তা ফেটে যাবে।

**গ. গাছে পানির পরিবহন :** গাছে পানির পরিবহন ব্যাখ্যা করার আগে আমরা কৈশিক নল ও কৈশিকতা কী তা বোঝার চেষ্টা করব। কৈশিক নল হলো সুষম, সূক্ষ্ম ছিদ্রবিশিষ্ট সরু নল। আর কৈশিকতা বলতে এই নলের মধ্যে তরলের ঊর্ধ্বারোহণ বা অবনমনকে বোঝায়। গাছের মূল থেকে শুরু করে কাণ্ড ও শাখা প্রশাখাতে অসংখ্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ছিদ্র থাকে। এই সকল ছিদ্র কৈশিক নল হিসেবে ক্রিয়া করে। ফলে মাটি থেকে পানি বা জলীয় অংশ এই সরু ছিদ্র পথে কৈশিকতার কারণে মূল থেকে কাণ্ড ও গাছের অন্যান্য অংশে পানির পরিবহন হয় বা পানি ছড়িয়ে পড়ে।

**ঘ. তরলের পৃষ্ঠে সূঁচের অবস্থান :** পানির উপরিতলে একটি পাতলা কাগজ রেখে তার উপর গ্রিজ মাখানো একটি সূঁচ স্থাপন করলে দেখা যাবে যে, কাগজ পানিতে ডুবে গেছে, কিন্তু সূঁচ পানিতে ভাসছে, তবে পানির তল নিচের দিকে কিছু বেঁকে গেছে। তরলে পৃষ্ঠটান (T) এর দরুন সূঁচের উপর মোট ঊর্ধ্বমুখী বল (F) সূচের ওজন (W)-এর সমান হয় অর্থাৎ $F = W$ হয় এই কারণে সূঁচকে পানিতে ভাসতে দেখা যায়।

**হাতে কলমে কর :** একটি সরু কাচনল নাও। এরপর কাচনলটিকে একটি বার্নারের উপর ধর। নলের প্রান্ত গলে যাবে এবং প্রান্ত গলে গিয়ে গোলাকার আকার ধারণ করে কেন ?

সরু কাচ নলের প্রান্তে তাপ দিলে প্রান্তটি গোলাকার হয়ে যায়। কাচ নলের প্রান্তকে যখন উত্তপ্ত করা হয় ঐ প্রান্তের কাচ তখন গলে যায়। গলে যাওয়া কাচ তরলের মতো আচরণ করে এবং পৃষ্ঠটানের কারণে ন্যূনতম পৃষ্ঠ ক্ষেত্রফল অর্জন করতে চায়। ফলে নলের প্রান্ত গোলাকার হয়ে যায়।

## উচ্চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনার গাণিতিক উদাহরণ

**১। নন্দন পার্কের একটি দোলনায় ঝুলতে লোহার তার ব্যবহার করা হয়েছে। কয়েকজন ছেলে-মেয়ে দোলনায় যখন দোল খাচ্ছিল তখন এক বাচ্চার অভিভাবক লক্ষ করেন যে, ঝুলন তার 1 মিটার থেকে বৃদ্ধি পেয়ে 1·01 মিটার হচ্ছে এবং তারটির ব্যাস পরিমাপ করে দেখে ব্যাস হ্রাস পেয়েছে।**

**(ক) পয়সনের অনুপাত 0·2 হলে দোলনার তারের ব্যাস কতখানি হ্রাস পায় ?**

**(খ) স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়ে দেড়গুণ হলে ব্যাসটি কীরূপ পরিবর্তন হবে—বিশ্লেষণ কর।**

(ক) আমরা জানি, $\sigma = \dfrac{\Delta r\, L_0}{r\, \Delta L}$

বা, $\dfrac{\Delta r}{r} = \dfrac{\sigma \times \Delta L}{L_0} = \dfrac{0{\cdot}2 \times 0{\cdot}01}{1} = 0{\cdot}002$

$\therefore \quad \Delta r = 0{\cdot}002 \times r$

যদি তারের ব্যাসটি আদি ব্যাসার্ধের 0·2% হ্রাস পাবে।

এখানে, $L_0 = 1\,m$

$\Delta l = 1{\cdot}01 - 1 = 0{\cdot}01\,m$

$\sigma = 0{\cdot}2$

$\dfrac{\Delta r}{r} = ?$

(খ) স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়ে 1·5 হলে ব্যাসার্ধ হ্রাস পাবে।

যদি তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পেয়ে 1·5 গুণ হয় তাহলে

$\Delta L = 1{\cdot}5\, L_0 - L_0 \quad \therefore \quad \Delta L = 0{\cdot}5\, L_0$

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে পয়সনের অনুপাত

$\sigma = \dfrac{\Delta r\, L_0}{r\, \Delta L}$

বা, $\dfrac{\Delta r}{r} = \dfrac{\sigma \Delta L}{L_0} = \sigma \times \dfrac{0{\cdot}5 L_0}{L_0}$

$\therefore \quad \dfrac{\Delta r}{r} = \sigma \times 0{\cdot}5 = \sigma \times \dfrac{1}{2}$

$\therefore$ তারের ব্যাসার্ধ $\dfrac{\sigma}{2}$ অনুপাতে হ্রাস পাবে।

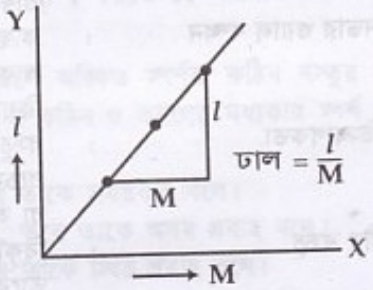
২। সোমা পদার্থবিজ্ঞান ব্যবহারিক ক্লাসে ভার্নিয়ার পদ্ধতিতে একটি তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয় করছিল। সে দেখল 1 বর্গ মিমি প্রস্থচ্ছেদের একটি ইস্পাতের তারে স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে $2 \times 10^5$ N বল প্রয়োগে তারের দৈর্ঘ্য আদি দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ হলো। পরীক্ষা শেষে তার শিক্ষক গ্রাফ কাগজে পরীক্ষণটি উপস্থাপন করতে বলেন।

সোমা কীভাবে গ্রাফ কাগজটি কাজে লাগিয়েছিল ? ব্যাখ্যা কর।

**সমাধান :** সোমা গ্রাফটি ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয় পরীক্ষা কাজে ব্যবহার করতে পারে। তারটিতে M ভরের ভার দেবার ফলে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ($l$) পেয়েছে।

কাজেই ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $Y = \frac{MgL}{\pi r^2 l}$ ... ... (1)

সমীকরণ $\frac{M}{l}$ এর মান নির্ণয়ের জন্য গ্রাফ কাগজে $x$ অক্ষে M এবং Y অক্ষে $l$ নিয়ে লেখচিত্র অংকন করলে লেখচিত্রটি মূল বিন্দুগামী একটি সরলরেখা হবে। এই সরলরেখার ঢাল থেকে $\frac{M}{l}$ নির্ণয় করা যায়।




এভাবে সে গ্রাফ কাগজটি কাজে লাগিয়েছিল।

৩। দুইটি তারের দৈর্ঘ্য সমান কিন্তু ব্যাস যথাক্রমে 2 mm ও 5 mm। তার দুইটিকে সমান বলে টানলে প্রথমটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি দ্বিতীয়টির তিনগুণ হয়। প্রথম তারের পয়সনের অনুপাত 0·5। [ঢা. বো. ২০১৫]

(ক) যখন প্রথম তারের 10% দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ঘটে তখন তারের ব্যাসার্ধ কতটুকু হ্রাস পায় ?

(খ) উদ্দীপকের তার দুইটির মধ্যে কোনটি বেশি স্থিতিস্থাপক? গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে তোমার মতামত ব্যক্ত কর।

(ক) আমরা জানি, পয়সনের অনুপাত,

$$\sigma = \frac{\text{পার্শ্ব বিকৃতি}}{\text{দৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{d/D}{l/L} = \frac{dL}{Dl}$$

বা, $d = \frac{\sigma D l}{L}$

প্রথম তারের ক্ষেত্রে,

$$d_1 = \frac{\sigma_1 D_1 l_1}{L} = \frac{0{\cdot}5 \times 2 \times 10^{-3} \times 0{\cdot}1\,L}{L}$$

$$= 1 \times 10^{-4}\,\text{m}$$

এখানে,

$L_1 = L_2 = L$

$D_1 = 2\,\text{mm} = 2 \times 10^{-3}\,\text{m}$

$D_2 = 5\,\text{mm} = 5 \times 10^{-3}\,\text{m}$

$l_1 = 3l_2$

$l_1 = 10\%\,L = 0{\cdot}1L$

$d_1 = ?$

$\sigma_1 = 0{\cdot}5$

(খ) আবার, ইয়ং-এর গুণাঙ্ক

$$Y = \frac{F/A}{l/L}$$

$\therefore$ ১ম তারের ক্ষেত্রে, $Y_1 = \frac{F_1/A_1}{l_1/L_1} = \frac{F_1 \times L_1}{A_1 l_1} = \frac{FL}{A_1 l_1}$

এবং ২য় তারের জন্য, $Y_2 = \frac{F_2/A_2}{l_2/L_2} = \frac{F_2 \times L_2}{A_2 l_2} = \frac{FL}{A_2 l_2}$

$\therefore \frac{Y_1}{Y_2} = \frac{FL/A_1 l_1}{FL/A_2 l_2} = \frac{A_2 l_2}{A_1 l_1} = \frac{\pi r_2^2 \times l_2}{\pi r_1^2 \times 3l_2}$

বা, $\frac{Y_1}{Y_2} = \frac{(2{\cdot}5 \times 10^{-3})^2}{(1 \times 10^{-3})^2 \times 3} = 2{\cdot}08$

এখানে,

$L_1 = L_2 = L$

$F_1 = F_2 = F$

$l_1 = 3l_2$

$r_1 = \frac{2 \times 10^{-3}}{2}\,\text{m} = 1 \times 10^{-3}\,\text{m}$

$r_2 = \frac{5 \times 10^{-3}}{2}\,\text{m} = 2{\cdot}5 \times 10^{-3}\,\text{m}$

অর্থাৎ, $Y_1 > Y_2$. সুতরাং প্রথম তার দ্বিতীয় তার অপেক্ষা অধিক স্থিতিস্থাপক।

## সার-সংক্ষেপ

| | | |
|---|---|---|
| আয়নিক বন্ধন | : | ধাতব ও অধাতব মৌলের রাসায়নিক বিক্রিয়াকালে ধাতুর পরমাণুর বহিস্তর থেকে অধাতু পরমাণুর বহিস্তরে এক বা একাধিক ইলেকট্রন স্থানান্তরিত হওয়ার মাধ্যমে সৃষ্ট ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আয়নের মধ্যে স্থির বৈদ্যুতিক আকর্ষণ দ্বারা যে বন্ধন গঠিত হয়, তাকে আয়নিক বন্ধন বলে। |
| সমযোজী বন্ধন | : | দুটি পরমাণুর মধ্যকার ইলেকট্রন শেয়ারের দ্বারা যে বন্ধন গঠিত হয়, তাকে সমযোজী বন্ধন বলে। |
| ধাতব বন্ধন | : | ধাতুর অণুতে যে বন্ধন দেখা যায়, তাই ধাতব বন্ধন। ধাতব অণু এমন গঠনকে প্রাধান্য দেয় যাতে একটি পরমাণুর চারপাশে অধিক সংখ্যক পরমাণু থাকে। |
| ভ্যানডার ওয়াল বন্ধন | : | কাছাকাছি অবস্থিত পরমাণুসমূহের মধ্যে পারস্পরিক ক্রিয়ার ফলে একটি দুর্বল আকর্ষণ বল সৃষ্টি হয়। এই ক্রিয়াকে ভ্যানডার ওয়াল ক্রিয়া বলে। ভ্যানডার ওয়াল ক্রিয়ার ফলে যে বন্ধন সৃষ্টি হয় তাকে ভ্যানডার ওয়াল বন্ধন বলে। |
| স্থিতিস্থাপকতা | : | বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ায় তার আকার বা আয়তন বা উভয়েরই পরিবর্তনের প্রচেষ্টাকে পদার্থের যে ধর্ম বাধা দেয় এবং প্রযুক্ত বল অপসারিত হলে পূর্বের আকার বা আয়তন ফিরে পায় তাকে স্থিতিস্থাপকতা বলে। |
| নমনীয় বস্তু | : | বিকৃতিকারী বল অপসারণের পর যদি বস্তুর অবস্থার পুনঃপ্রাপ্তি না ঘটে তবে তাকে নমনীয় বস্তু বলে। |
| পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু | : | কোনো বস্তুর ওপর বল প্রয়োগ করার পর ঐ বল অপসারণ করা হলে বস্তুটি যদি পুরাপুরি পূর্বের অবস্থা ফিরে পায় তবে তাকে পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু বলে। |
| পূর্ণ দৃঢ় বস্তু | : | কোনো বস্তুর উপর যে কোনো পরিমাণ বল প্রয়োগ করে যদি তার বিকৃতি বা কায়িক পরিবর্তন ঘটানো না যায়, তবে ঐ বস্তুকে পূর্ণ দৃঢ় বস্তু বলে। |
| স্থিতিস্থাপক সীমা | : | প্রযুক্ত বাহ্যিক বলের যে সর্বোচ্চ বা উর্ধ্বসীমা পর্যন্ত কোনো বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে তাকে ঐ বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বলে। |
| অসহ ভার বা ওজন | : | ন্যূনতম যে নির্দিষ্ট ভরের ক্রিয়ায় কোনো বস্তু ভেঙ্গে বা ছিঁড়ে যায় তাকে অসহ ভার বা ওজন বলে। |
| অসহ পীড়ন | : | কোনো একটি বস্তু একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত অসহ ভারকে অসহ পীড়ন বলে। |
| বিকৃতি | : | বল প্রয়োগে কোনো একটি বস্তুর একক মাত্রায় যে পরিবর্তন ঘটে তাকে বিকৃতি বলে। |
| পীড়ন | : | কোনো একটি বস্তুর একক ক্ষেত্রফলের ওপর লম্বভাবে ক্রিয়ারত (ক্রিয়ামূলক বা প্রতিক্রিয়ামূলক) বিকৃতি সৃষ্টিকারী বলের মানকে পীড়ন বলে। |
| হুকের সূত্র | : | স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর উপর প্রযুক্ত পীড়ন তার বিকৃতির সমানুপাতিক। |
| স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক | : | স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে কোনো বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব সংখ্যা। এই ধ্রুব সংখ্যাকে বস্তুর উপাদানের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলে। |
| ইয়ং-এর গুণাঙ্ক | : | স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এ ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক বলে। |
| কৃন্তন বা দৃঢ়তা বা কাঠিন্যের গুণাঙ্ক | : | স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর কৃন্তন পীড়ন ও কৃন্তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এই ধ্রুব রাশিকে দৃঢ়তার বা কাঠিন্যের বা মোচড় গুণাঙ্ক বলে। |
| আয়তন গুণাঙ্ক | : | স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। এ ধ্রুব রাশিকে বস্তুর উপাদানের আয়তন গুণাঙ্ক বলে। |
| সংনম্যতা | : | কোনো বস্তুর চারদিক থেকে সমান চাপ প্রয়োগ করলে বস্তুটির আয়তন কমে যায়। বস্তুর এ ধর্মকে সংনম্যতা বলে। |
| পয়সনের অনুপাত | : | স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পার্শ্ব বিকৃতি ও দৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাত একটি ধ্রুব রাশি। একে পয়সনের অনুপাত বলে। |
| সান্দ্রতা | : | যে ধর্মের ফলে তরল তার বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতির বিরোধিতা করে তাকে তরলের সান্দ্রতা বলে। |

| | | |
|---|---|---|
| সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বা সান্দ্রতাঙ্ক | : | তরলে গতিবেগের একক নতিমাত্রা বজায় রাখতে প্রতি একক ক্ষেত্রেফলে যে স্পর্শিনী বল প্রয়োজন তাকে ঐ তরলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক বা সান্দ্রতাঙ্ক বলে। |
| পৃষ্ঠ টান | : | কোনো একটি তরলের তলের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করতে হয় তাকে ঐ তরলের পৃষ্ঠ টান বলে। |
| সংশক্তি বল | : | একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে সংশক্তি বা সংযুক্তি বল বলে। |
| আসঞ্জন বল | : | বিভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে আসঞ্জন বল বলে। |
| পৃষ্ঠ শক্তি | : | কোনো একটি তরলের ক্ষেত্রফল এক একক বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ কাজ সাধিত হয় তাকে ঐ তলের পৃষ্ঠ শক্তি বলে। |
| স্পর্শ কোণ | : | কঠিন ও তরলের স্পর্শ বিন্দু হতে তরল তলে অঙ্কিত স্পর্শক কঠিন বস্তুর সাথে তরলের মধ্যে যে কোণ উৎপন্ন করে তাকে ঐ কঠিন ও তরলের মধ্যকার স্পর্শ কোণ বলে। |
| সমপ্রবাহ | : | যদি সর্বক্ষণ প্রবাহীর বেগ ধ্রুব থাকে, তবে তাকে সমপ্রবাহ বলে। |
| অসম প্রবাহ | : | যদি সর্বক্ষণ প্রবাহীর বেগ সমান না থাকে, তবে তাকে অসম প্রবাহ বলে। |
| স্থির প্রবাহ | : | যদি সর্বত্র প্রবাহীর বেগ সমান থাকে, তবে তাকে স্থির প্রবাহ বলে। |
| অস্থির প্রবাহ | : | যদি সর্বত্র প্রবাহীর বেগ সমান না থাকে, তবে তাকে অস্থির প্রবাহ বলে। |
| সমরেখ প্রবাহ | : | যদি প্রবাহীর বিভিন্ন স্তর পরস্পরের সমান্তরালে চলে তবে তাকে সমরেখ প্রবাহ বলে। |
| বিক্ষিপ্ত প্রবাহ | : | যদি প্রবাহীর স্তর পরস্পরের সমান্তরালে না চলে, বরং গতিতে আবর্ত বা ঘূর্ণন সৃষ্টি করে তবে তাকে বিক্ষিপ্ত প্রবাহ বলে। |
| প্রান্তিক বেগ | : | কোনো তরলের মধ্য দিয়ে গতিশীল কোনো বস্তুর স্থির বেগকে প্রান্তিক বেগ বলে। |

## অনুশীলনী

### (ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। কোনো পদার্থের অণুগুলির মধ্যে নিট বল শূন্য হয় যখন— [ঢা. বো. ২০১৫]

ক $r = r_0$
খ $r < r_0$
গ $r > r_0$
ঘ $r \gg r_0$

২। আন্তঃআণবিক বল সবচেয়ে বেশি—

ক তরলের অণুর মধ্যে
খ গ্যাসের অণুর মধ্যে
গ কঠিন পদার্থের অণুর মধ্যে
ঘ কঠিন, তরল ও গ্যাসের মধ্যে একই মানের হয়

৩। বিভিন্ন পদার্থের অণুগুলোর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বলকে কী বল বলে ?

ক আসঞ্জন বল
খ সংসক্তি বল
গ পৃষ্ঠ টান
ঘ পৃষ্ঠ শক্তি

৪। কঠিন, তরল ও গ্যাসীয় পদার্থের বৈশিষ্ট্য হলো—

(i) উচ্চ আন্তঃআণবিক আকর্ষণ বল দ্বারা আকৃষ্ট হয়ে কঠিন পদার্থের অণুগুলো দৃঢ় সংবন্ধ ও ঘন সন্নিবিষ্ট অবস্থায় থাকে
(ii) তরল অবস্থায় পদার্থের কণাসমূহ কম্পিত, আবর্তিত ও নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে স্থানান্তরিত হতে পারে
(iii) গ্যাসীয় অবস্থায় অণুসমূহ সুশৃঙ্খল অবস্থায় থাকে

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৫। পরমাণুর মধ্যে এক বা একাধিক ইলেকট্রন স্থানান্তরণের দ্বারা যে বন্ধন তৈরি হয় তাকে কী বলে?

ক ধাতব বন্ধন
খ সমযোজী বন্ধন
গ আয়নিক বন্ধন
ঘ ভ্যানডার ওয়াল বন্ধন

৬। পদার্থের রাসায়নিক বন্ধনের মধ্যে সবচেয়ে দুর্বল বন্ধন—
ⓚ আয়নিক বন্ধন
ⓛ সমযোজী বন্ধন
ⓜ ভ্যানডার ওয়াল বন্ধন
ⓝ ধাতব বন্ধন

৭। নিষ্ক্রিয় গ্যাসের অণুর মধ্যকার বন্ধন—
ⓚ আয়নিক বন্ধন
ⓛ সমযোজী বন্ধন
ⓜ ভ্যানডার ওয়ালস বন্ধন
ⓝ ধাতব বন্ধন

৮। সিলিকন অণুর মধ্যে কী ধরনের বন্ধন রয়েছে?
ⓚ আয়নিক বন্ধন
ⓛ সমযোজী বন্ধন
ⓜ ধাতব বন্ধন
ⓝ ভ্যানডার ওয়ালস বন্ধন

৯। সংশক্তি বল হচ্ছে—
ⓚ বিভিন্ন পদার্থের অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বল
ⓛ একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ বল
ⓜ একই পদার্থের বিভিন্ন অণুর মধ্যে পারস্পরিক বিকর্ষণ বল
ⓝ বিভিন্ন পদার্থের অণুর মধ্যে পারস্পরিক বিকর্ষণ বল

১০। সোডিয়াম ক্লোরাইডের মধ্যে কোন বন্ধন রয়েছে?
(ক) ধাতব বন্ধন
(খ) সমযোজী বন্ধন
(গ) আয়নিক বন্ধন
(ঘ) ভ্যানডার ওয়াল বন্ধন

১১। দুটি পরমাণুর মধ্যে সমসংখ্যক ইলেকট্রন শেয়ার করে যে বন্ধন সৃষ্টি হয় তাকে কী বলে ?
(ক) আয়নিক বন্ধন
(খ) সমযোজী বন্ধন
(গ) ধাতব বন্ধন
(ঘ) হাইড্রোজেন বন্ধন

১২। পীড়নের মাত্রা সমীকরণ—
(ক) $[MLT^2]$
(খ) $[ML^{-1}T^{-1}]$
(গ) $[ML^{-1}T^{-2}]$
(ঘ) $[MLT^3]$

১৩। বিকৃতির একক—
(ক) $Nm^{-1}$
(খ) $Nm^{-2}$
(গ) $Nkg^{-2}m^2$
(ঘ) একক নেই

একটি তারের দৈর্ঘ্য 3m, প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $2mm^2$ এবং অসহ পীড়ন $2.45 \times 10^8\ Nm^{-2}$। নিচের ১৪ ও ১৫নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১৪। তারটির অসহ ওজন কোনটি ?
(ক) $3.6 \times 10^3\ N$
(খ) $4.9 \times 10^5\ N$
(গ) $4.9 \times 10^{-2}\ N$
(ঘ) $4.9 \times 10^2\ N$

১৫। একই উপাদানের তৈরি ২য় তারের দৈর্ঘ্য ১ম তারের দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ কিন্তু ব্যাসার্ধ ১ম তারের অর্ধেক হলে ও সমান ভার প্রয়োগ করলে ২য় তার ১ম তারের দৈর্ঘ্য প্রসারণের অনুপাত হবে—
ⓚ $\frac{1}{2}$
ⓛ 2
ⓜ 8
ⓝ 10

১৬। স্থিতিস্থাপকতার সীমার মধ্যে সুষম প্রস্থচ্ছেদ-বিশিষ্ট কোনো একটি তারের—
(i) দৈর্ঘ্য বিকৃতি বাড়লে পার্শ্ব বিকৃতি বাড়ে
(ii) দৈর্ঘ্য বিকৃতি বাড়লে পার্শ্ব বিকৃতি কমে
(iii) পার্শ্ব বিকৃতি দৈর্ঘ্য বিকৃতির সমানুপাতিক
নিচের কোনটি সঠিক?
ⓚ i
ⓛ ii
ⓜ i ও iii
ⓝ ii ও iii

১৭। একক দৈর্ঘ্যের দৈর্ঘ্য পরিবর্তনকে কী বলে ?
(ক) কৃন্তন বিকৃতি
(খ) দৈর্ঘ্য বিকৃতি
(গ) দৈর্ঘ্য পীড়ন
(ঘ) কৃন্তন পীড়ন

১৮। স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে আকার পীড়ন ও আকার বিকৃতির অনুপাত হচ্ছে— [ঢা. বো. ২০১৫]
ⓚ ইয়ং-এর গুণাঙ্ক
ⓛ আয়তন গুণাঙ্ক
ⓜ দৃঢ়তার গুণাঙ্ক
ⓝ পয়সনের অনুপাত

1m দীর্ঘ কোনো তারের ব্যাস 5 mm। তারের দৈর্ঘ্য বরাবর একটি বল প্রয়োগ করায় এর ব্যাস 0.01 mm হ্রাস পায় এবং দৈর্ঘ্য 2 cm বৃদ্ধি পায়।
নিচের কোনটি সঠিক?

১৯। পয়সনের অনুপাত হলো—
ⓚ 0.1
ⓛ 0.2
ⓜ 0.5
ⓝ 0.3

২০। পয়সনের অনুপাতের ক্ষেত্রে—

(i) $\sigma = \frac{-L_0 \Delta r}{r \Delta L}$

(ii) পয়সন অনুপাতের মান $-1$ থেকে $\frac{1}{2}$ এর মধ্যে

(iii) পয়সন অনুপাতের কোনো মাত্রা ও একক নেই

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ⓚ i
ⓚ i ও ii
ⓖ ii ও iii
ⓖ i, ii ও iii

২১। পয়সনের অনুপাতের সীমা কোনটি ?

ⓚ 1 হতে 2 এর মধ্যে
ⓚ $-1$ হতে $+1$ এর মধ্যে
ⓖ $-1$ হতে $\frac{1}{2}$ এর মধ্যে
ⓖ $-\frac{1}{2}$ হতে 1 এর মধ্যে

২২। সান্দ্রতা গুণাঙ্কের ক্ষেত্রে—

(i) $\eta = \frac{\text{বল} \times \text{দূরত্ব}}{\text{ক্ষেত্রফল} \times \text{বেগ}}$

(ii) একক = নিউটন-সে./মিটার$^2$

(iii) $[\eta] = [ML^{-2}T^{-2}]$

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ⓚ i
ⓚ i ও ii
ⓖ ii ও iii
ⓖ i, ii ও iii

২৩। কোনো বস্তুর চারদিক থেকে সমান চাপ প্রয়োগ করলে বস্তুটির আয়তন কমে যায়। বস্তুর এ ধর্মকে কী বলে ?

(ক) আয়তন পীড়ন
(খ) আয়তন বিকৃতি
(গ) সংনম্যতা
(ঘ) আয়তন গুণাঙ্ক

২৪। যদি প্রবাহীর বিভিন্ন স্তর পরস্পর সমান্তরালে চলে তবে তাকে — বলে।

(ক) স্থির প্রবাহ
(খ) বিক্ষিপ্ত প্রবাহ
(গ) সম প্রবাহ
(ঘ) সমরেখ প্রবাহ

২৫। বিক্ষিপ্ত প্রবাহের বৈশিষ্ট্য হলো—

(i) প্রবাহীর স্তরগুলি পরস্পর সমান্তরাল হয় না
(ii) বেগ বেশি হলে গতিরেখাগুলি ঘন হয়ে যায়
(iii) বিক্ষিপ্ত প্রবাহে চলমান প্রবাহীর কণাগুলির বেগ ভিন্নতর

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ⓚ i ও ii
ⓚ ii ও iii
ⓖ i ও iii
ⓖ i, ii ও iii

২৬। 200 mm ব্যাসার্ধের একটি গোলক কোনো তরলের ভেতর দিয়ে $2{\cdot}1 \times 10^{-2}$ ms$^{-1}$ প্রান্ত বেগ নিয়ে পড়ছে। তরলের সান্দ্রতাঙ্ক $0{\cdot}003$ Nm$^{-2}$ হলে সান্দ্র বল কত ?

(ক) $2{\cdot}37 \times 10^{-4}$ N
(খ) $3{\cdot}37 \times 10^{-4}$ N
(গ) $2{\cdot}37 \times 10^{4}$ N
(ঘ) $3{\cdot}37 \times 10^{4}$ N

২৭। যে ধর্মের ফলে তরল তার বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতির বিরোধিতা করে তাকে তরলের কী বলে ?

(ক) সান্দ্রতা বল
(খ) সান্দ্রতা
(গ) সান্দ্রতাঙ্ক
(ঘ) পৃষ্ঠ টান

২৮। তাপমাত্রা ও চাপের সঙ্গে সান্দ্রতার সম্পর্ক হলো—

(i) চাপ বৃদ্ধি পেলে তরলের সান্দ্রতা বাড়ে
(ii) তাপমাত্রা বাড়লে তরলের সান্দ্রতা কমে
(iii) গ্যাসের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক তার পরম তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ⓚ i ও ii
ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii
ⓖ i, ii ও iii

২৯। প্রান্তিক বেগের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য—

(i) প্রান্তিক বেগ কোনো স্থানে সান্দ্রতাঙ্কের সমানুপাতিক
(ii) এই বেগ বস্তু ও তরলের ঘনত্বের সমানুপাতিক
(iii) পড়ন্ত গোলকের ব্যাসার্ধের বর্গের সমানুপাতিক

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

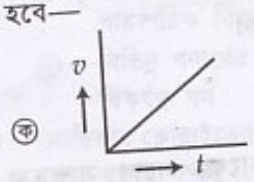
ⓚ i ও ii
ⓚ i ও iii
ⓖ ii ও iii
ⓖ i, ii ও iii

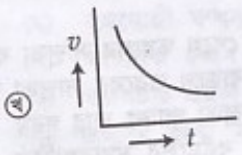
উদ্দীপকটি পড়ে পরবর্তী দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও :
$2 \times 10^{-4}$ m ব্যাসার্ধের একটি লোহার বল কোনো তরলের ভিতর দিয়ে কিছুক্ষণ পড়ার পর $4 \times 10^{-2}$ $ms^{-1}$ ধ্রুববেগ নিয়ে পড়তে থাকে। লোহা ও তরলের ঘনত্ব যথাক্রমে $7.8 \times 10^3$ $kgm^{-3}$ এবং $10^3$ $kgm^{-3}$।

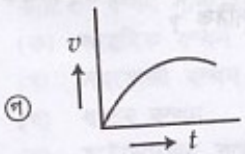
৩০। তরলের সান্দ্রতাংক হবে— [ঢা. বো. ২০১৫]
ক $1.5 \times 10^{-2}$ $Nsm^{-2}$
খ $1.5 \times 10^{-2}$ $Ns^{-1}m^{-2}$
গ $6.7 \times 10^{-2}$ $Nsm^{-2}$
ঘ $6.7 \times 10^{-2}$ $Ns^{-1}m^{-2}$

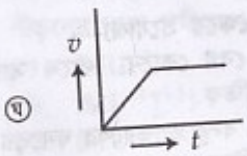
৩১। $1.87 \times 10^3$ kg $m^{-3}$ ঘনত্বের তরলের মধ্য দিয়ে লোহার বলটি পড়লে দ্বিতীয় তরলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক প্রথম তরলের কত গুণ হবে ? [ঢা. বো. ২০১৫]
ক 4
খ 3
গ 2
ঘ প্রায় সমান

৩২। একটি তরলের মধ্যে নিরেট গোলাকার বস্তুকে ফেলে দিলে সময়ের সাথে বেগের পরিবর্তন হবে—

ক 


খ 


গ 


ঘ 


৩৩। নিচের কোনটি সঠিক নয় ?
(ক) পৃষ্ঠ টানের কারণে বৃষ্টির ফোঁটা গোলাকার হয়
(খ) পৃষ্ঠ টানের কারণে কৈশিক নলে পানি উপরে ওঠে
(গ) পৃষ্ঠ টানে তরল পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল বৃদ্ধি করে
(ঘ) পৃষ্ঠ টান তরল পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সংকুচিত করে

৩৪। যদি স্পর্শ কোণ 90° এর কম হয়, তবে কৈশিক নলে তরলের অবস্থা কেমন হবে ?
(ক) উপরে উঠবে
(খ) নিচে নামবে
(গ) উপরে উঠবে বা নিচে নামবে
(ঘ) অপরিবর্তিত থাকবে

৩৫। স্পর্শ কোণ নির্ভর করে—
(i) কঠিন ও তরলের প্রকৃতির ওপর
(ii) তরলের উপরিস্থিত মাধ্যমের ওপর
(iii) কঠিন ও তরলের বিশুদ্ধতার ওপর
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i
খ i ও ii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৩৬। কাচের একটি কৈশিক নলে পানি ভরা হলো। কৈশিক নলে পানির উপর কাচ কর্তৃক প্রযুক্ত টানের উপাংশসমূহের ক্ষেত্রে—
(i) অনুভূমিক উপাংশগুলো একটি বৃত্তের কেন্দ্র হতে ব্যাসার্ধ বরাবর বহির্মুখে ক্রিয়া করে
(ii) উর্ধ্বমুখী উল্লম্ব উপাংশগুলো পরস্পরকে নাকচ করে না
(iii) অনুভূমিক উপাংশগুলো পরস্পরকে নাকচ করে দেয়
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৩৭। 25°C তাপমাত্রায় কোন তরলের উপরিতল থেকে 0.08 m লম্বা একটি হালকা অনুভূমিক তারকে $4.32 \times 10^{-3}$ N বলে টেনে উঠানো হলে। তরলের পৃষ্ঠটান কত নিউটন/ মিটার হবে?
ক $1.79 \times 10^{-5}$
খ $17.9 \times 10^{-5}$
গ $1.89 \times 10^{-5}$
ঘ $2.7 \times 10^{-2}$

৩৮। যখন পানিতে কিছু ডিটারজেন্ট মেশানো হয় তখন এর পৃষ্ঠ টান—
ক অপরিবর্তিত থাকে
খ বৃদ্ধি পায়
গ হ্রাস পায়
ঘ হ্রাসও পেতে পারে, বৃদ্ধিও পেতে পারে

৩৯। দেওয়া আছে—

(i) পৃষ্ঠ টান প্রবাহীর একটি বিশেষ ধর্ম

(ii) সান্দ্রতা প্রবাহীর একটি বিশেষ ধর্ম

(iii) কোনো তরলের পৃষ্ঠ শক্তি পৃষ্ঠ টানের সমান

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ⓚ i ও ii

ⓚ ii ও iii

ⓖ i ও iii

ⓖ i, ii ও iii

৪০। যদি স্পর্শ কোণ 90°-এর কম হয়, তবে তরলের পৃষ্ঠ কেমন হবে ?

(ক) উত্তল

(খ) অবতল

(গ) সমতলাবতল

(ঘ) সমতলোত্তল

পৃষ্ঠ হবে—

(ক) উত্তল

(খ) অবতল

(গ) সমতলাবতল

(ঘ) সমতলোত্তল

৪২। পৃষ্ঠ টানের ক্ষেত্রে উল্লেখযোগ্য হলো—

(i) পৃষ্ঠ টান তরল পৃষ্ঠকে সংকুচিত করে

(ii) সংকট তাপমাত্রায় পৃষ্ঠ টান শূন্য হয়

(iii) তরলের মুক্ত তলের সাথে অন্য কোনো বস্তুর সংযুক্তি হলে পৃষ্ঠ টান বৃদ্ধি পায়

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ⓚ i ও ii

ⓚ i ও iii

ⓖ ii ও iii

ⓖ i, ii ও iii

৪৩। পৃষ্ঠ টানের মাত্রা সমীকরণ হলো—

(ক) $[ML^{-1}T^{-1}]$

(খ) $[ML^{-1}]$

(গ) $[MT^{-1}]$

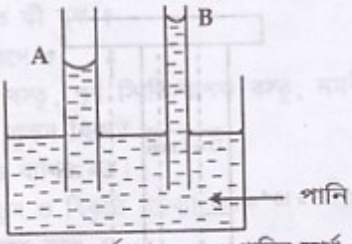
(ঘ) $[MT^{-2}]$

**উত্তর :**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ১। ক | ২। গ | ৩। ক | ৪। ক | ৫। গ | ৬। গ | ৭। গ | ৮। খ | ৯। খ | ১০। গ |
| ১১। খ | ১২। গ | ১৩। ঘ | ১৪। ঘ | ১৫। ক | ১৬। খ | ১৭। খ | ১৮। গ | ১৯। ক | ২০। ঘ |
| ২১। গ | ২২। খ | ২৩। গ | ২৪। ঘ | ২৫। গ | ২৬। ক | ২৭। খ | ২৮। ঘ | ২৯। গ | ৩০। ক |
| ৩১। ঘ | ৩২। ঘ | ৩৩। গ | ৩৪। ক | ৩৫। ঘ | ৩৬। খ | ৩৭। ঘ | ৩৮। গ | ৩৯। ঘ | ৪০। খ |
| ৪১। ক | ৪২। ক | ৪৩। ঘ | | | | | | | |

## (খ) সৃজনশীল প্রশ্ন

১।




[চিত্রে A নলের ব্যাসার্ধ 0·4 mm এবং B নলের ব্যাসার্ধ 0·2 mm। পানির স্পর্শ কোণ 2°]

(ক) কৈশিকতা কী ?

(খ) নলের মধ্য দিয়ে পানি ওপরে ওঠে কেন ?

(গ) B নলে পানির উচ্চতা বের কর।

(ঘ) A ও B নলে পানির পৃষ্ঠ টান কি আলাদা ? নল দুটিতে পানির উচ্চতার তারতম্যের কারণ বিশ্লেষণ কর।

২। একটি কাঁচের লম্বা সিলিন্ডারে 0·004 $kgm^{-1}s^{-1}$ সান্দ্রতাঙ্কবিশিষ্ট তরল আছে। 3 mm ব্যাসার্ধের একটি রাবারের বলকে সিলিন্ডারের তলদেশ থেকে ছেড়ে দেয়ায় সেটি $22 \times 10^{-2}$ $ms^{-1}$ প্রান্ত বেগে ওপরে উঠল।

(ক) সান্দ্রতা কী ?

(খ) রাবারের বলটি কী ছেড়ে দেয়ার সঙ্গে সঙ্গে প্রান্ত বেগ প্রাপ্ত হবে ? ব্যাখ্যা কর।

(গ) তরলটির সান্দ্র বল নির্ণয় কর।

(ঘ) উদ্দীপকের আলোকে প্রান্ত বেগের সমীকরণ প্রতিপাদন কর।

৩। একই উপাদান দিয়ে তৈরি সমান ব্যাসবিশিষ্ট দুটি কাঁচের টিউবে দুটি ভিন্ন তরল নেয়া হলো। তরল ভর্তি টিউব দুটি উপুড় করায় ১ম তরলের ১ম ফোঁটা নিচে পড়তে সময় নিল 1 সেকেন্ড এবং ২য় তরলের ১ম ফোঁটা পড়তে সময় নিল 3 সেকেন্ড।

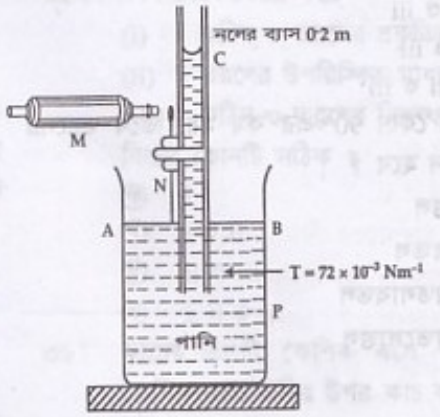
(ক) সংশক্তি বল কী ?

(খ) সান্দ্রতা কেন প্রবাহী পদার্থে সৃষ্টি হয় ?

(গ) স্টোক্‌সের সূত্রের সাহায্যে সান্দ্রতা সহগ নির্ণয় কর।

(ঘ) ১ম তরলের তুলনায় ২য় তরল নিচে পড়তে কেন বেশি সময় নিচ্ছে—ব্যাখ্যা কর।

৪।



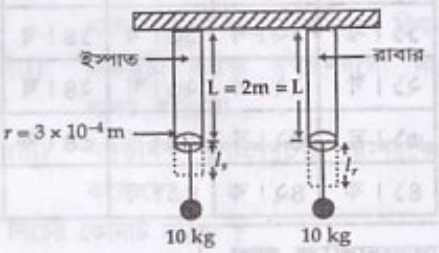

(ক) প্রান্তিক বেগ কী ?

(খ) সান্দ্রতা গুণাঙ্ক 1 $Nsm^{-2}$ বলতে কী বোঝায় ?

(গ) চিত্রের নলটির কত উচ্চতায় পানি উঠবে ? নির্ণয় কর।

(ঘ) পানির পরিবর্তে অন্য যে কোনো তরল ব্যবহার করে কীভাবে উক্ত তরলের পৃষ্ঠ টান নির্ণয় করা যায় ? গাণিতিকভাবে বিশ্লেষণ কর।

৫। স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক = $\frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}}$



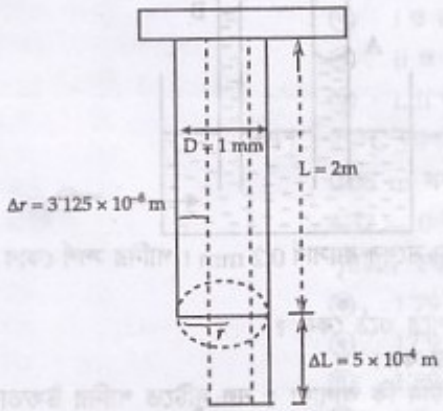

(ক) পয়সনের অনুপাত কী ?

(খ) হুকের সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

(গ) চিত্রে প্রদত্ত উপাত্ত থেকে ইস্পাত তারটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নির্ণয় কর।

(ঘ) "ইস্পাত রাবারের চেয়ে বেশি স্থিতিস্থাপক"—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও।

৬।




পয়সনের অনুপাত, $\sigma = -\frac{L_0 \Delta r}{r \Delta L}$ ..... (1)

(ক) স্থিতিস্থাপক সীমা কী ?

(খ) ইস্পাতের ইয়ং-এর মানাঙ্ক $2 \times 10^{11}$ $Nm^{-2}$ বলতে কী বোঝায় ?

(গ) চিত্রের তারটির উপাদানের পয়সনের অনুপাত নির্ণয় কর।

(ঘ) পয়সনের অনুপাত $\sigma = -\frac{L_0 \Delta r}{r \Delta L}$। সমীকরণটির গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।

৭। ল্যাবরেটরীতে সার্লির পদ্ধতিতে দুইজন ছাত্রকে যথাক্রমে 0·6 mm ও 0·5mm ব্যাসের এবং L দৈর্ঘ্যের দুটি ইস্পাতের তারের ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয় করতে বলা হলো। যথাযথ সতর্কতা অবলম্বনসহ ইয়ং-এর গুণাঙ্ক নির্ণয় করার পর তারা দেখল তাদের ফলাফল অভিন্ন।

(ক) পীড়ন কী ?

(খ) পয়সনের অনুপাত 0·3 বলতে কী বুঝায় ?

(গ) তার দুটির ইয়ং-এর গুণাঙ্ক $2 \times 10^{11}$ $Nm^{-2}$। ১ম তারের দৈর্ঘ্য 15% বৃদ্ধি করতে প্রযুক্ত পীড়ন নির্ণয় কর।

(ঘ) যেহেতু তার দুটির ব্যাস ভিন্ন সেহেতু ছাত্র দুইজন কর্তৃক নির্ণীত ইস্পাতের তার দুটির ইয়ং-এর গুণাঙ্ক কী আলাদা হওয়া উচিত ছিল—তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দেখাও।

৮। $10^{-6}$ $m^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল এবং 1m দৈর্ঘ্যের একটি ইস্পাতের তারে $10^4$ N বল প্রয়োগ করায় তারের দৈর্ঘ্য 5% বৃদ্ধি পেল।

(ক) স্থিতিস্থাপক বিভব শক্তি কী ?

(খ) পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু বলতে কী বুঝায় ?

(গ) ইস্পাতের তারটির ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

(ঘ) ইস্পাতের পরিবর্তে একই ব্যাসার্ধের এবং একই দৈর্ঘ্যের তামার তার ব্যবহার করলে ইয়ং-এর গুণাঙ্কের মান পরিবর্তন হবে কী—গাণিতিক বিশ্লেষণ করে মতামত দাও।

## (গ) কাঠামোবন্ধ ও রচনামূলক প্রশ্ন

১। আন্তঃআণবিক বল কাকে বলে ?

২। অণুর মধ্যে দূরত্বের পরিবর্তনের সাথে আন্তঃআণবিক বল ও স্থিতিশক্তির পরিবর্তন চিত্রের সাহায্যে বর্ণনা কর।

৩। আন্তঃআণবিক বলের প্রকৃতি ব্যাখ্যা কর।

৪। আন্তঃআণবিক বলের আলোকে স্থিতিস্থাপকতা ব্যাখ্যা কর।

৫। পদার্থের গঠনের প্রকৃতি ও মিথস্ক্রিয়া অনুসারে পদার্থের রাসায়নিক বন্ধন কত প্রকার ও কী কী ?

৬। পদার্থের আয়নিক বন্ধন ব্যাখ্যা কর।

৭। আয়নিক বন্ধন গঠনের শর্তগুলি কী কী ?

৮। সমযোজী বন্ধন কাকে বলে ? সমযোজী বন্ধনের শর্ত ব্যাখ্যা কর।

৯। ভ্যানডার ওয়াল বন্ধন কাকে বলে ? আয়নিক ও সমযোজী বন্ধনের তুলনায় এ বন্ধনের শক্তি কীরূপ ?

১০। ধাতব বন্ধন ব্যাখ্যা কর। ধাতব বন্ধনের বৈশিষ্ট্য ব্যাখ্যা কর।

১১। স্থিতিস্থাপক সীমা বলতে কী বুঝ ? [ঢা. বো. ২০১৫]

১২। স্থিতিস্থাপকতা কাকে বলে ?

১৩। সংজ্ঞা দাও— নমনীয় বস্তু, পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু, নমনীয়তা, অসহ পীড়ন, অসহভার, স্থিতিস্থাপক ক্লান্তি, বিকৃতি, পীড়ন, কৃন্তন বিকৃতি।

১৪। হুকের সূত্র বিবৃত কর ও ব্যাখ্যা কর।

১৫। লেখচিত্রের সাহায্যে পীড়ন ও বিকৃতি ব্যাখ্যা কর।

১৬। স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক কাকে বলে ?

১৭। স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের মাত্রা ও একক লিখ।

১৮। সংনম্যতা কাকে বলে ?

১৯। ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক বলতে কী বুঝ ? এর একক ও মাত্রা লিখ।

২০। দৃঢ়তা বা কৃন্তন গুণাঙ্ক কাকে বলে ? লোহার দৃঢ়তার গুণাঙ্ক $7·7 \times 10^{10}$ $Nm^{-2}$ ব্যাখ্যা কর।

২১। আয়তন গুণাঙ্ক ব্যাখ্যা কর।

২২। পয়সনের অনুপাত কাকে বলে ? তামার পয়সনের অনুপাত 0·33 ব্যাখ্যা কর।

২৩। প্রবাহীর প্রবাহ বলতে কী বুঝ ?

২৪। সমপ্রবাহ ও অসম প্রবাহের সংজ্ঞা দাও।

২৫। সমরেখ প্রবাহ বলতে কী বুঝ ?

২৬। ধারারেখ ও অশান্ত প্রবাহীর সংজ্ঞা দাও।
২৭। ধারারেখ প্রবাহের বৈশিষ্ট্যগুলি কী কী ?
২৮। বিক্ষিপ্ত প্রবাহের বৈশিষ্ট্যগুলি ব্যাখ্যা কর।
২৯। প্রান্তিক বেগ বলতে কী বুঝ ?
৩০। সংশক্তি বল কাকে বলে ?
৩১। আসঞ্জন বল ব্যাখ্যা কর।
৩২। সান্দ্রতা গুণাঙ্ক কী ? এর মাত্রা সমীকরণটি লিখ।
৩৩। সান্দ্রতা ও ঘর্ষণের বৈশিষ্ট্যগুলি লিখ।
৩৪। ঘর্ষণ ও সান্দ্রতার মধ্যে পার্থক্য লিখ।
৩৫। সান্দ্রতার উপর তাপমাত্রার প্রভাব ব্যাখ্যা কর।
৩৬। সান্দ্রতার প্রয়োজনীয়তা কী ?
৩৭। স্টোকসের সূত্রের গাণিতিক রাশিটি লিখ।
৩৮। স্পর্শ কোণ কাকে বলে ? স্পর্শ কোণ কয় প্রকার ও কী কী ?
৩৯। স্পর্শ কোণ কোন কোন বিষয়ের উপর নির্ভর করে ?
৪০। পৃষ্ঠ টান ও পৃষ্ঠ শক্তির মধ্যে সম্পর্ক লিখ।
৪১। পৃষ্ঠ টানের উপর তাপমাত্রার প্রভাব আলোচনা কর।
৪২। কৈশিক নলে পানি ওঠে কেন ?
৪৩। ছাতার কাপড়ে ছোট ছোট ছিদ্র থাকা সত্ত্বেও বৃষ্টির পানি গড়িয়ে বাইরে পড়ে কেন ?
৪৪। সমুদ্রের প্রবল ঢেউকে তেল ঢেলে শান্ত করা যায় কীভাবে ?
৪৫। আণবিক তত্ত্বের সাহায্যে পৃষ্ঠ টান ব্যাখ্যা কর।
৪৬। গাছে পানির পরিবহন ব্যাখ্যা কর।

## (ঘ) ক্রিয়াকর্ম

**প্রতিবেদন তৈরি :** তোমার ক্লাসের ছাত্রদের মধ্য থেকে দুটি দলে বিভক্ত হয়ে কলেজের পুকুরে সাঁতারের আয়োজন কর। প্রথমে পানির উপরি তল দিয়ে (বাটার ফ্লাই) সাঁতার এবং পরে পানির ভেতরে (ডুব) সাঁতারে অংশগ্রহণ কর। কোন ধরনের সাঁতারে পুকুরের এপার থেকে ওপারে যেতে বেশি সময় লাগবে এবং বেশি পরিশ্রম হবে ? এর কারণের উপর একটি প্রতিবেদন তৈরি কর এবং তা ক্লাসে উপস্থাপন কর।

## (ঙ) কাজ (গাণিতিক সমস্যা)

১। একটি তারের অসহ পীড়ন $4{\cdot}9 \times 10^8\ Nm^{-2}$ এবং প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল $1 \times 10^{-6}\ m^2$ হলে এর অসহ ওজন কত ? [উ. 490N]

২। 1 m লম্বা ও 1 mm ব্যাসের একটি তারের দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি 0·025 cm হলে তারটির ব্যাস কতটুকু হ্রাস পাবে ? [রা. বো. ২০০৬] [উ. $2 \times 10^{-5}$ cm]

৩। একটি 3 m দীর্ঘ ও 1 $mm^2$ প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট কোনো তারকে 2 kg ওজন দ্বারা সম্প্রসারিত করা হলো। তারের সম্প্রসারণ নির্ণয় কর। [$Y = 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$] [উ. $2{\cdot}94 \times 10^{-4}$ m]

৪। একটি ইস্পাতের তারের প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল $1 \times 10^{-6}\ m^2$ ও অসহ বিকৃতি $4{\cdot}9 \times 10^{-3}$। তারটিতে দৈর্ঘ্য বরাবর সর্বোচ্চ কত বল প্রয়োগ করা যাবে ? [ইস্পাতের ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $= 2 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$] [উ. 980 N]

৫। 2 m লম্বা ও $2{\cdot}1 \times 10^{-7}\ m^2$ প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তার একটি ছাদ হতে ঝুলিয়ে অপর প্রান্তে 2·5 kg ভর যুক্ত করলে তারের দৈর্ঘ্য $1{\cdot}5 \times 10^{-3}$ m বৃদ্ধি পায়। তারের উপাদানের ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ. $1{\cdot}555 \times 10^{11}\ Nm^{-2}$]

৬। দুটি সমান দৈর্ঘ্যের তার A ও B-এর ব্যাস যথাক্রমে $1 \times 10^{-3}$ m ও $4 \times 10^{-3}$ m। উভয়কে সমান বল দ্বারা টানলে A-এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি B-এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির 4 গুণ হয়। A ও B-এর উপাদানের ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের তুলনা কর। [উ. 4 : 1]

৭। $1 \times 10^{-4}\ m^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারে কত বল প্রয়োগ করলে দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হবে ? [$Y = 2 \times 10^{11}$ Pa] [উ. $2 \times 10^7$ N]

৮। একটি ইস্পাত তারের দৈর্ঘ্য 2 m এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1 $mm^2$। তারটির প্রান্তে 20N বল প্রয়োগ করলে এর বৃদ্ধি নির্ণয় কর। ($Y = 2 \times 10^{11} Nm^{-2}$) [উ. $2 \times 10^{-4}$ m]

৯। একটি ইস্পাতের তারের প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফল $1 \times 10^{-6} m^2$ ও অসহ বিকৃতি $4.9 \times 10^{-3}$। তারটিতে দৈর্ঘ্য বরাবর সর্বোচ্চ কত বল প্রয়োগ করা যাবে ? [ইস্পাতের ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক $= 2 \times 10^{11} Nm^{-2}$] [উ. 980 N]

১০। 2 m লম্বা ও $2.1 \times 10^{-7} m^2$ প্রস্থচ্ছেদ ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তার একটি ছাদ হতে ঝুলিয়ে অপর প্রান্তে 2.5 kg ভর যুক্ত করলে তারের দৈর্ঘ্য $1.5 \times 10^{-3}$ m বৃদ্ধি পায়। তারের উপাদানের ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ. $1.555 \times 10^{11} Nm^{-2}$]

১১। দুটি সমান দৈর্ঘ্যের তার A ও B-এর ব্যাস যথাক্রমে $1 \times 10^{-3}$ m ও $4 \times 10^{-3}$ m। উভয়কে সমান বল দ্বারা টানলে A-এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি B-এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির 4 গুণ হয়। A ও B-এর উপাদানের ইয়ং-এর স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের তুলনা কর। [উ. 4 : 1]

১২। 3 m দীর্ঘ ও 0.3 mm ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি তারকে 90 N বল দ্বারা টানা হলে, তারটি কতটুকু বৃদ্ধি পাবে ? [উ. $4.78 \times 10^{-3}$ m] [$Y = 2 \times 10^{11} Nm^{-2}$]

১৩। একটি 3 m দীর্ঘ ও 1 $mm^2$ প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট কোনো তারকে 2 kg ওজন দ্বারা সম্প্রসারিত করা হলো। তারের সম্প্রসারণ নির্ণয় কর। [$Y = 2 \times 10^{11} Nm^{-2}$] [উ. $2.94 \times 10^{-4}$ m]

১৪। একটি তারের দৈর্ঘ্য বরাবর বল প্রয়োগ করায় যদি দৈর্ঘ্যে 6% বৃদ্ধি পায়, তাহলে ব্যাস 4% হ্রাস পাওয়া কি সম্ভব? [ উ: এক্ষেত্রে $\sigma = 0.67$ ; কিন্তু $\sigma$-এর মান 0.5 এর বেশি হতে পারে না। তাই এটি সম্ভব নয়। ]

১৫। $1 \times 10^{-4} m^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ইস্পাতের তারে কত বল প্রয়োগ করলে দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ হবে ? [ $Y = 2 \times 10^{11} Pa$ ] [ রা. বো. ২০০১ ] [ উ. $2 \times 10^7$ N ]

১৬। 10 cm বাহুবিশিষ্ট একটি ধাতব ঘনকের উপর $8.82 \times 10^5$ N কৃন্তন বল প্রয়োগ করায় ঘনকটির উপরের তল নীচের তল সাপেক্ষে 0.3 mm সরে গেল। কৃন্তন পীড়ন, কৃন্তন বিকৃতি ও ধাতুর দৃঢ়তা গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [ উ. $8.82 \times 10^7 Nm^{-2}$ ; $3 \times 10^{-3}$ ; $2.94 \times 10^{10} Nm^{-2}$ ]

১৭। একটি ইস্পাত তারের দৈর্ঘ্য 2 m এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 1 $mm^2$। তারটির প্রান্তে 20N বল প্রয়োগ করলে এর বৃদ্ধি নির্ণয় কর। ($Y = 2 \times 10^{11} Nm^{-2}$) [ কু. বো. ২০০০] [উ. $2 \times 10^{-4}$ m]

১৮। 1.5 m দীর্ঘ ও 1 mm ব্যাসবিশিষ্ট একটি ধাতব তারের এক প্রান্ত আবদ্ধ রেখে অপর প্রান্তে ভার চাপালে 2 mm দৈর্ঘ্য প্রসারণ এবং $3.2 \times 10^{-4}$ বব ব্যাস সংকোচন হয়। তারের উপাদানের পয়সন-এর অনুপাত নির্ণয় কর। [উ. 0.24 ]

১৯। 1.5m দীর্ঘ ও 1mm ব্যাসবিশিষ্ট একটি ধাতব তারের এক প্রান্ত আবদ্ধ রেখে অপর প্রান্তে ভার চাপালে 2 mm দৈর্ঘ্য প্রসারণ এবং $3.2 \times 10^{-4}$ mm ব্যাস সংকোচন হয়। তারের উপাদানের পয়সন-এর অনুপাত নির্ণয় কর। [উ. 0.24]

২০। $3 \times 10^7 Nm^{-2}$ আয়তন পীড়নে একটি পদার্থের আয়তন বিকৃতি $1.5 \times 10^{-4}$ হলে, পদার্থটির আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ. $2 \times 10^{11} Nm^{-2}$]

২১। 1 লিটার আয়তনের গ্লিসারিন $98 \times 10^4 Nm^{-2}$ চাপে $0.245 \times 10^{-6} m^3$ সংকুচিত হয়। গ্লিসারিনের আয়তনের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। ($1 lit = 10^{-3} m^3$) [উ. $4 \times 10^9 Nm^{-2}$]

২২। 1.5 mm গভীরতার স্থির তরল পৃষ্ঠের উপর $2 \times 10^{-2} m^2$ ক্ষেত্রফলের একটি ধাতব প্লেট রক্ষিত আছে। ঐ ধাতব প্লেটকে তরলের উপর 4.5 $cms^{-1}$ বেগে সরাতে অনুভূমিকভাবে কত বল প্রয়োগ করতে হবে ? তরলের সান্দ্রতাঙ্ক $2 Nsm^{-2}$। [উ. 1.2 N]

২৩। সয়াবিন তেলের সান্দ্রতা গুণাঙ্ক $5.2 \times 10^{-2} Nsm^{-2}$। সয়াবিন তেলের মধ্য দিয়ে 0.2 mm ব্যাসের একটি ধাতব গোলক 1 $ms^{-1}$ প্রান্তিক বেগে পড়ছে। সয়াবিনের সান্দ্রতাজনিত বল নির্ণয় কর। [উ. $0.98 \times 10^{-5}$N]

২৪। 200 mm ব্যাসার্ধের একটি গোলক কোনো তরলের ভেতর দিয়ে $2.1 \times 10^{-2} ms^{-1}$ প্রান্ত বেগ নিয়ে পড়ছে। তরলের সান্দ্রতাঙ্ক $0.003 Nsm^{-2}$ হলে সান্দ্র বল নির্ণয় কর। [উ. $2.37 \times 10^{-4}$ N]

২৫। $2 \times 10^{-4}$ m ব্যাসার্ধের একটি লোহার বল তার্পিন তেলের ভেতর দিয়ে $4 \times 10^{-2}$ $ms^{-1}$ প্রান্ত বেগ নিয়ে পড়ছে। যদি লোহা ও তার্পিন তেলের ঘনত্ব যথাক্রমে $7.8 \times 10^3$ এবং $0.87 \times 10^3$ $kgm^{-3}$ হয় তবে তার্পিণ তেলের সান্দ্রতাঙ্ক বের কর। [উ. $1.5 \times 10^{-2} Nsm^{-2}$]

২৬। 1.5 mm গভীরতার স্থির তরল পৃষ্ঠের উপর $2 \times 10^{-2} m^2$ ক্ষেত্রফলের একটি ধাতব প্লেট রক্ষিত আছে। ঐ ধাতব প্লেটকে তরলের উপর 4.5 $cms^{-1}$ বেগে সরাতে অনুভূমিকভাবে কত বল প্রয়োগ করতে হবে ? তরলের সান্দ্রতাঙ্ক $2 Nsm^{-2}$। [উ. 1.2 N]

২৭। $10^{-2}\ m^2$ প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি পাত $2 \times 10^{-3}$ m পুরু একটি তরলের উপর স্থাপিত। ঐ প্লেটকে $0{\cdot}03\ ms^{-1}$ বেগে চালনা করতে $0{\cdot}235$ N অনুভূমিক বলের প্রয়োজন হলে তরলের সান্দ্রতাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ. $1{\cdot}57\ Nsm^{-2}$]

২৮। $1 \times 10^{-2}$ m ব্যাসবিশিষ্ট একটি গ্যাসের বুদবুদ $1{\cdot}5 \times 10^3\ kgm^{-3}$ ঘনত্ববিশিষ্ট কোনো তরলের মধ্য দিয়ে $4{\cdot}5 \times 10^{-3}\ ms^{-1}$ স্থির বেগে উপরে উঠছে। তরলের সান্দ্রতাঙ্ক নির্ণয় কর। গ্যাসের ঘনত্ব উপেক্ষা কর। [উ. $18{\cdot}15\ Nsm^{-2}$]

২৯। $9{\cdot}5 \times 10^2\ kgm^{-3}$ ঘনত্ব ও $1 \times 10^{-6}$ m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি তেল বিন্দু বায়ুর মধ্য দিয়ে পড়ছে। বায়ুর ঘনত্ব $1{\cdot}3\ kgm^{-3}$ এবং সান্দ্রতাঙ্ক $1{\cdot}81 \times 10^{-5}\ Nsm^{-2}$ হলে তেল বিন্দুর প্রান্তিক বেগ নির্ণয় কর। $(g = 9{\cdot}8\ ms^{-2})$ [উ. $1{\cdot}14 \times 10^{-4}\ ms^{-1}$]

৩০। পানির একটি ফোঁটা বায়ুর মধ্য দিয়ে পতিত হচ্ছে। ফোঁটাটির প্রান্তিক বেগ $1{\cdot}2 \times 10^{-2}\ ms^{-1}$ এবং বায়ুর জন্য $\eta = 1{\cdot}8 \times 10^{-5}\ Nsm^{-2}$ হলে পানির ফোঁটাটির ব্যাস কত ? [উ. $1{\cdot}99 \times 10^{-5}$ m]

৩১। একটি গোলাকার তেলের ফোঁটার ঘনত্ব 800 $kg\ m^{-3}$ ও বাসার্ধ $1 \times 10^{-4}$ m। তেলের ফোঁটাটি $1{\cdot}72 \times 10^{-5}$ $kgm^{-1}s^{-1}$ সান্দ্রতা গুণাঙ্কবিশিষ্ট বায়ুর ভিতর দিয়ে পড়তে থাকলে চূড়ান্ত গতিবেগ কত হবে ? [বায়ুর ঘনত্ব $1{\cdot}3\ kg\ m^{-3}$] [ উ. $1{\cdot}01127\ ms^{-1}$]

৩২। পারদের পৃষ্ঠ টান $4{\cdot}7 \times 10^{-1}\ Nm^{-1}$ এবং ঘনত্ব $13{\cdot}6 \times 10^3\ kgm^{-3}$, কাঁচের সাথে পারদের স্পর্শ কোণ 140°। $1{\cdot}8 \times 10^{-3}$ m ব্যাসের একটি কৈশিক কাঁচ নল পারদে ডুবালে নলের মধ্যের পারদের অবনমন নির্ণয় কর। [উ. $-6{\times}10^{-3}$ m ]

৩৩। একটি কৈশিক নলের ব্যাস $0{\cdot}04 \times 10^{-4}$ m। এর এক প্রান্ত পানিতে ডুবালে পানি নলের ভেতর $0{\cdot}082$ m উপরে ওঠে। পানির পৃষ্ঠ টান নির্ণয় কর। (স্পর্শ কোণ = 0°, পানির ঘনত্ব $= 1{\cdot}0 \times 10^3\ gm^{-3}$) [উ. $80{\cdot}36 \times 10^{-3}\ Nm^{-1}$]

৩৪। $2 \times 10^{-4}$ m ব্যাসার্ধের একটি কাঁচের নলে কোনো তরলের স্পর্শ কোণ 135° এবং তরলের পৃষ্ঠ টান $0{\cdot}547$ $Nm^{-1}$ হলে নলে তরলের অবনমন নির্ণয় কর। (তরলের ঘনত্ব $= 13{\cdot}6 \times 10^3\ kgm^{-3}$ ও অভিকর্ষজ ত্বরণ $= 9{\cdot}81\ ms^{-2}$)। [উ. $0{\cdot}029$ m]

৩৫। পারদের পৃষ্ঠ টান $4{\cdot}7 \times 10^{-1}\ Nm^{-1}$ এবং ঘনত্ব $13{\cdot}6 \times 10^3\ kgm^{-3}$। $0{\cdot}8 \times 10^{-3}$ m ব্যাসার্ধের একটি কৈশিক কাঁচ নল পারদে ডুবালে পারদের স্পর্শ কোণ নির্ণয় কর। [উ. 140°]

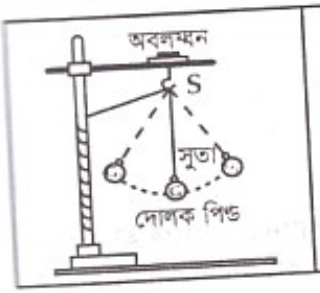
৩৬। $1 \times 10^{-4}$ m ব্যাসার্ধবিশিষ্ট কাঁচ নলের পানির আরোহণ নির্ণয় কর। [পানির পৃষ্ঠ টান $= 0{\cdot}07\ Nm^{-1}$] [উ. $0{\cdot}2857$m]

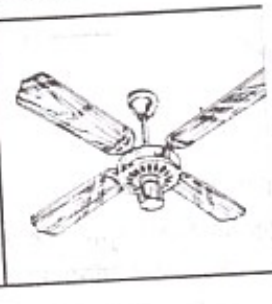
---

৮

# পর্যাবৃত্তিক গতি

## PERIODIC MOTION



## ভূমিকা

### Introduction

পূর্বের অধ্যায়গুলোতে বস্তুর চলন গতি, বৃত্ত
ধরনের অতি পরিচিত গতি আলোচনা করব যা পর্যাবৃত্ত
উপগ্রহের গতি ইত্যাদি পর্যাবৃত্ত গতি। পর্যাবৃত্ত গতিরই
স্পন্দন সমার্থকবোধক শব্দ। পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন
সংক্ষেপে S.H.M.) নামক এক বিশেষ ধরনের দোল গ
তথা সরল ছন্দিত গতির বিভিন্ন রূপ আলোচনা করব।

এ অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- পর্যাবৃত্ত গতি ও সরল ছন্দিত গতি ব্যাখ্যা কর
- সরল ছন্দিত গতির রাশিসমূহ ব্যাখ্যা করতে
- দৈনন্দিন জীবনে সরল দোলন গতির ব্যবহার
- সরল দোলন গতিসম্পন্ন বস্তুর অন্তরক সমী
- লেখচিত্রের সাহায্যে সরল দোলন গতিসম্পন্ন
- ব্যবহারিক :
  (ক) স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়ের পরীক্ষা।
  (খ) স্প্রিং-এর সাহায্যে ভরের তুলনা।

## ৮·১ পর্যাবৃত্ত

### Periodicity

যদি কোনো একটি বস্তু নির্দিষ্ট সময় পর
সময় অন্তর অতিক্রম করে তবে তাকে পর্যাবৃত্ত বলে।
একটি সরল দোলক এক প্রান্ত থেকে শুরু করে অপর
স্পন্দক (oscillator) তরঙ্গ উৎপন্ন করে [চিত্র ৮·১] এবং লক্ষ করলে দেখা যাবে যে X-অক্ষের যেকোনো নির্দিষ্ট
বিন্দুতে (যেমন A অথবা B বিন্দুতে), তরঙ্গের বিস্তার নির্দিষ্ট সময় অন্তর অন্তর পুনরাবৃত্তি ঘটছে। এগুলো সবই
পর্যাবৃত্তির উদাহরণ।

পৃথিবী সূর্যের চারদিকে 365 দিনে একবার ঘুরে আসে। এ সময়কে পর্যায়কাল বলে। সুতরাং সূর্যের চারদিকে
পৃথিবীর ঘূর্ণনের পর্যায়কাল 365 দিন। অনুরূপভাবে, সরল দোলক এক বিন্দু থেকে যাত্রা শুরু করে পুনরায় ঐ একই

- সরল দোলন গতির মধ্যাবস্থানে বলের মান শূন্য এবং বিস্তারের প্রান্তে বল সর্বোচ্চ
- সরল দোলন গতির বিস্তারের প্রান্তে সরণ সর্বাধিক এবং মধ্যাবস্থানে ত্বরণ শূন্য
- একটি হাত ঘড়ির সেকেন্ড, মিনিট ও ঘন্টার কাঁটার পর্যায় কাল যথাক্রমে 60 সেকেন্ড 60 মিনিট ও 12 ঘন্টা
- একটি সরল দোলক প্রতি দোলনকালে দুই বার টিক করে।

□ যে দোলকের দোলনকাল 2 সেকেন্ড তাকে সেকেন্ড দোলক বলে এর কম্পাংক $n = 1/2$ দোলন / সে.
সকল সেকেন্ড দোলক অবশ্যই একটি বিশেষ সরল দোলক

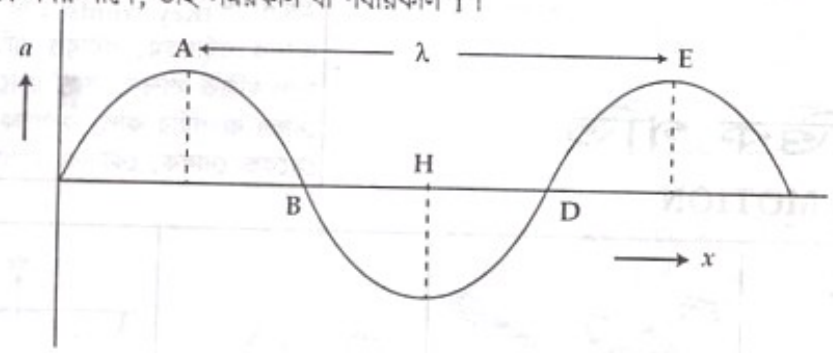
□ সরল দোলকের ব্যবহার:
- স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়।
- অভিকর্ষজ ত্বরণ g এর মান নির্ণয়।
- পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়, সময় নির্ণয়।

□ সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির উদাহরণ:
- কম বিস্তারের সরল দোলকের গতি
- সুরশলাকার বাহুর কম্পন
- স্প্রিং এর উলম্ব কম্পন

□ সরল ছন্দিত স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য:
- এটি পর্যায় গতি
- একটি নির্দিষ্ট সময় অন্তর অন্তর এই গতি বিপরীতমুখী হয়
- ত্বরণ বস্তুর সরণের সমানুপাতিক
- ত্বরণ বস্তুর সরণের বিপরীতমুখী
- ত্বরণ বস্তু কণাটির মধ্য অবস্থান অভিমুখী
- স্পন্দনের সীমা মধ্য স্থান থেকে উভয় দিকে সমান দূরত্বে অবস্থিত
- এটি সরলরৈখিক ও কৌণিক দুই ধরনের হতে পারে।
- সাম্যবিন্দুতে কণার বিভবশক্তি সবচেয়ে কম, গতিশক্তি সবচেয়ে বেশি।
- গতির সার্বিক অবস্থা দশা দ্বারা প্রকাশ করা হয়।
- সাইন বা কোসাইনের আপেক্ষকরূপে প্রকাশ করা হয়।

◆ গতিপথের চরম অবস্থানের ত্বরণ সর্বাধিক এবং মধ্য অবস্থানের ত্বরণ শূন্য।
◆ $x = A \sin(\omega t + \delta)$ হল সরল ছন্দিত স্পন্দনের ব্যবকলনীয় সমীকরণের সাধারণ সমাধান।

বিন্দুতে ফিরে আসতে যে সময় লাগে সেটি ঐ দোলকের পর্যায়কাল। ৮·১ চিত্রে একটি কণার A বিন্দু হতে E পর্য অতিক্রম করতে যে সময় লাগে, তাই সময়কাল বা পর্যায়কাল T।




চিত্র ৮·১

পর্যায়কাল সময় সাপেক্ষে হতে পারে, আবার স্থান সাপেক্ষে হতে পারে।

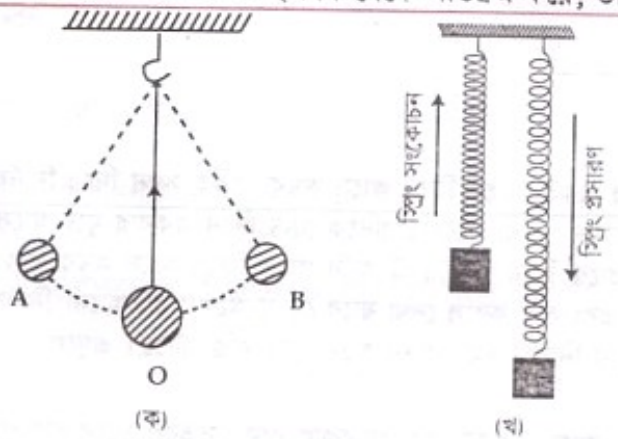
**স্থানিক পর্যায়ক্রম (Spatial periodicity) :** যখন কোনো কিছুর পুনরাবৃত্তি স্থানের সাপেক্ষে হয়, তখন তাকে স্থানিক পর্যায়ক্রম বলে। অর্থাৎ স্থানিক পর্যায়কাল হলো সেই সকল ঘটনা যা একটি নির্দিষ্ট দূরত্ব পরপর পুনরাবৃত্তি ঘটে। যেমন— সরল দোলকের গতি, কঠিন পদার্থের কেলাসের মধ্যে অণু, ডোরাকাটা শার্টের ডোরাগুলোর অবস্থান, ধান ক্ষেতে বাতাস বইলে সৃষ্ট ধান ক্ষেতে ঢেউয়ের গতি, ইলেকট্রিক পোল ইত্যাদি। উপরের উদাহরণের অণুগুলো নির্দিষ্ট অবস্থান পর পর, শার্টের ডোরাগুলো নির্দিষ্ট দূরত্ব পর পর, ইলেকট্রিক পোলগুলো নির্দিষ্ট অবস্থান পর পর পুনরাবৃত্তি ঘটে।

**কালিক পর্যায়ক্রম (Temporal periodicity) :** পর্যাবৃত্তির পর্যায়কাল যদি একটি নির্দিষ্ট সময় সাপেক্ষ হয়, তবে তাকে কালিক পর্যায়ক্রম বলে। অর্থাৎ কালিক পর্যায়ক্রম হলো সেই সকল ঘটনা যা একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর পুনরাবৃত্তি ঘটে। যেমন—ঘড়ির সেকেন্ড বা মিনিটের কাটা যথাক্রমে 60 সেকেন্ড বা 60 মিনিট পর পর, ঘণ্টার কাটা 12 ঘণ্টা পর পর পুনরাবৃত্তি ঘটে এবং পৃথিবী সূর্যের চারদিকে ৩৬৫ দিনে একবার ঘুরে আসে ইত্যাদি।

## ৮·২ পর্যাবৃত্ত গতি
## Periodic Motion

ঘড়ির পেন্ডুলাম বামে-ডানে দুলতে দেখি বা স্প্রিং-এর সংকোচন-প্রসারণজনিত গতিও আমরা লক্ষ করে থাকি [চিত্র ৮·২(ক) ]। আমরা দেখতে পাই যে, **নির্দিষ্ট সময় পর পর বস্তু দুটির গতির পুনরাবৃত্তি ঘটে। এ ধরনের গতিই হলো পর্যাবৃত্ত গতি।** তাহলে আমরা বলতে পারি, কোনো বস্তুর গতি যদি এমন হয় যে, একটি নির্দিষ্ট সময় পর পর বস্তুটির গতির পুনরাবৃত্তি ঘটে তবে ঐ গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

**কোনো গতিশীল বস্তু কণার গতি যদি এমন হয় যে, এটি তার গতিপথে কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট সময় পর পর একই দিক থেকে অতিক্রম করে, তাহলে সেই গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।**




চিত্র ৮·২

পর্যাবৃত্ত গতিতে চলমান গতিপথ নির্দিষ্ট এবং নির্দিষ্ট সময় পর পর বস্তুটি গতিপথের একই বিন্দুকে একই দিক থেকে অতিক্রম করে। এই গতিপথের কোনো নির্দিষ্ট জ্যামিতিক রূপ, যেমন সরলরেখা, বৃত্ত, উপবৃত্ত ইত্যাদি থাকতে পারে, আবার নাও থাকতে পারে। স্প্রিং থেকে ঝুলন্ত কোনো বস্তুকে [চিত্র ৮·২(খ)] নিচের দিকে সামান্য টেনে ছেড়ে দিলে সেটি পর্যায়ক্রমে উপর-নিচ করতে থাকে। লক্ষ করলে দেখা যায় যে, বস্তুটি গতিপথের একই বিন্দু দিয়ে নির্দিষ্ট সময় পর পর উপর থেকে নিচে বা নিচ থেকে

উপরে যাচ্ছে। বস্তুটির এই গতি সরলরৈখিক পর্যাবৃত্ত গতি (Linear periodic motion)। একখণ্ড পাথরে সুতা বেঁধে স্থির কৌণিক বেগে ঘুরাতে থাকলে পাথরটি বৃত্তীয় পর্যাবৃত্ত গতিতে (rotational periodic motion) আবর্তন করে। পৃথিবী সূর্যের চারদিকে উপবৃত্তাকার কক্ষপথে ঘোরে। এক বছর পর পর পৃথিবীর এই গতি পুনরাবৃত্ত হয়। এটি উপবৃত্তীয় পর্যায় গতির (elliptical periodic motion) একটি উদাহরণ।

আবার ধরা যাক, একটি সুতা এলোমেলোভাবে মেঝের উপর রাখা আছে। একটি পিঁপড়া ঐ সুতার ওপর দিয়ে সমদ্রুতিতে হাঁটতে থাকল। দেখা গেল যে পিঁপড়াটি সুতার যেকোনো স্থান একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর পেরিয়ে যাচ্ছে। এখানে দড়িটির কোনো নির্দিষ্ট জ্যামিতিক রূপ নেই। তবুও পিঁপড়ার গতি পর্যাবৃত্ত গতি হবে।

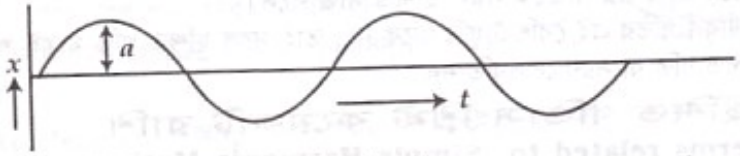
সুরযন্ত্রের তার বা বায়ুমণ্ডলের গতি, ঘড়ির কাঁটার গতি, বাষ্প বা পেট্রোল ইঞ্জিনের সিলিন্ডারের মধ্যে পিস্টনের গতি, কঠিন বস্তুতে পরমাণুর স্পন্দন ইত্যাদি হলো পর্যাবৃত্ত গতি। দোলার গতি

পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কণার স্পন্দন একটি sin তরঙ্গ সদৃশ যার একটি বিস্তার, একটি কৌণিক কম্পাঙ্ক এবং একটি সময়ের রাশি থাকে। X-অক্ষ অভিমুখে একটি পর্যাবৃত্ত কণার সমীকরণ হলো

$$x = a \sin \omega t \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.1)$$

এখানে $a$ = বিস্তার, $\omega$ = কৌণিক কম্পাঙ্ক, $t$ = সময়

নিচের [চিত্র ৮·২(গ)] লেখচিত্রের সাহায্যে সমীকরণটিকে দেখানো যায় :




চিত্র ৮·২ (গ)

**পর্যাবৃত্ত গতির বৈশিষ্ট্য :** পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো কণা যে নির্দিষ্ট সময় পর পর কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুকে নির্দিষ্ট দিক দিয়ে অতিক্রম করে সেই সময়কে পর্যায়কাল বলে। পর্যাবৃত্ত গতির গতিপথ বৃত্তাকার, উপবৃত্তাকার, সরলরৈখিক ও আরো জটিল হতে পারে।

**পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কণা যদি পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় একই পথে তার বিপরীত দিকে চলে তবে তার গতিকে স্পন্দন গতি বলে।**

**উদাহরণ :** সরল দোলকের গতি, গীটারের তারের গতি, শব্দ সঞ্চালনের সময় বায়ুর কণার স্পন্দন ইত্যাদি। (০৬-০৪)
ঘড়ির কাঁটার গতি, দেয়াল ঘড়ির দোলকের গতি, ঝিঙের গতি, ইঞ্জিনের পিস্টনের গতি

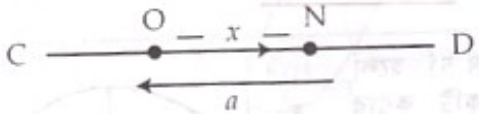
## ৮·৩ সরল ছন্দিত গতির বলের বৈশিষ্ট্য
## Characteristics of Force for Simple Harmonic Motion

ছন্দিত গতি একটি বিশেষ ধরনের দোলনগতি। মনে করি, C এবং D বিন্দুর মধ্যে সরলরেখা বরাবর দোলনরত একটি কণা N এর গতিপথ নির্দেশিত হবে [চিত্র ৮·৩]। O বিন্দু কণাটির সাম্যাবস্থান এবং যেকোনো মুহূর্তে সাম্যাবস্থান থেকে এর সরণ $x$। কণার গতি ছন্দিত গতি হলে ঐ মুহূর্তে কণাটির ত্বরণ $a$-এর মান $x$-এর সমানুপাতিক এবং অভিমুখ O বিন্দুর দিকে হয় অর্থাৎ $a$ সরণ $x$ এর বিপরীতমুখী হয়। সেজন্য আমরা লেখতে পারি,

$$a \propto -x \quad \text{বা,} \quad a = -kx$$

এখানে $k$ = ধ্রুবক $= \omega^2$; $\omega$ হলো কণাটির কৌণিক বেগ।

$$\therefore \quad a = -\omega^2 x \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.2)$$




চিত্র ৮·৩

আবার ত্বরণ কীভাবে সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয় তা আমরা জানি। নিউটনের ২য় সূত্র অনুযায়ী বল কোনো বস্তুতে ক্রিয়াশীল হলে ত্বরণ সৃষ্টি হয়।

অর্থাৎ $F = ma$

$\therefore \quad F = -m\omega^2 x$ (8.2 সমীকরণ অনুযায়ী)

বা, $F = -(m\omega^2)\, x$ বা, $F = -Kx$

$\therefore \quad F \propto x$ ... ... ... (8.3)

অর্থাৎ **সরল ছন্দিত গতি বল বা প্রত্যায়নী বল সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী।**

উপরোক্ত আলোচনা থেকে আমরা সহজেই ছন্দিত গতির বলের বৈশিষ্ট্য বর্ণনা করতে পারি।

## সরল ছন্দিত গতির বলের বৈশিষ্ট্য
## Characteristics of force of simple Harmonic Motion

(i) এটি একটি বিশেষ ধরনের ছন্দিত বা দোলনগতিসম্পন্ন কণার উপর সৃষ্ট বল।

(ii) এই গতির ক্ষেত্রে কণার ত্বরণ এবং এর উপর ক্রিয়াশীল বল-এর মান কণার সরণের সমানুপাতিক।

(iii) ত্বরণের এবং কণার উপর ক্রিয়াশীল বলের অভিমুখ সব সময় সাম্যাবস্থানের দিকে হয়, অর্থাৎ কণার সরণের বিপরীত দিকে হয়।

(iv) এই ধরনের গতির বলের গতিপথ সরলরৈখিক হয়।

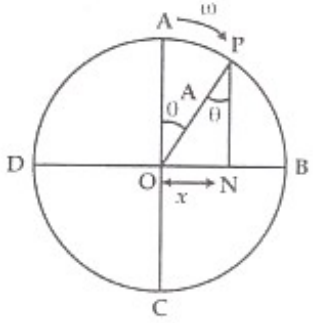
**কোনো দোলনরত কণার ত্বরণ সাম্যাবস্থান থেকে এর দূরত্বের সমানুপাতিক ও সব সময় সাম্যাবস্থানের অভিমুখী হলে ঐ কণার গতিকে সরল ছন্দিত গতি বলে।**

স্পষ্টত সব পর্যাবৃত্ত গতির এই বৈশিষ্ট্যগুলি থাকে না। তাই সরল ছন্দিত গতি মাত্রই পর্যাবৃত্ত গতি হলেও সব পর্যাবৃত্ত গতি সরল ছন্দিত গতি বা সরল দোলগতি নয়।

## ৮·৪ সরল ছন্দিত গতি সংশ্লিষ্ট কয়েকটি রাশি
## Some terms related to Simple Harmonic Motion

নির্দেশক বৃত্তের ধারণাকে কাজে লাগিয়ে সরল ছন্দিত গতি সংক্রান্ত বিভিন্ন রাশির বর্ণনা পাওয়া যায়। নির্দেশক বৃত্তের সাহায্যে সরল ছন্দিত গতি সংক্রান্ত সরণ, বেগ ও ত্বরণের রাশিমালা এবং পর্যায়কাল, কম্পাঙ্ক, কৌণিক কম্পাঙ্ক ও দশা প্রতিপাদন করা হলো—

(১) **সরণ :** মনে করি একটি বস্তুকণা O বিন্দুকে কেন্দ্র করে A ব্যাসার্ধের ABCD বৃত্তপথে তীর চিহ্নিত দিকে $\omega$ কৌণিক বেগে ঘুরছে এবং $t$ সময়ে A বিন্দু হতে P বিন্দুতে আসছে [চিত্র ৮·৪]। P বিন্দু হতে বৃত্তের ব্যাস DB-এর উপর PN লম্ব টানি। এখানে লম্ব পাদ বিন্দুর সরণ, $x = ON$



চিত্র ৮·৪

চিত্র হতে $\angle AOP = \angle OPN = \theta$, এখানে $\theta$ = কৌণিক সরণ।

আমরা পাই, $\frac{ON}{OP} = \sin\theta$

বা, $ON = OP \times \sin\theta$

$\therefore \quad x = A\sin\theta$, এখানে $x$ = মূলবিন্দু থেকে সরণ এবং

$OP = A$ = নির্দেশক বৃত্তের ব্যাসার্ধ।

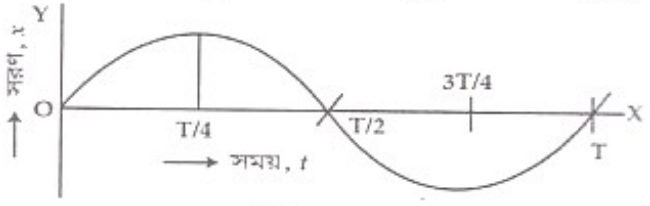
বা, $x = A\sin\omega t$ ... ... ... (8.4)

এখানে $\theta = \omega t$, আদি দশা ($\delta$) বিবেচনা করলে $x = A\sin(\omega t + \delta)$ হয়।

ইহা সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার সাধারণ সমীকরণ নির্দেশ করে। এই সমীকরণে A, কম্পনরত কণার বিস্তার নির্দেশ করে।

পাদবিন্দুর দোলনকাল T হলে, $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n$, এখানে পাদবিন্দুর কম্পাঙ্ক, $n = \frac{1}{T}$ হলে (8.4) সমীকরণ থেকে পাই, $x = A\sin 2\pi nt$ ... ... ... (8.5)

সমীকরণ (8.4) এবং (8.5) হলো **সরল ছন্দিত স্পন্দনসম্পন্ন একটি কণার সরণের রাশিমালা।** সরণ-সময় লেখচিত্র একটি সাইন সদৃশ লেখ হবে। ৮·৪(ক) চিত্রে ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সরণের সমীকরণ লেখচিত্রের মাধ্যমে দেখান হলো।



চিত্র ৮·৪ (ক)

**(২) বেগ (Velocity) :** আমরা জানি সময় সাপেক্ষে সরণের পরিবর্তনের হারকে বেগ বলে। একে সাধারণত $v$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$\therefore$ বেগ, $v = \frac{d}{dt}(x) = \frac{d}{dt}(A \sin \omega t) = A\omega \cos \omega t$ এখানে, $x = A \sin \omega t$

$\therefore$ $\sin \omega t = \frac{x}{A}$ এবং $\cos \omega t = \sqrt{1 - \sin^2 \omega t}$

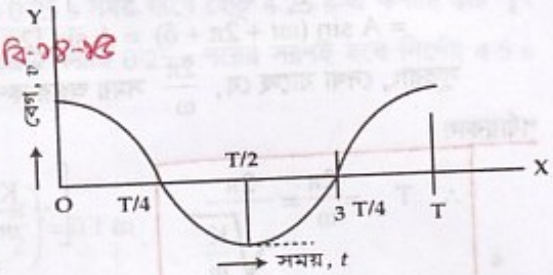
$\therefore$ বেগ, $v = A\omega\sqrt{1 - \sin^2 \omega t} = A\omega \sqrt{1 - x^2/A^2}$

বা, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ ... ... .... (8.6)

সমীকরণ (8.6) বেগ ও সরণের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।

(ক) যখন $x = A$, তখন $v = 0$ এবং (খ) যখন $x = 0$, তখন $v = A\omega$ এই অবস্থায় বেগ সর্বাধিক ($v_{max}$) হয়।

৮·৪ চিত্র অনুযায়ী N বিন্দুর গতিপথের মধ্য অবস্থানে তার বেগ সর্বাধিক এবং সরণ বৃদ্ধির সাথে সাথে বেগ কমতে থাকে এবং চরম অবস্থানে B বা D বিন্দুতে এর বেগ শূন্য হবে অর্থাৎ বিস্তারের প্রান্তে বেগ শূন্য হবে। সরল ছন্দিত গতি সম্বন্ধে কণার বেগ-সময় লেখচিত্র একটি cos সদৃশ লেখচিত্র [চিত্র ৮·৪(খ)]।



চিত্র ৮·৪ (খ)

**(৩) ত্বরণ (Acceleration) :** আমরা জানি সময় সাপেক্ষে বেগের পরিবর্তনের হারকে ত্বরণ বলে। একে $a$ দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

ত্বরণ, $a = \frac{d}{dt}(v) = \frac{d}{dt}(A\omega \cos \omega t) = -A\omega^2 \sin \omega t$

বা, $a = -\omega^2 x$ ... ... ... (8.7) $[\because x = A \sin \omega t]$

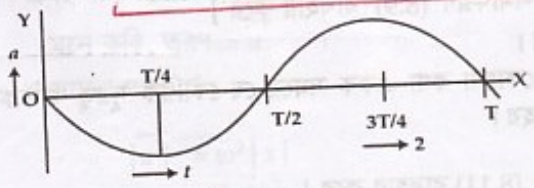
সমীকরণ (8.7) ত্বরণ ও সরণের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে।

ঋণ চিহ্ন বুঝায় যে, ত্বরণ ও সরণ পরস্পর বিপরীতমুখী।

(ক) যখন $x = 0$, তখন $a = 0$ এবং (খ) যখন $x = A$, তখন $a_{max} = \omega^2 A$ অর্থাৎ ত্বরণ সর্বাধিক হয়।

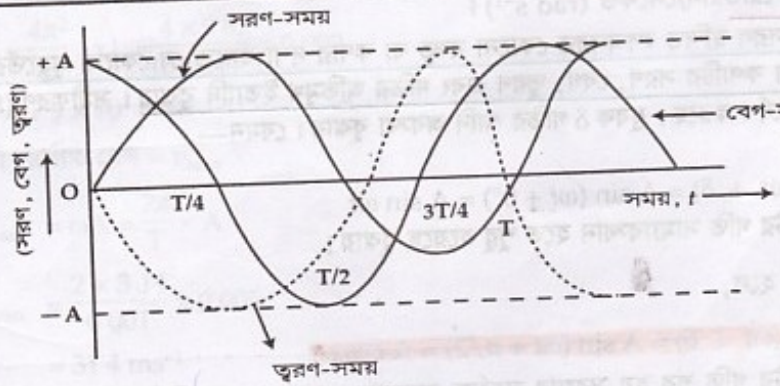
৮·৪(গ) চিত্রে N বিন্দুর গতিপথের চরম অবস্থানে ত্বরণ সর্বাধিক এবং মধ্য অবস্থানে ত্বরণ শূন্য হবে।

ত্বরণ-সময় লেখচিত্র একটি ঋণাত্মক sin সদৃশ লেখ। ইহা সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার ত্বরণের সমীকরণ নির্দেশ করে।



চিত্র ৮·৪ (গ)

**যাচাই কর :** সরণের সমীকরণ, $x = A \sin \omega t$, বেগ, $v = A\omega \cos \omega t$ এবং ত্বরণ $a = -A\omega^2 \sin \omega t$ কে একটি লেখচিত্ররূপে প্রকাশ করলে কীরূপ দেখাবে ? পর্যায়কাল ও দশা বিবেচনা করে ব্যাখ্যা কর।



চিত্র ৮·৫

**(৪) পর্যায়কাল :** সরল ছন্দিত স্পন্দনসম্পন্ন কোনো কণার একটি পূর্ণ স্পন্দন সম্পন্ন করতে যে সময় ব্যয় হয় তাকে তার পর্যায়কাল বলে। একে T দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কম্পাঙ্ক $n$ হলে $T = \frac{1}{n}$ হয়।

সরল ছন্দিত স্পন্দন গতির ব্যবকলনীয় সমীকরণের সমাধান হচ্ছে,

$$x = A \sin(\omega t + \delta) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.8)$$

সমীকরণ (8.8)-এ সময় $t$-এর মান $\frac{2\pi}{\omega}$ বৃদ্ধি করা হলে আমরা পাই,

$$x = A \sin\left[\omega\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) + \delta\right]$$

$$= A \sin(\omega t + 2\pi + \delta) = A \sin[2\pi + (\omega t + \delta)] = A \sin(\omega t + \delta) \quad \ldots \quad (8.9)$$

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে যে, $\frac{2\pi}{\omega}$ সময় অন্তর কণার সরণ একই হচ্ছে। কাজেই, $\frac{2\pi}{\omega}$ হচ্ছে সরল ছন্দিত স্পন্দনের পর্যায়কাল।

$$\therefore \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{K}{m}}} \qquad \left[\because \frac{K}{m} = \omega^2\right]$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.10)$$

সমীকরণ (8.10) হলো সরল ছন্দিত স্পন্দনের পর্যায়কালের সমীকরণ। এটি ভর, পর্যায়কাল ও বল ধ্রুবকের মধ্যে সম্পর্কজনিত সমীকরণও বটে।

**(৫) কম্পাঙ্ক :** কোনো কম্পমান বস্তু বা স্পন্দক একক সময়ে যতগুলো পূর্ণ দোলন দেয় তাকে কম্পাঙ্ক বলে। একে $n$ দ্বারা সূচিত করা হয়।

$$\therefore \quad n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.11)$$

[ সমীকরণ (8.9) ব্যবহার করে ]

এটিই হলো সরল ছন্দিত স্পন্দনের কম্পাঙ্কের সমীকরণ।

**(৬) কৌণিক কম্পাঙ্ক :** সরল ছন্দিত স্পন্দন সম্পন্ন কোনো কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কৌণিক কম্পাঙ্ক বলে। একে $\omega$ দ্বারা সূচিত করা হয়।

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n = 2\pi \times \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} \quad [\text{ সমীকরণ (8.11) ব্যবহার করে }]$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.12)$$

$\omega$-এর একক রেডিয়ান/সেকেন্ড (rad $s^{-1}$)।

**(৭) দশা :** সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোনো বস্তু বা কণার দশা বলতে যে কোনো মুহূর্তের দোলনের অবস্থা বুঝায়; অর্থাৎ বস্তু বা কণাটির সরণ, বেগ, ত্বরণ এবং গতির অভিমুখ ইত্যাদি বুঝায়। সমীকরণ (8.8)-এ $(\omega t + \delta)$ রাশিটি গতির দশা নির্দেশ করছে। ধ্রুবক $\delta$ গতির আদি অবস্থা বুঝায়। যেমন—

$\delta = 0°$ হলে,

$x = A \sin(\omega t + \delta) = A \sin(\omega t + 0°) = A \sin \omega t$

কণা বা বস্তুটির গতি সাম্যাবস্থান হতে শুরু হয়েছে বুঝায়।

আবার, $\delta = \frac{\pi}{2}$ হলে,

$x = A \sin(\omega t + \delta) = A \sin(\omega t + \pi/2) = A \cos \omega t$

এক্ষেত্রে কণাটির গতি শুরু হয় সরণের সর্বোচ্চ অবস্থান থেকে। $\delta$-এর বিভিন্ন মানের জন্য ভিন্ন ভিন্ন আদি সরণ নির্দেশ করে।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। একটি বস্তুকণা তার দোলন সীমার শেষ প্রান্ত হতে দোলন শুরু করে 0·1 m বিস্তার ও 1 Hz কম্পাঙ্কযুক্ত সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন করে। 4·5 s পর কণাটির সরণ কত হবে ?**

মনে করি সরণ $= x$

আমরা পাই, $x = A\sin\omega t$

$= A\sin\frac{2\pi}{T}\times t$ ... ... (1)

এখানে, $n = 1\,Hz$

$A = 0·1\,m$

$T = \frac{1}{n} = \frac{1}{1\,s^{-1}} = 1\,s$

দোলন সীমার শেষ প্রান্ত হতে মধ্য অবস্থানে যেতে $\frac{1}{4}\,s = 0·25\,s$ সময় লাগে হেতু 4·25 s-এ কণাটি 4টি পূর্ণ কম্পন দিয়ে মধ্য অবস্থানে আসবে। কাজেই মধ্য অবস্থান অতিক্রম করার 0·25 s পরের সরণই হবে নির্ণেয় 4·5 s পর কণাটির সরণ।

∴ সমীকরণ (1) হতে পাই,

$$x = 0·1\,m\times\sin\frac{2\pi}{1}\times 0·25 = 0·1\,m\times\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0·1\,m$$

**২। একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সর্বোচ্চ বেগ 0·03 $ms^{-1}$। কণাটির বিস্তার 0·006 m হলে পর্যায়কাল কত হবে ?**

আমরা জানি, $v_{max} = \omega A$

$\therefore\ \omega = \frac{v_{max}}{A} = \frac{0·03}{0·006}$

$= 5\,rad\,s^{-1}$

এখানে,

$v_{max} = 0·03\,ms^{-1}$

$A = 0·006\,m$

**৩। একটি সরল ছন্দিত গতির বস্তুকণার পর্যায়কাল 0·001 s এবং বিস্তার 0·005 m। কণাটির সর্বোচ্চ বেগ এবং গতিপথের মধ্য অবস্থান হতে 0·002 m দূরে ত্বরণ নির্ণয় কর।**

মনে করি, ত্বরণ $= \vec{a}$

আমরা পাই,

$|\vec{a}| = \omega^2|x|$

$= \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2|x|$ ... ... (i)

এখানে,

$T = 0·001\,s$

$A = 0·005\,m$

$|x| = 0·002\,m$

$\pi^2 = 9·87$

∴ সমীকরণ (i) হতে পাই,

$$|a| = \frac{4\pi^2}{T^2}|x| = \frac{4\times 9·87}{(0·001)^2}\times 0·002$$

$= 7·9\times 10^4\,ms^{-2}$

পুনরায়, ধরি সর্বোচ্চ বেগ $= v_{max}$

$\therefore\ v_{max} = \omega A = \frac{2\pi}{T}\times A$

$\therefore\ v_{max} = \frac{2\times 3·14}{0·001}\times 0·005$

$= 31·4\,ms^{-1}$

## ৮·৫ সরল দোলন গতিসম্পন্ন বস্তুর অন্তরক সমীকরণ
## Differential Equation of Simple Harmonic Motion

মনে করি $m$ ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকণা সরল দোলন গতিতে আছে। $t$ সময়ে এর সরণ $x$ হলে

বেগ, $v = \frac{dx}{dt}$ এবং ত্বরণ, $a = \frac{d^2x}{dt^2}$

∴ কণাটির উপর ক্রিয়াশীল বলের মান,

$F$ = ভর × ত্বরণ $= ma = m\frac{d^2x}{dt^2}$

যেহেতু বল বা ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী, অতএব

$$m\frac{d^2x}{dt^2} \propto -x$$

বা, $m\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx$ , এখানে K একটি ধ্রুব সংখ্যা। একে বল ধ্রুবক বলে।

বা, $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{-K}{m}x$ ... ... ... (8.13)

পুনঃ, কণাটির কৌণিক বেগ ω হলে, আমরা পাই

$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$ ... ... ... (8.14)

এখন সমীকরণ (8.13) এবং (8.14) হতে পাই, $-\frac{K}{m}x = -\omega^2 x$ বা, $\frac{K}{m} = \omega^2$

সমীকরণ (8.13)-এ $\frac{K}{m}$-এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$ ... ... ... (8.15)

**সমীকরণ (8.15) হলো সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কণার ব্যবকলনীয় সমীকরণ।**

### অন্তরকলন বা ব্যবকলনীয় সমীকরণের সমাধান

(8.15) নং সমীকরণকে $2\frac{dx}{dt}$ দিয়ে গুণ করে পাই,

$$2\frac{dx}{dt}\cdot\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 \cdot 2x\frac{dx}{dt} = 0 \quad \text{বা,} \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \omega^2\frac{d}{dt}(x^2) = 0$$

$t$-এর সাপেক্ষে সমাকলন করে পাই,

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \omega^2x^2 = c = \text{ধ্রুবক} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots [8.15(a)]$$

কিন্তু যখন $x = \pm a$, অর্থাৎ বিস্তারের সর্বোচ্চ অবস্থানে,

বেগ $\frac{dx}{dt} = 0$, ∴ $c = \omega^2a^2$

সমীকরণ [8.15(a)] কে $c = \omega^2a^2$ বসিয়ে পাই

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$$

বা, $\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$

বা, $\frac{dx}{dt} = \omega\sqrt{a^2 - x^2}$

বা, $\frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \omega dt$

এখানে,
$x$ = ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সরণ
$a$ = বস্তুর সর্বোচ্চ সরণ
$\delta$ = আদি দশা
$\omega t + \delta$ = বস্তুর দশা

সমাকলন করে পাই,

$\sin^{-1}\frac{x}{a} = \omega t + \delta$ এখানে $\delta$ = সমকলন ধ্রুবক

$\therefore \quad x = a \sin(\omega t + \delta)$ ... ... ... (8.16)

এই সমীকরণ সরল দোলন গতি অন্তরকলন সমীকরণের সমাধান।

**কাজ : $x = A \sin \omega t$ সমীকরণটি একটি সরল দোলগতির সমীকরণ। কীভাবে দেখাবে ? গাণিতিকভাবে ব্যাখ্যা কর।**

এক্ষেত্রে বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t$ ; এবং ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 x$

ত্বরণের সমীকরণ থেকে দেখা যায় ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী। অতএব $x = A \sin \omega t$ সমীকরণটি একটি সরল দোলগতি নির্দেশ করে।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$, পর্যায়কাল 30s এবং আদি সরণ 0·05m হলে কণাটির (ক) কৌণিক কম্পা**

(ক) আমরা জানি,

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\therefore \quad \omega = \frac{2 \times 3{\cdot}14}{30} = 0{\cdot}209 \text{ rads}^{-1}$

(খ) আবার, $y = 10 \sin(\omega t + \delta)$

বা, $0{\cdot}05 = 10 \sin(\omega t + \delta) = 10 \sin(\omega$

$= 10 \sin \delta$

$\therefore \sin \delta = \frac{0{\cdot}05}{10} = 0{\cdot}005$

$\therefore \quad \delta = \sin^{-1}(0{\cdot}005) = 0{\cdot}286°$

**২। একটি সরল ছন্দিত গতিতে চলমান বস্তু সরণে বেগ কত হবে? বস্তুটির সর্বোচ্চ বেগ কত হ**

মনে করি বেগ = $v$

আমরা পাই, $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$ ...

সমীকরণ (i) হতে পাই,

$v = 2 \times 3{\cdot}14 \times 12 \times \sqrt{(0{\cdot}01)^2 - (0{\cdot}005)}$

$= 0{\cdot}653 \text{ ms}^{-1}$

পুনরায়, সর্বোচ্চ বেগ, $v_{max}$ এর ক্ষেত্রে $x = 0$

$\therefore$ সমীকরণ (i) অনুযায়ী,

$v_{max} = \omega A = 2 \times 3{\cdot}14 \times 12 \times 0{\cdot}01$

$= 0{\cdot}7536 \text{ ms}^{-1}$

08. সরল ছন্দিত গতিতে চলমান একটি বস্তুর মোট শক্তি E. কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত রেখে বিস্তার দ্বিগুণ করলে সরল ছন্দিত গতিতে চলমান বস্তুটির মোট শক্তি কত হবে? [12-13]

A. E B. 2E
C. E/2 D. 4E

**Ans | D | Solve** মোট শক্তি, $E_1 = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = E$

$E_2 = \frac{1}{2} m\omega^2 (2A)^2 = \frac{4}{2} m\omega^2 A^2 = 4E$

09. $\frac{d^2x}{dt^2} + 25x = 0$ সমীকরণটি একটি সরল ছন্দিত স্পন্দন বর্ণনা করে। এই স্পন্দনের কৌনিক কম্পাংক কত? [13-14]

A. 100 $s^{-1}$ B. 25 $s^{-1}$
C. 10 $s^{-1}$ D. 5 $s^{-1}$

**Ans | D | Solve** $\frac{d^2x}{dx^2} + 5^2x = 0 \therefore w = 5 \text{ s}^{-1}$

10. দুইটি তড়িৎ প্রবাহ যথাক্রমে $I = I_0 \sin[\omega(t + T/3)]$ দ্বারা প্রকাশ করা যায়; এদের মধ্যে দশা পার্থক্য কত? [13-14]

A. $\pi/2$ B. $\pi/3$
C. $2\pi/3$ D. $\pi$

**Ans | C | Solve** $I = I_0 \sin[\omega(t + T/3)]$

$= I_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{3}\right) = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$

$\therefore$ দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{3}$

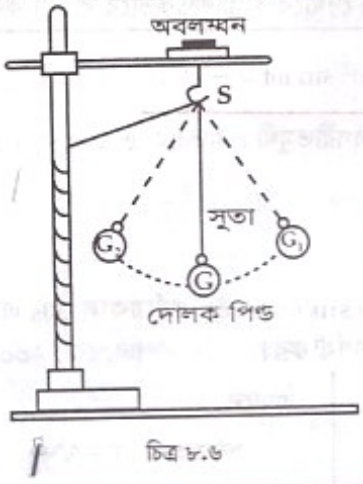
11. একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য অপরটির দ্বিগুণ। দ্বিতীয় সরল দোলকের দোলনকাল 3s হলে প্রথমটির দোলনকাল কত? [13-14]

A. 5.25 s B. 4.24 s
C. 3.455 s D. 6.20 s

**Ans | B | Solve** $T' = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{L'}{g}} = \sqrt{2} \times \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{L}{g}} = \sqrt{2} \times 3 = 4.24$

## ৮·৬ সরল দোলন গতি
### Simple Harmonic Motion

সরল দোলন গতির আলোচনা পদার্থবিজ্ঞানে একটি গুরুত্বপূর্ণ বিষয়। পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো বস্তুর গতি যদি এমন হয় যে পর্যায়কালের অধিক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় বিপরীত দিকে চলে তবে ঐ বস্তুর গতিকে দোলন গতি বা স্পন্দন বলে। এই গতির একটি বিশেষ রূপ হলো সরল দোলন গতি। যেকোনো জটিল দোলন গতিকে অনেকগুলি সরল দোলন গতির সমষ্টিরূপে প্রকাশ করা যায়।



চিত্র ৮·৬

তোমরা সরল দোলক দেখেছ, এটিকে দুলতে দিলে এদিক ওদিক দোলে [চিত্র ৮·৬]। লক্ষ করলে দেখবে যে, ববকে ধরে যেকোনো একদিকে টেনে ছেড়ে দিলে তা আবার বিপরীত দিকে অর্থাৎ স্থির অবস্থায় বা যে অবস্থানে ছিল সেই দিকে চলে আসে। এ ধরনের গতিসম্পন্ন দোলকের গতি সরল দোলন গতি।

**কোনো পর্যায় গতিসম্পন্ন বস্তুর উপর কার্যরত ত্বরণ যদি তার গতিপথের একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখে এমনভাবে ক্রিয়া করে যে, তার মান ঐ বিন্দু হতে বস্তুর সরণের মানের সমানুপাতিক হয়, তবে বস্তুর উক্ত গতিকে সরল দোলন গতি বলে।**

✱✱ উদাহরণ : খুব কম বিস্তারের সরল দোলকের গতি, সুরশলাকার বাহুর কম্পন, স্প্রিং এর উল্লম্ব কম্পন, গাড়ির ইঞ্জিনের পিস্টনের গতি ইত্যাদি।

**সরল দোলন গতির নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য রয়েছে :** ✱✱✱

(১) ইহা একটি পর্যাবৃত্ত গতি।
(২) একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর এই গতি বিপরীতমুখী হয়।
(৩) এর গতি একটি সরলরেখায় ঘটে।
(৪) ত্বরণ সর্বদা সরণের সমানুপাতিক।
(৫) ত্বরণ সরণের বিপরীতমুখী।
(৬) ত্বরণ বস্তু কণাটির মধ্য অবস্থান অভিমুখী।

**নিজে কর :** দোলনরত দোলক কোনো শব্দ উৎপন্ন করে না কেন ? কী ধরনের তরঙ্গ তা উৎপন্ন করে?

কোনো শব্দ শ্রুতিগোচর হতে গেলে শব্দ তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 20 থেকে 20,000/sec (Hz) হতে হয়। সাধারণত দোলকের কম্পাঙ্ক অনেক কম হয়। যেমন সেকেন্ড দোলকের কম্পাঙ্ক 0·5/sec যা শ্রুতিগোচর শব্দের কম্পাঙ্কের চেয়ে খুব সামান্য, যে কারণে দোলকের কম্পনের শব্দ শোনা যায় না।

**হিসাব কর :** কোনো একটি দৃঢ় স্থান হতে একটি স্প্রিং খাড়াভাবে দোলানো হচ্ছে। এর নিচের প্রান্তে 200 g ভরের একটি বস্তু আটকানো আছে। নিচের দিকে 50 g-wt বল প্রয়োগ করায় বস্তুটি 5 cm নিচে নেমে গেল। এবার ছেড়ে দিলে বস্তুটি উপর-নিচে সরল দোলন গতি লাভ করবে। দোলনের পর্যায়কাল এবং স্প্রিং-এর বল ধ্রুবক নির্ণয় কর।

## ৮·৭ সরল দোলন গতির ব্যবহার (06 – 08)
### Application of simple harmonic motion

সরল দোলন গতি ব্যবহার করে সরল দোলকের সাহায্যে পর্যায়কাল এবং স্প্রিং স্পন্দনের পর্যায়কাল নির্ণয় করা যায়। এই পর্যায় কালের মান থেকে নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে সরল দোলন গতির ব্যবহার করা যায়।

(১) অভিকর্ষজ ত্বরণ $g$-এর মান নির্ণয় করা যায়।
(২) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা যায়।
(৩) সময় নির্ণয় করা যায়।

## (১) সরল দোলকের সাহায্যে $g$-এর মান নির্ণয়

**মূলতত্ত্ব (Theory) :** সরল দোলকের সাহায্যে কোনো স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণ নির্ণয় করা যায়। এর জন্য ব্যবহৃত সমীকরণটি হলো, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

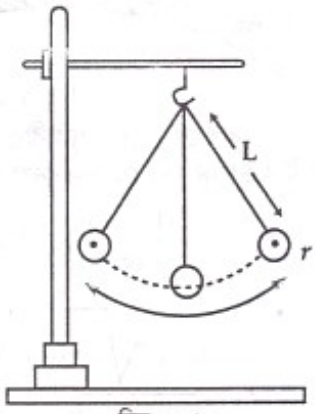
এখানে, T = দোলন কাল, L = কার্যকর দৈর্ঘ্য এবং $g$ = অভিকর্ষজ ত্বরণ।

উপরের সমীকরণের উভয় পার্শ্বকে বর্গ করে পাই, $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$

বা, $\boxed{g = 4\pi^2\frac{L}{T^2}}$ ... ... ... (8.17)

$\pi$ একটি ধ্রুব রাশি ও একটি নির্দিষ্ট স্থানে $g$ ধ্রুব। কাজেই ঐ স্থানে $L/T^2$-এর একটি নির্দিষ্ট মান পাওয়া যাবে এবং গড় $L/T^2$-এর মান সমীকরণে বসিয়ে $g$-এর মান নির্ণয় করা যাবে।

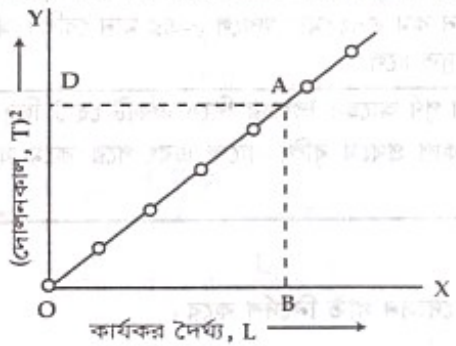
**পরীক্ষা :** প্রথমে একটি স্ট্যান্ড হতে হুকের সাহায্যে সুতা ঝুলিয়ে সুতার প্রান্তে ববকে আটকে সরল দোলক তৈরি করা হয় [চিত্র ৮·৭]। এরপর মিটার স্কেলের সাহায্যে একটি সরল দোলকের সুতার দৈর্ঘ্য $l$ এবং স্লাইড ক্যালিপার্সের সাহায্যে দোলকের গোলাকার পিণ্ডের ব্যাস হতে ব্যাসার্ধ $r$ জেনে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L = l + r$ নির্ণয় করা হয়। এরপর পর্যবেক্ষণ স্থানে দোলকটিকে 4° অপেক্ষা কম কৌণিক বিস্তারে দুলতে দিয়ে একটি স্টপ-ওয়াচের সাহায্যে তার 20টি পূর্ণদোলনের সময় কাল $t$ নির্ণয় করে 20 দ্বারা ভাগ করে দোলন কাল, $T = \frac{t}{20}$ বের করা হয় এবং দোলনকালের বর্গ $T^2$ নির্ণয় করা হয়। সুতরাং দৈর্ঘ্য $l$ পরিবর্তন করে অনুরূপভাবে বিভিন্ন কার্যকর দৈর্ঘ্যে দোলকের দোলনকাল নির্ণয় করা হয় এবং প্রত্যেক ক্ষেত্রে দোলনকালের বর্গ বের করা হয়।



চিত্র ৮·৭

**হিসাব :** প্রাপ্ত ফলাফল হতে প্রত্যেক ক্ষেত্রে $\frac{L}{T^2}$ নির্ণয় করে গড় $\frac{L}{T^2}$-এর মান উপরের সমীকরণে বসিয়ে $g$-এর মান নির্ণয় করা যায়, কেননা $4\pi^2$ একটি ধ্রুব রাশি।

**বিকল্প পদ্ধতি :** একটি ছক কাগজের অনুভূমিক অ $T^2$ নির্দেশ করে $L—T^2$ লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়। অঙ্ক



চিত্র ৮·৮

**সতর্কতা :**

(১) বিস্তার 4°-এর মধ্যে হওয়া উচিত।

(২) পিণ্ডের ব্যাস বেশ কয়েকবার নির্ধারণ করে তা

(৩) T-এর মান নির্ভুল হওয়া উচিত এবং এর জন্য

(৪) পিণ্ডটির উল্লম্ব তলে পাক খেতে না দিয়ে মুক্তভ

**সরল দোলকের কয়েকটি বিশেষ ঘটনা:**

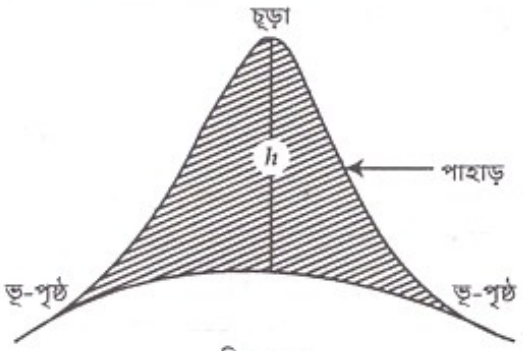
- একটি দোলককে ভূ-কেন্দ্রে নিয়ে গেলে দোলনকাল অসীম হবে অর্থাৎ সরল দোলক চলবে না। কারন ভূ-কেন্দ্রে g এর মান শূন্য (0).
- দোলককে পাহাড়ের উপর নিয়ে গেলে দোলনকাল বাড়বে কারন পাহাড়ের উপর g এর মান কম।
- দোলককে খনির মধ্যে নিয়ে যাওয়া হলে দোলন কাল বাড়বে কারন খনির মধ্যে g এর মান কম।
- দোলক পিণ্ডের ভর বৃদ্ধি করলে দোলন কালের কোন পরিবর্তন হয় না।
- দোলকের কৌণিক বিস্তার $4^0$এর বেশি হলে দোলকটি সরল দোল গতিতে দুলবে না। তাই $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ সমীকরণ মেনে চলবে না।
- একটি সরল দোলককে সমত্বরণে উপরে দিকে চলন্ত লিফটে রাখলে দোলন কাল কমবে কারন g এর মান বাড়তে থাকে।
- একটি সরল দোলককে সমত্বরণে নীচের দিকে চলন্ত লিফটে রাখলে দোলকের দোলন কাল বাড়বে কারন g এর মান কমতে থাকে।
- একটি সরল দোলককে সমবেগে উপরের দিকে বা নীচের দিকে চলন্ত লিফটে রাখলে দোলকটির দোলন কালের কোন পরিবর্তন ঘটবে না, কারন g এর মান অপরিবর্তিত থাকবে।

**স্পন্দনের উদাহরণ:** দেওয়াল ঘড়ির দোলকের গতি কম্পনশীল সুর শলাকা স্প্রিং এর গতি। গীটারের তারের গতি কঠিন ল্যাটিসে পরমাণুর গতি ইত্যাদি

- $L$-$T^2$ লেখ চিত্রটি সরল রেখা হবে
- $g$-$T^2$ লেখ চিত্রটি অধিবৃত্ত হবে

## (২) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়

সরল দোলকের সাহায্যে কোনো পাহাড়ের উচ্চতা অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠ হতে পাহাড়ের চূড়া বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করা যায় [ চিত্র ৮·৯]। প্রথমে পাহাড়ের পাদদেশে অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠে সরল দোলকের সাহায্যে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান উপরের নিয়মে নির্ণয় করা হয়। মনে করি এই মান = $g$



চিত্র ৮·৯

এর পর পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান অনুরূপভাবে নির্ণয় করা যায়।

ধরি এই মান = $g_1$

**হিসাব ও গণনা :** নিউটনের মহাকর্ষজ সূত্রানুসারে পাহাড়ের পাদদেশে,

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.18)$$

এবং পাহাড়ের চূড়ায়,

$$g_1 = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.19)$$

এখানে, M = পৃথিবীর ভর, G = মহাকর্ষীয় ধ্রুবক, R = পৃথিবীর ব্যাসার্ধ এবং $h$ = পাহাড়ের উচ্চতা। সমীকরণ (8.18)-কে সমীকরণ (8.19) দ্বারা ভাগ করে আমরা পাই,

$$\frac{g}{g_1} = \frac{(R+h)^2}{R^2} = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.20)$$

$$\therefore\ h = \left(\sqrt{\frac{g_1}{g}} - 1\right) R \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.21)$$

সুতরাং R, $g$ এবং $g_1$-এর মান জেনে $h$-এর মান নির্ণয় করা যায়।

## (৩) সময় নির্ণয়

দোলক ঘড়িতে দোলকের সাহায্যে সময় মাপা হয়। এ সব দোলক সাধারণত ধাতুর দ্বারা নির্মিত। শীতকালে তারের দৈর্ঘ্য কমে যায় এবং গ্রীষ্মকালে দৈর্ঘ্য বেড়ে যায়। সুতরাং শীতকালে ঘড়ির দোলন কাল কমে যায় এবং ঘড়ি দ্রুত চলে। গ্রীষ্মকালে ঘড়ির দোলন কাল বেড়ে যায় এবং ঘড়ি ধীরে চলে। সাধারণ দোলক ঘড়ির পিণ্ডের নিচের একটি স্ক্রুকে প্রয়োজনমতো ঘুরিয়ে পিণ্ডকে উঠা-নামা করিয়ে দোলন কাল নিয়ন্ত্রণ করা হয়।

মাটির নিচে বা উঁচু পাহাড়ের উপর $g$-এর মান কম। কাজেই উঁচু পাহাড়ে বা মাটির নিচে দোলকের দোলন কাল বেশি হয়। এর অর্থ ঘড়ি ধীরে চলে। বিষুব অঞ্চলে $g$-এর মান কম এবং মেরু অঞ্চলে $g$-এর মান বেশি। অতএব একটি দোলক ঘড়িকে বিষুব অঞ্চল হতে মেরু অঞ্চলে নিলে ঘড়িটি দ্রুত চলে।

**যাচাই কর :** একটি সরল দোলকের ধাতব ফাঁপা পিণ্ডটি পানি দ্বারা পূর্ণ আছে। পিণ্ডের নিচে একটি ছোট ছিদ্র দিয়ে পানি ফোটায় ফোটায় পড়ে যায়। দেখা গেল দোলকের দোলনকাল প্রথমে বৃদ্ধি পাচ্ছে এবং পরে কমে যাচ্ছে। —ঘটনাটি ব্যাখ্যা কর।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। দেখাও যে, $x = A \sin \omega t$ সমীকরণটি একটি সরল দোলন গতি নির্দেশ করে।**

$x = A \sin \omega t$

$\therefore$ বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t$

ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin \omega t$

বা, $a = -\omega^2 x$

অতএব ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী।

অতএব, $x = A \sin \omega t$ সমীকরণটি একটি সরল দোলন গতি নির্দেশ করে।

পর্যায়কাল $= \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{6\pi} = \frac{1}{3}$ s

কম্পাংক- [07-08]

A. $4\ s^{-1}$ B. $100\ s^{-1}$

C. $25\ s^{-1}$ D. $5\ s^{-1}$

$\sqrt{\frac{100}{4}} = \sqrt{25} = 5$ Ans.D

২। একটি বস্তুকণা সরল ছন্দিত স্পন্দনে দ্

$t = 3$ সেকেন্ড সময় পরে বস্তুটির সরণ, বেগ ও ত্ব

এখানে, সরণ, $x = 10\cos(6\pi t + \pi/3)$

3 সেকেন্ড পরে সরণ, $x = 10\cos(6\pi \times 3 + \pi/3) = 10\cos(18\pi + \pi/3)$

$= 10\cos(\pi/3) = 10 \times \frac{1}{2} = 5\,m$

বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\{10\cos(6\pi t + \pi/3) = -60\pi\sin(6\pi t + \pi/3)$

3 সেকেন্ড পরে, $v = -60\pi\sin(6\pi \times 3 + \pi/3) = -60\pi\sin(18\pi + \pi/3)$

$= -60\pi\sin(\pi/3) = -60 \times 3.14 \times 0.866$

$= -163.15\ ms^{-1}$

ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\{-60\pi\sin(6\pi t + \pi/3) = -360\pi^2\cos(6\pi t + \pi/3)$

3 সেকেন্ড পরে, $a = -360\pi^2\cos(6\pi \times 3 + \pi/3) = -360\pi^2\cos(18\pi + \pi/3)$

$= -360\pi^2\cos\pi/3 = -360 \times 9.87 \times \frac{1}{2} = -1776.6\,ms^{-2}$।

৩। একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে এর কার্যকর দৈর্ঘ্য কত গুণ বাড়াতে হবে?

[কু. বো. ২০০৯; য. বো. ২০০৮; ঢা. বো. ২০০৩; চ. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $T^2 = 4\pi^2\frac{L}{g}$ ... ... (1)

আবার, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$

বা, $T_1^2 = 4\pi^2\frac{L_1}{g}$

বা, $\left(T + \frac{T}{2}\right)^2 = 4\pi^2\frac{L_1}{g}$

বা, $\left(\frac{3T}{2}\right)^2 = 4\pi^2\frac{L_1}{g}$

বা, $T^2 = 4\pi^2\frac{L_1}{g} \times \frac{4}{9}$ ... ... ... (2)

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই, $\frac{4\pi^2 L}{g} = \frac{4\pi^2 L_1}{g} \times \frac{4}{9}$

বা, $\frac{L}{L_1} = \frac{4}{9}$ বা, $L_1 = \frac{9}{4}L =$

∴ দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি $= 2.25L - L = 1.25$

∴ কার্যকর দৈর্ঘ্য 1.25 গুণ বাড়াতে হবে।

এখানে,

আদি দোলনকাল $= Ts$

শেষ দোলনকাল, $T_1 = \left(T + \frac{T\,50}{100}\right)s = \left(T + \frac{T}{2}\right)s$

আদি দৈর্ঘ্য $= L$

শেষ দৈর্ঘ্য $= L_1$

**Prob. 02:** একটি সরল দোলকের দোলনকাল 50% বৃদ্ধি করতে কার্যকরী দৈর্ঘ্য কতগুণ বাড়াতে হবে? [Ref: আমির হোসেন]

**Solve:** যদি দোলনকাল x% বাড়াতে হয় তবে দৈর্ঘ্য পূর্বের দৈর্ঘ্যের $= \left(\frac{100+x}{100}\right)^2 \times 100\%$ বাড়াতে হবে।

$\therefore L_2 = \left(\frac{100+50}{100}\right)^2 \times L_1 = 225\%\ \text{of}\ L_1 = 2.25\,L_1$

**৪। 40 cm দীর্ঘ একটি সরলদোলক প্রতি মিনিটে 40 বার দোল দেয়। যদি এর দৈর্ঘ্য 160 cm করা হয় তবে 60 বার দুলতে কত সময় নেবে?** [ঢা. বো. ২০০৮]

আমরা জানি,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

সুতরাং, $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}$ ... ... (i)

এবং $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

বা, $T_2 = T_1\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}$

$\therefore\ T_2 = 1{\cdot}5 \times \sqrt{\frac{160}{40}} = 1{\cdot}5 \times 2 = 3\ s$

$\therefore$ 60 বার দুলতে সময় লাগে $= T_2 \times 60 = 3 \times 60 = 180\ s = 3\ min.$

এখানে,

দৈর্ঘ্য, $L_1 = 40\ cm$

দোলন সংখ্যা = 40

$\therefore$ দোলনকাল, $T_1 = \frac{60}{40} = 1{\cdot}5\ s$

দৈর্ঘ্য, $L_2 = 160\ cm$

দোলন সংখ্যা = 60

সময়, $T_2 = ?$

## ৮·৮ সরল দোলকের গতিতে শক্তির সংরক্ষণশীলতা
## Conservation of Energy in the motion of simple pendulum

একটি সরল দোলক সরল দোলন গতিতে দোলায়মান থাকলে এরূপ গতির জন্য কিছু পরিমাণ গতিশক্তি লাভ করে। তাছাড়া সরল দোলকের ববের উপর একটি প্রত্যায়ক বল সব সময় এর সরণের বিপরীতে ক্রিয়া করে। ফলে কণার সরণের সময় কাজ করা হয়। এজন্য কণাটির কিছু পরিমাণ স্থিতিশক্তিও থাকে। ঘর্ষণ বা অনুরূপ কোনো অপচয়ী বল ক্রিয়া না করলে সরল দোলকের মোট যান্ত্রিক শক্তি স্থির থাকে।

মনে করি, ববের ভর $m$ এবং যেকোনো মুহূর্তে এর সরণ ও বেগ যথাক্রমে $x$ ও $v$। সুতরাং ঐ মুহূর্তে ববের তথা সরল দোলকের গতিশক্তি

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

যেহেতু $x = A\sin(\omega t + \delta)$

$$\therefore\quad v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}[A\sin(\omega t + \delta)] = A\omega\cos(\omega t + \delta)$$

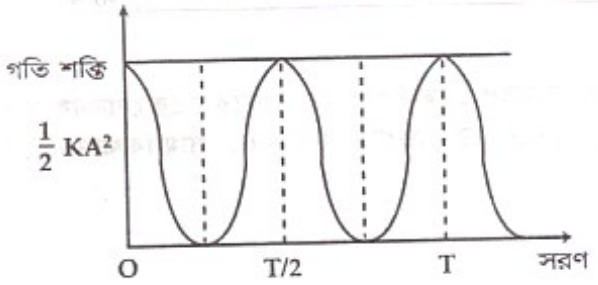
$$\therefore\quad E_k = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2(\omega t + \delta)$$

আবার $\omega^2 = \frac{K}{m}$ $\therefore\ E_k = \frac{1}{2}mA^2\frac{K}{m}\cos^2(\omega t + \delta)$

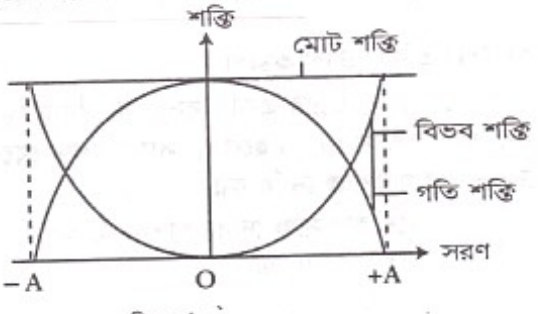
$$\therefore\quad \text{গতিশক্তি, } K_E = \frac{1}{2}KA^2\cos^2(\omega t + \delta) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.22)$$

সমীকরণ (8.22) থেকে দেখা যায় যে, যেহেতু $\cos^2(\omega t + \delta)$ এর সর্বোচ্চ মান 1, কাজেই সর্বোচ্চ গতিশক্তি $\frac{1}{2}KA^2$। গতিকালে কণাটির গতিশক্তি শূন্য থেকে এই সর্বোচ্চ মানে পরিবর্তিত হতে পারে।

$\therefore$ $\delta = 0$ ধরে গতিশক্তির এই পরিবর্তন ৮.১০ ও ৮.১১ চিত্রে দেখানো হলো।




চিত্র ৮.১০




চিত্র ৮.১১

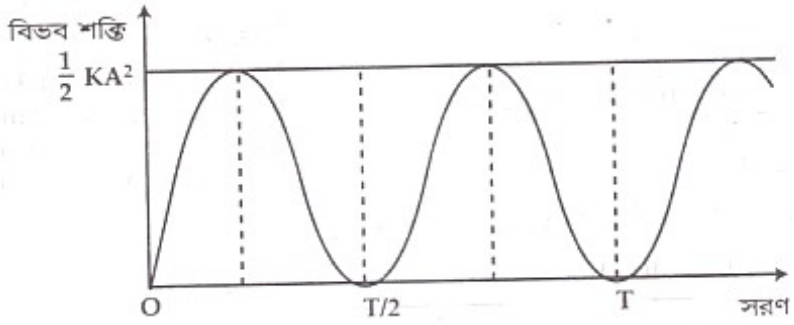
সমাকলন পদ্ধতিতে এবার আমরা সরল দোলকের গতির জন্য স্থিতিশক্তি নির্ণয় করব। সরণ $x$ হলে ববের উপর ক্রিয়ারত বল $m\omega^2 x$। এখন কণার সরণ আরও $dx$ পরিমাণ বাড়লে, এই অতি ক্ষুদ্র দূরত্ব $dx$ এর মধ্যে ক্রিয়ারত বল স্থির থাকে বলে ধরা হয়। এই অতিরিক্ত সরণের জন্য ববের উপর কৃত কাজ $m\omega^2 x dx$। সুতরাং $x$ সরণের জন্য কৃতকার্য অর্থাৎ বিচ্যুত অবস্থানে স্থিতিশক্তি,

$$E_p = \int_0^x m\omega^2 x dx = m\omega^2 \int_0^x x dx = \frac{m\omega^2}{2}\left[x^2\right]_0^x = \frac{m\omega^2}{2}(x^2 - 0)$$

$$\therefore \quad E_p = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.23)$$

$$\therefore \quad E_p = \frac{1}{2}m\frac{K}{m}A^2\sin^2(\omega t + \delta) = \frac{1}{2}KA^2\sin^2(\omega t + \delta) \qquad \ldots \quad \ldots \quad (8.24)$$

এই সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, যেহেতু $\sin^2(\omega t + \delta)$ এর সর্বোচ্চ মান 1, সুতরাং বিভব শক্তির সর্বোচ্চ মান $\frac{1}{2}KA^2$। গতিকালে কণাটির বিভব শক্তি শূন্য থেকে এই সর্বোচ্চ মানের মধ্যে পরিবর্তিত হয়। কাজেই (8.24) সমীকরণে $\delta = 0$ ধরে বিভব শক্তির পরিবর্তন ৮.১২ চিত্রে দেখানো হলো।




চিত্র ৮.১২

এখন মোট যান্ত্রিক শক্তি, E নির্ণয় করতে হলে স্থিতিশক্তি ও গতিশক্তি যোগ করতে হয়। অর্থাৎ

$$E = E_p + E_k$$
$$= \frac{1}{2}KA^2\sin^2(\omega t + \delta) + \frac{1}{2}KA^2\cos^2(\omega t + \delta)$$
$$= \frac{1}{2}KA^2\left[\sin^2(\omega t + \delta) + \cos^2(\omega t + \delta)\right]$$

$$\therefore \quad E = \frac{1}{2}KA^2 \qquad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.25)$$

এই সমীকরণে K একটি ধ্রুব রাশি। কাজেই যান্ত্রিক শক্তি $E \propto A^2$ হয়। অর্থাৎ যান্ত্রিক শক্তি বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক।

আবার, এই সমীকরণটি লক্ষ করলে দেখা যায় K এবং বিস্তার A ধ্রুব রাশি। কাজেই মোট যান্ত্রিক শক্তি একটি ধ্রুব রাশি। অর্থাৎ সরল দোলকের গতির ক্ষেত্রে যান্ত্রিক শক্তির নিত্যতা বা সংরক্ষণ নীতি প্রযোজ্য হয়।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। 10 g ভরের একটি বস্তুকণা সরলরেখা বরাবর সরল দোলন গতি অর্জন করে। এর দোলনকাল 2 sec এবং বিস্তার 10 cm হলে (i) সাম্যাবস্থান থেকে 2 cm দূরে এর গতিশক্তি কত ? (ii) সাম্যাবস্থান থেকে 5 cm দূরে গতিশক্তি নির্ণয় কর।**

(i) মনে করি সরল দোলন গতির সমীকরণ

$$x = A \sin \omega t$$

$\therefore$ বেগ, $v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t$

$\therefore$ গতিশক্তি, $E_k = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 \cos^2 \omega t = \frac{1}{2} mA^2\omega^2 (1 - \sin^2 \omega t)$

$$= \frac{1}{2} mA^2\omega^2 \left[1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2\right] = \frac{1}{2} m\omega^2 (A^2 - x^2)$$

যখন $x = 0{\cdot}02$ m, $m = 0{\cdot}01$ kg  $A = 10$ cm $= 0{\cdot}1$ m

$$T = 2 \text{ sec}, \omega = \frac{2\pi}{T}$$

তখন $E_k = \frac{1}{2} \times 0{\cdot}01 \times \frac{4\pi^2}{4} \{(0{\cdot}1)^2 - (0{\cdot}02)^2\}$

$= 0{\cdot}005\ \pi^2 \times 0{\cdot}0096 = 4{\cdot}737 \times 10^{-4}$ J

(ii) যখন $x = 5$ cm, $E_k = 0{\cdot}005\ \pi^2 \times 0{\cdot}0075 = 3{\cdot}701 \times 10^{-4}$ J

**২। একটি স্প্রিংয়ের অগ্রভাগে 0·03 kg ভর ঝুলানো হলে স্প্রিংটি 0·1 m লম্বা হয়। স্প্রিংটিকে এই সাম্যাবস্থা হতে আরো $8 \times 10^{-2}$m লম্বা করে ছেড়ে দেওয়া হলো। মোট শক্তি কত এবং বেগ কত হবে ?**

আমরা জানি,

$$F = kx$$

বা, $k = \frac{F}{x} = \frac{mg}{x} = \frac{0{\cdot}03 \text{ kg} \times 9{\cdot}8 \text{ ms}^{-2}}{0{\cdot}10 \text{ m}}$

$= 29{\cdot}4 \text{ Nm}^{-1}$

এখানে,

$m = 0{\cdot}03$ kg

$g = 9{\cdot}8 \text{ ms}^{-2}$

$x = 0{\cdot}10$ m

$A = 8 \times 10^{-2}$m $= 0{\cdot}08$ m

মোট শক্তি, $E = \frac{1}{2} kA^2 = \frac{1}{2} \times 29{\cdot}4 \text{ Nm}^{-1} \times (0{\cdot}08 \text{ m})^2$

$= 9{\cdot}41 \times 10^{-2}$ J

আবার, $v_{max} = A\sqrt{\frac{k}{m}} = 0{\cdot}08 \text{ m} \sqrt{\frac{29{\cdot}4 \text{ Nm}^{-1}}{0{\cdot}30 \text{ kg}}} = 0{\cdot}7920 \text{ ms}^{-1}$

**নিজে কর : গতিপথের মধ্য অবস্থানে অর্থাৎ $x = 0$ অবস্থানে মোট শক্তি নির্ণয় করে শক্তির নিত্যতা যাচাই কর।**

$x = 0$ অবস্থানে স্থিতিশক্তি $= 0$.

$\therefore$ মোট যান্ত্রিক শক্তি = স্থিতিশক্তি + গতিশক্তি

$E = 0 + \frac{1}{2} m\omega^2A^2$ $\therefore$ $E = \frac{1}{2} m\omega^2A^2$

আবার গতিপথের সর্বোচ্চ অবস্থানে অর্থাৎ $x = A$ অবস্থানে শক্তির নিত্যতা যাচাই কর। সর্বোচ্চ অবস্থানে অর্থাৎ $x = A$ অবস্থানে গতিশক্তি $= 0$.

∴ মোট যান্ত্রিক শক্তি,

$E$ = স্থিতিশক্তি + গতিশক্তি $= \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 + 0$

∴ $E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} kA^2$

সুতরাং উপরোক্ত দুই অবস্থানে মোট শক্তি একই থাকে। অর্থাৎ মোট শক্তি তার সরণের উপর নির্ভর করে না, গতিপথের সর্বত্র তার মান স্থির থাকে। এটা শক্তির নিত্যতার সূত্র বা মোট শক্তির সংরক্ষণশীলতার সূত্র।

## ৮·৯ সরল দোলন গতি এবং বৃত্তাকার গতির মধ্যে সম্পর্ক
## Relation between Simple Harmonic Motion and Circular Motion

বৃত্তাকার গতি এক ধরনের সরল দোলন গতি। অর্থাৎ বৃত্তাকার গতি সরল দোলন গতির বৈশিষ্ট্যগুলি মেনে চলে। এখন সরল দোলন গতি এবং বৃত্তাকার গতির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে গিয়ে ৮·১৩ চিত্র লক্ষ কর।

মনে করি একটি বস্তুকণা A বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে ABCD বৃত্তাকার পথে ঘড়ির কাঁটার বিপরীত দিকে সমকৌণিক বেগ $\omega$-এ ঘুরছে [চিত্র ৮·১৩(ক)]। ধরি O বৃত্তের কেন্দ্র এবং A বৃত্তের ব্যাসার্ধ। মনে করি $t$ সময় পর বস্তুকণাটি P অবস্থানে আসল। এখন P বিন্দু হতে বৃত্তের BOD ব্যাসের উপর PN লম্ব অঙ্কন করি। N হবে লম্বটির পাদ বিন্দু।

মনে করি $ON = y$। চিত্রে OPN ত্রিভুজ থেকে পাওয়া যায়,

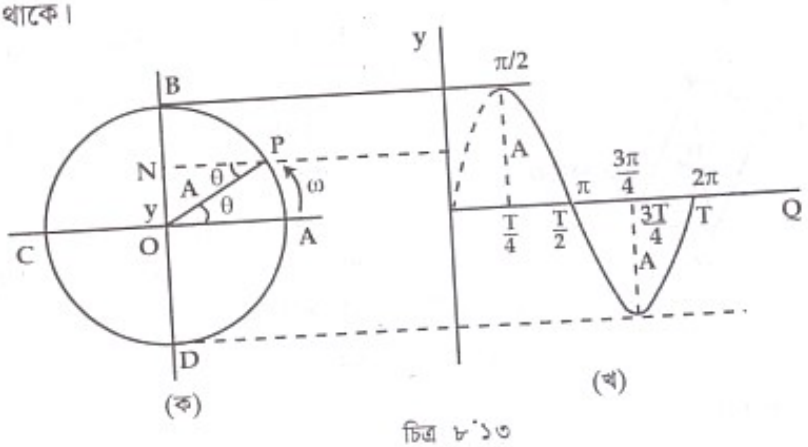
$$y = OP \sin\theta = A \sin\theta \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.26)$$

যেহেতু কণাটি সমকৌণিক বেগে ঘুরছে, সুতরাং $\angle POA = \theta = \omega t$

$\theta$-কে কণাটির দশা কোণ (phase angle) বা সংক্ষেপে দশা বলে।

এখন $y = A \sin\theta = A \sin\omega t \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.27)$

P কণাটি যখন বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে তখন ব্যাস BOD-এর উপর কণার পাদবিন্দু N ব্যাস BOD বরাবর স্পন্দিত হতে থাকে।




চিত্র ৮·১৩

সুতরাং কণাটির বেগ,

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(A \sin\omega t) = A\omega \cos\omega t$$

এবং ত্বরণ, $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -A\omega^2 \sin\omega t$

$$= -\omega^2 y \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.28)$$

অর্থাৎ কণাটির ত্বরণ এর সরণের সমানুপাতিক। সুতরাং N বিন্দুর গতি সরল ছন্দিত গতি। O হচ্ছে এই ছন্দিত গতির মধ্যবিন্দু বা সাম্যাবস্থান, B ও D ছন্দিত গতির প্রান্তীয় অবস্থান এবং P উৎপাদনকারী বিন্দু (generating point)। বৃত্তটির নাম নির্দেশক বৃত্ত (reference circle) এবং কণাটির নাম নির্দেশক কণা (reference particle) [চিত্র ৮·১৩(ক)]। লক্ষ করলে দেখা যাবে যে কণাটি বৃত্তাকার পথে যখন ABCDA পথে একবার ঘুরে আসে সেই সময় পাদবিন্দুটি OBODO ব্যাস বরাবর যাত্রা বিন্দু বা আদি বিন্দু থেকে শুরু করে একবার পথ অতিক্রম শেষ করে

আদি বিন্দুতে ফিরে আসে। কণাটির বৃত্তাকার পথে একবার ঘুরতে যে সময় লাগে তাই দোলন বা পর্যায়কাল T। ঐ সময় একই পাদবিন্দুও একবার পথ পরিক্রমা শেষ করে। সুতরাং

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad [\because \theta = \omega t \text{ এবং যখন } \theta = 2\pi,\ t = T \text{ সুতরাং } 2\pi = \omega T]$$

উপরের বর্ণনা থেকে দেখা যাচ্ছে যে পাদবিন্দু N-এর গতি—

(ক) পর্যাবৃত্ত গতি

(খ) সরল রৈখিক গতি

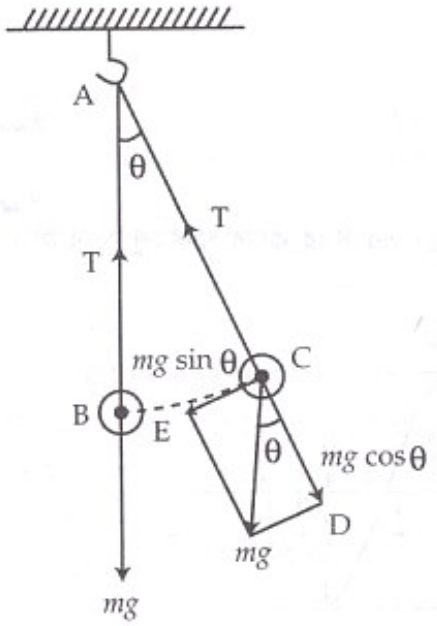
(গ) ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী।

সুতরাং পাদবিন্দুর গতি সরল দোলনগতি।

## ৮·১০ সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি

### Motion of a Simple Pendulum is Simple Harmonic Motion

একটি দৃঢ় অবলম্বন থেকে ওজনহীন, নমনীয় ও অসম্প্রসারণীয় সুতা দিয়ে প্রায় আয়তনহীন একটি বস্তুকে ঝুলিয়ে দিয়ে বস্তুটিকে সরল ছন্দিত গতিতে দুলতে দিলে একটি সরল দোলক তৈরি হয়। এই দোলককে 4° এর মধ্যে রেখে দুলতে দিলে এর গতি সরল দোলন গতি হবে। এই ধরনের একটি সরল দোলক দেখানো হলো [চিত্র ৮·১৪]।




চিত্র ৮·১৪

মনে কর AB একটি সরল দোলক এবং এর ভারকেন্দ্র B এবং $m$ এর ভর। দোলকটিকে দুলতে দিলে যেকোনো এক সময় সাম্যাবস্থান থেকে θ কোণে AC অবস্থানে আসে। এখন C বিন্দুর ওজন $mg$ খাঁড়া নিচের দিকে ক্রিয়া করে। এই ওজনকে দুটি উপাংশে বিভাজন করা যায়। একটি উপাংশ সুতার দৈর্ঘ্য CD এর দিকে $mg\cos\theta$ এবং অপর উপাংশ সরণের বিপরীতে CE বরাবর $mg\sin\theta$। এক্ষেত্রে $mg\cos\theta$ উপাংশ সুতার টান T দ্বারা নিষ্ক্রিয় হয়। একমাত্র কার্যকরী বল F হলো $mg\sin\theta$ যার দিক সাম্যাবস্থানের দিকে।

$$\therefore \quad F = -mg\sin\theta \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.29)$$

এখানে $g$ = অভিকর্ষজ ত্বরণ। যেহেতু বল সরণের বিপরীতমুখী তাই $-ve$ চিহ্ন ব্যবহৃত হয়েছে।

কার্যকরী বলের জন্য ত্বরণ $a$ হলে $F = ma$

$$\therefore \quad ma = -mg\sin\theta$$

$$\text{বা,} \quad a = -g\sin\theta \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.30)$$

θ এর মান ক্ষুদ্র (4° এর বেশি না) হলে $\sin\theta = \theta$ রেডিয়ান ধরা হয়।

সেক্ষেত্রে **সরল দোলকের গতিপথ সরলরৈখিক হয়।**

সমীকরণ (8.30) থেকে পাই,

$$a = -g \times \frac{BC}{AC} = -g \times \frac{x}{L}$$

এখানে $\frac{g}{L}$ = ধ্রুবক = $\omega^2$ ধরা হলে $a = -\omega^2 x$ বা, $a \propto -x$ হয়।

অর্থাৎ **ত্বরণ সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী হয়,** যা সরল দোলন গতির বৈশিষ্ট্যকে প্রকাশ করে। দোলায়মান সরল দোলকের দোলনকাল উপরোক্ত সমীকরণ-এর সাহায্যে নির্ণয় করা যায়।

আমরা পাই,

$\omega^2 = \frac{g}{L}$ বা, $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$ আমরা জানি, $\omega = 2\pi n$ এবং $T = \frac{1}{n}$

বা, $2\pi n = \sqrt{\frac{g}{L}}$

বা, $2\pi \times \frac{1}{T} = \sqrt{\frac{g}{L}}$

$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ ∴ দোলনকাল রবের ওপর নির্ভর করে না ... (8.31)

ইহা সরল দোলন গতির পর্যায়কালের সমীকরণ। যদি কোনো সরল দোলকের দোলনকাল T = 2 sec হয় তাহলে ঐ দোলককে আমরা সেকেন্ড দোলক বলে থাকি। সমীকরণ (8.31) থেকে পাই,

$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$ ... (8.32)

অর্থাৎ উপরোক্ত সমীকরণ থেকে বলা যায় অল্প বিস্তারে (4° এর কম) দোলায়মান সরল দোলকের গতি সরল দোলন গতি।

## ৮·১১ সেকেণ্ড দোলক
## Second pendulum

যে সরল দোলকের দোলন কাল 2 সেকেণ্ড তাকে সেকেন্ড দোলক বলে। অর্থাৎ সেকেন্ড দোলকের T = 2 সে.। কোনো একটি সেকেণ্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য L হলে, $T = 2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{1}{n}$

অর্থাৎ $2 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ বা, $1 = \pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

বা, $1 = \pi^2 \frac{L}{g}$

$\therefore L = \frac{g}{\pi^2} = 0.9929$ ... ... ... (8.33)

সুতরাং, দেখা যায়, সেকেন্ড দোলক অভিকর্ষজ ত্বরণের উপর নির্ভর করে। সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণের সমানুপাতিক।

* দোলক ঘড়ি এক ধরনের সেকেন্ড দোলক।
* সেকেন্ড দোলক ১ সেকেন্ডে ১টি অর্ধদোলন দেয়।

### গাণিতিক উদাহরণ

১। একটি সেকেন্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য বের কর। ($g = 9.8\ ms^{-2}$)

মনে করি কার্যকর দৈর্ঘ্য = L

আমরা পাই,

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

$\therefore L = \frac{T^2 \times g}{4\pi^2}$ ... ... (i)

∴ সমীকরণ (i) হতে আমরা পাই,

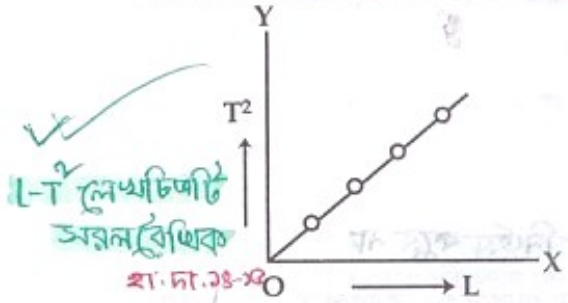
$L = \frac{2 \times 2 \times 9.8}{4 \times 9.87} = 0.993\ m$

এখানে,
দোলনকাল T = 2s ∵ দোলকটি সেকেন্ড দোলক
অভিকর্ষীয় ত্বরণ, $g = 9.8\ ms^{-2}$
এবং $\pi^2 = 9.87$

**সম্প্রসারিত কর্মকাণ্ড :** একটি ক্যারামের স্ট্রাইকার মসৃণ (ঘর্ষণহীন) বোর্ডের এক ধারে লম্বভাবে আঘাত করে। দেখবে প্রতিক্ষিপ্ত হয়ে আবার বোর্ডের বিপরীত দিকে এসে লম্বভাবে আঘাত করবে। এভাবে বার বার প্রতিক্ষিপ্ত হয়ে স্ট্রাইকারটি এধারে–ওধারে যাতায়াত করবে। কেন ?

ঘর্ষণহীন মসৃণ বোর্ডের উপর স্ট্রাইকারটি প্রতিক্ষিপ্ত হয়ে সামনে পিছনে চলার জন্য এটি সরল ছন্দিত গতি লাভ করে। প্রযুক্ত বল সরণের সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী। তাই ঘর্ষণ না থাকায় সরল দোল গতি লাভ করে।

**যাচাই কর :** একটি গ্রাফ কাগজে L—$T^2$ লেখচিত্রটি অঙ্কন করলে তা নিম্নরূপ হবে।
$T^2 = y$, $L = x$ এবং ধ্রুবক $= m$ ধরা হলে সরলরেখাটির সমীকরণ হয় $y = mx$



চিত্র ৮·১৫

(ক) লেখচিত্র থেকে L ও T এর মধ্যে সম্পর্ক পর্যবেক্ষণ কর এবং $g$ এর ক্ষেত্রে তা প্রয়োগ কর। কার্যকরী দৈর্ঘ্য বেড়ে গেলে $g$ এর মান কীরূপ হবে ?

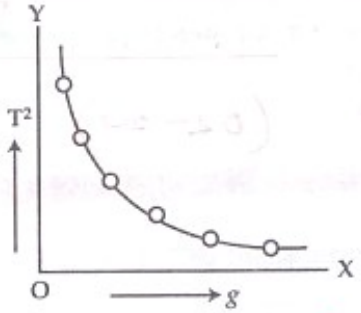
(খ) $L - \frac{1}{T^2}$ লেখচিত্রটি কীরূপ হবে ? গ্রাফ কাগজে অঙ্কন কর।

(গ) পর্যায়কাল কমে গেলে $g$-এর মানের কী পরিবর্তন হবে ?

(ঘ) এই গ্রাফ থেকে $g$ নির্ণয়ের পদ্ধতিটি লেখ।

(ঙ) পর্যায়কাল বৃদ্ধি পেলে $g$-এর মানের কী পরিবর্তন ঘটবে ?

**যাচাই কর :** পাশের চিত্রে $g$ — $T^2$ লেখচিত্রে $T^2$ এবং $g$ এর মধ্যে পারস্পরিক পরিবর্তনগুলি ব্যাখ্যা কর।



চিত্র ৮·১৬

## ৮·১২ ব্যবহারিক
## Experimental

| পরীক্ষণের নাম : | (ক) স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয়ের পরীক্ষা |
|---|---|
| পিরিয়ড : ২ | **Experiment for the Determination of Spring Constant.** |

**তত্ত্ব :** উল্লম্বভাবে ঝুলন্ত একটি পেঁচানো স্প্রিং থেকে $m$ ভরের কোনো বস্তুকে ঝুলিয়ে দিলে স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য $l$ পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। এ অবস্থায় বস্তুটি সাম্যাবস্থায় আছে ধরা হয়। এবার বস্তুটিকে নিচের দিকে $x$ দূরত্ব টেনে ছেড়ে দিলে সেটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত হতে থাকবে [চিত্র ৮·১৭]। বস্তুটিকে নিচের দিকে টানলে স্প্রিংটি এর ওপর প্রাথমিক অবস্থান অভিমুখে একটি প্রত্যায়নক বল (restoring force) প্রয়োগ করে। হুকের সূত্র অনুসারে প্রত্যায়নক বল বস্তুর সরণ $x$-এর সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী। সুতরাং

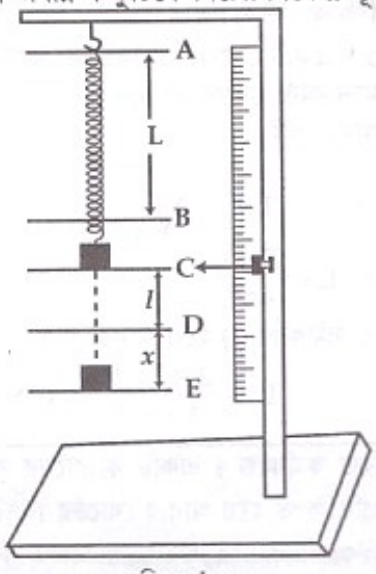
$$F = -Kx$$

এখানে K স্প্রিংটির বল ধ্রুবক। বস্তুকে ছেড়ে দিলে F বলের দরুন সেটি $a$ ত্বরণ নিয়ে চলে। বস্তুটির ভর $m$ হলে এর ত্বরণ হবে,

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{K'}{m}x$$

$$\therefore \quad a = -Kx \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (i)$$

যেহেতু $K = \frac{K'}{m}$ = ধ্রুবক = স্প্রিং ধ্রুবক। অতএব বস্তুর গতি সরল দোলন গতি হবে।



চিত্র ৮·১৭

যেহেতু একক সরণে বস্তুর ত্বরণ $=\frac{K'}{m}$। সুতরাং দোলনরত বস্তুর পর্যায়কাল, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ ... (ii)

বস্তুর ওজন $mg$-এর ক্রিয়ায় স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য $l$ পরিমাণ বেড়েছিল,

অতএব হুকের সূত্র অনুযায়ী $mg = Kl$

বা, $K = \frac{m}{l} \times g$ ... ... (iii)

বা, $\frac{m}{K} = \frac{l}{g}$

$\therefore$ দোলনরত বস্তুর পর্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ... ... (iv)

**যন্ত্রপাতি :** (১) পরীক্ষণীয় স্প্রিং। (২) সুবিধাজনক কয়েকটি ভার। (৩) স্প্রিংটি ঝুলাবার জন্য হুক। (৪) মিটার স্কেল।

**কার্যপদ্ধতি :** (i) পরীক্ষণীয় স্থানের টেবিলের প্রান্ত থেকে অথবা কোনো দৃঢ় অবলম্বন হতে একটি হুক হতে স্প্রিংটিকে ঝুলিয়ে দেয়া হয়।

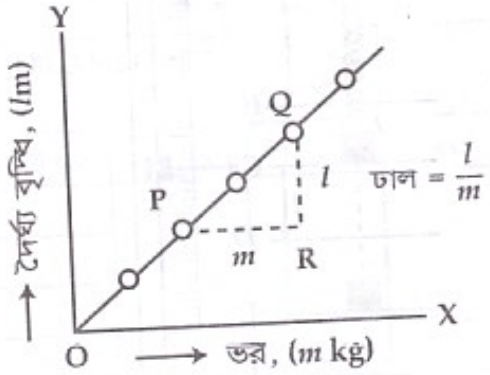
(ii) এর পর স্প্রিংটির AB এর দৈর্ঘ্য (L), স্কেলের সাহায্যে পরিমাপ করা হয়।

(iii) এবার স্প্রিং-এর নিচের প্রান্তের হুকে একটি ভার চাপানো হয় ফলে স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পায় এবং ভার এর অবস্থান C থেকে D তে এসে পৌঁছায়। মিটার স্কেলের সাহায্যে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি ($l$) নির্ণয় করা হয়। D বিন্দু বরাবর একটি নির্দেশক চিহ্ন দিয়ে রাখতে হবে।

(iv) উপরোক্ত পদ্ধতিটি বিভিন্ন ভারের বস্তুর জন্য কয়েকবার করা হয় এবং বিভিন্ন ভারের জন্য দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পরিমাপ করা হয়।

(v) ভর হ্রাসের ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য সংকোচন পরিমাপ করা হয়।

**লেখচিত্র অঙ্কন :** গ্রাফ কাগজে X-অক্ষ বরাবর ভার এবং Y-অক্ষ বরাবর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়। লেখচিত্রটি একটি মূলবিন্দুগামী সরলরেখা হয় [চিত্র ৮·১৮]। এই সরলরেখার ঢাল $\frac{l}{m}$ নির্ণয় করা হয়।



চিত্র ৮·১৮

**ডাটা ছক-১**

| পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | স্প্রিং এর আদি দৈর্ঘ্য, L (m) | প্রযুক্ত ভর $m$ (kg) | স্প্রিং এর সম্প্রসারণ, $l$ (m) | দৈর্ঘ্য প্রসারণের ক্ষেত্রে $m/l$ ($kgm^{-1}$) | দৈর্ঘ্য সংকোচনের ক্ষেত্রে $m/l$ ($kgm^{-1}$) | গড় $m/l$ ($kgm^{-1}$) | K ($Nm^{-1}$) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | |

**হিসাব :** পরীক্ষা লব্ধ $\frac{l}{m}$ এর মান থেকে $\frac{m}{l}$ নির্ণয় করে এবং অভিকর্ষজ ত্বরণ '$g$' এর মান (iii) সমীকরণে বসিয়ে স্প্রিং ধ্রুবক K নির্ণয় করা হয়।

**ফলাফল :** নির্ণেয় স্প্রিং ধ্রুবকের মান ..... $Nm^{-1}$.

**আলোচনা ও সতর্কতা :** (১) স্প্রিংটিকে এমনভাবে ঝুলাতে হবে যাতে এর প্রান্তে ভার ঝুলাবার পর এ উপরের হুক থেকে খুলে না যায়।

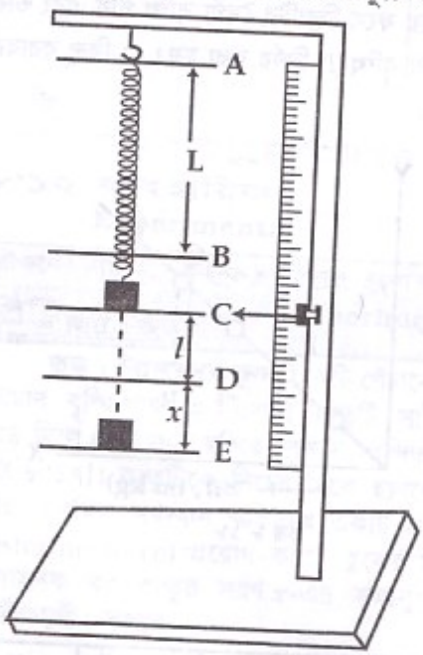
(২) ভার ক্রমান্বয়ে বর্ধিত করে স্প্রিং-এর সম্প্রসারণ নির্ণয় করা হয়।

(৩) স্প্রিংটির প্রান্তে ভার ঝুলাবার পর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধির সময় যাতে বাধা প্রাপ্ত না হয় সেদিকে লক্ষ রাখতে হবে।

(৪) দৈর্ঘ্য সম্প্রসারণ সঠিকভাবে পরিমাপ করতে হবে।

| পরীক্ষণের নাম : | (খ) স্প্রিং এর সাহায্যে ভরের তুলনা |
|---|---|
| পিরিয়ড : ২ | **Comparing the masses with the help of spring.** |

**তত্ত্ব :** উল্লম্বভাবে ঝুলানো একটি পেঁচানো স্প্রিং থেকে $m$ ভরের কোনো বস্তুকে ঝুলিয়ে দিলে স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য $l$ পরিমাণ বৃদ্ধি পায়। এ অবস্থায় বস্তুটি সাম্যাবস্থায় আছে ধরা হয়। এবার বস্তুটিকে নিচের দিকে $x$ দূরত্ব টেনে ছেড়ে দিলে সেটি সরল ছন্দিত স্পন্দনে দুলতে থাকে [চিত্র ৮·১৯]। বস্তুটিকে নিচের দিকে টানলে স্প্রিং-এর ওপর প্রাথমিক অবস্থান অভিমুখে একটি প্রত্যায়নক বল প্রয়োগ করে। হুকের সূত্র অনুসারে প্রত্যয়নক বল বস্তুর সরণ $x$ এর সমানুপাতিক এবং বিপরীতমুখী। সুতরাং $F = -K'x$




চিত্র ৮·১৯

এখানে $K'$ স্প্রিংটির বল ধ্রুবক।

বস্তুটিকে টেনে ছেড়ে দিলে F বলের দরুন সেটি $a$ ত্বরণ নিয়ে চলে। বস্তুটির ভর $m$ হলে এর ত্বরণ হবে

$$a = \frac{F}{m} \quad \therefore \quad a = \frac{-K'}{m}x$$

$$\therefore \quad a = -Kx, \text{ এখানে } K = \frac{K'}{m} = \text{স্প্রিং ধ্রুবক}$$

যেহেতু একক সরণে বস্তুর ত্বরণ $\frac{K'}{m}$, সুতরাং দোলনরত বস্তুর পর্যায়কাল,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad \dots \quad \dots \quad \text{(i)}$$

$$T^2 = 4\pi^2\frac{m}{K} \quad \therefore \quad m = \frac{T^2K}{4\pi^2} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \text{(ii)}$$

দুটি বস্তুর ভর $m_1$ ও $m_2$ এবং এই দুই ভরের জন্য পর্যায়কাল $T_1$ ও $T_2$ হবে। সমীকরণ (ii) থেকে লেখা যায়।

$$m_1 = \frac{T_1^2K}{4\pi^2} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \text{(iii)}$$

এবং $m_2 = \frac{T_2^2 K}{4\pi^2}$ ... ... ... (iv)

$\therefore \quad \frac{m_1}{m_2} = \frac{T_1^2 K}{4\pi^2} \times \frac{4\pi^2}{T_2^2 K} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$ ... ... ... (v)

$m_1 : m_2 = T_1^2 : T_2^2$ ... ... ... (vi)

**যন্ত্রপাতি :** (১) জানা স্প্রিং ধ্রুবকবিশিষ্ট একটি স্প্রিং।

(২) স্প্রিংটি ঝুলাবার জন্য হুক।

(৩) পরীক্ষণীয় বিভিন্ন ভারের বস্তু।

(৪) স্টপওয়াচ।

(৫) একটি কাঠের মিটার স্কেল।

**কার্যপদ্ধতি :** (১) স্প্রিংটিকে হুকের সাহায্যে কোনো দৃঢ় অবলম্বন থেকে ঝুলিয়ে দিতে হবে। স্প্রিং-এর প্রান্তে পরীক্ষণীয় প্রথম ভারের বস্তু ($m_1$) স্প্রিং এর নিচের প্রান্তে বেঁধে দিলে প্রথমে দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাবে এবং একটি অবস্থানে স্থির থাকবে। এটাই সাম্য বিন্দু।

(২) সাম্যবিন্দু ঠিক রাখার জন্য পাশে একটি লম্বা স্কেলে বা দেওয়ালের গায়ে দাগ দিয়ে চিহ্নিত কর।

(৩) এরপর সাম্য বিন্দু হতে নিচের দিকে বস্তুটিকে অল্প টেনে ছেড়ে দিলে স্প্রিংটি উপরে-নিচে কম্পিত হবে। এই অবস্থায় 3 বার 20 দোলনের সময় নির্ণয় কর। প্রতিবারে সময়কে দোলন সংখ্যা দিয়ে ভাগ করে দোলনকাল ($T_1$) নির্ণয় কর। তিনটি পাঠের মান থেকে গড় $T_1$ নির্ণয় কর।

(৪) একইভাগে দ্বিতীয় ভারের বস্তু ($m_2$) এর জন্য (৩) নং পরীক্ষণ অনুযায়ী দোলনকাল $T_2$ নির্ণয় কর।

**পর্যবেক্ষণ ছক-১**

| পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | প্রথম ভর $m_1$ | | | | দ্বিতীয় ভর $m_2$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 10টি দোলনের জন্য | | দোলন কাল | $T_1^2$ | 10টি দোলনের জন্য | | দোলন কাল | $T_2^2$ |
| | সময় sec | গড় sec | $T_1$ sec | $sec^2$ | সময় sec | গড় sec | $T_2$ sec | $sec^2$ |
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |

**হিসাব (Calculation) :**

প্রথম ভর $m_1$-এর জন্য, $T_1^2$ = ----- $sec^2$

দ্বিতীয় ভর $m_2$-এর জন্য, $T_2^2$ = ----- $sec^2$

সুতরাং বস্তু দুটির ভরের তুলনা, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$

**ফলাফল (Result) :**

বস্তু দুটির ভরের তুলনা, $m_1 : m_2$ = --------

**সতর্কতা ও আলোচনা:**

১. স্প্রিং প্রসারণের সময় যেন স্প্রিংটি খাড়াভাবে প্রসারিত হয় সেদিকে লক্ষ রাখতে হবে।

২. স্প্রিংটি দোলনের সময় ডানে বা বামে না দুলে যেন উল্লম্বভাবে দুলতে থাকে সেদিকে লক্ষ রাখা হয়।

৩. স্টপওয়াচের সাহায্যে নিখুঁতভাবে সময় নির্ণয় করা হয়েছে।

৪। বস্তুর ভর এমনভাবে নির্ধারণ করতে হবে যাতে স্প্রি-এর প্রান্তে ঝুলিয়ে দিলে তা স্থিতিস্থাপক সীমা অতিক্রম না করে।

## উচ্চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনার গাণিতিক উদাহরণ

১। পদার্থবিজ্ঞানের শিক্ষক তাঁর তিন ছাত্রকে একটি পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করতে বললেন। ছাত্র তিনজন ভিন্ন ভিন্ন দৈর্ঘ্যের তিনটি সরল দোলক নিল। তিনজন পাহাড়ের উচ্চতা একই পেল। [পৃথিবীর ব্যাসার্ধ $R = 6{\cdot}4 \times 10^6$ m]

(ক) পাহাড়টির উচ্চতা 400 m হলে পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান কত ?

(খ) সরল দোলকের সাহায্যে পাহাড়ের উচ্চতা মাপার পদ্ধতি ব্যাখ্যা কর। সবার প্রাপ্ত ফলাফল একই হবার কারণ কী ?

(ক) আমরা জানি, $g = \dfrac{GM}{R^2}$ ... ... ... (i)

পাহাড়ের উপরে $g' = \dfrac{R^2}{(R+h)^2} = \dfrac{(6{\cdot}4 \times 10^6)^2}{(6{\cdot}4 \times 10^6 + 400)^2} = 9{\cdot}799 \text{ ms}^{-2}$

(খ) সরল দোলককে পাহাড়ের উপর ($h$-উচ্চতায়) নিয়ে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান ($g'$) নির্ণয় করতে হবে। মনে করি, এই অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$g' = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(ii)}$$

(i) ÷ (ii)

$$\therefore \frac{g}{g'} = \frac{(R+h)^2}{R^2} \quad \text{বা,} \quad \frac{g}{g'} = \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2 \quad \text{বা,} \left(1 + \frac{h}{R}\right) = \sqrt{\frac{g}{g'}}$$

$$\text{বা,} \quad \frac{h}{R} = \sqrt{\frac{g}{g'}} - 1 \quad \therefore h = \left(\sqrt{\frac{g}{g'}} - 1\right) \times R \quad \ldots \quad \ldots \quad \text{(iii)}$$

সমীকরণ (iii)-এ R, $g$, $g'$ এর মান বসিয়ে $h$ নির্ণয় করা হয়।

রাশিগুলোর তারতম্যের কারণে T এর মানের তারতম্য ঘটে। L বেড়ে গেলে T-ও বাড়ে আবার L কমে গেলে T কমে যায়। কিন্তু $\dfrac{L}{T^2}$ ধ্রুব রাশি হয়। অভিকর্ষজ ত্বরণের কোনো পরিবর্তন হয় না। এ কারণে তিনজন ছাত্র একই উচ্চতা পরিমাপ করে।

২। তৌফিক পদার্থবিজ্ঞান ল্যাবরেটরিতে 3·5 kg ভরের একটি গোল লোহার বলকে তারের প্রান্তে আংটায় ঝুলিয়ে দিয়ে দোল দিল। দেখল যে এটি প্রতি সেকেন্ডে 3 বার স্পন্দিত হচ্ছে। সর্বাধিক সরণ হচ্ছে 5 cm। [A = 10 cm]

(ক) উদ্দীপকে উল্লেখিত সরণকালে বস্তুটির বেগ কত ?

(খ) উল্লেখিত সরণের জন্য বস্তুটির উপর ক্রিয়ারত বল বস্তুটির ওজনের কত গুণ হবে বিশ্লেষণ কর।

(ক) আমরা জানি,

$$\begin{aligned} v &= \omega\sqrt{A^2 - x^2} \\ &= 6\pi\sqrt{(0{\cdot}1)^2 - (0{\cdot}05)^2} \\ &= 6 \times 3{\cdot}14\sqrt{0{\cdot}01 - 0{\cdot}0025} \\ &= 18{\cdot}84\sqrt{0{\cdot}0075} \\ &= 18{\cdot}84 \times 0{\cdot}087 = 1{\cdot}632 \text{ ms}^{-1} \end{aligned}$$

এখানে,

$m = 3{\cdot}5$ kg

$A = 10$ cm $= 0{\cdot}1$ m

সরণ, $x = 5$ cm $= 0{\cdot}05$ m

$T = \dfrac{1}{3}$ sec

$\therefore \quad \omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{1/3} = 2\pi \times 3 = 6\pi$

(খ) $a = -\omega^2 A = -(6\pi)^2 \times 0{\cdot}1$

$= -36 \times 9{\cdot}87 \times 0{\cdot}1 = -35{\cdot}532 \text{ ms}^{-2}$

$\therefore$ বল, $F = ma = 3{\cdot}5 \times 35{\cdot}532 = 124{\cdot}36$ N

$F' = mg = 3{\cdot}5 \times 9{\cdot}87 = 34{\cdot}543$ N

$\therefore \dfrac{F}{F'} = \dfrac{124{\cdot}36}{34{\cdot}543} = 3{\cdot}6$ $\therefore$ বল, ওজনের 3·6 গুণ।

৩। রুমানা 1 m কার্যকর দৈর্ঘ্যের একটি সরল দোলক তৈরি করল। 4° কৌণিক বিস্তারে এটি একটি সেকেন্ড দোলক তৈরি হলো। এর দোলনকাল 50% বাড়ানোর জন্য সে কার্যকর দৈর্ঘ্য 150 cm নিয়ে দোলনকাল নির্ণয় করতে শুরু করল।

(ক) রুমানার তৈরি সেকেন্ড দোলকের কৌণিক কম্পাঙ্ক কত ?

(খ) 150 cm কার্যকর দৈর্ঘ্যের দোলকটি কী উদ্দীপকের শর্ত পূরণ করবে ? গাণিতিক বিশ্লেষণ দাও।

(ক) আমরা জানি,

কৌণিক কম্পাঙ্ক, $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\therefore \quad \omega = \frac{2 \times 3.14}{2} = 3.14 \text{ rads}^{-1}$

(খ) আবার, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

এখন পরিবর্তিত কার্যকর দৈর্ঘ্য 1.5 m এর জন্য দোলনকাল হবে,

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} = 2 \times 3.14\sqrt{\frac{1.5}{9.8}}$$

$$= 2 \times 3.14 \times 0.39$$

$= 2.45$ s. এই মান 3s এর চেয়ে কম।

সুতরাং, 150 cm দৈর্ঘ্যের দোলকটি উদ্দীপকের শর্ত পূরণ করবে না।

এখানে,

কার্যকর দৈর্ঘ্য, $L_1 = 1$ m

কৌণিক বিস্তার, $\theta = 4°$

দোলনকাল, $T_1 = 2$ s

$$T_2 = 2 + \frac{50}{100} \times 2$$

$$= 2 + 1 = 3 \text{ s}$$

পরিবর্তিত কার্যকর দৈর্ঘ্য,

$L_2 = 150$ cm $= 1.5$ m

## সার-সংক্ষেপ

**স্থানিক পর্যায়ক্রম** : পর্যায়বৃত্তির পর্যায়কাল যদি স্থান সাপেক্ষ হয়, তবে তাকে স্থানিক পর্যায়ক্রম বলে।

**কালিক পর্যায়ক্রম** : পর্যায়বৃত্তির পর্যায়কাল যদি একটি নির্দিষ্ট সময় সাপেক্ষ হয়। তবে তাকে কালিক পর্যায়ক্রম বলে।

**পর্যাবৃত্ত গতি** : কোনো বস্তুর গতি যদি এমন হয় যে একটি নির্দিষ্ট সময় পরপর বস্তুটির গতির পুনরাবৃত্তি ঘটে তবে ঐ গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলে।

**স্পন্দন গতি** : পর্যাবৃত্ত গতিসম্পন্ন কোনো বস্তুর গতি যদি এমন হয় যে, পর্যায়কালের অর্ধেক সময় কোনো নির্দিষ্ট দিকে এবং বাকি অর্ধেক সময় বিপরীত দিকে চলে তবে বস্তুর ঐ গতিকে স্পন্দন বলে।

**সরল ছন্দিত স্পন্দন** : কোনো পর্যায় গতিসম্পন্ন বস্তুর উপর কার্যকর ত্বরণ যদি তার গতিপথের একটি নির্দিষ্ট বিন্দু অভিমুখে এমনভাবে ক্রিয়া করে যে তার মান ঐ বিন্দু হতে বস্তুর সরণের মানের সমানুপাতিক হয়, তবে বস্তুর উক্ত গতিকে সরল ছন্দিত স্পন্দন বলে।

**সরল দোলক** : একটি ছোট ভারী বস্তু পিণ্ডকে একটি ওজনবিহীন, অপ্রসারণীয় এবং নমনীয় সুতার সাহায্যে একটি দৃঢ় অবলম্বনে ঝুলিয়ে দেওয়ায় তা যদি বিনা বাধায় এদিক-ওদিক দোলে, তবে সুতা সমেত পিণ্ডটিকে সরল দোলক বলে।

**পূর্ণ দোলন (Complete oscillation)** : কোনো একটি সরল দোলকের দোলক পিণ্ড তার গতিপথের যে কোনো বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে দুই প্রান্ত অবধি যেয়ে পুনরায় সেই বিন্দুতে ফিরে এলে একটি পূর্ণ দোলন হয়।

**দোলন বা পর্যায় কাল (Time period)** : কোনো একটি সরল দোলকের দোলক পিণ্ডের একটি পূর্ণ দোলন দিতে যে পরিমাণ সময় লাগে তাকে দোলন কাল বলে।

**কম্পাঙ্ক (Frequency)** : কোনো একটি সরল দোলকের দোলক পিণ্ড এক সেকেন্ডে যতবার পূর্ণ দোলন দেয়, তাকে কম্পাঙ্ক বা কম্পনি বলে।

**বিস্তার (Amplitude)** : দুলবার সময় কোনো একটি সরল দোলকের দোলক পিণ্ড সাম্যাবস্থা হতে সর্বাপেক্ষা যতটা বেশি দূরে যায় তাকে তার বিস্তার বলে।

**দশা** : কোনো একটি কম্পমান বস্তুর যে কোনো মূহূর্তের দোলনের অবস্থা অর্থাৎ বস্তুটির অবস্থান, বেগ, ত্বরণ এবং গতির অভিমুখ যা দ্বারা বুঝা যায় তাকে দশা বলে।

**সেকেন্ড দোলক (Second pendulum)** : যে সরল দোলকের দোলনকাল 2 সেকেন্ড, তাকে সেকেন্ড দোলক বলে।

**কৌণিক কম্পাঙ্ক** : সরল ছন্দিত স্পন্দনসম্পন্ন কোনো কণা একক সময়ে যে কৌণিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে কৌণিক কম্পাঙ্ক বলে।

## অনুশীলনী

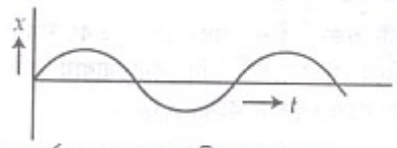
### (ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। পৃথিবী 365 দিনে একবার সূর্যের চারদিক ঘুরে আসে এটা কী ধরনের পর্যাবৃত্তি ?
- ক কালিক পর্যাবৃত্তি
- খ স্থানিক পর্যাবৃত্তি
- গ উভয়ই
- ঘ কোনোটিই নয়

২। সরল ছন্দিত স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য—
(i) বস্তুর গতি পর্যায় গতি
(ii) ত্বরণ বস্তুর সরণ অভিমুখী
(iii) ত্বরণ বস্তুর সরণের সমানুপাতিক
নিচের কোন্‌টি সঠিক ?
- ক i ও ii
- খ i ও iii
- গ ii ও iii
- ঘ i, ii ও iii

৩। সরল ছন্দিত স্পন্দকের ক্ষেত্রে বেগ ও ত্বরণ নির্ভর করে—
- ক স্পন্দনের ভরের উপর
- খ সরণের উপর
- গ আদি দশার উপর
- ঘ সবগুলোর উপর

৪।




লেখচিত্রের পর্যাবৃত্ত কণার সমীকরণ হলো—
- ক $x = a \sin \omega t$
- খ $x = a \cos \omega t$
- গ $x = a \sin (\omega t + 0)$
- ঘ কোনোটিই নয়

৫। সরল ছন্দিত গতি ত্বরণ বা প্রত্যায়নী বল সরণের—
- ক সমানুপাতিক ও সমমুখী
- খ ব্যস্তানুপাতিক ও বিপরীতমুখী
- গ ব্যস্তানুপাতিক ও সমমুখী
- ঘ সমানুপাতিক ও বিপরীতমুখী

৬। একটি সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার সর্বোচ্চ বেগ $0.03\ ms^{-1}$। কণাটির বিস্তার 0.006m হলে পর্যায়কাল কত ?
- ক $3\ rad\ s^{-1}$
- খ $10\ rad\ s^{-1}$
- গ $5\ rad\ s^{-1}$
- ঘ $7\ rad\ s^{-1}$

৭। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার গতিপথের মধ্য-অবস্থানে— [ঢা. বো. ২০১৫]
- ক বেগ সর্বনিম্ন, সরণ সর্বোচ্চ
- খ বেগ সর্বনিম্ন, সরণ সর্বনিম্ন
- গ বেগ সর্বাধিক, সরণ সর্বাধিক
- ঘ বেগ সর্বাধিক, সরণ সর্বনিম্ন

৮। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কণার ক্ষেত্র—
(i) মধ্যবর্তী সাম্যাবস্থানে এর বেগ সর্বোচ্চ হয়
(ii) মধ্যাবস্থান হতে সরণ বৃদ্ধির সাথে এর বেগ হ্রাস পায়
(iii) বিস্তারের প্রান্ত দুই বিন্দুতে এর গতিবেগ শূন্য হয়
নিচের কোনটি সঠিক ?
- ক i ও ii
- খ i ও iii
- গ ii ও iii
- ঘ i, ii ও iii

দুটি স্পন্দনরত কণার সরণ যথাক্রমে $x = A \sin \omega t$ এবং $x = A \cos \omega t$ হলে এদের মধ্যকার দশা পার্থক্য

ক $2\pi$

খ $\frac{\pi}{2}$

গ $\pi$

ঘ $\frac{\pi}{2}$

১০। কোন্‌টি সরল ছন্দিত স্পন্দনের বৈশিষ্ট্য নয় ?

(i) এর গতি একটি সরলরেখায় ঘটে

(ii) বল বস্তুর সরণের সমানুপাতিক

(iii) ত্বরণ বস্তুর সরণ অভিমুখী

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ক i

খ i ও ii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

১১। 0·05 kg ভরের বস্তু 20 cm বিস্তার এবং 6·28 s পর্যায়কালের সরল ছন্দিত গতি প্রাপ্ত হলে বস্তুটির সর্বোচ্চ দ্রুতি কত ?

ক $0{\cdot}628\ ms^{-1}$

খ $0{\cdot}20\ ms^{-1}$

গ $0{\cdot}10\ ms^{-1}$

ঘ $6{\cdot}28\ ms^{-1}$

১২। সরল ছন্দিত স্পন্দনে স্পন্দিত কণার বিভবশক্তি সর্বোচ্চ হবে যখন সরণ—

ক A

খ $\frac{A}{2}$

গ $\frac{A}{\sqrt{2}}$

ঘ 0 হয়

১৩। সরল ছন্দিত স্পন্দনশীল একটি কণার দোলনকাল 10 সেকেন্ড। কোন সমীকরণটি এর ত্বরণ '$a$' এবং সরণ '$x$' এর সম্পর্ক প্রকাশ করে ? [ঢা. বো. ২০১৫]

ক $a = -10\pi x$

খ $a = -(20\pi)x$

গ $a = -\left(\frac{2\pi}{10}\right)^2 x$

ঘ $a = -(20\pi)^2 x$

১৪। সরল দোলকের গতির ক্ষেত্রে $\frac{1}{2} KA^2$ নির্দেশ করে—

ক সর্বোচ্চ স্থিতিশক্তি

খ সর্বোচ্চ গতিশক্তি

গ মোট শক্তি

ঘ সবগুলো

১৫। সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার সর্বোচ্চ বেগ $0{\cdot}02\ ms^{-1}$। কণাটির বিস্তার 0·004 m হলে কণাটির পর্যায়কাল কত ?

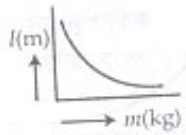
ক 0·26 s

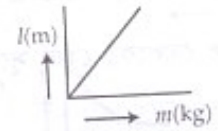
খ 2·26 s

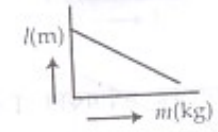
গ 1·26 s

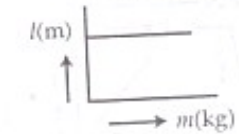
ঘ 2 s

১৬। দোলনরত একটি স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি বনাম ভর লেখচিত্র কোনটি ?

ক 


খ 


গ 


ঘ 


১৭। সরল ছন্দিত স্পন্দনের কম্পাঙ্কের রাশিমালা হলো—

ক $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{k}}$

খ $n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

গ $n = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$

ঘ $n = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

১৮। সরল ছন্দিত স্পন্দনসম্পন্ন কণার সর্বোচ্চ ত্বরণ কত ?

ক $a = \omega x^2$

খ $a = -\omega^2 x$

গ $a = \omega^2 x$

ঘ $a = -\omega x^2$

১৯। স্প্রিংজনিত স্পন্দনের ক্ষেত্রে দোলনকাল

ক $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

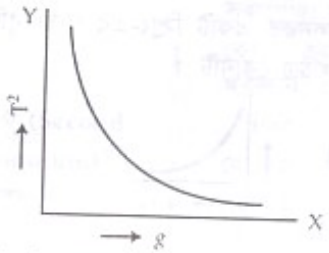
খ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

গ $T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$

ঘ $T = 2\pi\sqrt{\frac{g}{L}}$

২০। সরল দোলকের ববের ভর বেশি হলে, দোলনকাল কী হবে ?
ⓚ বাড়বে
ⓛ কমবে
ⓜ অপরিবর্তিত থাকবে
ⓝ ভরের বর্গমূলের সমানুপাতিক

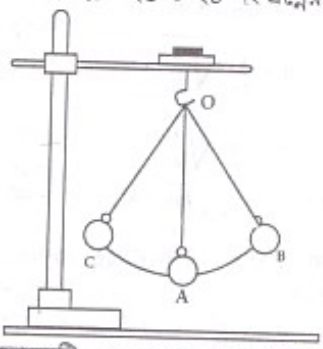
২১।




লেখচিত্রটি সরল দোলকের কোন্ সূত্রের প্রকাশ ?
ⓚ ১ম
ⓛ ২য়
ⓜ ৩য়
ⓝ ৪র্থ

২২। যদি একটি দোলকের পর্যায়কাল T এবং কার্যকর দৈর্ঘ্য L হয় তবে—
ⓚ $T \propto \sqrt{\frac{1}{L}}$
ⓛ $T \propto L$
ⓜ $T \propto \sqrt{L}$
ⓝ $T \propto \frac{1}{L}$

নিচের চিত্র ও তথ্য হতে ২৩ ও ২৪ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :




চিত্রে সরল দোলকটি A অবস্থান থেকে দুলতে শুরু করে প্রথমে B এরপর C অবস্থানে পৌঁছায়।

২৩। দোলকটির A অবস্থানের জন্য প্রযোজ্য—
(i) গতিশক্তি সর্বোচ্চ
(ii) বেগ সর্বোচ্চ
(iii) বিভব শক্তি সর্বনিম্ন
নিচের কোন্টি সঠিক ?
ⓚ i
ⓛ i ও ii
ⓜ ii ও iii
ⓝ i, ii ও iii

২৪। দোলকটির C অবস্থানের জন্য নিচের কোন্টি সঠিক ?
ⓚ বিভব শক্তি শূন্য
ⓛ কার্যকরী বল শূন্য
ⓜ বেগ শূন্য
ⓝ ত্বরণ সর্বোচ্চ

২৫। নিচের কোন্টি সরল দোলকের ব্যবহার নয় ?
(i) অভিকর্ষজ ত্বরণ $g$-এর মান নির্ণয়
(ii) পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয়
(iii) সমুদ্রের গভীরতা নির্ণয়
নিচের কোন্টি সঠিক ?
ⓚ i
ⓛ i ও ii
ⓜ ii ও iii
ⓝ i, ii ও iii

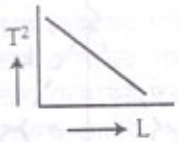
২৬। পর্যায়কাল দ্বিগুণ করলে সরল দোলকের দৈর্ঘ্য কতগুণ বৃদ্ধি করতে হবে ?
ⓚ 4
ⓛ 2
ⓜ $\frac{1}{2}$
ⓝ $\frac{1}{4}$

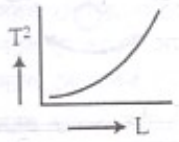
২৭। সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণ '$g$'-এর— [ঢা. বো. ২০১৫]
ⓚ বর্গমূলের সমানুপাতিক
ⓛ সমানুপাতিক
ⓜ বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক
ⓝ ব্যস্তানুপাতিক

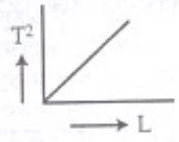
২৮। বিস্তার 4°-এর মধ্যে থাকলে কোনো নির্দিষ্ট স্থানে একটি সরল দোলকের—
(i) দোলনকাল ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক
(ii) প্রতিটি দোলনের জন্য সমান সময় লাগবে
(iii) দোলনকাল দোলক পিণ্ডের ভর ও উপাদানের উপর নির্ভর করে
নিচের কোন্টি সঠিক ?
ⓚ i ও ii
ⓛ i ও iii
ⓜ ii ও iii
ⓝ i, ii ও iii

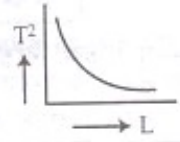
২৯। সরল দোলকের গতির ক্ষেত্রে এর মোট যান্ত্রিক শক্তি বিস্তারের—
ⓚ সমানুপাতিক
ⓛ ব্যস্তানুপাতিক
ⓜ বর্গের সমানুপাতিক
ⓝ বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

২৯। সরল দোলকের গতির ক্ষেত্রে নিচের কোন চিত্রটি সঠিক ?

ক 


খ 


গ 


ঘ 


৩১। সরল দোলকের মোট যান্ত্রিক শক্তি—

ক $\frac{1}{2}KA$

খ $\frac{1}{2}K^2A$

গ $\frac{1}{2}KA^2$

ঘ $\frac{1}{2}K\omega^2A^2$

৩২। সরল দোলকের দোলন কাল নির্ভর করে—

(i) দোলকের দৈর্ঘ্যের উপর

(ii) ঐ স্থানের অভিকর্ষীয় ত্বরণের উপর

(iii) ববের ওজনের উপর

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

৩৩। কৌণিক বিস্তার 4°-এর মধ্যে হলে সরল দোলকের দোলনকাল দোলকের কার্যকরী দৈর্ঘ্যের—

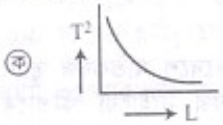
ক ব্যস্তানুপাতিক

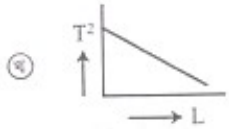
খ সমানুপাতিক

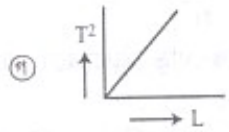
গ বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

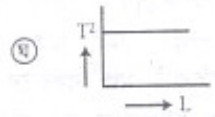
ঘ বর্গমূলের সমানুপাতিক

৩৪। একটি সরল দোলকের L বনাম $T^2$ লেখচিত্র কোনটি ?

ক 


খ 


গ 


ঘ 


**উত্তর :**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ১। ক | ২। খ | ৩। খ | ৪। ক | ৫। ঘ | ৬। গ | ৭। ঘ | ৮। ঘ | ৯। খ | ১০। খ |
| ১১। খ | ১২। ক | ১৩। গ | ১৪। ঘ | ১৫। গ | ১৬। খ | ১৭। খ | ১৮। খ | ১৯। ক | ২০। গ |
| ২১। গ | ২২। গ | ২৩। ঘ | ২৪। ঘ | ২৫। খ | ২৬। ক | ২৭। খ | ২৮। ক | ২৯। গ | ৩০। গ |
| ৩১। গ | ৩২। ক | ৩৩। ঘ | ৩৪। খ | | | | | | |

## (খ) সৃজনশীল প্রশ্ন

১। সালাম L দৈর্ঘ্যের একটি স্প্রিং ঘরের ছাদে আটকিয়ে এর নিচে 50 g ভর যুক্ত করায় স্প্রিংটির দৈর্ঘ্য $l$ পরিমাণ বৃদ্ধি পেল। সে ভরটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিল এবং ভরসহ স্প্রিংটি দুলতে থাকল।

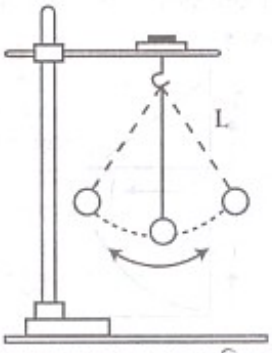
(ক) সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি কী ?

(খ) সরল ছন্দিত গতির বৈশিষ্ট্য উল্লেখ কর।

(গ) দেখাও যে, সালামের স্প্রিংটির গতি সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি।

(ঘ) প্রমাণ কর যে, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$। স্প্রিংটির নিচে 200 g ভর যুক্ত করলে এর দোলনকালের কীরূপ পরিবর্তন হবে?

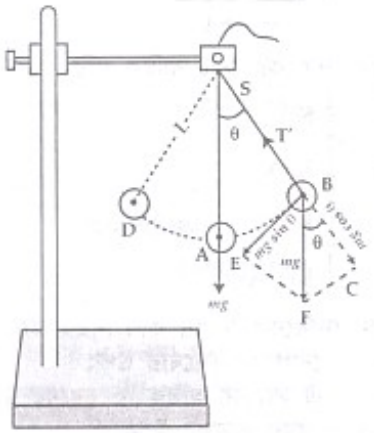
২।
[ চিত্রের সরল দোলকটির ববের ভর 50 g এবং কার্যকর দৈর্ঘ্য L।]




(ক) সরল দোলক কী ?
(খ) সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য বলতে কী বুঝায় ?
(গ) উদ্দীপকের দোলকটিকে চাঁদের পৃষ্ঠে নিয়ে গেলে দোলকটি ধীরে না দ্রুত দুলবে ব্যাখ্যা কর।
(ঘ) ববের ভর 100 g হলে এবং কার্যকর দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকলে দোলনকালের কীরূপ পরিবর্তন হবে— গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও।

৩। পদার্থবিজ্ঞানের শিক্ষক তাঁর তিন ছাত্রকে একটি পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করতে বললেন। ছাত্র তিনজন ভিন্ন ভিন্ন দৈর্ঘ্যের তিনটি সরল দোলক নিল এবং তিনজনই পাহাড়ের উচ্চতা একই পেল।
(ক) দশা কী ?
(খ) সরল দোলকের বৈশিষ্ট্য লিখ।
(গ) উদ্দীপকের পাহাড়টির উচ্চতা 400 m হলে পাহাড়ের চূড়ায় $g$-এর মান কত ? [$R = 6{\cdot}4 \times 10^6$ m এবং পাহাড়ের পাদদেশে অভিকর্ষজ ত্বরণ $9{\cdot}8\ ms^{-2}$ ]
(ঘ) সরল দোলকের সাহায্যে কীভাবে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করা যায়—গাণিতিক বিশ্লেষণের মাধ্যমে দেখাও।

৪।




(ক) পর্যাবৃত্ত গতি কী ?
(খ) একটি দোলক ঘড়ি গ্রীষ্মকালে ধীরে এবং শীতকালে দ্রুত চলে কেন ?
(গ) উদ্দীপকের দোলকটি একটি সেকেন্ড দোলক। এর কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।
(ঘ) উদ্দীপকের দোলকটি অল্প বিস্তারে দুলছে। এর গতি সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি কী ? উত্তরের সপক্ষে বিশ্লেষণ কর।

## (গ) কাঠামোবদ্ধ ও রচনামূলক প্রশ্ন

১। পর্যাবৃত্ত গতি বলতে কী বোঝ ?
২। স্থানিক পর্যায়ক্রম কাকে বলে ?
৩। কালিক পর্যাবৃত্ত গতি বলতে কী বুঝ?
৪। পর্যাবৃত্ত গতির বৈশিষ্ট্যগুলি লিখ।
৫। সরল ছন্দিত স্পন্দন গতি কী ?
৬। সরল ছন্দিত বলের বৈশিষ্ট্য কী কী ?
৭। সরল ছন্দিত গতির বৈশিষ্ট্যগুলি লিখ।
৮। সরর ছন্দিত গতির বেগের রাশিমালাটি লিখ। কী শর্তে এই বেগ সর্বাধিক হবে ?
৯। সরল দোলন গতিসম্পন্ন ত্বরণ কোন অবস্থানে সবচেয়ে বেশি হয়?
১০। সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে বেগ ও ত্বরণের রাশিমালা নির্ণয় কর।
১১। সরল ছন্দিত গতির ক্ষেত্রে সংজ্ঞা দাও :
(ক) সরণ, (খ) বেগ, (গ) ত্বরণ, (ঘ) পর্যায়কাল, (ঙ) কম্পাঙ্ক, (চ) কৌণিক কম্পাঙ্ক, (ছ) দশা।
১২। দশা কী?
১৩। সরল দোলনগতির ক্ষেত্রে অন্তরক বা ব্যবকলনীয় সমীকরণ প্রতিপাদন কর।
১৪। সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য বলতে কী বুঝ ?
১৫। $L - T^2$ লেখচিত্রের প্রকৃতি ব্যাখ্যা কর।

১৬। সরল ছন্দিত গতির কৌণিক কম্পাঙ্কের সমীকরণটি লিখ। এর একক কী ?
১৭। স্প্রিং স্পন্দকে পর্যায়কালের রাশিমালা নির্ণয় কর।
১৮। সরল দোলকের গতি সরল দোল গতি—দুটি বৈশিষ্ট্যের দ্বারা ব্যাখ্যা কর।
১৯। সরল দোলকের গতি যান্ত্রিক শক্তি বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক—ব্যাখ্যা কর।
২০। সরল দোলকের বিস্তার 4° এর মধ্যে রাখতে হয় কেন ?
২১। সরল দোলকের ত্বরণের সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।
২২। সেকেন্ড দোলক কাকে বলে ? দেখাও যে, সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য অভিকর্ষজ ত্বরণের সমানুপাতিক।
২৩। সরল দোলক কাকে বলে?
২৪। সরল দোলকের সম-কাল সূত্র ব্যাখ্যা কর।
২৫। সরল দোলকের দৈর্ঘ্যের সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।
২৬। সরল ছন্দিত স্পন্দনরত কোনো কণার ক্ষেত্রে দেখাও যে, এর সর্বাধিক বিভব শক্তির মান $\frac{1}{2}KA^2$।
২৭। সুষম বৃত্তাকার গতির সাথে সরল ছন্দিত গতির সম্পর্ক ব্যাখ্যা কর।
২৮। দেখাও যে, সরল ছন্দিত গতিতে শক্তির সংরক্ষণ নীতি পালিত হয়।
২৯। কোন অবস্থায় সরল দোলকের গতিপথ সরলরৈখিক হয় ?
৩০। দেখাও যে $x = a \sin \omega t$ বা, $x = b \cos \omega t$ সরল দোলন গতির অন্তরক সমীকরণের সমাধান।

## (ঘ) ক্রিয়াকর্ম

**প্রতিবেদন রচনা :** "স্প্রিং-এর গতি, সরল দোলকের গতি এবং সুষম বৃত্তাকার গতি একই গতির ভিন্ন রূপ।" সরল ছন্দিত গতির আলোকে একটি প্রতিবেদন রচনা কর।

শিক্ষক সবচেয়ে ভালো প্রতিবেদনটি ক্লাসে উপস্থাপন করবেন।

## (ঙ) কাজ (গাণিতিক সমস্যা)

১। $125\ Nm^{-1}$ স্প্রিং ধ্রুবকসম্পন্ন একটি স্প্রিংকে দৈর্ঘ্যে $0{\cdot}04$ m প্রসারিত করতে কী পরিমাণ বল দৈর্ঘ্য বরাবর প্রয়োগ করতে হবে ? [উ. 5 N]

২। কোনো সরল ছন্দিত স্পন্দন গতিসম্পন্ন কণার বিস্তার 3 cm এবং সর্বোচ্চ বেগ $6{\cdot}24\ ms^{-1}$ হলে কণাটির পর্যায়কাল কত ? [উ. $3{\cdot}02$ s]

৩। একটি হাল্কা স্প্রিং-এর এক প্রান্তে $0{\cdot}1$ kg ভরের একটি ক্ষুদ্র বস্তু যুক্ত করে একটি দৃঢ় বস্তুতে অপর প্রান্তটি বেঁধে তাকে ঝুলানো হলো। এতে স্প্রিং-এর দৈর্ঘ্য $0{\cdot}02$m বৃদ্ধি পেল। যদি ক্ষুদ্র বস্তুটিকে নিচের দিকে একটু টেনে ছেড়ে দেওয়া হয় তবে তার উল্লম্ব কম্পনের পর্যায়কাল কত হবে ? স্প্রিং-এর স্প্রিং ধ্রুবক নির্ণয় কর। [উ. $0{\cdot}284$s ; $49\ Nm^{-1}$]

৪। সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার সমীকরণ $x = 20 \sin (31t - \frac{\pi}{6})$। এখানে সংকেতগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। কণাটির কম্পাঙ্ক ও সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয় কর। [উ. $4{\cdot}93$ Hz, $620\ ms^{-1}$]

৫। সরল দোলন গতিসম্পন্ন একটি কণার গতির সমীকরণ $x = 20 \sin \left(31t - \frac{\pi}{6}\right)$, এখানে সংকেতগুলো প্রচলিত অর্থ বহন করে। কণাটির (ক) বিস্তার, (খ) কম্পাঙ্ক, (গ) পর্যায়কাল ও (ঘ) সর্বোচ্চ বেগ নির্ণয় কর।
[উ. (ক) 20 m, (খ) $4{\cdot}93$ Hz, (গ) $0{\cdot}2$ s এবং (ঘ) $620\ ms^{-1}$]

৬। 250g ভরের একটি বস্তু সরল ছন্দিত গতিতে গতিশীল। মধ্যাবস্থান হতে বস্তুটির যখন $0{\cdot}15$m সরণ হয় তখন এর উপর ক্রিয়ারত প্রত্যায়নী বলের মান $0{\cdot}4$N। গতির দোলন কাল কত ? [ উ. $1{\cdot}923$s ]

৭। কোনো স্প্রিং এর এক প্রান্তে $m$ ভরের একটি বস্তু ঝুলালে এটি 10cm প্রসারিত হয়। বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে এর পর্যায়কাল কত হবে ? [ উ. $0{\cdot}63$s ]

৮। সরল ছন্দিত গতি রচনাকারী একটি কণার বিস্তার $0{\cdot}025$ m ও পর্যায়কাল $1{\cdot}05$ s হলে মধ্য অবস্থান দিয়ে যাওয়ার কালে কণাটির বেগ কত হবে ? [উ. $0{\cdot}15\ ms^{-1}$]

৯। দেখাও যে, সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন বস্তুকণার স্পন্দনের পর্যায়কাল $T = 2\pi\sqrt{\frac{\text{সরণ}}{\text{ত্বরণ}}}$।

১০। একটি সরল দোলক 1 min-এ 30 বার দোলন দেয় অভিকর্ষীয় ত্বরণ $9{\cdot}8\ ms^{-2}$ হলে দোলকটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [উ. $0{\cdot}992$ m]

১১। A ও B দুটি সরল দোলক। এদের মধ্যে A-এর দৈর্ঘ্য B-এর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ। B-এর দোলনকাল 3s হলে A-এর দোলনকাল নির্ণয় কর। [উ. $4{\cdot}23$ s]

১২। যদি অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9·8 $ms^{-2}$ হয়, তবে 150 cm দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি সরল দোলকের দোলনকাল ও কম্পাঙ্ক বের কর। [ উ. 2·46s ; 0·41 Hz ]

১৩। একটি সরল দোলকের দোলনকাল ভূ-পৃষ্ঠে 2 সেকেন্ড। চন্দ্রপৃষ্ঠে নিয়ে গেলে এর ববের ওজন 80% হ্রাস পায়। চন্দ্রপৃষ্ঠে এর দোলনকাল নির্ণয় কর। [ উ. 4·47 সেকেন্ড]

১৪। দুটি সরল দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 25 : 16। বড় দৈর্ঘ্যের দোলকটির দোলনকাল 2 s হলে, ছোটটির দোলনকাল নির্ণয় কর। [উ. 1·6 s]

১৫। ভূ-পৃষ্ঠে ও চন্দ্রপৃষ্ঠে অভিকর্ষজ ত্বরণের মানের অনুপাত 81 : 16 হলে একটি সেকেন্ড দোলককে ভূ-পৃষ্ঠ হতে চন্দ্রপৃষ্ঠে নেয়া হলে দোলন কাল কত হবে ? [উ. 4·5 s]

১৬। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 2·5 গুণ বৃদ্ধি করলে এর দোলনকাল কত হবে ? [উ. 3·16 s]

১৭। একই স্থানে কোনো একটি সরল দোলকের দৈর্ঘ্য 3 গুণ বৃদ্ধি করা হলে, তার দোলন কাল কত হবে? [উ. 1·73 গুণ]

১৮। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 225% বাড়ান হলে তার দোলনকাল কত হবে নির্ণয় কর। [উ. 3s]

১৯। A স্থানে সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 100 সেমি এবং B স্থানে 80 সেমি.। দোলকটিকে B স্থান হতে A স্থানে নিয়ে আসলে তার ওজন কত বৃদ্ধি পাবে ? [ উ. $\frac{1}{4}$ গুণ ]

২০। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হলে তার দোলনকাল কত হবে ? [উ. $2\sqrt{2}$ s]

২১। সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% বৃদ্ধি করলে উক্ত দোলক দিনে কত সময় হারাবে ? [উ. 14 min 15 sec]

[বুয়েট ভর্তি পরীক্ষা, ২০০৭-২০০৮]

২২। কোনো একটি স্প্রিং-এর এক প্রান্তে একটি বস্তু ঝুলালে এটি 20 cm প্রসারিত হয়। বস্তুটিকে একটু টেনে ছেড়ে দিলে কম্পাঙ্ক কত হবে ? [উ. 1·11 Hz]

২৩। একটি জায়গায় অভিকর্ষীয় ত্বরণ 9·81 $ms^{-2}$। ঐ স্থানে একটি সরল দোলক প্রতি সেকেন্ডে একটি অর্ধ দোলন সম্পন্ন করে। দোলকটির সুতার দৈর্ঘ্য 0·99m হলে, দোলক পিন্ডের ব্যাস নির্ণয় কর। [উ. 0·008 m ]

২৪। কোনো একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 25·6% বাড়ালে এর দোলনকাল কত হবে বের কর। [উ. 2·24 s ]

২৫। কোনো স্থানে দুটি সরল দোলকের দোলনকালের অনুপাত 4 : 5 হলে এদের কার্যকর দৈর্ঘ্যের অনুপাত বের কর। [উ. 16 : 25]

২৬। 100 cm কার্যকর দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি দোলক প্রতি মিনিটে 30টি দোলন সম্পন্ন করে। পরীক্ষণীয় স্থানে অভিকর্ষীয় ত্বরণ $g$-এর মান নির্ণয় কর। [উ. 9·87 $ms^{-2}$]

২৭। একটি সরল দোলক A-এর দৈর্ঘ্য অপর একটি সরল দোলক B-এর দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ। দোলক B-এর দোলনকাল 2 s হলে দোলক A-এর দোলনকাল কত ? [উ. 2·838 s]

২৮। একটি সরল দোলক $g = 9·8\ ms^{-2}$ স্থানে $\frac{3}{4}$ s-এ একটি টিক শব্দ করে বা অর্ধ গোলনকাল $\frac{3}{4}$ s। দোলকটির কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [উ. 0·5585 m]

২৯। একটি সেকেন্ড দোলক ভূ-পৃষ্ঠে সঠিক সময় দেয়। চাঁদে নিয়ে গেলে এর দোলনকাল কত হবে? পৃথিবীর ব্যাসার্ধ চাঁদের ব্যাসার্ধের 4 গুণ এবং পৃথিবীর ভর চাঁদের ভরের 81 গুণ। [উ. 4·5 s]

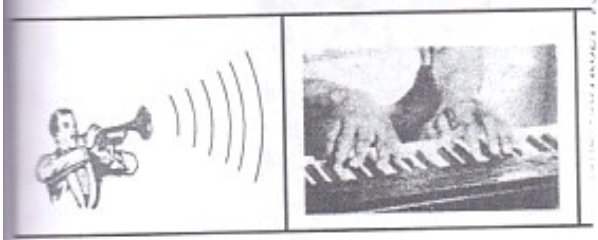
৩০। একটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 1% হ্রাস করা হলে দোলকটি একদিনে মোট কতগুলো পূর্ণ দোলন হারাবে? [উ. 217 টি]

৩১। পৃথিবী পৃষ্ঠে এবং চন্দ্র পৃষ্ঠে দুটি সেকেন্ড দোলকের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 81 : 16। পৃথিবী পৃষ্ঠে $g$-এর মান 9·87 $ms^{-2}$ হলে চন্দ্র পৃষ্ঠে '$g$' এর মান নির্ণয় কর। [উ. 1·938 $ms^{-2}$]

৩২। কোনো স্থানে একটি সরল দোলকের ক্ষেত্রে $\frac{L}{T^2}$ এর মান পরীক্ষায় 0·25 $ms^{-2}$ পাওয়া গেল। ঐ স্থানে $g$-এর মান নির্ণয় কর। [ উ. 9·87 $ms^{-2}$]

# ৯

# তরঙ্গ
# WAVE



## সূচনা
## Introduction

তরঙ্গ ও তরঙ্গ গতি পদার্থবিজ্ঞানের একটি গু
করা যায়। প্রথমত, মাধ্যমের আলোড়ন বা স্পন্দন
সঞ্চালনের বিষয়। আমরা যে শব্দ শুনি তা তরঙ্গ আ
তরঙ্গ গতি সম্পর্কে আমাদের স্পষ্ট ধারণা থাকা আ
শ্রুতিমধুর আবার কোনোটি শ্রুতিকটু। এ অধ্যায়ে স
সংগীতগুণ সম্পর্কে আলোচনা করা হবে।

এই অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- তরঙ্গের উৎপত্তি এবং মাধ্যমে শব্দ সঞ্চালন
- তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য, তীব্রতার গাণিতিক রাশি
- উপরিপাতন নীতি এবং স্থির তরঙ্গের গাণি
- **ব্যবহারিক :**
  মেলডির পরীক্ষার সাহায্যে সুর কম্পাঙ্কের
- শব্দের তীব্রতা লেভেল, বীটের গাণিতিক র
- স্বরগ্রাম, হারমোনিক ব্যাখ্যা করতে, সং
  শোরগোল ও সংগীত সুরের প্রভাব ব্যাখ্যা

## ৯·১ তরঙ্গের উৎপত্তি
### Propagation of Wave

হাত থেকে একটি ধাতব পাত্রকে ফেলে দি
আঘাত করলে শব্দ উৎপন্ন হয়। লক্ষ করলে দেখা
হয়। আবার কম্পন থেমে গেলে শব্দ বা তরঙ্গ
কম্পনশীল কোনো বস্তুকে হাত দিয়ে চেপে ধরলে
দুই থেমে যায়। আমরা যখন কথা বলি তখন শব্দ
মধ্য দিয়ে তরঙ্গ আকারে এক স্থান থেকে অন্য স্থ
হয় [চিত্র ৯·১]। সুতরাং বলা যায়—কোনো ব
ফলে শব্দের সৃষ্টি হয়। শব্দ মাধ্যমকে আন্দোলি
মাধ্যমের এ আন্দোলন তরঙ্গ আকারে এক স্থ
স্থানে সঞ্চালিত হয়। এভাবেই তরঙ্গের
কম্পনশীল এই বস্তুই হলো শব্দ উৎস বা স্বনক।

**যাচাই কর :** হাতে একটি হ্যান্ড মাইক সেট নাও। এবার জোরে ডাক দাও।

পুকুরের স্থির পানিতে ঢিল ছুড়লে ঢিলটি পানির যেখানে পতিত হয় সেখানে কম্পনের সৃষ্টি হয়। এই কম্পন এক কণা থেকে অপর কণায় স্থানান্তরিত হতে হতে এক সময় সমগ্র পুকুরে ছড়িয়ে পড়ে। এই কম্পনের ফলে কোনো

- স্বরগ্রামের সর্বাপেক্ষা কম কম্পাংকের সূচনা সুরকে টোনিক বলে।
- ডায়াটনিক গ্রাম মূলত বিশেষ ধরনের স্বরগ্রাম। এবং সূচনা সুরের কম্পাংক সাধারণত 256 গণ্য করা হয়। বাংলাদেশী নামানুসারে সুরাষ্টকের টোনিক হল 'সা'।
- গ্রামোফোন এক প্রকার উন্নত ধরনের ফনোগ্রাফ।
- অজানা সুরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয়ে,
  i. অজানা কম্পাঙ্কের বাহুর ভর বাড়ালে অর্থাৎ কম্পাঙ্ক কমালে যদি বীট বাড়ে তাহলে তার কম্পাঙ্ক কম।
  ii. অজানা কম্পাঙ্কের বাহুর ভর বাড়ালে অর্থাৎ, কম্পাঙ্ক কমালে বীট কমলে অজানা কম্পাঙ্ক জানা কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি
  iii. অজানা কম্পাঙ্কের বাহুর ভর কমলে অর্থাৎ কম্পাঙ্ক বাড়ালে বীট বাড়লে অজানা কম্পাঙ্ক জানা কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি
  iv. অজানা কম্পাঙ্কের বাহুর ভর কমলে অর্থাৎ কম্পাঙ্ক বাড়ালে বীট কমলে অজানা কম্পাঙ্ক জানা কম্পাঙ্কের কম।

বিজ্ঞানী ও আবিষ্কার:

| আবিষ্কার | বিজ্ঞানী |
|---|---|
| মেডলির | মেলডি |
| ফনোগ্রাফ | টমাস আলভা এডিসন |
| সুরশলাকা | ডিকনিং |

তীব্রতার বৈশিষ্ট্য:

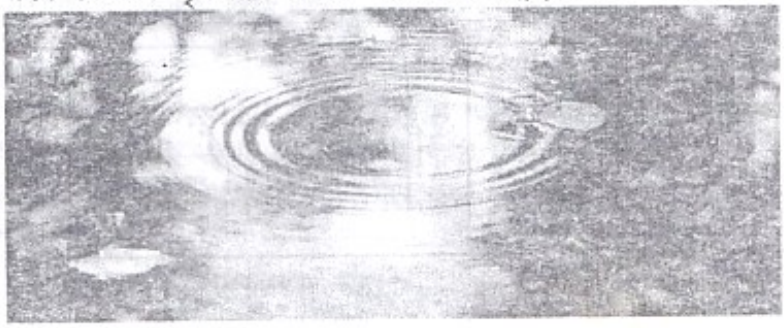
i. তীব্রতা মাধ্যমের ঘনত্বের সমানুপাতিক।
ii. তীব্রতা মাধ্যমের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক।
iii. তীব্রতা উৎসের কম্পাঙ্কের বর্গের সমানুপাতিক।
iv. তীব্রতা মাধ্যমের ত্রুতির সমানুপাতিক।
iv. তীব্রতা মাধ্যমের দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।

- **ফন (Phon):** 1000 Hz কম্পাঙ্ক বিশিষ্ট প্রমাণ তীব্রতার এক ডেসিবেল এর একটি বিশুদ্ধ সুর যে প্রাবল্য সৃষ্টি করে তাকে ফন বলে।

শ্রবণের নিম্নতম সীমা: $10^{-12}$ W/m$^2$

PUBLICATIONS • DHAKA

পানির কণাই তার সাম্যাবস্থান থেকে দূরে সরে যায় না। শুধু সাম্যাবস্থানকে কেন্দ্র করে উপরে নিচে পর্যায়বৃত্ত গতিতে কম্পিত হতে থাকে এবং প্রত্যেকটি কণাই তার পার্শ্ববর্তী কণায় শক্তির স্থানান্তর ঘটায় চিত্র ৯·২]। কিন্তু কোনো এক মুহূর্তে পানির কণাগুলো বিভিন্ন বিন্দুতে অবস্থান করায় এগুলো দেখতে ঢেউয়ের মতো মনে হয়। এই ঢেউই হলো তরঙ্গ। তোমরা নিশ্চয় খেয়াল করেছ সবুজ ধান ক্ষেতে মৃদুমন্দ বাতাস বয়ে গেলে ধানের পাতার পর্যায়বৃত্ত কম্পনের ফলে ঢেউয়ের সৃষ্টি হয়। আবার পানিতে ঢিল ছুড়ে কোনো পাতা বা কাগজের টুকরাকে ফেলে



চিত্র ৯·২

লক্ষ করলে দেখা যায় যে, পানির তরঙ্গগুলি একে একে পেরিয়ে যাবার সময় পাতা বা কাগজের টুকরো তরঙ্গের সঙ্গে এগিয়ে না গিয়ে একই জায়গায় থেকে উপর নিচে দুলতে থাকে। এ ঘটনা থেকে বোঝা যায় যে, ঢিলটি যেখানে পানিকে আঘাত করে সেখানে পানির কণাগুলিতে আলোড়ন (disturbance) সৃষ্টি হয়ে কণাগুলো উপর নিচে দুলতে শুরু করে। মাধ্যমের অর্থাৎ পানির কণাগুলোর সংসক্তির জন্য এই গতি পাশের পানির কণাগুলোর মধ্যে সঞ্চালিত হয়। ফলে এই কণাগুলিও একই ধরনের গতিতে দুলতে শুরু করে। এরা আবার পাশের পানি কণাগুলিকে আন্দোলিত করে। এভাবে স্থির পানির উপর কোনো স্থানে আলোড়ন সৃষ্টি করলে ঐ আলোড়ন পানির উপরিতল ধরে এগিয়ে যায়। একেই তরঙ্গ বলে। এখানে কেবলমাত্র আলোড়নের রূপ তরঙ্গ আকারে এগিয়ে যায়; পানির কণাগুলো একই জায়গায় থেকে উপরে নিচে আন্দোলিত হতে থাকে, কিন্তু কণাগুলো তরঙ্গের সঙ্গে এগিয়ে যায় না। পানিতে ভাসমান পাতা বা কাগজের টুকরোর গতি থেকে এই কথা স্পষ্ট বোঝা যায়। আবার তরঙ্গ এগিয়ে যাবার সাথে সাথে স্থির পানির কণাগুলি দুলতে শুরু করে— এই কথার অর্থ হলো তরঙ্গ প্রতিটি পানিকণায় কিছু পরিমাণ শক্তি সঞ্চালিত করে। সুতরাং বলা যায় যে— ঢিলটি পানিতে পড়ে সেই জায়গার পানিকণাগুলিকে যে শক্তি দিয়েছিল, সেই শক্তি তরঙ্গ আকারে এক জায়গা থেকে অন্য জায়গায় ছড়িয়ে পড়েছে [চিত্র ৯·২]।

## শব্দ তরঙ্গের উৎপত্তি

## Production of Sound Wave

তোমরা যদি কখনও পুকুরে বা লেকের পানিতে ঢিল নিক্ষেপ কর তাহলে দেখবে যেখানে ঢিলটি পানিকে স্পর্শ করেছে সেখানে একটি আলোড়ন সৃষ্টি হয়েছে। এই আলোড়ন এক বিন্দুতে স্থির না থেকে চারদিকে ছড়িয়ে পরছে। ঢিলটি যখন পানি স্পর্শ করে তখন ঐ স্থানের পানি আন্দোলিত হয়। এই কণাগুলো আবার পাশের কণাগুলোকে আন্দোলিত করে। এভাবে আন্দোলন এক কণা থেকে অন্য কণায় ছড়িয়ে পরে এবং কিনারা পর্যন্ত বিস্তৃতি হয়। এ আন্দোলনই হলো তরঙ্গ। সুতরাং বলা যায়, **কোনো পর্যায়বৃত্ত আন্দোলন স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের কণাগুলোর স্থানান্তর দ্বারা এক স্থান হতে অন্য স্থানে শক্তি সঞ্চালিত করে তাকে তরঙ্গ বলে।** ৯·৩ চিত্রে পর্যায়বৃত্ত আন্দোলন দ্বারা তরঙ্গের উৎপত্তি দেখান হলো। **শব্দ উৎপত্তির মূল উৎসই বস্তুর কম্পন।** বস্তুতে যতক্ষণ কম্পন থাকে ততক্ষণই এর শব্দ নিঃসরণ হয়। এ শব্দ নিরবচ্ছিন্ন স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের মধ্য দিয়ে আমাদের কানে পৌঁছে শ্রবণের অনুভূতি জন্মায়।



চিত্র ৯·৩

আমাদের দৈনন্দিন অভিজ্ঞতা থেকেও শব্দের উৎপত্তি ও প্রকৃতি বুঝতে পারি। যেমন কোনো ধাতব পদার্থ মেঝেতে পড়ে গেলে বা ধাতব পদার্থকে কোনো ধাতব দণ্ড দিয়ে আঘাত করলে শব্দের সৃষ্টি হয়; কিন্তু হাত বা শক্ত কিছু দিয়ে চেপে ধরলে শব্দ বন্ধ হয়ে যায়। বাঁশিতে ফুঁ দিয়ে কিংবা বাদ্যযন্ত্রের তারে টান দিয়ে বা ঢাক-ঢোলের চামড়ার পর্দা কাঁপিয়ে শব্দ সৃষ্টি করা হয়। সুতরাং বুঝা যাচ্ছে যে কম্পন থেকেই শব্দ সৃষ্টি হয়। এই কম্পন মাধ্যমে তরঙ্গের সৃষ্টি করে যা আমাদের কানের পর্দাকেও আন্দোলিত করে এবং আমরা শব্দ শুনতে পাই।

**সিদ্ধান্ত : কোনো বস্তুর কম্পনের দরুন শব্দ উৎপন্ন হয়। সর্বপ্রকার শব্দ উৎপত্তির মূল উৎস বস্তুর কম্পন। কম্পনের ফলে যান্ত্রিক শক্তি হতে শব্দ উৎপন্ন হয়।**

**নিজে কর : শব্দের বিস্তারের জন্য জড় মাধ্যমের প্রকৃতি কেমন হওয়া দরকার ?**

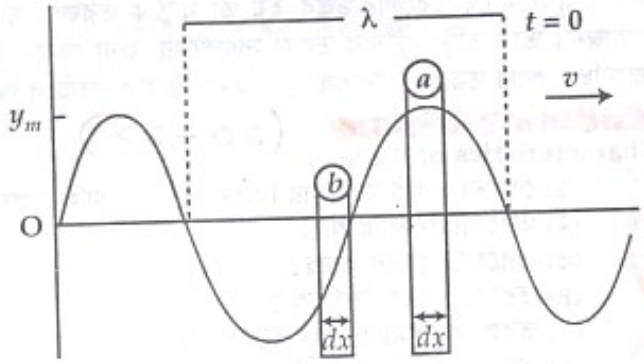
শব্দের বিস্তারের জন্য জড় মাধ্যমকে স্থিতিস্থাপক এবং অবিচ্ছিন্ন হতে হবে। অস্থিতিস্থাপক মাধ্যম অধিক দূরত্বে শব্দকে সঞ্চালিত করতে পারে না, যেহেতু খুব দ্রুত শক্তির অবক্ষয় হয়। তাছাড়া বিচ্ছিন্ন বস্তু যেমন ধুলো, পশম ইত্যাদি শব্দ প্রেরণের পক্ষে অত্যন্ত কুপরিবাহী।

## ৯·২ তরঙ্গ ও শক্তি
## Wave and Energy

কম্পনশীল বস্তুর আঘাতে এর সংলগ্ন মাধ্যমের কণা নিজ মধ্য অবস্থানের দুদিকে এদিক-ওদিক (to and fro) সরল দোলন গতিতে কাঁপতে থাকে। ঐসব বায়ুকণা তাদের পাশের কণাকে একই জাতীয় কম্পনে কম্পিত করে। এভাবেই পরপর কণা থেকে কণাতে কম্পন স্থানান্তর হতে থাকে, অর্থাৎ শব্দ উৎস থেকে তরঙ্গ বিস্তারের অভিমুখে কম্পনরত কণার একটি শৃঙ্খল তৈরি হয় এবং শেষ পর্যন্ত শ্রোতার কানে কম্পন আঘাত করে।

সুতরাং শব্দ উৎস হতে প্রাপ্ত শক্তি কণা থেকে কণাতে স্থানান্তরিত হয়ে অবশেষে শ্রোতার কানে পৌঁছায়; কিন্তু মাধ্যমের কণার কোনো স্থায়ী স্থানচ্যুতি ঘটে না।

জড় মাধ্যমের ভেতর দিয়ে তরঙ্গের বিস্তারের সময় মাধ্যমের কণাগুলি আন্দোলিত হয়, ফলে শক্তির স্থানান্তর ঘটে। ঐ শক্তির কিছু অংশ গতিশক্তি ও বাকী অংশ স্থিতিশক্তি; যদিও মোট শক্তি সর্বত্র সমান। তরঙ্গ মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হলে মাধ্যমের কণাগুলো সরল দোলন গতি লাভ করে [চিত্র ৯·৪]। শক্তি সঞ্চালনে কণাগুলো সরাসরি ভূমিকা পালন করে না এবং কণাগুলো স্থায়ীভাবে স্থানচ্যুতও হয় না। পক্ষান্তরে তরঙ্গ সঞ্চালনে মাধ্যমের প্রয়োজন না হলে শক্তি স্থানান্তরে কণার কোনো ভূমিকাই থাকে না। পানির উপর একটি শোলা বা পাটকাঠি থাকলে দেখা যাবে যে, শোলা বা কাঠিটি একই স্থানে থেকে উপরে-নিচে উঠানামা করছে। এর অর্থ হলো মাধ্যমের কণাগুলো স্থান ত্যাগ করে না, যদি করত তবে শোলা বা কাঠিটি সরে পাড়ে চলে আসত। মাধ্যমের কণাগুলোর মধ্যে সংসক্তি বলের কারণে এগুলো স্থান ত্যাগ করে না; তবে আন্দোলনের দ্বারা পার্শ্ববর্তী কণাগুলোতে শক্তি সঞ্চালিত হয় বলে পাশের কণাগুলো আন্দোলিত হয়। এভাবে শক্তি তরঙ্গাকারে এক স্থান হতে অন্য স্থানে সঞ্চালিত হয়। সুতরাং তরঙ্গের নিম্নরূপ সংজ্ঞা দেয়া যায় :



চিত্র ৯·৪

**কোনো স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের কণাগুলোর স্থানান্তর ছাড়া যে পর্যাবৃত্ত আন্দোলনের দ্বারা এক স্থান হতে অন্য স্থানে শক্তি সঞ্চালিত হয় তাকে তরঙ্গ বলে।**

তরঙ্গ শক্তির এক প্রকার রূপ তাই পানিতে ঢিল নিক্ষেপের সময় হাত থেকে শক্তি ঢিলে স্থানান্তরিত হয়। আবার যখন টানা দেয়া তারে একটি তরঙ্গকে স্থাপন করা হয় তখন প্রকৃতপক্ষে তারে তরঙ্গ সঞ্চালনের জন্য শক্তি সরবরাহ করা হয়। সুতরাং দেখা যায় যে, মাধ্যমে আন্দোলনের ফলে মাধ্যমের কণাসমূহে যে যান্ত্রিক শক্তির সৃষ্টি হয় তা কম্পনের মাধ্যমে এক স্থান হতে অন্য স্থানে সঞ্চালিত হয়। তরঙ্গ দ্বারা শক্তি এক স্থান থেকে অন্য স্থানে সঞ্চালিত হয়। এই তরঙ্গ এক স্থান থেকে অন্য স্থানে চলাচলের সময় গতিশক্তি ও স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি স্থানান্তরিত হয়।

**গতিশক্তি (Kinetic energy) :** মনে করি তারের একটি কণার ভর $dm$, যা আড় তরঙ্গরূপে সরল ছন্দিত গতিতে কম্পিত হচ্ছে। যখন তরঙ্গ এই কণাকে অতিক্রম করে তখন তা গতিশক্তি প্রাপ্ত হয় যার বেগ $v$। $y = 0$ অবস্থানে কণার অবস্থানের জন্য আড় কম্পনের বেগ তথা গতিশক্তি সর্বাধিক হয় [চিত্র ৯.৪]। আবার কণাটির চূড়ান্ত অবস্থান $y = y_m$ অবস্থানে আড় কম্পনের বেগ তথা গতিশক্তি শূন্য বা সর্বনিম্ন হয়।

**স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি (Elastic potential energy) :** এখন একটি সাইন-তরঙ্গ পূর্বের টানা তারে সঞ্চালনের জন্য প্রয়োগ করা হলে তা তারটিতে চাপ (stretch) প্রয়োগ করে। (৯·৪) চিত্র অনুযায়ী ধরি তারের ক্ষুদ্র $dx$ অংশ আড়াআড়িভাবে কম্পিত হচ্ছে; কাজেই এই দৈর্ঘ্য $dx$ বরাবর পর্যায়ক্রমিকভাবে সংকুচিত ও প্রসারিত হয়।

সেক্ষেত্রে বলা যায় তারটি স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি লাভ করার জন্য দৈর্ঘ্য পরিবর্তিত হচ্ছে যেমনটি লক্ষ করা যায় একটি স্প্রিং এর ক্ষেত্রে। যখন তারে কণার অবস্থান $y = y_m$ হয় তখন ক্ষুদ্রতম দৈর্ঘ্য $dx$ অপরিবর্তিত থাকে এবং এই অবস্থানে স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি শূন্য হয়। আবার $y = 0$ অবস্থানে স্থিতিস্থাপক স্থিতিশক্তি সর্বাধিক হয়। এভাবে কম্পিত তার গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি লাভ করে।

**সম্প্রসারিত ক্রিয়াকর্ম :** সরণ-সময় কিংবা সরণ-দূরত্ব লেখচিত্র তরঙ্গ আকৃতি দেখায়। এ থেকে মন্তব্য করা যায় যে শব্দ তরঙ্গ পথে বিস্তার লাভ করে।

আমরা যখন কথা বলি তখন উৎপন্ন শব্দ তরঙ্গ আকারে ছড়িয়ে পড়ে। প্রকৃতপক্ষে, একটি শব্দসৃষ্টিকারী উৎসের কম্পনে পর্যায়ক্রমে মাধ্যমে সংকোচন ও প্রসারণ সৃষ্টি হয় এবং তরঙ্গ সমবেগে চারদিকে ছড়িয়ে যায়। একটি পূর্ণ কম্পনকালের মধ্যে মাধ্যমের কোনো কণার সরণ-সময় লেখচিত্র কিংবা তরঙ্গের বিস্তারের অভিমুখে নির্দিষ্ট সময় বিভিন্ন কণার সরণ-দূরত্ব লেখচিত্র অঙ্কন করলে লেখচিত্রগুলি তরঙ্গ আকারের হবে।

## ৯·৩ তরঙ্গ
## Wave

পূর্বের আলোচনা থেকে জেনেছি, যে পর্যাবৃত্ত আন্দোলন কোনো জড় মাধ্যমের এক স্থান থেকে অন্য স্থানে শক্তি সঞ্চালিত করে, কিন্তু মাধ্যমের কণাগুলো স্থায়ীভাবে স্থানান্তরিত করে না তাই তরঙ্গ। তরল বা গ্যাসীয় এবং কঠিন মাধ্যমে যে তরঙ্গের উদ্ভব হয় তা যান্ত্রিক তরঙ্গ। যান্ত্রিক তরঙ্গ সঞ্চালনের জন্য স্থিতিস্থাপক মাধ্যমের প্রয়োজন। তবে তড়িৎ চৌম্বক তরঙ্গ সঞ্চালনের জন্য কোনো মাধ্যমের প্রয়োজন হয় না। তরঙ্গ ও শক্তি কী ? তাও জেনেছি। এবার তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যগুলি জানা দরকার। তাহলে আমরা বিভিন্ন প্রকার তরঙ্গের প্রকৃতি জানতে সক্ষম হব।

### তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য
### Characteristics of Wave

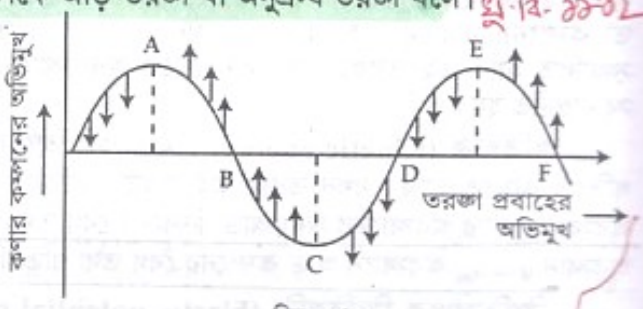
(১) কোনো একটি মাধ্যমের বিভিন্ন কণার সম্মিলিত কম্পনের ফলশ্রুতিই হলো তরঙ্গ।
(২) তরঙ্গের বিস্তার আছে।
(৩) তরঙ্গের কম্পন আছে।
(৪) তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য আছে।
(৫) তরঙ্গ অগ্রগামী ও স্থির হতে পারে।
(৬) তরঙ্গ আড় কিম্বা লম্বিক হতে পারে।
(৭) তরঙ্গের তরঙ্গমুখ আছে।
(৮) তরঙ্গ প্রতিফলন, প্রতিসরণ, ব্যতিচার এবং অপবর্তন ঘটায়।
(৯) তরঙ্গ এক স্থান থেকে অন্য স্থানে শক্তি সঞ্চালিত করে।

### তরঙ্গের প্রকারভেদ
### Types of Waves

মাধ্যমের কণাগুলো সরল দোল গতিতে কম্পিত হলে যে তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাকে **সরল দোল তরঙ্গ** (Simple harmonic wave) বা **সাইন তরঙ্গ** (Sine wave) বলে। সরল দোল তরঙ্গ আবার দুই প্রকারের। যথা—(১) আড় তরঙ্গ বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ (Transverse wave) এবং (২) লম্বিক তরঙ্গ বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ (Longitudinal wave)।

**(১) আড় তরঙ্গ বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ (Transverse wave) : মাধ্যমের কণাগুলো তরঙ্গ গতির অভিমুখের সমকোণে কম্পিত হতে থাকলে সেই তরঙ্গকে আড় তরঙ্গ বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ বলে।**

**ব্যাখ্যা :** চিত্র ৯·৫-এ একটি অনুপ্রস্থ তরঙ্গ দেখান হয়েছে। তরঙ্গের উপর ছোট ছোট তীর চিহ্ন দ্বারা কণার কম্পনের অভিমুখ দেখানো হয়েছে। তরঙ্গের উপরের দিকে A ও E বিন্দুতে কণার সর্বোচ্চ সরণ ঘটেছে। তরঙ্গের এই বিন্দুগুলোকে **তরঙ্গ শীর্ষ** বা **তরঙ্গ চূড়া** (Crest) বলে। আবার নিচের দিকে C বিন্দুতে সর্বোচ্চ সরণ ঘটেছে। একে **তরঙ্গ পাদ** বা **তরঙ্গ খাঁজ** (Trough) বলে।



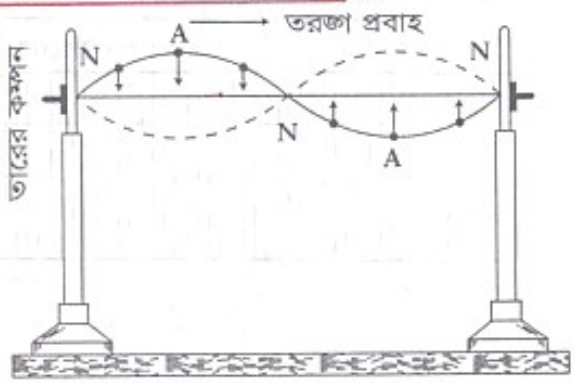
চিত্র ৯·৫

এক্ষেত্রে কণার স্পন্দনের অভিমুখ তরঙ্গ প্রবাহের অভিমুখের সমকোণে ঘটেছে। অতএব এটা আড় তরঙ্গ।

**উদাহরণ :**

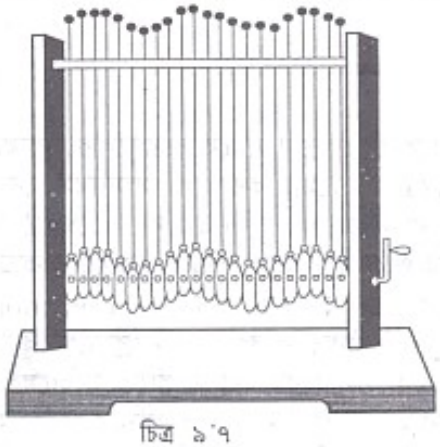
(১) পুকুরের পানিতে ঢিল ছুঁড়লে দেখা যায় যে পানির কণাগুলো উপরে-নিচে দুলতে থাকে এবং এই আন্দোলন কিনারার দিকে অগ্রসর হতে থাকে। সৃষ্ট এরূপ আন্দোলনই আড় তরঙ্গ বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ।

(২) একটি তার টান করে বেঁধে এর দৈর্ঘ্যের সমকোণে টেনে ছেড়ে দিলে তারে একটি তরঙ্গের সৃষ্টি হবে [চিত্র ৯·৬]। লক্ষ করলে দেখা যাবে যে, তারটি এর দৈর্ঘ্যের সাথে সমকোণে আন্দোলিত হচ্ছে। এই আন্দোলন তারের দৈর্ঘ্য বরাবর প্রবাহিত হচ্ছে। সুতরাং টানা তারের এরূপ কম্পন হতে স্পষ্ট যে, এই তরঙ্গ আড় তরঙ্গ।



চিত্র ৯·৬

**পরীক্ষণ : আড় তরঙ্গ প্রদর্শন (Demonstration of Transverse wave) :** পরীক্ষায় সমান দৈর্ঘ্যের কতকগুলো দন্ড নেয়া হয় যাদের প্রত্যেকের এক মাথায় একটি করে বল এবং অপর মাথায় একটি করে চাকা যুক্ত আছে [ চিত্র ৯·৭]। চাকাগুলো একটি হাতলযুক্ত ঘূর্ণনক্ষম দন্ডের সাথে এমনভাবে লাগানো আছে যে চাকাগুলো কম-বেশি উৎকেন্দ্রিক (eccentric) অবস্থায় থাকে অর্থাৎ দন্ডগুলো এক এক চাকার এক এক স্থান দিয়ে পরানো থাকে এবং দন্ডগুলো খাড়াভাবে অবস্থান করে।


চিত্র ৯·৭

হাতল ঘুরালে চাকাগুলোও ঘুরতে থাকে এবং দন্ডগুলো উঠা-নামা করে। চাকাগুলো কম-বেশি উৎকেন্দ্রিক হওয়ায় বিভিন্ন দন্ডের উপরের প্রান্তের বলগুলো একসঙ্গে উপরে উঠে না বা নিচে নামে না— পর্যায়ক্রমে উঠা-নামা করে। ভালভাবে লক্ষ করলে দেখা যাবে যে বলগুলো যে দিকে উঠা-নামা করে তার সমকোণে তরঙ্গ প্রবাহিত হচ্ছে। সুতরাং এস্থলে উদ্ভূত তরঙ্গ আড় তরঙ্গ।

**আড় বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of transverse wave)**

আড় তরঙ্গের মধ্যে নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য পরিলক্ষিত হয়—

১। যে তরঙ্গের ক্ষেত্রে জড় মাধ্যমের কণাগুলির কম্পনের দিক তরঙ্গ প্রবাহের দিকের সমকোণী হয়, তাকে আড় তরঙ্গ বলে।

২। তরঙ্গ প্রবাহে মাধ্যমে তরঙ্গ শীর্ষ এবং তরঙ্গ পাদ সৃষ্টি হয়।

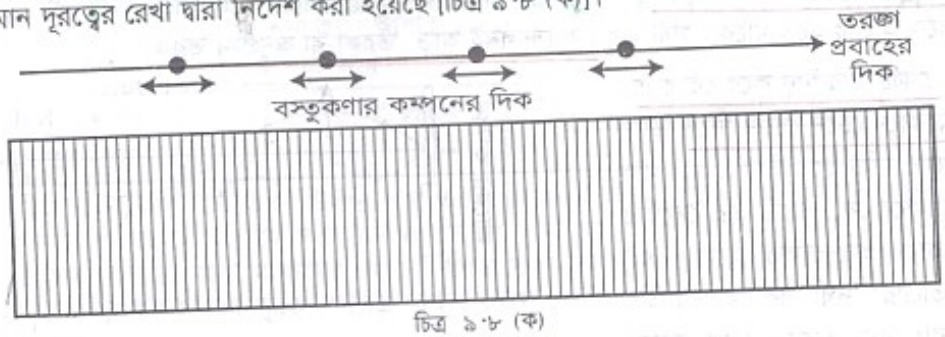
৩। পর পর দুটি তরঙ্গ শীর্ষ বা পর পর দুটি তরঙ্গ পাদের মধ্যবর্তী দূরত্বকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য বলে।

৪। মাধ্যমে এর সমবর্তন বা পোলারণ ঘটে।

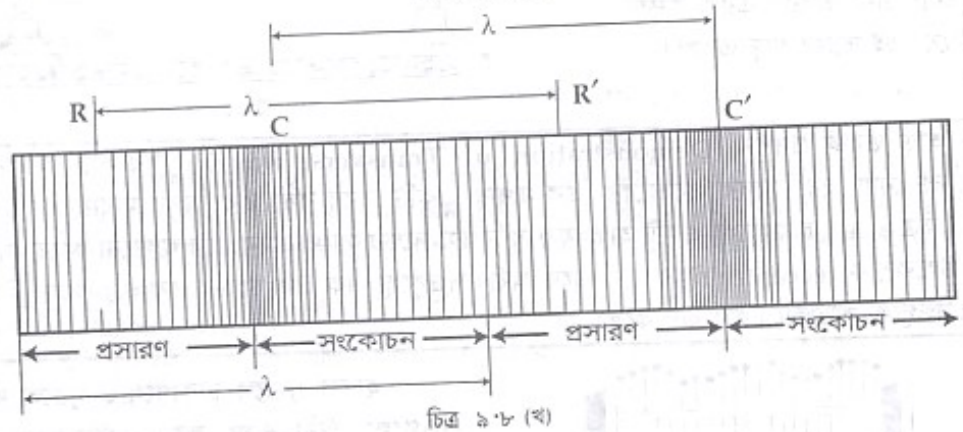
৫। অনম্যতার বা আকৃতির স্থিতিস্থাপক ধর্মসম্পন্ন মাধ্যমে (কঠিন) এই তরঙ্গ উৎপন্ন হয়। প্রবাহীতে পৃষ্ঠ টানের দরুন আড় তরঙ্গের সৃষ্টি হয়।

**(২) লম্বিক তরঙ্গ বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ (Longitudinal wave) : মাধ্যমের কণাগুলো তরঙ্গের গতির অভিমুখের সমান্তরালে কম্পিত হতে থাকলে, সেই তরঙ্গকে লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ বলে।**

**ব্যাখ্যা :** চিত্র ৯·৮-এ অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ প্রবাহ দেখানো হয়েছে। মাধ্যমের বিভিন্ন স্তরের সাম্যাবস্থান কতগুলো সমান দূরত্বের রেখা দ্বারা নির্দেশ করা হয়েছে [চিত্র ৯·৮ (ক)]।




চিত্র ৯·৮ (ক)



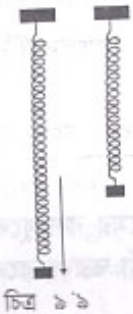

চিত্র ৯·৮ (খ)

**তরঙ্গ সঞ্চালন প্রক্রিয়া :**

মাধ্যমের ভেতর দিয়ে লম্বিক তরঙ্গ প্রবাহিত হতে থাকলে যে কোনো সময়ে স্তরগুলোর অবস্থান কিরূপ হবে তা ৯·৮(খ) চিত্রে দেখানো হয়েছে। অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের ক্ষেত্রে মাধ্যমের কণাগুলো সাম্যাবস্থানের উভয় পার্শ্বে তরঙ্গের গতিপথের সমান্তরালে কম্পিত হয়, ফলে তরঙ্গশীর্ষ বা তরঙ্গপাদ সৃষ্টি হয় না। এক্ষেত্রে কম্পনের সময় কিছু কিছু স্থানে কণাগুলো কাছাকাছি চলে আসে আবার কোথাও দূরে সরে যায়। কণাগুলো কাছাকাছি আসায় মাধ্যমের সংকোচন (compression) হয় এবং কণাগুলো সরে গেলে মাধ্যমের প্রসারণ (rarefaction) হয়। চিত্রে রেখাগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব কম দ্বারা সংকোচন এবং রেখাগুলোর দূরত্ব বৃদ্ধি দ্বারা সম্প্রসারণ বুঝানো হয়েছে। সংকোচনের স্থানগুলোতে মাধ্যমের ঘনত্ব ও চাপ বেড়ে যায় এবং প্রসারণের স্থানগুলোতে মাধ্যমের ঘনত্ব ও চাপ কমে যায়। এভাবে মাধ্যমের কণাগুলোর সংকোচন ও প্রসারণের মধ্য দিয়ে অনুদৈর্ঘ্য ও লম্বিক তরঙ্গ সঞ্চালিত হয়। **পাশাপাশি একটি সংকোচন ও একটি প্রসারণ নিয়ে একটি তরঙ্গদৈর্ঘ্য গঠিত হয়।**

**উদাহরণ :**

(১) কথা বলার সময় আমরা জিহ্বার সাহায্যে মুখের মধ্যকার বায়ু কণাতে কম্পন সৃষ্টি করি। বায়ুকণাগুলোর কম্পনের দিক শব্দ তরঙ্গের গতির অভিমুখে সংঘটিত হয়। অতএব শব্দ লম্বিক তরঙ্গ। বক্তা বা গায়কের মুখ হতে শব্দ বায়ু মাধ্যমে সঙ্কোচন ও প্রসারণ সৃষ্টি করে লম্বিক তরঙ্গের আকারে শ্রোতার কানে পৌঁছায়।



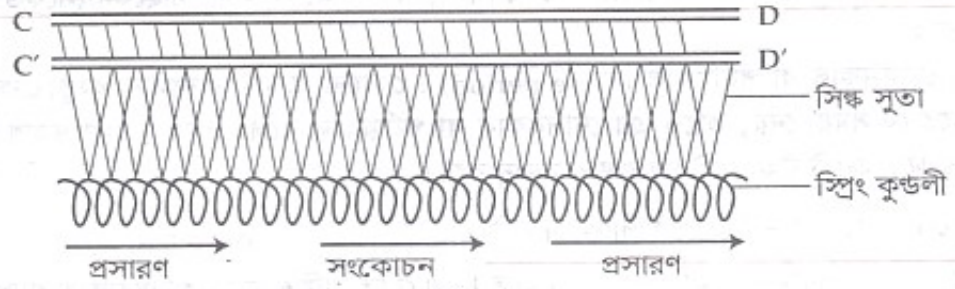
চিত্র ৯·৯

(২) একটি স্প্রিং খাড়াভাবে ঝুলিয়ে দিয়ে এর নিচের প্রান্ত খানিকটা নিচের দিকে টেনে ছেড়ে দিলে দেখা যাবে যে স্প্রিং-এর কুণ্ডলী পর্যায়ক্রমে সংকুচিত ও প্রসারিত হতে থাকে [ চিত্র ৯·৯] এবং এই স্পন্দন তারের দৈর্ঘ্য বরাবর প্রবাহিত হয়।

অর্থাৎ, কুণ্ডলীগুলো সরল দোলন গতিতে তরঙ্গের গতির সমান্তরালে আন্দোলিত হচ্ছে। সুতরাং স্প্রিং-এ সৃষ্ট এই তরঙ্গ লম্বিক তরঙ্গ।

**অনুশীলন :** একটি স্প্রিংকে খাড়াভাবে ঝুলিয়ে দাও। এবার স্প্রিংটিকে টেনে ছেড়ে দাও। কী দেখতে পাচ্ছ? স্প্রিংটি কি আগের অবস্থায় আছে, না কি কোনো পরিবর্তন লক্ষ করতে পারছ ?

**পরীক্ষণ : লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ প্রদর্শন (Demonstration of longitudinal wave) :** পরীক্ষায় একটি সরু তারের স্প্রিং নিয়ে এর প্রত্যেক কুণ্ডলীকে দুটি অনুভূমিক দণ্ড CD ও C′D′ হতে V-আকারে সিল্ক সুতা দ্বারা এমনভাবে ঝুলাও যাতে তারটি অনুভূমিক থাকে [ চিত্র ৯·১০]।




চিত্র ৯·১০

এই স্প্রিং-এর এক প্রান্ত ধরে হঠাৎ অনুভূমিকভাবে ধাক্কা দিলে দেখা যাবে যে, তারের কুণ্ডলীগুলো পর্যায়ক্রমে সঙ্কুচিত ও প্রসারিত হচ্ছে এবং এই স্পন্দন ক্রমে ক্রমে তার বরাবর এগিয়ে যাচ্ছে। অর্থাৎ কুণ্ডলীগুলো তরঙ্গ প্রবাহের দিকেই সরল দোল গতিতে আন্দোলিত হচ্ছে। সুতরাং উদ্ভূত তরঙ্গই লম্বিক তরঙ্গ।

**লম্বিক তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of longitudinal wave)**

১। যে তরঙ্গের ক্ষেত্রে জড় মাধ্যমের কণাগুলির কম্পনের দিক তরঙ্গ প্রবাহের দিকের সমান্তরাল হয় তাকে লম্বিক তরঙ্গ বলে।

২। তরঙ্গ প্রবাহে মাধ্যমে সংকোচন ও প্রসারণ সৃষ্টি হয়।

৩। পর পর দুটি সংকোচন বা পর পর দুটি প্রসারণের মধ্যবর্তী দূরত্বকে বা একটি প্রসারণ ও একটি সংকোচনের মিলিত দৈর্ঘ্যকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য বলে।

৪। মাধ্যমে এর সমবর্তন বা পোলারণ ঘটে না। ঢা.বি. ১১-১২ , কু.বি.বি. ০৯-১০ , চ.বি. ১২-১৩, ১১-১২ জ.বি. ১৪-১৫

৫। স্থিতিস্থাপক ধর্মসম্পন্ন মাধ্যমে এই তরঙ্গ উৎপন্ন হয়।

## তরঙ্গ সংক্রান্ত কয়েকটি সংজ্ঞা
**Some definitions relating waves**

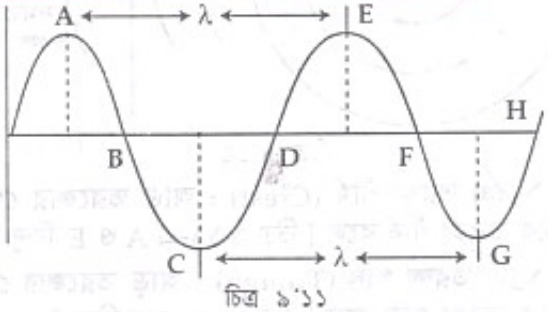
তরঙ্গ সংক্রান্ত কয়েকটি রাশির সংজ্ঞা নিম্নে দেয়া হলো :

**(১) পূর্ণ কম্পন (Complete oscillation) : কম্পমান বস্তু একটি বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে আবার একই দিক হতে সে বিন্দুতে ফিরে এলে একে পূর্ণ কম্পন বলে।**

**(খ) তরঙ্গদৈর্ঘ্য (Wavelength) : তরঙ্গ সৃষ্টিকারী কোনো কম্পনশীল কণার একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করতে যে সময় লাগে, ঐ সময়ে তরঙ্গ যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য বলে।** তরঙ্গের উপরিস্থিত পরপর দুটি সমদশাসম্পন্ন কণার ন্যূনতম দূরত্বই হলো তরঙ্গদৈর্ঘ্য। একে $\lambda$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে পরপর দুটি তরঙ্গশীর্ষ বা পরপর দুটি তরঙ্গ পাদ-এর মধ্যবর্তী দূরত্বকে তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বলে। চিত্র ৯·১১-এ AE বা BF বা CG আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং চিত্র ৯·৮(খ)-এ RR′ বা CC′ লম্বিক তরঙ্গের ক্ষেত্রে তরঙ্গদৈর্ঘ্য।

কোনো একটি মাধ্যমে বিভিন্ন শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্য বিভিন্ন। একই শব্দের তরঙ্গ বিভিন্ন মাধ্যমেও বিভিন্ন।




চিত্র ৯·১১

**(গ) কম্পাঙ্ক বা স্পন্দন সংখ্যা (Frequency) : কোনো একটি কম্পমান বস্তু বা কণা এক সেকেন্ডে যতগুলো পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে তাকে তার কম্পাঙ্ক বা স্পন্দন সংখ্যা বলে।**

কম্পাঙ্ক $n$ বা $f$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

কোনো বস্তু বা কণা $t$ সময়ে N সংখ্যক কম্পন সম্পন্ন করলে কম্পাঙ্ক, $f$ বা $n = \frac{N}{t}$

কম্পাঙ্কের এককে হার্টজ (Hertz সংক্ষেপে Hz) বলে। অনেক সময় সাইকেল/সেকেন্ড ($cs^{-1}$) এককও ব্যবহার করা হয়।

**(ঘ) দোলনকাল বা পর্যায়কাল (Time period) : কোনো একটি কম্পমান বস্তু একটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করতে যে সময় নেয়, তাকে এর দোলনকাল বা পর্যায়কাল বলে।** একে T দ্বারা প্রকাশ করা হয়। মনে করি $t$ সেকেন্ডে একটি উৎস Nটি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন করে।

$\therefore$ দোলন কাল, $T = \frac{t}{N}$ এবং কম্পাঙ্ক, $n = \frac{N}{t}$

চিত্র ৯·১১-এ তরঙ্গের B হতে F বা D হতে H-এ যেতে ব্যয়িত সময়ই পর্যায়কাল বা দোলনকাল।

বিভিন্ন তরঙ্গের পর্যায়কাল বা কম্পাঙ্ক একই মাধ্যমে বিভিন্ন। কিন্তু একই তরঙ্গের কম্পাঙ্ক বা পর্যায়কাল বিভিন্ন মাধ্যমে সমান।

**(ঙ) বিস্তার (Amplitude) : কোনো একটি কম্পমান বস্তু তার সাম্যাবস্থান হতে ডানে বা বামে অথবা উপরে বা নিচে যে সর্বাধিক দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে এর বিস্তার বলে।** বিস্তার দুই প্রকার, যথা—(ক) রৈখিক বিস্তার; একে সাধারণত '$a$' দ্বারা সূচিত করা হয় এবং (খ) কৌণিক বিস্তার; একে সাধারণত '$\theta$' দ্বারা সূচিত করা হয়। চিত্র ৯·১১-এ BF হতে E বা C বা A-এর লম্ব দূরত্বই রৈখিক বিস্তার '$a$'।

কোনো শব্দের প্রাবল্য I বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক। অর্থাৎ $I \propto a^2$

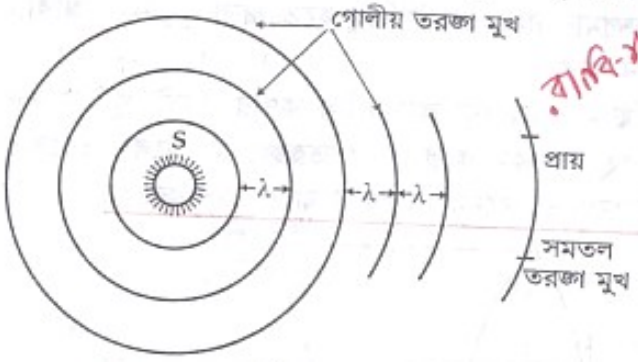
**(চ) দশা (Phase) : দশা কোনো একটি কম্পমান বস্তুর কোনো মুহূর্তের দোলনের অবস্থা প্রকাশ করে।** আরও বিস্তারিতভাবে বলা যায়—**তরঙ্গস্থিত কোনো একটি কণার কোনো মুহূর্তের অবস্থান এবং তার গতির অবস্থা ও দিক যার দ্বারা নির্দেশ করা হয় তাকে দশা বলে।**

**(ছ) আদি দশা (Epoch) : কোনো একটি কম্পমান বস্তু যে দশা নিয়ে কম্পন শুরু করে, তাকে আদি দশা বলে।**

**(জ) তরঙ্গ বেগ (Wave velocity) : কোনো একটি তরঙ্গ কোনো মাধ্যমে এক সেকেন্ডে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে সেই মাধ্যমের তরঙ্গ বেগ বলে।** একে $v$ দ্বারা সূচিত করা হয়।

$V = \frac{\lambda}{t}$

মাধ্যম ভেদে একই শব্দের বেগ বিভিন্ন। কিন্তু বিভিন্ন শব্দের বেগ একই মাধ্যমে সমান।




চিত্র ৯·১২

**(ঝ) তরঙ্গ মুখ (Wave front) : কোনো তরঙ্গের উপরিস্থিত সমদশাসম্পন্ন সব বিন্দুর মধ্য দিয়ে অঙ্কিত তলকে তরঙ্গ মুখ বলে।** যেমন পানির তরঙ্গ শীর্ষে অবস্থিত সব কণার দশা একই। তেমনি এর তরঙ্গ পাদে অবস্থিত সব কণার দশাও একই। কাজেই তরঙ্গ শীর্ষ বরাবর অঙ্কিত তল হবে একটি তরঙ্গ মুখ এবং তরঙ্গ পাদ বরাবর অঙ্কিত তল হবে আর একটি তরঙ্গ মুখ। পরপর দুটি তরঙ্গ শীর্ষ বা তরঙ্গপাদ বরাবর অঙ্কিত তলের তরঙ্গ মুখের মধ্যবর্তী দূরত্ব এক তরঙ্গ দৈর্ঘ্য [চিত্র ৯·১২]।

**(ঞ) তরঙ্গ শীর্ষ (Crest) : আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে এর ধনদিকে এক তরঙ্গদৈর্ঘ্যে সর্বাধিক সরণের বিন্দুকে তরঙ্গ শীর্ষ বলে** [ চিত্র ৯·১১-এ A ও E বিন্দু ]।

**(ট) তরঙ্গ পাদ (Trough) : আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে এর ঋণদিকে এক তরঙ্গদৈর্ঘ্যে সর্বাধিক সরণের বিন্দুকে তরঙ্গ পাদ বলে** [ চিত্র ৯·১১-এ C বিন্দু ]

(ঠ) তরঙ্গের তীব্রতা (Intensity of wave) : কোনো তরঙ্গের সমকোণে একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে এক সেকেন্ডে যে পরিমাণ শক্তি প্রবাহিত হয় তাকে ঐ তরঙ্গের তীব্রতা বলে। একে মাধ্যমের শক্তি প্রবাহও (energy current or energy flux) বলা হয়। একে I দ্বারা সূচিত করা হয়।

তরঙ্গের তীব্রতা, I = শক্তি ঘনত্ব × তরঙ্গ বেগ

গাণিতিকভাবে দেখানো যায় যে,

$$I = 2\rho\pi^2 a^2 n^2 v \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.1)$$

এখানে,

$\rho$ মাধ্যমের ঘনত্ব

$n$ তরঙ্গের কম্পাঙ্ক

$a$ তরঙ্গের বিস্তার এবং

$v$ তরঙ্গের বেগ।

উপরের সমীকরণ হতে দেখা যায় যে,

$$I \propto a^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.2)$$

বা, $I = Ka^2$, এখানে K ধ্রুবক।

অর্থাৎ তীব্রতা (I) বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক।

এস. আই. পদ্ধতিতে তীব্রতার একক $Jm^{-2}s^{-1}$ বা $Wm^{-2}$।

## তরঙ্গ বেগ, তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং কম্পাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক

**Relation among wavelength, frequency and wave velocity or speed**

মনে করি, কোনো মাধ্যমে কোনো একটি তরঙ্গের বেগ = $v$, তরঙ্গ উৎসের কম্পাংক = $n$ এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্য = $\lambda$। তাদের মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে হবে। যেহেতু $v$ তরঙ্গ বেগ,

অতএব আমরা পাই,

$v$ = তরঙ্গ কর্তৃক এক সেকেন্ডের অতিক্রান্ত দূরত্ব ... ... (9.3)

পুনঃ, তরঙ্গদৈর্ঘ্য = $\lambda$, সুতরাং শব্দ উৎসের একটি পূর্ণ কম্পনে তরঙ্গ কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব = $\lambda$। কম্পাঙ্ক $n$ হওয়ায় প্রতি সেকেন্ডে $n$টি পূর্ণ কম্পন সম্পন্ন হয়। অতএব $n$টি পূর্ণ কম্পনের জন্য অতিক্রান্ত দূরত্ব = $n\lambda$

$\therefore$ $n\lambda$ = তরঙ্গ কর্তৃক এক সেকেন্ডের অতিক্রান্ত দূরত্ব ... ... (9.4)

সমীকরণ (9.3) এবং (9.4) হতে পাই,

$$v = n\lambda \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.5)$$

অর্থাৎ তরঙ্গ বেগ = কম্পাঙ্ক × তরঙ্গদৈর্ঘ্য।

এটিই হলো তরঙ্গ বেগ, কম্পাঙ্ক এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্যের মধ্যে সম্পর্ক।

## গাণিতিক উদাহরণ

১। কোনো মাধ্যমে 480 Hz এবং 320 Hz কম্পাঙ্কের দুটি শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 2m হলে মাধ্যমে শব্দের বেগ কত হবে ? [দি. বো. ২০১০; ব. বো. ২০১০, ২০০৮; রা. বো. ২০০৬; সি. বো. ২০০৪; ঢা. বো. ২০০৩]

এখানে,

$n_1 = 480$ Hz

$n_2 = 320$ Hz

$\lambda_2 - \lambda_1 = 2$ m

$\therefore$ $\lambda_2 = 2 + \lambda_1$

$v = ?$

আমরা জানি,

$v = n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$

বা, $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$

বা, $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{320}{480}$ বা, $\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + 2} = \frac{320}{480}$

বা, $480\lambda_1 = 320\lambda_1 + 640$ বা, $480\lambda_1 - 320\lambda_1 = 640$

বা, $160\lambda_1 = 640$

বা, $\lambda_1 = \frac{640}{160} = 4$ m

$\therefore$ $v = n_1\lambda_1 = 480 \times 4 = 1920$ ms$^{-1}$

**২। তিনটি সুর শলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 123, 369 এবং 615 Hz। এরা বায়ুতে যে তরঙ্গ সৃষ্টি করে তাদের দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় কর।** [রা. বো. ২০১১; য. বো. ২০০৯; চ. বো. ২০০৯]

মনে করি, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য যথাক্রমে $\lambda_1$, $\lambda_2$ ও $\lambda_3$

আমরা পাই,

$$v = n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2 = n_3\lambda_3$$

বা, $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{n_2}{n_1}$ এবং $\frac{\lambda_1}{\lambda_3} = \frac{n_3}{n_1}$

$\therefore \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{369}{123} = \frac{3}{1} = \frac{3\times5}{1\times5} = \frac{15}{5}$ (উপরে নিচে 5 দ্বারা গুণ করে)

বা, $\lambda_1 : \lambda_2 = 15 : 5$ ... ... ... (i)

আবার, $\frac{\lambda_1}{\lambda_3} = \frac{615}{123} = \frac{5}{1} = \frac{5\times3}{1\times3} = \frac{15}{3}$ (উপরে নিচে 3 দ্বারা গুণ করে)

বা, $\lambda_1 : \lambda_3 = 15 : 3$ ... ... ... (ii)

অতএব, $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 = 15 : 5 : 3$

এখানে,
$n_1 = 123$ Hz
$n_2 = 369$ Hz
$n_3 = 615$ Hz

**৩। বায়ু ও পানিতে 300 Hz কম্পাঙ্কের একটি শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 4·16 m। বায়ুতে শব্দের বেগ 352 $ms^{-1}$ হলে, পানিতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।** [রা. বো. ২০১১; ঢা. বো. ২০০৯; কু. বো. ২০০৮, ২০০১; সি. বো. ২০০৭, ২০০১; চ. বো. ২০০৬]

মনে করি, পানিতে ও বাতাসে শব্দ তরঙ্গদৈর্ঘ্য যথাক্রমে $\lambda_w$ ও $\lambda_a$.

আমরা জানি,

$$\lambda_a = \frac{v_a}{n} = \frac{352}{300}$$

$$\lambda_w = \frac{v_w}{n} = \frac{v_w}{300}$$

প্রশ্নানুসারে,

$$\lambda_w - \lambda_a = \frac{v_w}{300} - \frac{352}{300}$$

বা, $4{\cdot}16 = \frac{1}{300}(v_w - 352)$

বা, $v_w - 352 = 300 \times 4{\cdot}16$

$\therefore v_w = 300 \times 4{\cdot}16 + 352 = 1600\ ms^{-1}$

এখানে,
$\lambda_w - \lambda_a = 4{\cdot}16$ m
$n = 300$ Hz
$v_a = 352\ ms^{-1}$

**৪। 0·325m ব্যবধানে অবস্থিত তরঙ্গের দুটি কণার মধ্যে দশা পার্থক্য 3·14 rad। তরঙ্গ উৎসের কম্পাঙ্ক 512 Hz হলে মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর।** [কু. বো. ২০১০]

ধরি মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ $= v$

$\therefore$ আমরা পাই, দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times$ পথ পার্থক্য ... (1)

কাজেই সমীকরণ (1) অনুসারে,

$$3{\cdot}14\ \text{rad} = \frac{2\times3{\cdot}14\ \text{rad}}{\lambda} \times 0{\cdot}325\ \text{m}$$

$$\therefore \lambda = 2\times0{\cdot}325\ \text{m} = 0{\cdot}65\ \text{m}$$

$\therefore$ নির্ণেয় বেগ, $v = n\lambda = 512\ \text{Hz} \times 0{\cdot}65\ \text{m}$

$= 332{\cdot}8\ ms^{-1}$

এখানে,
পথ পার্থক্য $= 0{\cdot}325$ m
দশা পার্থক্য $= 3{\cdot}14$ rad
$n = 512$

৫। একটি শব্দ তরঙ্গ বায়ুতে 3 মিনিটে 1020 মিটার দূরত্ব অতিক্রম করে। এই শব্দ তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 50 cm হলে তরঙ্গের পর্যায়কাল কত ? [কু. বো. ২০০৩]

$$v = \frac{s}{t} = \frac{1020}{3 \times 60} = 5{\cdot}67 \text{ ms}^{-1}$$

আবার, $v = n\lambda$

বা, $n = \frac{v}{\lambda} = \frac{5{\cdot}67}{0{\cdot}5}$

$= 11{\cdot}34 \text{ Hz}$

পর্যায়কাল, $T = \frac{1}{n} = \frac{1}{11{\cdot}34} = 0{\cdot}09 \text{ s}$

এখানে,

$t = 3 \text{ মি.} = 3 \times 60 \text{ সে.}$

$s = 1020 \text{ মি.}$

$\lambda = 50 \text{ cm} = 0{\cdot}5 \text{ m}$

$T = ?$

৬। কোনো একটি সীমাবদ্ধ মাধ্যমে সৃষ্ট স্থির তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 480 Hz। তরঙ্গস্থ পরপর দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব 0·346 m। মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর। [দি. বো. ২০১১; য. বো. ২০১০; রা. বো. ২০০৯]

আমরা জানি,

পরপর দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব $= \frac{\lambda}{2}$

$\therefore \quad \frac{\lambda}{2} = 0{\cdot}346 \text{ m}$

বা, $\lambda = 0{\cdot}346 \times 2 = 0{\cdot}692 \text{ m}$

তরঙ্গের বেগ, $v = n\lambda$

$\therefore \quad v = 480 \times 0{\cdot}692 \text{ ms}^{-1} = 332{\cdot}2 \text{ ms}^{-1}$

এখানে,

$n = 480 \text{ Hz}$

পরপর দুটি নিস্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব,

$\frac{\lambda}{2} = 0{\cdot}346$

$v = ?$

৭। P ও Q দুটি মাধ্যমে শব্দের বেগ যথাক্রমে $300 \text{ ms}^{-1}$ এবং $350 \text{ ms}^{-1}$। মাধ্যম দুটিতে শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য = 0·1 m হলে সুর শলাকার 50 কম্পনে শব্দ Q মাধ্যমে কত দূর যাবে ? [য. বো. ২০০৬ ; কু. বো. ২০০৬; ঢা. বো. ২০০০]

যেহেতু 'Q' মাধ্যমে শব্দের বেগ বেশি তাই 'Q' মাধ্যমে সৃষ্ট তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য 'P' মাধ্যমে সৃষ্ট তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের চেয়ে বড় হবে। অর্থাৎ $\lambda_Q > \lambda_P$

$\therefore \quad \lambda_Q - \lambda_P = 0{\cdot}1 \quad \cdots \quad \cdots \quad$ (i)

আবার, $v_P = n\lambda_P$

বা, $300 = n\lambda_P \quad \cdots \quad \cdots \quad$ (ii)

আবার, $v_Q = n\lambda_Q$

বা, $350 = n\lambda_Q \quad \cdots \quad \cdots \quad$ (iii)

(iii) হতে (ii) বিয়োগ করলে পাই,

$n(\lambda_Q - \lambda_P) = 50$

বা, $n = \frac{50}{\lambda_Q - \lambda_P} = \frac{50}{0{\cdot}1} = 500 \text{ Hz}$

এখানে, $t = \frac{N}{n} = \frac{50}{500} = 0{\cdot}1 \text{ s}$

$\therefore$ Q মাধ্যমে 50 কম্পনে অতিক্রান্ত দূরত্ব ,

$s = vt = 350 \times 0{\cdot}1 = 35 \text{ m}$

এখানে,

$v_P = 300 \text{ ms}^{-1}$

$v_Q = 350 \text{ ms}^{-1}$

$\lambda_Q - \lambda_P = 0{\cdot}1 \text{ m}$

$N = 50$

(iii)

❐ অনুদৈর্ঘ্য ও অনুপ্রস্থ তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য:

| অনুপ্রস্থ/আড় তরঙ্গ | অনুদৈর্ঘ্য/ দীঘল তরঙ্গ |
|---|---|
| ১. যে তরঙ্গ মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিকের সাথে সমকোণে অগ্রসর হয় তাই আড় তরঙ্গ। | ১. যে তরঙ্গ মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিকের সাথে সমান্তরালে অগ্রসর হয় তাই দীঘল তরঙ্গ। |
| ২. মাধ্যমে তরঙ্গচূড়া ও তরঙ্গখাজ উৎপন্ন করে সঞ্চালিত হয়। | ২. সংকোচন ও প্রসারণের মাধ্যমে তরঙ্গ সঞ্চালিত হয়। |
| ৩. একটি তরঙ্গচূড়া ও তরঙ্গখাজ নিয়ে তরঙ্গদৈর্ঘ্য গঠিত। | ৩. একটি সংকোচন ও প্রসারণ নিয়ে তরঙ্গদৈর্ঘ্য গঠিত। |
| ৪. সমবর্তন ঘটে। | ৪. সমবর্তন ঘটে না। |

থম পত্র

**বাতাসে শলাকা দুটি যে তরঙ্গ উৎপন্ন করে রঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান। শলাকাদ্বয়ের কমাঙ্ক নির্ণ**

[চ. বো. ২০০৯

দ্বিতীয় সুরশলাকার

এখানে,

$n_2 - n_1 = 218$ m

প্রথম সুরশলাকার কম্পাঙ্ক,

$n_1 = ?$

দ্বিতীয় সুরশলাকার কম্পাঙ্ক,

$n_2 = ?$

বাতাসে শব্দের বেগ, $v$ হলে,

$$v = n_1\lambda_1 = n_2\lambda_2$$

$$\therefore \quad n_1 \times \frac{3}{2}\lambda_2 = n_2\lambda_2$$

বা, $n_1 = \frac{2}{3}n_2$ ... ... (i)

আবার, $n_2 - n_1 = 218$ Hz ... ... (ii)

বা, $n_2 - \frac{2}{3}n_2 = 218$

$$n_2 = 218 \times 3 = 654 \text{ Hz}$$

$$\therefore \quad n_1 = 654 - 218 = 436 \text{ Hz}$$

## ৯.৪ অগ্রগামী তরঙ্গ
### Progressive wave

পূর্বের উদাহরণ থেকে জেনেছি পুকুরের স্থির পানিতে ঢিল ছুড়লে অগ্রগামী আড় তরঙ্গের সৃষ্টি হয় এবং এই তরঙ্গ ক্রমাগতভাবে পানির মধ্য দিয়ে অগ্রসর হয়ে কিনারায় পৌঁছায়। কোনো উন্মুক্ত খোলা প্রান্তরে শব্দ তৈরি করলে অগ্রগামী লম্বিক তরঙ্গের সৃষ্টি হয় এবং এই তরঙ্গ ক্রমাগতভাবে বায়ুর মধ্য দিয়ে অগ্রসর হতেই থাকে। মাধ্যমের সকল কণাগুলো সরল ছন্দিত স্পন্দনে কাঁপতে থাকলে চলমান তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। কম্পনের উৎস থেকে কোনো কম্পন বা আন্দোলন পরবর্তী কোনো কণাতে স্থানান্তরিত হতে কিছু সময়ের প্রয়োজন হয় ফলে পার্শ্ববর্তী দুটি কণার মধ্যে দশার পার্থক্য সৃষ্টি হয়। যদি তরঙ্গ বাম থেকে ডান দিকে যায় তাহলে স্বাভাবিকভাবেই বাম থেকে ডান দিকের কণার দশা কম হয়। সুতরাং প্রথম কণার দশা ও দূরবর্তী কণার দশা পার্থক্য বৃদ্ধি পেতে থাকবে। তবে পাশাপাশি দুটি কণার দশা পার্থক্য একই হবে।

**কোনো তরঙ্গ যদি কোনো বিস্তৃত মাধ্যমের এক স্তর হতে অন্য স্তরে সঞ্চালিত হয়ে ক্রমাগত সম্মুখের দিকে অগ্রসর হতে থাকে, তবে তাকে অগ্রগামী বা চলমান তরঙ্গ বলে।**

**উদাহরণ :** (ক) পুকুরের পানিতে ঢিল ছুঁড়লে আড় তরঙ্গ সৃষ্টি হয়। এই ঢেউ বা তরঙ্গ পানির মধ্য দিয়ে কিনারার দিকে ক্রমাগত অগ্রসর হতে থাকে। সুতরাং পানির ঢেউ অগ্রগামী আড় বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ।

(খ) বক্তা কথা বললে শব্দ উৎপন্ন হয়। শব্দ লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ। এই শব্দ বক্তার মুখ হতে বাতাসের মধ্য দিয়ে ক্রমাগত সম্মুখের দিকে অগ্রসর হয়ে শ্রোতার কানে পৌঁছায়। অতএব শব্দ অগ্রগামী লম্বিক তরঙ্গ।

**অগ্রগামী তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য (Characteristics of progressive wave) :** অগ্রগামী তরঙ্গের নিম্নলিখিত বৈশিষ্ট্য পরিলক্ষিত হয়, যথা—

(ক) কোনো মাধ্যমের একই প্রকার কম্পনে এই তরঙ্গের উৎপত্তি হয়।
(খ) এটি একটি সুষম মাধ্যমের মধ্য দিয়ে একটি নির্দিষ্ট দ্রুতি বা বেগে প্রবাহিত হয়।
(গ) অগ্রগামী তরঙ্গের বেগ মাধ্যমের ঘনত্ব ও স্থিতিস্থাপকতার উপর নির্ভর করে।
(ঘ) মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পন তরঙ্গ প্রবাহের সাপেক্ষে আড় ও লম্বিক হতে পারে।
(ঙ) মাধ্যমের কণাগুলো কখনও স্থির থাকে না।
(চ) তরঙ্গ মুখের অভিলম্ব বরাবর শক্তি বহন করে এ তরঙ্গ প্রবাহিত হয়।

(ছ) তরঙ্গ প্রবাহে মাধ্যমের বিভিন্ন অংশের চাপ ও ঘনত্বের একই প্রকার পরিবর্তন ঘটে।

(জ) মাধ্যমের প্রতিটি কণার কম্পাঙ্ক ও বিস্তার একই হয় এবং তারা একই ধরনের কম্পনে কম্পিত হয়।

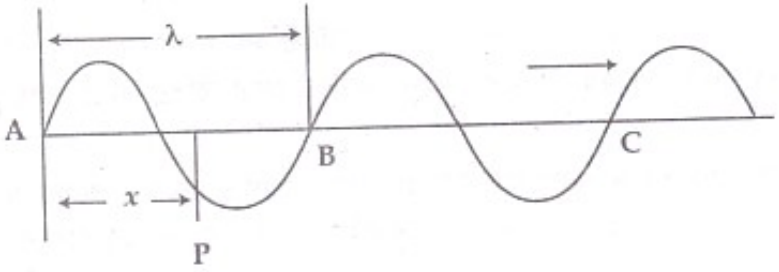
(ঝ) তরঙ্গ প্রবাহের দরুন মাধ্যমের কণার দশা পরবর্তী কণাতে স্থানান্তরিত হয়। এরূপ দুটি কণার দশা বৈষম্য তাদের দূরত্বের সমানুপাতিক।

(ঞ) মাধ্যমের যে কোনো কণার বিভিন্ন ধর্ম—যেমন বেগ, ত্বরণ, শক্তি প্রভৃতি একইরূপ পরিবর্তনের মধ্য দিয়ে যায়।

## অগ্রগামী তরঙ্গের গাণিতিক রাশিমালা
**Mathematical Expression for Progressive Wave**

ধরি একটি চলমান তরঙ্গ A থেকে C বরাবর এগুচ্ছে [চিত্র ৯·১৩]। যেহেতু মাধ্যমের কণাগুলো ছন্দিত স্পন্দনে কম্পিত হয়, সেহেতু A বিন্দুস্থ কণার সরণকে নিচের সমীকরণ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

$$y = a \sin \omega t \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (9.6)$$




চিত্র ৯·১৩

এখানে, $y$ = $t$ সময়ে সাম্যাবস্থান থেকে কণাটির সরণ

$a$ = কণাটির বিস্তার

$\omega$ = কণাটির কৌণিক কম্পাংক

যদি কণাটির কম্পাংক $n$ হয়, তাহলে $\omega = 2\pi n$ [$n$ = কম্পাঙ্ক]

$$\therefore\ y = a \sin 2\pi nt \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (9.7)$$

আমরা জানি, সমদশাসম্পন্ন পরপর দুটি কণার মধ্যবর্তী দূরত্ব হচ্ছে তরঙ্গদৈর্ঘ্য $\lambda$, চিত্রে, $\lambda$ = AB। এখন বলা যায়, B বিন্দুস্থ কণার দশা A বিন্দুস্থ কণার দশার চেয়ে $2\pi$ পরিমাণ কম। A থেকে $x$ দূরত্বে P একটি বিন্দু লই।

অতএব, P বিন্দুস্থ কণার দশা A বিন্দুস্থ কণার দশার চেয়ে $\frac{2\pi x}{\lambda}$ পরিমাণ কম।

[যেহেতু $\lambda$ দূরত্বের জন্য দশা পার্থক্য $= 2\pi$

$\therefore$ 1 " " " " $= \frac{2\pi}{\lambda}$

বা, $x$ " " " " $= \frac{2\pi}{\lambda} \times x$]

এখন, P বিন্দুস্থ কণার সরণ,

$$y = a \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (9.8)$$

* দশা পার্থক্য $= \frac{2\pi}{\lambda} \times$ পথ পার্থক্য

বা, $y = a \sin(\omega t - kx)$ $\left(\text{এখানে, } k = \frac{2\pi}{\lambda} = \text{তরঙ্গ সংখ্যা}\right)$

বা, $y = a \sin\left(2\pi n\, t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

বা, $y = a \sin\left(\frac{2\pi\, vt}{\lambda} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$ $\left[\text{এখানে, } v = n\lambda \ \therefore\ n = \frac{v}{\lambda}\right]$

বা, $y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ $\quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (9.9)$

এটি হলো A বিন্দু থেকে $x$ দূরত্বে অবস্থিত P বিন্দুস্থ কণার সরণের সমীকরণ। একে মাধ্যমের যেকোনো সরণের সাধারণ সমীকরণ বলে। যেহেতু এটি কোনো মাধ্যমের যেকোনো কণার সরণের সমীকরণ নির্দেশ করে তাই (9·9) **সমীকরণ চলমান বা অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ** বলা হয়।

X অক্ষের ঋণাত্মক দিকে অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ হবে, $y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt + x)$ ... (9.10)

**দ্রষ্টব্য :** যেহেতু সরল ছন্দিত গতিসম্পন্ন কোনো কণার সরণ সাইন বা কোসাইনের অপেক্ষক তাই উপরিউক্ত সমীকরণগুলোতে সাইন এর জায়গায় কোসাইন বসালেও অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ পাওয়া যাবে।

**অগ্রগামী তরঙ্গ থেকে আমরা যা জানতে পারি তা তোমার পঠিত জ্ঞানের সাথে মিলাও।**

(১) $x$ এর নির্দিষ্ট মান বসালে এই সমীকরণ থেকে ঐ বিন্দুতে অবস্থিত কণার গতির সমীকরণ পাওয়া যায়।

(২) $t$ এর নির্দিষ্ট মানে এই সমীকরণ থেকে ঐ মুহূর্তে তরঙ্গের আকার জানা যায়।

(৩) অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে, নির্দিষ্ট সময়ে বিভিন্ন কণার সরণের লেখচিত্র অর্থাৎ স্থান-সরণ লেখ $(y - x)$ সাইন বক্র হয়। আবার কোনো নির্দিষ্ট কণার বিভিন্ন সময়ে সরণের লেখচিত্র $(y - t)$ সাইন বক্র হয়।

(৪) এই সমীকরণ থেকে সহজে প্রমাণ করা যায় যে, কণার সরণ $y$ সময় T পরপর অথবা $\lambda$ দূরত্ব চাপের পুনরাবৃত্ত হয়। অতএব তরঙ্গ দ্বি-পর্যাবৃত্ত হয়। সময়ের সাথে এই পর্যায় T এবং দূরত্বের সঙ্গে পর্যায় $\lambda$।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $Y = 5 \sin (200\pi t - 1{\cdot}57 x)$, এখানে সব কয়টি রাশি S. I. এককে প্রদত্ত। তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক, বেগ ও পর্যায়কাল নির্ণয় কর।**

দেওয়া আছে,

$y = 5 \sin (200\pi t - 1{\cdot}57 x)$ ... ... (i)

আমরা জানি, অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ

$y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) = A \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} vt - \frac{2\pi}{\lambda} x\right)$ ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) তুলনা করে পাই,

$A = 5\,m$ এবং $\frac{2\pi}{\lambda} v = 200\pi$

বা, $2\pi n = 200\pi$ $\left[\because \frac{v}{\lambda} = n\right]$

$\therefore \quad n = 100\ Hz$

আবার, $\frac{2\pi}{\lambda} = 1{\cdot}57 \quad \therefore \quad \lambda = \frac{2\pi}{1{\cdot}57} = 4m$

এখন, $\frac{v}{\lambda} = n$

বা, $v = \lambda n = 4 \times 100 = 400\ ms^{-1}$

$T = \frac{1}{n} = \frac{1}{100} = 0{\cdot}01s$

**উত্তর :** বিস্তার 5m ; কম্পাঙ্ক = 100 Hz ; বেগ = 400 $ms^{-1}$ এবং পর্যায়কাল = 0·01s

২। কোনো তরঙ্গের বিস্তার 0·2 m হলে $t = \frac{T}{3}$ সময়ে কম্পনের উৎস হতে $x = \frac{\lambda}{6}$ দূরত্বে অবস্থিত বিন্দুর সাম্যাবস্থান হতে সরণ কত হবে ? [ব. বো. ২০০৯]

আমরা জানি,

সরণ, $y = A \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$

বা, $y = A \sin\left(\frac{2\pi vt}{\lambda} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$

$\therefore \quad y = A \sin\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad [\because \frac{1}{T} = \frac{v}{\lambda}]$

$= 0{\cdot}2 \sin\left(\frac{2\pi T}{T \times 3} - \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{\lambda}{6}\right)$

$= 0{\cdot}2 \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi}{6}\right)$

$= 0{\cdot}2 \sin\left(\frac{4\pi - 2\pi}{6}\right)$

$= 0{\cdot}2 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0{\cdot}173 \text{ m}$

এখানে,

তরঙ্গের বিস্তার, $A = 0{\cdot}2 \text{ m}$

সময়, $t = T/3$

উৎস হতে দূরত্ব, $x = \frac{\lambda}{6}$

সরণ, $y = ?$

## ৯·৫ তরঙ্গের তীব্রতা

### Intensity of Waves

প্রাবল্য বলতে শব্দ কতটা জোরে হচ্ছে তা বোঝায়। শব্দের প্রাবল্য নির্ধারিত হয় শব্দের তীব্রতা দিয়ে। তীব্রতা যত বাড়ে অর্থাৎ শব্দ তরঙ্গ যত বেশি হারে শব্দ শক্তি আমাদের কানে পৌঁছে দেয়, শব্দের প্রাবল্য তত বেশি হয়। আবার তীব্রতা কমলে প্রাবল্য কমে। অতএব, তীব্রতা হলো কারণ এবং প্রাবল্য তার ফল।

প্রাবল্যের এই সংজ্ঞা ব্যক্তি নির্ভর। কম্পাঙ্কের পার্থক্য খুব বেশি হলে একই তীব্রতার বিভিন্ন কম্পাঙ্কের শব্দ শ্রোতার কাছে কমবেশি জোরে মনে হতে পারে। অতএব, শব্দের প্রাবল্য কম্পাঙ্কের উপরও নির্ভর করে। স্পষ্টত প্রাবল্য ও তীব্রতা পুরোপুরি এক নয়। তীব্রতা শব্দের একটি ভৌত ধর্ম, কিন্তু প্রাবল্য একটি অনুভূতি।

তীব্রতা যেকোনো ধরনের শব্দের বৈশিষ্ট্য। সুরবর্জিত শব্দেরও তীব্রতা আছে। শব্দের তীব্রতা নির্ভর করে এর বিস্তারের উপর। আমাদের কানে সহনীয় শব্দের জোরালো তীব্রতার বিস্তার হলো $10^{-5}$ m। অন্যদিকে ক্ষীণতম শব্দের তীব্রতার বিস্তার প্রায় $10^{-11}$ m। শব্দ তরঙ্গের তীব্রতার একটি বড় পাল্লা (range) মানুষের কানের জন্য সংবেদনশীল।

**শব্দ বিস্তারের অভিমুখের সঙ্গে লম্বভাবে রাখা একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে যে পরিমাণ শব্দ শক্তি প্রবাহিত হয়, তাকে ঐ শব্দের তীব্রতা বলে।**

### বিভিন্ন বিষয়ের উপর তীব্রতার নির্ভরতা

শব্দের তীব্রতা নিচের বিষয়গুলোর উপর নির্ভর করে—

**১। উৎসের কম্পনের বিস্তার :** শব্দের তীব্রতা উৎসের কম্পনের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক। অর্থাৎ, শব্দের তীব্রতা I এবং উৎসের কম্পনের বিস্তার $a$ হলে $I \propto a^2$।

**২। উৎসের আকার :** উৎসের আকার যত বড় হয় উৎপন্ন শব্দের তীব্রতা তত বাড়ে। যেমন, তবলার শব্দের চেয়ে ঢাকের শব্দ অনেক বেশি জোরালো।

**৩। উৎস থেকে দূরত্ব :** উৎস থেকে শ্রোতার দূরত্ব যত বেশি হয় শব্দের তীব্রতা তত কমে। অর্থাৎ শব্দের তীব্রতা I এবং উৎস থেকে শ্রোতার দূরত্ব $r$ হলে, $I \propto 1/r^2$। ঢা.বি.১৪-১৫

**৪। মাধ্যমের ঘনত্ব :** শব্দ যে মাধ্যমের মধ্য দিয়ে যায় তার ঘনত্ব যত বেশি হয় শব্দের তীব্রতাও তত বেশি হয়। যেমন, উষ্ণতা কমলে বায়ুর ঘনত্ব বাড়ে বলে শীতের রাতে অনেক দূরের শব্দ স্পষ্ট শোনা যায়। রা.বি.০৭-০৮

**৫। মাধ্যমের গতি :** মাধ্যমের গতির অভিমুখে গেলে শব্দের তীব্রতা বাড়ে এবং বিপরীত দিকে গেলে শব্দের তীব্রতা কমে। যেমন, বায়ু প্রবাহের দিকে শব্দ অগ্রসর হলে জোরে শব্দ শোনা যায়।

**৬। অন্যান্য বস্তুর উপস্থিতি :** শব্দের কম্পমান উৎসের নিকটে কোনো বস্তু থাকলে উৎসের কম্পনের প্রভাবে ঐ বস্তুটিও একই কম্পাঙ্কে কম্পিত হতে শুরু করে। একে পরবশ কম্পন বলে। বস্তুটির ক্ষেত্রফল অনেক বেশি হলে পরবশ কম্পন সৃষ্টির জন্য শব্দের তীব্রতা বেড়ে যায়। এই কারণে সেতার, বেহালা, গীটার প্রভৃতি তারের বাদ্যযন্ত্রে ফাঁপা খোল থাকে। যন্ত্রটি বাজালে তারগুলো কাঁপে, ফলে ঐ খোল এবং খোলের মধ্যের বায়ুতে পরবশ কম্পন সৃষ্টি হয়। তাই জোরে শব্দ শোনা যায়।

## তরঙ্গের তীব্রতার গাণিতিক রাশিমালা

**Mathematical Expression for Intensity of Wave**

পূর্বের অনুচ্ছেদে আমরা বিভিন্ন বিষয়ের উপর তীব্রতার নির্ভরতা আলোচনা করেছি। এখন আমরা যেকোনো প্রকার চল তরঙ্গের জন্য তীব্রতার একটি রাশিমালা নির্ণয় করব। স্পষ্টত এই আলোচনা শব্দ তরঙ্গের ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য হয়।

মনে করি, একটি চল তরঙ্গ ধনাত্মক $x$ অভিমুখে স্থির বেগ $v$ নিয়ে চলছে। তরঙ্গগতির জন্য মাধ্যমের কণাগুলো ওদের সাম্যাবস্থান সাপেক্ষে সরল দোলগতিতে কম্পিত হবে। যেকোনো সময় $t$-তে কোনো কণার সরণ $y$ হলে কণার গতির সমীকরণ হয়, $y = a \sin \omega t$ ; এখানে $a$ বিস্তার বোঝায়। তরঙ্গের কম্পাঙ্ক $n$ হলে $\omega = 2\pi n$।

সরল দোলগতিযুক্ত কণার শক্তির এক অংশ গতিশক্তি এবং বাকি অংশ স্থিতিশক্তি হয়। কিন্তু কণার সাম্যাবস্থানে স্থিতিশক্তি শূন্য হয়; অতএব কণার শক্তির পুরোটাই গতিশক্তি হয়। সুতরাং সাম্যাবস্থানে $m$ ভরের কণার বেগ $v_0$ হলে ঐ কণার মোট শক্তি $\frac{1}{2} m v_0^2$ হয়। কিন্তু $v_0 = a\omega = 2\pi n a$।

অতএব কম্পনরত কণার মোট শক্তি হয়

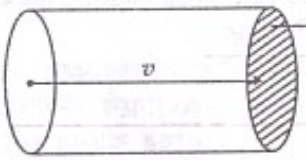
$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2 = 2\pi^2 n^2 a^2 m$$

যে মাধ্যমের মধ্য দিয়ে তরঙ্গ অগ্রসর হচ্ছে সেই মাধ্যমের একক আয়তনে কণার সংখ্যা, ধরি N। সুতরাং একক আয়তনের জন্য সব কণার মোট শক্তি অর্থাৎ তরঙ্গের শক্তি ঘনত্ব (energy density) হয়,

$$E = N\left(\frac{1}{2} m v_0^2\right) = 2\pi^2 n^2 a^2 mN \quad \text{কিন্তু } mN = \rho, \text{ মাধ্যমের ঘনত্ব।}$$

$\therefore$ মোট শক্তি, $E = 2\pi^2 n^2 a^2 \rho$ ... ... ... (9.11)

একক সময়ে তরঙ্গ $v$ দূরত্ব অগ্রসর হয়। সুতরাং তরঙ্গের গতির অভিমুখের সঙ্গে লম্বভাবে রাখা একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে একক সময়ে প্রবাহিত শক্তির পরিমাণ অর্থাৎ তরঙ্গের তীব্রতা (I), একক প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল এবং $v$ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট C চোঙের মধ্যে যে পরিমাণ শক্তি আছে তার সমান হয় [চিত্র ৯·১৪]।



চিত্র ৯·১৪

অতএব তরঙ্গের তীব্রতা

$I$ = শক্তির ঘনত্ব × C চোঙের আয়তন

$= E \times v = 2\pi^2 n^2 a^2 \rho v$ ... ... (9.12)

এই সমীকরণ থেকে দেখা যায় যে তরঙ্গের তীব্রতা (i) এর বিস্তারের বর্গের, (ii) এর কম্পাঙ্কের বর্গের (iii) এর বেগের এবং (iv) মাধ্যমের ঘনত্বের সমানুপাতিক হয়।

**পরীক্ষণ (বিপরীত বর্গীয় সূত্র প্রমাণ কর) :** শব্দ তরঙ্গ কোনো বিন্দু উৎস থেকে নির্গত হলে তরঙ্গ মুখগুলো গোলাকার হয়। উৎস থেকে পর্যবেক্ষকের দূরত্ব উৎসের আকারের তুলনায় খুব বড় হলে আমরা উৎসটিকে বিন্দু উৎস হিসেবে ধরে নিতে পারি। মনে কর, উৎস থেকে প্রতি সেকেন্ডে P পরিমাণ শব্দ শক্তি নির্গত হচ্ছে। উৎসকে কেন্দ্র করে $r$ ব্যাসার্ধের একটি গোলক কল্পনা কর। উৎস থেকে নির্গত শক্তি ঐ গোলকের পৃষ্ঠতলে সুষমভাবে বণ্টিত হয়।

গোলকের একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে শক্তি প্রবাহের হার $= \frac{P}{4\pi r^2}$ ; এখানে $4\pi r^2$ = গোলকের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল। সংজ্ঞানুযায়ী এটি গোলক থেকে $r$ দূরত্বে তীব্রতা I বোঝায়, অর্থাৎ $I = \frac{P}{4\pi r^2}$।

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \quad \text{... ... ...} \quad (9.13)$$

সুতরাং, নির্দিষ্ট উৎসের ক্ষেত্রে $I \propto \frac{1}{r^2}$। অতএব ব্যস্ত বর্গীয় সূত্র প্রমাণিত হলো।

**তীব্রতার একক :** সংজ্ঞানুযায়ী তীব্রতা হলো একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে শক্তি প্রবাহের হার। অতএব এর S.I. একক হলো Joule $s^{-1}$ $m^{-2}$ বা, $Wm^{-2}$ (watt per square metre)। কিন্তু এই এককটি খুব বড় বলে সাধারণত microwatt per square metre অর্থাৎ $\mu Wm^{-2}$ এককটি ব্যবহৃত হয়।

আমাদের কান তীব্রতার একটি বিরাট পাল্লা জুড়ে শব্দ শুনতে পায়। 1000 Hz কম্পাঙ্কে আমাদের কান সবচেয়ে মৃদু যে শব্দ শুনতে পায় তার তীব্রতা হলো প্রায় $10^{-12}$ $Wm^{-2}$। একে শ্রাব্যতার সীমা (threshold of hearing or audibility) বলে। সবচেয়ে জোরালো যে শব্দ কান সহ্য করতে পারে তার প্রাবল্য প্রায় 1 $Wm^{-2}$। শব্দের প্রাবল্য এর চেয়ে বেশি হলে কানে যন্ত্রণা হয়। তীব্রতার এই ঊর্ধ্ব সীমাকে সহন বা অনুভূতি সীমা (threshold of pain or feeling) বলে। শ্রাব্য তীব্রতার পাল্লা এত বড় বলে বিভিন্ন তীব্রতার তুলনা করতে হলে আপেক্ষিক তীব্রতাকে লগারিদমে প্রকাশ করলে সুবিধা হয়। তীব্রতা I একটি ভৌতরাশি বলে এর নির্দিষ্ট মাত্রা আছে, সুতরাং এর লগারিদম নেয়া যায় না। কিন্তু দুটি তীব্রতার অনুপাত $\frac{I}{I_0}$ একটি মাত্রাহীন রাশি বলে এর লগারিদম নেয়া যায়।

**কাজ :** সেতার, বেহেলা, গীটার প্রভৃতি তারের বাদ্যযন্ত্রে ফাঁপা খোল রাখা হয় কেন ?

যন্ত্রটি বাজালে তারগুলি কাঁপে ফলে ঐ খোল এবং খোলের মধ্যস্থ বায়ুতে পরবশ কম্পন সৃষ্টি হয়। তাই জোরে শব্দ শোনা যায়।

### গাণিতিক উদাহরণ

**১। বায়ুতে একটি শব্দ তরঙ্গের উৎসের কম্পাঙ্ক 412 Hz এবং বিস্তার 0·25 cm, বায়ুর ঘনত্ব 1·29 kg $m^{-3}$ হলে উৎসের তীব্রতা কত হবে ?**

আমরা জানি,
শব্দের তীব্রতা,

$$I = 2\pi^2 n^2 a^2 \rho v$$
$$= 2 \times 9{\cdot}87 \times (412)^2 \times (0{\cdot}25 \times 10^{-2})^2 \times 1{\cdot}29 \times 330$$
$$= 8915{\cdot}08 \ Wm^{-2}$$

এখানে,
$n = 412$ Hz
$a = 0{\cdot}25$ cm $= 0{\cdot}25 \times 10^{-2}$ m
$\rho = 1{\cdot}29$ kg $m^{-3}$
$v = 330$ $ms^{-1}$
$I = ?$

**২। একটি উৎস 40 W ক্ষমতার শব্দ উৎপন্ন করে। উৎসটিকে বিন্দু উৎস ধরে নিয়ে ওর থেকে 2 km দূরত্বে তীব্রতা নির্ণয় কর। সংশ্লিষ্ট তীব্রতা স্তর ডেসিবেল এককে গণনা কর।**

একটি বিন্দু উৎস থেকে নিঃসৃত ক্ষমতা P হলে বিপরীত বর্গীয় সূত্রানুযায়ী উৎস থেকে $r$ দূরত্বে তীব্রতা হয়

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

$$\therefore \quad I = \frac{40}{4\pi \times (2 \times 10^3)^2} \ Wm^{-2}$$
$$= \frac{40}{4\pi \times 4 \times 10^6}$$
$$= 7{\cdot}962 \times 10^{-7} \ Wm^{-2}$$

এখানে, $P = 40$ W,
$r = 2$ km $= 2 \times 10^3$ m

## ৯·৬ উপরিপাতন নীতি
### Principle of Superposition

আগের অনুচ্ছেদগুলোতে আমরা মাধ্যমের ভেতর দিয়ে শুধুমাত্র একটি তরঙ্গের গতি সম্পর্কে আলোচনা করেছি। এবার আমরা একই মাধ্যমের ভেতর দিয়ে দুটি বা তার বেশি তরঙ্গ একই সঙ্গে চলতে থাকলে কী ঘটবে তা আলোচনা করব। এই বিষয়ে বিজ্ঞানী হাইগেনস্ (Huygens) একটি সহজ সূত্র আবিষ্কার করেছিলেন। সূত্রটি নিম্নরূপ :

**উপরিপাতনের নীতি :** যখন দুটি বা তার বেশি তরঙ্গ একই সঙ্গে একই মাধ্যমের ভেতর দিয়ে এগোতে থাকে তখন এরা একটি অপরটি সাপেক্ষে স্বাধীনভাবে সঞ্চালিত হয়। মাধ্যমের যে অংশে তরঙ্গগুলো উপরিপাতিত হয়, সেই অংশে যেকোনো কণার লব্ধি সরণ প্রতিটি তরঙ্গ পৃথকভাবে ঐ কণার যে সরণ সৃষ্টি করে তাদের বীজগাণিতিক সমষ্টির সমান হয়। এই সূত্রকে তরঙ্গের উপরিপাতনের সূত্র বা উপরিপাতনের নীতি (principle of superposition) বলে।

মনে করি, কোনো মাধ্যমের ভেতর দিয়ে দুটি তরঙ্গ একসাথে অগ্রসর হচ্ছে। প্রথম তরঙ্গের জন্য মাধ্যমের কোনো কণার সরণ যদি $y_1$ হয় এবং দ্বিতীয় তরঙ্গের জন্য যদি ঐ কণার সরণ $y_2$ হয়, তবে এই সূত্র অনুযায়ী কণার লব্ধি সরণ হবে

$$\vec{y} = \vec{y_1} + \vec{y_2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.14)$$

$$y = y_1 \pm y_2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.15)$$

যদি সরণ দুটি একই সরলরেখা বরাবর একই অভিমুখে হয়, তবে যোগ চিহ্ন এবং যদি সরণ দুটি একই সরলরেখা বরাবর কিন্তু বিপরীতমুখী হয়, তবে বিয়োগ চিহ্ন দিতে হয়। উপরিপাতন নীতির নিম্নের প্রায়োগিক দিকগুলি লক্ষ কর।

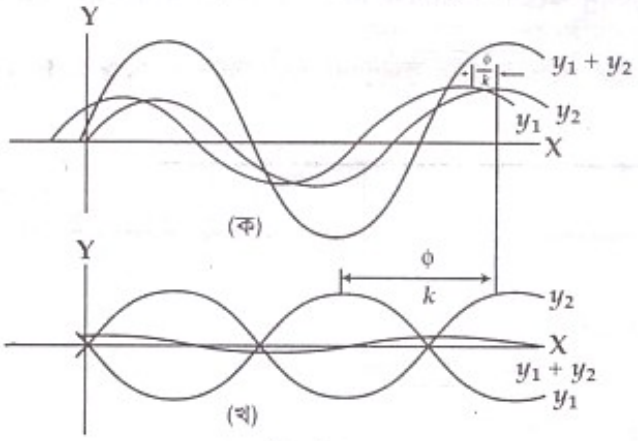
(i) একই মাধ্যমের ভেতর দিয়ে বিভিন্ন তরঙ্গ যে স্বাধীনভাবে সঞ্চালিত হয়, তা আমরা দৈনন্দিন অভিজ্ঞতা থেকেও সহজে বুঝতে পারি। পুকুরের পানিতে একসঙ্গে দুটি ঢিল ফেললে যে দুটি বৃত্তাকার তরঙ্গের সৃষ্টি হয়, তারা একে অপরের মধ্য দিয়ে অপরিবর্তিত আকার, অভিমুখ এবং বেগ নিয়ে এগিয়ে যায়। একসঙ্গে কথা বললেও আমরা দু-তিন জন লোকের কথাবার্তা অবিকৃতভাবে শুনতে পাই। ছবি তোলার সময় বিভিন্ন বস্তু থেকে আগত আলোর তরঙ্গগুলি ক্যামেরার সাটারের ছিদ্রের মধ্য দিয়ে একই সঙ্গে ভেতরে ঢোকে, কিন্তু একে অপরকে প্রভাবিত করে না। ফলে প্রতিটি বস্তুর পরিষ্কার ছবি পাওয়া যায়।

(ii) পানির তরঙ্গ, শব্দ তরঙ্গ প্রভৃতি যেসব তরঙ্গ জড় মাধ্যমের ভেতর দিয়ে চলে তাদের ক্ষেত্রে যদি উপরিপাতিত তরঙ্গগুলোর বিস্তার কম হয়, শুধুমাত্র তখনই এই সূত্রটি প্রযোজ্য হয়।

(iii) উপরিপাতের সূত্রটি একটি সাধারণ সূত্র। বিভিন্ন তরঙ্গের কম্পাঙ্ক বা গতির অভিমুখ যাহোক না কেন, ওদের উপরিপাতের ক্ষেত্রে সূত্রটি সব সময় প্রযোজ্য হয়। কিন্তু আমরা আমাদের আলোচনা শুধুমাত্র সমান বা কাছাকাছি কম্পাঙ্কের তরঙ্গের ক্ষেত্রে সীমাবদ্ধ রাখব।

**উপরিপাতনের ফলে সৃষ্ট লব্ধি তরঙ্গ (Resultant wave due to superposition of two waves) :**

নিচের লেখচিত্র দুটি লক্ষ কর কীভাবে দুটি তরঙ্গের উপরিপাতনে লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার পরিবর্তিত হয়।



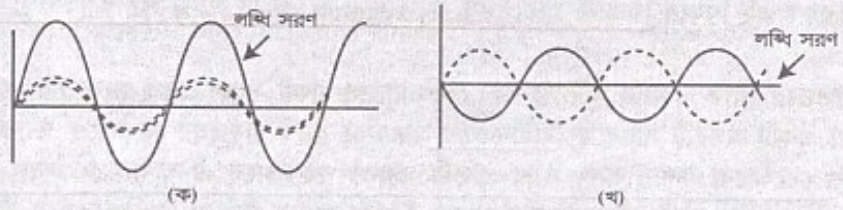

চিত্র ৯·১৫

৯.১৫(ক) চিত্র দুটি সমান কম্পাঙ্ক, বিস্তার এবং প্রায় একই দশা সম্পন্ন কণার উপরিপাতনের ফলে সৃষ্ট লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার তরঙ্গদ্বয়ের যেকোনো একটির বিস্তারের প্রায় দ্বিগুণ।

৯.১৫(খ) চিত্রে দুটি সমান কম্পাঙ্ক, বিস্তার এবং বিপরীত দশায় অর্থাৎ 180° দশা পার্থক্যে দুটি তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে সৃষ্ট লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার প্রায় শূন্য।

উভয় ক্ষেত্রে লব্ধি কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত আছে।

**যাচাই কর :** ৯.১৬ (ক), (খ) চিত্র দুটি পর্যবেক্ষণ কর এবং লব্ধি তরঙ্গ সম্বন্ধে তোমার মতামত প্রদান কর।




চিত্র ৯·১৬

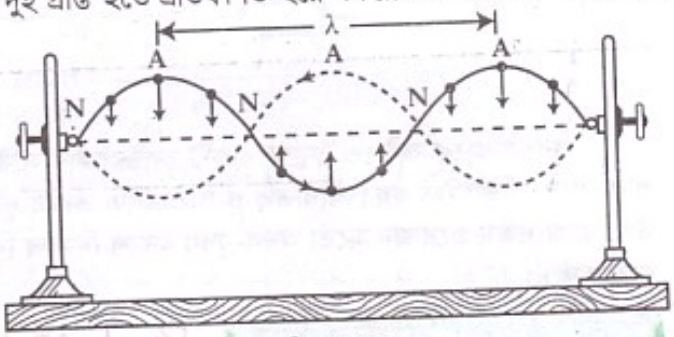
## ৯·৭ স্থির তরঙ্গ
## Stationary Wave

আড় বা লম্বিক উভয় প্রকার তরঙ্গের ক্ষেত্রেই স্থির তরঙ্গের সৃষ্টি হতে পারে। একটি তারের উভয় প্রান্তকে টান টান করে বেঁধে যেকোনো বিন্দুতে দৈর্ঘ্যের সমকোণে টেনে ছেড়ে দিলে আড় তরঙ্গ তারের উভয় দিকে প্রবাহিত হবে। বন্ধ দুই প্রান্তে প্রতিফলিত হয়ে তরঙ্গ বিপরীত দিকে এসে মূল তরঙ্গের উপর আপতিত হবে। কিছুক্ষণ পরে এই তরঙ্গ দুটি আবার থেমেও যাবে। এই ধরনের তরঙ্গ স্থির তরঙ্গ।

**কোনো মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে পরস্পর বিপরীতমুখী সমান বিস্তার ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একে অপরের উপর আপতিত হলে যে নতুন তরঙ্গ সৃষ্টি হয় তাকে স্থির তরঙ্গ বলে।**

এই তরঙ্গ মাধ্যমের ঐ অংশে সীমাবদ্ধ থাকে, মাধ্যমের ভেতর দিয়ে অগ্রসর হয় না। সাধারণভাবে বলা যায় যে, এ স্থলে সীমাবদ্ধ থেকে পর্যায়ক্রমে গতিশক্তি (স্থিতিস্থাপক) স্থিতি বা বিভব শক্তিতে পরিবর্তিত হয়।

**উদাহরণ :** একটি টানা তারের কোথাও আঘাত করলে একটি তরঙ্গ সৃষ্টি হয় [ চিত্র ৯·১৭] ] এবং এই তরঙ্গ তার বেয়ে দুই প্রান্তের দিকে অগ্রসর হয় এবং পরিশেষে দুই প্রান্ত হতে প্রতিফলিত হয়ে ফিরে আসে। এই প্রতিফলিত তরঙ্গ ও মূল তরঙ্গের প্রকৃতি অভিন্ন থাকলেও তাদের মধ্যে দশা বৈষম্য 180° হয়। ফলে তারে প্রতিফলিত তরঙ্গ ও এর বিপরীত দিকে গতিশীল (নতুন) মূল তরঙ্গ মিলে স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি হয়। এই তরঙ্গ তারের বাইরে যায় না—তারের মধ্যেই পর্যায়ক্রমে উৎপন্ন ও বিলুপ্ত হয়। তারটি ভালোভাবে লক্ষ করলে দেখা যাবে যে, তারের সকল বিন্দুর বিস্তার সমান নয়।



চিত্র ৯·১৭

**সুস্পন্দ বিন্দু : স্থির তরঙ্গের উপরস্থ কোনো কোনো বিন্দুতে বস্তুকণার বিস্তার শূন্য এবং কোনো কোনো বিন্দুতে বিস্তার সর্বাধিক। যে বিন্দুগুলোতে বিস্তার সর্বাধিক (চিত্রে A চিহ্নিত বিন্দুগুলো) তাদেরকে সুস্পন্দ বিন্দু (Antinode) বলে।**

**নিস্পন্দ বিন্দু : স্থির তরঙ্গের উপরস্থ যে সকল বিন্দুতে বিস্তার শূন্য (চিত্রে N চিহ্নিত বিন্দুগুলো) তাদেরকে নিস্পন্দ বিন্দু (Node) বলে।**

**হিসাব :** কোনো স্থির তরঙ্গের উপরস্থ পরপর দুটি নিষ্পন্দ বিন্দুর দূরত্ব 0·52 m। স্থির তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 320 Hz।

পরপর দুটি নিস্পদ বিন্দুর দূরত্ব $= \frac{\lambda}{2} = 0{\cdot}52 \quad \therefore \quad \lambda = 1{\cdot}04 \text{ m}$

আবার, $V = n\lambda = 320 \times 1{\cdot}04 = 332{\cdot}8 \text{ ms}^{-1}$.

### স্থির তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য
### Characteristics of Stationary Wave

স্থির তরঙ্গের কতকগুলো ধর্ম বা বৈশিষ্ট্য রয়েছে। বৈশিষ্ট্যগুলো নিম্নে উল্লেখ করা হলো :

(ক) এই তরঙ্গ কোনো একটি মাধ্যমের সীমিত অংশে উৎপন্ন হয়।

(খ) অগ্রগামী তরঙ্গের ন্যায় অগ্রসর না হয়ে একই স্থানে সীমাবদ্ধ থাকে।

(গ) তরঙ্গের বিভিন্ন বিন্দুতে কম্পনের বিস্তার সমান নয়।

(ঘ) তরঙ্গের যে বিন্দুতে বিস্তার সর্বাধিক তাকে 'সুস্পন্দ' বিন্দু বলে এবং তরঙ্গের যে বিন্দুতে বিস্তার শূন্য তাকে 'নিস্পন্দ' বিন্দু বলে।

(ঙ) তরঙ্গের সুস্পন্দ বিন্দুর বিস্তার তরঙ্গ সৃষ্টিকারী মূল তরঙ্গের বিস্তারের দ্বিগুণ-এর সমান।

(চ) দুটি পর পর নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী কণার সরণ একই দিকে হয় এবং তাদের মধ্যবর্তী দূরত্ব $\lambda/2$। পর পর নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী অংশকে লুপ (Loop) বলে।

(ছ) পর পর দুটি লুপের সরণ পরস্পর বিপরীত দিকে হয়।

(জ) নিস্পন্দ বিন্দুতে চাপ ও ঘনত্বের পরিবর্তন সর্বাধিক, কিন্তু সুস্পন্দ বিন্দুতে চাপ ও ঘনত্বের পরিবর্তন শূন্য।

(ঝ) পর পর তিনটি সুস্পন্দ বিন্দু বা পর পর তিনটি নিস্পন্দ বিন্দু বা দুটি লুপের মধ্যবর্তী দূরত্বই স্থির তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য।

(ঞ) স্থির তরঙ্গের স্থির বিন্দুস্থ কণাগুলো ছাড়া সকল কণার গতি সরল ছন্দিত গতি।

(ট) কোনো মাধ্যমে স্থির তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ($\lambda$) বা কম্পাঙ্ক ($n$) তরঙ্গ সৃষ্টিকারী যে কোনো একটি মূল তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ($\lambda$) বা কম্পাঙ্ক ($n$)-এর সমান।

**স্থির তরঙ্গ সৃষ্টির পরীক্ষণ :** একটি তারকে একটি কপিকলের উপর দিয়ে নিয়ে এর এক প্রান্তে একটি স্কেল প্যান যুক্ত কর। তারের অন্য প্রান্ত একটি সুরশলাকার যেকোনো বাহুর সাথে আটকাও। স্কেল প্যানে ওজন চাপাও। দেখতে পাবে তারটি টান টান হয়ে আছে। এখন সুরশলাকাকে আঘাত কর।



চিত্র ৯·১৮

সুরশলাকাকে কম্পিত করলে একটি চলতরঙ্গের সৃষ্টি হয় [চিত্র ৯·১৮] এবং তার বরাবর অগ্রসর হয়ে অপর প্রান্ত থেকে প্রতিফলিত হয়। আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গ দুটির উপরিপাতনের জন্য স্থির তরঙ্গ গঠিত হয়। প্যানের উপর রাখা ওজন প্রয়োজন মতো অদল-বদল করলে নিস্পন্দ বিন্দু ও সুস্পন্দ বিন্দুগুলিসহ স্থির তরঙ্গটি পরিষ্কারভাবে দেখা যায়।

## স্থির তরঙ্গ সৃষ্টির শর্ত Buet-09-10

**Conditions for propagation of Stationary Wave**

নিম্নলিখিত শর্ত সাপেক্ষে স্থির তরঙ্গ উৎপন্ন করা হয় :

(১) দুটি অভিন্ন চল তরঙ্গ বিপরীত দিক থেকে অগ্রসর হয়ে একে অন্যের উপর উপরিপাতিত হতে হবে।

(২) তরঙ্গ দুটি একই বেগে বিপরীত দিক থেকে আসতে হবে।

(৩) তরঙ্গ পৃষ্ঠ অনুভূমিক অবস্থানে সংকুচিত হয়।

(৪) তরঙ্গ শীর্ষ তরঙ্গ অবস্থানে প্রসারিত হয়।

(৫) প্রতিটি বিন্দুতে তরঙ্গ দুটির জন্য সরণ সমান ও বিপরীত হতে হবে।

(৬) তরঙ্গ দুটির বিস্তার সমান হতে হবে।

(৭) তরঙ্গ দুটির তরঙ্গ দৈর্ঘ্য সমান হতে হবে।

## গাণিতিক রাশিমালা

**Mathematical Expression**

ধরি, সমান বিস্তার ও তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের দুটি চলমান তরঙ্গ একটি তার বেয়ে একই মানের বেগে পরস্পর বিপরীত দিকে অগ্রসর হয়। এদের উপরিপাতনের ফলে যে তরঙ্গের উদ্ভব হয় তা কোনো দিকে অগ্রসর হয় না। তাই একে স্থির তরঙ্গ বলে। সৃষ্ট স্থানেই এ তরঙ্গ পর্যায়ক্রমে উৎপন্ন ও বিলুপ্ত হয়। ধরি, $a$ বিস্তার ও $\lambda$ তরঙ্গদৈর্ঘ্য-বিশিষ্ট দুটি তরঙ্গ পরস্পর বিপরীত দিকে $v$ মানের বেগে অগ্রসর হচ্ছে।

+ X অক্ষের দিকে অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y_1 = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.16)$$

এবং − X অক্ষের দিকে প্রতিফলিত অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ,

$$y_2 = a \sin \left\{\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x) + \pi\right\}$$

বা, $$y_2 = -a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt + x) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.17)$$

লব্ধি তরঙ্গের জন্য,

$$y = y_1 + y_2$$

$$= a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) - a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt + x)$$

$$= a\left[\sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) - \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt + x)\right]$$

$$= a \times 2 \cos \frac{\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) + \frac{2\pi}{\lambda}(vt + x)}{2} \sin \frac{\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) - \frac{2\pi}{\lambda}(vt + x)}{2}$$

$$= 2a \cos \frac{\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x + vt + x)}{2} \sin \frac{\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x - vt - x)}{2}$$

$$= 2a \cos \frac{2\pi}{\lambda}(vt) \sin \frac{2\pi}{\lambda}(-x) \quad = 2a \cos \frac{2\pi}{\lambda}(vt) \sin\left(-\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

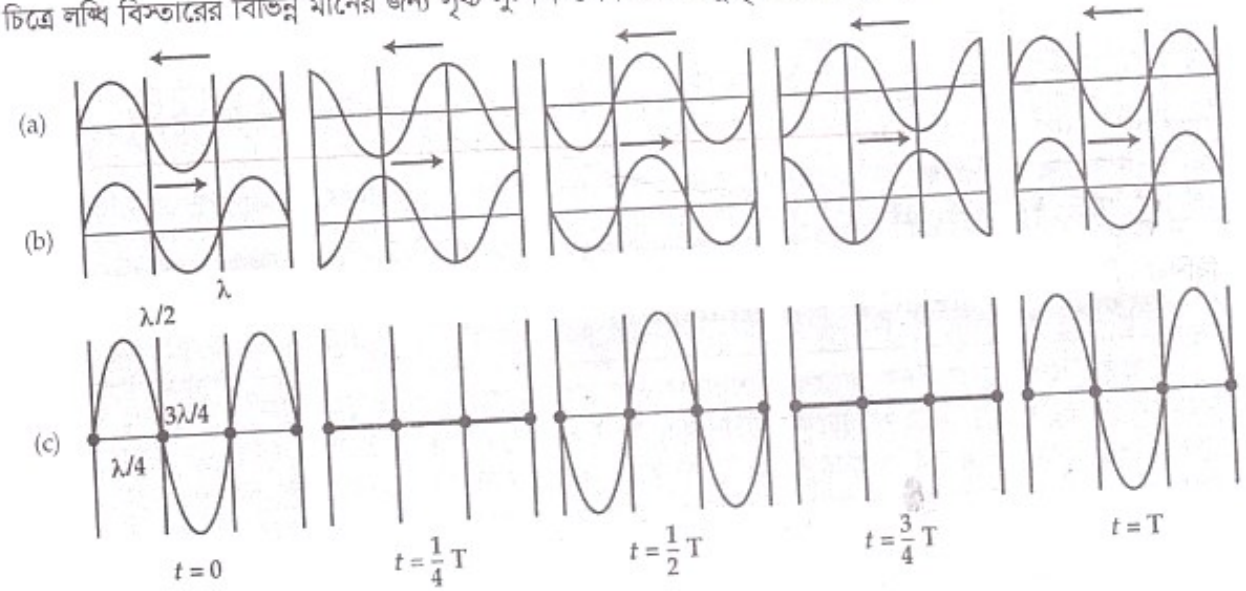
$$= -2a \cos \frac{2\pi}{\lambda}(vt) \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$$

$$y = -2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \frac{2\pi}{\lambda}(vt) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (9.18)$$

বা, $y = A \cos \frac{2\pi}{\lambda}(vt)$ $\cdots$ $\cdots$ $\cdots$ (9.19)

যেহেতু (9.19) নং সমীকরণে অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণের ন্যায় দশা কোণের ভেতর $(vt - x)$ জাতীয় কোনো রাশি অন্তর্ভুক্ত নাই তাই এটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ নয়। এটি **স্থির তরঙ্গের সমীকরণ।**

এখানে, লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার, $A = -2a \sin \frac{2\pi x}{\lambda}$। লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার $x$ এর উপর নির্ভরশীল। ৯.১৯ চিত্রে লব্ধি বিস্তারের বিভিন্ন মানের জন্য সৃষ্ট সুস্পন্দ ও নিষ্পন্দ বিন্দু সৃষ্টি দেখানো হলো।




চিত্র ৯.১৯

**সুস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টির শর্ত :**

লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার সর্বাধিক হবে অর্থাৎ সুস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে যখন,

$$\sin\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1$$

বা, $\sin\frac{2\pi x}{\lambda} = \sin\frac{\pi}{2}, \sin\frac{3\pi}{2}, \sin\frac{5\pi}{2} \ldots \sin(2n+1)\frac{\pi}{2}$ (এখানে, $n = 0, 1, 2, 3 \ldots$)

বা, $\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \ldots (2n+1)\frac{\pi}{2}$

বা, $\frac{2x}{\lambda} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \cdots \frac{(2n+1)}{2}$

বা, $2x = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2} \ldots (2n+1)\frac{\lambda}{2}$

বা, $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4} \ldots (2n+1)\frac{\lambda}{4}$ ... ... ... (9.20)

সুতরাং দেখা যায় যে, $x$-এর মান যদি $\frac{\lambda}{4}$ এর বেজোড় গুণিতক হয় তাহলে সুস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে।

**নিস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টির শর্ত :**

লব্ধি তরঙ্গের বিস্তার সর্বনিম্ন হবে অর্থাৎ নিস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে যখন,

$$\sin\frac{2\pi x}{\lambda} = 0$$

বা, $\sin\frac{2\pi x}{\lambda} = \sin 0, \sin\pi, \sin 2\pi \ldots \sin n\pi$ (এখানে, $n = 0, 1, 2, 3 \ldots$)

বা, $\frac{2\pi x}{\lambda} = 0, \pi, 2\pi \ldots n\pi$ বা, $\frac{2x}{\lambda} = 0, 1, 2 \ldots n$

বা, $2x = 0, \lambda, 2\lambda \ldots n\lambda$ বা, $x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda \ldots n\frac{\lambda}{2}$

বা, $x = 0, \frac{2\lambda}{4}, 4\frac{\lambda}{4} \ldots 2n\frac{\lambda}{4}$ ... ... ... (9.21)

সুতরাং দেখা যায় যে, $x$ এর মান যদি $\frac{\lambda}{4}$ এর জোড় গুণিতক হয় তাহলে নিস্পন্দ বিন্দু তৈরি হবে।

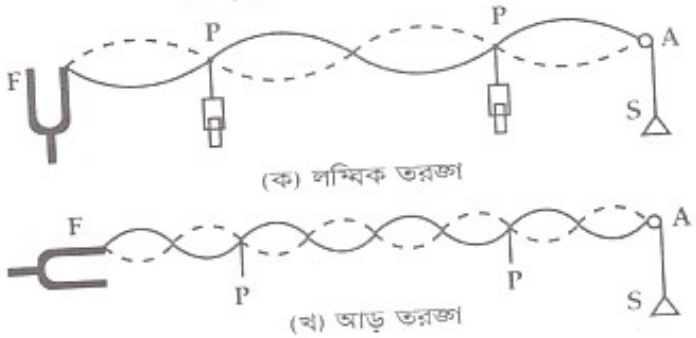
## ৯·৮ ব্যবহারিক
## Experimental

| পরীক্ষণের নাম : | মেলডির পরীক্ষা |
|---|---|
| পিরিয়ড : ২ | Melde's Experiment |

**তত্ত্ব :** একটি সুতার এক প্রান্তকে সুরশলাকার এক বাহুতে বেঁধে অপর প্রান্তকে একটি কপিকলের উপর দিয়ে নিয়ে কোনো ভর ঝুলিয়ে দিয়ে সুতাটিকে টানটান রাখা হয়। এখন সুরশলাকাকে কম্পিত করলে এর কম্পনের দিকের উপর নির্ভর করে সুতায় দুই ধরনের তরঙ্গ সৃষ্টি হতে পারে। যদি সুরশলাকার কম্পনের দিক সুতার দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল হয় তখন সুতায় লম্বিক তরঙ্গের সৃষ্টি হয় এবং সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, N সুতার কম্পাঙ্ক, $n$ এর দ্বিগুণ হয়। যদি সুরশলাকার কম্পনের দিক সুতার দৈর্ঘ্যের লম্বদিকে হয় তখন সুতায় আড় তরঙ্গের সৃষ্টি হয় এবং সুরশলাকার কম্পাঙ্ক, N সুতার কম্পাঙ্ক, $n$ এর সমান হয়।

আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে, $N = n = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{T}{m}}$ ... ... ... (i)

লম্বিক তরঙ্গের ক্ষেত্রে, $N = 2n = \frac{2}{\lambda}\sqrt{\frac{T}{m}}$ ... ... ... (ii)




(ক) লম্বিক তরঙ্গ




(খ) আড় তরঙ্গ

চিত্র ৯·২০

উভয় ক্ষেত্রেই, $N$ = সুরশলাকার কম্পাঙ্ক
$n$ = সুতার কম্পাঙ্ক
$\lambda$ = সুতায় সৃষ্ট স্থির তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্য
$T$ = সুতার টান
$m$ = সুতার একক দৈর্ঘ্যের ভর

**যন্ত্রপাতি :** (১) মেলডির যন্ত্র (২) সুতা (৩) মিটার স্কেল (৪) ওজন-বাক্স (৫) ক্লাম্প

**কার্যপদ্ধতি :**

(১) প্রথমে সুরশলাকাকে আড়াআড়ি বা লম্বিক ব্যবস্থায় রাখা হয়।

(২) নিক্তির সাহায্যে মেলডির যন্ত্রের পাল্লার ভর নির্ণয় করা হয়।

(৩) পরীক্ষণীয় সুতার এক প্রান্তকে সুর শলাকার সাথে এবং অপর প্রান্তকে কপিকলের উপর দিয়ে নিয়ে পাল্লার সাথে আটকানো হয়।

(৪) পাল্লায় সামান্য ওজন চাপিয়ে সুতাটিকে টান টান অবস্থায় রাখা হয়।

(৫) সুর শলাকাটিকে একটি রাবারের হাতুড়ি দ্বারা হালকা আঘাত করা হয়।

(৬) কপিকলের অবস্থান অনুভূমিকভাবে পরিবর্তন করে এবং পাল্লায় ওজন কম-বেশি করে স্থির তরঙ্গের লুপ এবং নিস্পন্দ বিন্দুগুলো সুস্পষ্ট করা হয়।

(৭) দুটি পিন স্ট্যান্ড নিয়ে এদেরকে দুটি সুস্পষ্ট নিস্পন্দ বিন্দুর নিচে রাখা হয়। একটি মিটার স্কেলের সাহায্যে পিন দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় করা হয় এবং লুপের সংখ্যাও গণনা করা হয়। যদি পিন দুটির মধ্যবর্তী দূরত্ব $d$ হয় এবং লুপের সংখ্যা $k$ হয় তাহলে, $\frac{\lambda}{2} = \frac{d}{k}$। এখান থেকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করা হয়।

(৮) পাল্লায় একই ওজন রেখে একই প্রক্রিয়ায় আরও দুবার তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করে গড় তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করা হয়।

(৯) পাল্লায় এবার ওজন দুবার পরিবর্তন করে প্রতিবারের জন্য ১-৮ ধাপ অনুসরণ করে আরও দুবার গড় তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করা হয়।

(১০) সুরশলাকাকে যদি আগে আড়াআড়ি ব্যবস্থায় রাখা হয়ে থাকে তাহলে এবার লম্বিক ব্যবস্থায় রাখা হয় এবং পূর্বের পদ্ধতি অনুসরণ করে গড় তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় করা হয়।

(১১) এবার সম্পূর্ণ সুতার দৈর্ঘ্য ও ভর নির্ণয় করে ভরকে দৈর্ঘ্য দ্বারা ভাগ করে একক দৈর্ঘ্যের ভর $m$ নির্ণয় করা হয়।

এখন প্রতিবারের গড় তরঙ্গদৈর্ঘ্য, প্রতিবারের ওজন ও $m$ এর মান বসিয়ে আড়াআড়ি বা লম্বিক ব্যবস্থায় সুর শলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা হয়।

**হিসাব ও উপাত্ত সংগ্রহ :**

(ক) স্কেল প্যানের ভর, W = ..... g (খ) সুতার ভর, M = ..... g (গ) সুতার দৈর্ঘ্য, L = ..... cm

(ঘ) সুতার প্রতি একক দৈর্ঘের ভর, $m = \frac{M}{L}$ g = ..... g/cm

**ডাটা ছক-১ (লম্বিক তরঙ্গের জন্য)**

**লম্বিক অবস্থানের জন্য :**

| পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | দুই প্রান্তের মাঝে লুপ সংখ্যা | স্কেলে চাপানো ভর $(W_1)$ g | সুতার টান, T = Wg = $(W + W_1)$ g dyne | নির্ধারিত দুই প্রান্তের মধ্যবর্তী দূরত্ব, D | নির্ধারিত দুই প্রান্তের মধ্যবর্তী লুপ সংখ্যা, N | সেগমেন্টের দৈর্ঘ্য, $l = \frac{D}{N}$ | $\frac{T}{l}$ | তারের কম্পাঙ্ক, $n = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{T}{m}}$ | টিউনিং ফর্কের কম্পাঙ্ক, $n = n'$ (Hz) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

**ডাটা ছক-২**

**আড়াআড়ি অবস্থানের জন্য :**

| পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | দুই প্রান্তের মাঝে লুপ সংখ্যা | স্কেলে চাপানো ভর $(W_1)$ g | সুতার টান, T = Wg = $(W + W_1)$ g dyne | নির্ধারিত দুই প্রান্তের মধ্যবর্তী দূরত্ব, D | নির্ধারিত দুই প্রান্তের মধ্যবর্তী লুপ সংখ্যা, N | সেগমেন্টের দৈর্ঘ্য, $l = \frac{D}{N}$ | $\frac{T}{l}$ | তারের কম্পাঙ্ক, $n = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{T}{m}}$ | টিউনিং ফর্কের কম্পাঙ্ক, $n = n'$ (Hz) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | |

**সতর্কতা ও আলোচনা :**

(১) সুরশলাকাকে হাতুরি (hammer)-এর সাহায্যে একটিমাত্র স্ট্রোকে কম্পন সৃষ্টি করতে হবে।

(২) প্যানে ভর বৃদ্ধি বা কমিয়ে লুপ সংখ্যা বৃদ্ধি বা কমাতে হবে।

(৩) লুপ যথাসম্ভব স্পষ্ট করতে হবে।

(৪) সরু সুতা ব্যবহার করতে হবে।

(৫) পাল্লায় অত্যন্ত বেশি ভর ব্যবহার করা যাবে না।

মুক্ত কম্পাঙ্ক নির্ভর করে
— বস্তুর ঘনত্ব
— " আকৃতি ও
— স্থিতিস্থাপকতার উপর।

## ৯·৯ অনুনাদ
## Resonance

মা যখন বাচ্চাকে দোলনায় রেখে দোল দেয় তখন বাচ্চা কখনো ঘুমিয়ে পড়ে আবার কখনো ঘুমায় না। দোলনার কম্পন এবং বায়ুতে অবস্থিত কণাসমূহের কম্পন সমান হলেই বাচ্চা আরাম অনুভব করে এবং অল্পক্ষণের মধ্যে ঘুমিয়ে পড়ে। আবার সৈনিকেরা যখন একটা পুল বা কালভার্টের উপর পা মিলিয়ে ডবল মার্চ করতে থাকে তখন যদি সেখানে অবস্থান কর তাহলে বুঝতে পারবে পুল বা কালভার্ট এত জোরে কম্পিত হয় যে ভেঙ্গে যাবার উপক্রম হয় বা কোনো কোনো ক্ষেত্রে ভেঙ্গেও যেতে পারে। উপরের দুটি ক্ষেত্রেই অনুনাদের জন্য এ ঘটনা ঘটে। অনুনাদ নলের বায়ুস্তম্ভের উপর একটি কম্পমান সুর শলাকা স্পন্দনে কম্পিত করে ধরলে এবং নলের বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য কম-বেশি করলে এক পর্যায়ে জোরালো শব্দ সৃষ্টি করে। এক্ষেত্রে উৎসের কম্পন ও নলের বায়ুস্তম্ভের কম্পন সমান হবে। ফলে অনুনাদ সৃষ্টি হয় এবং জোরালো শব্দ শোনা যায়।

আবার একটি কম্পমান বস্তুকে অন্য একটি বস্তুর নিকট ধরলে দ্বিতীয় বস্তুটি কাঁপতে শুরু করে; একে **পরবশ কম্পন** বলে। যদি বস্তুর স্বাভাবিক পর্যায়কাল ও প্রযুক্ত বলের পর্যায়কাল ভিন্ন হয় তবে বস্তু ক্ষুদ্র বিস্তারে কাঁপবে। কিন্তু বস্তুর স্বাভাবিক পর্যায়কাল ও তার উপর প্রযুক্ত বলের পর্যায়কাল সমান হলে বস্তুটি বৃহত্তর বিস্তারে

কাঁপতে বাধ্য হয় এবং শব্দের প্রাবল্য বৃদ্ধি পায়। এ প্রক্রিয়াকে অনুনাদ বলে। সুতরাং, অনুনাদ পরবশ কম্পনের একটি বিশেষ অবস্থা। এখন আমরা দেখব পরবশ কম্পন ও অনুনাদ বলতে কী বোঝায় ?

**পরবশ কম্পন :** স্পন্দনক্ষম বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের জন্য বস্তুটি তার স্বাভাবিক কম্পাঙ্কে কম্পিত হওয়ার পরিবর্তে যখন আরোপিত কম্পনের কম্পাঙ্ক স্পন্দিত হতে থাকে, তখন এ কম্পনকে আরোপিত বা পরবশ কম্পন বলে।

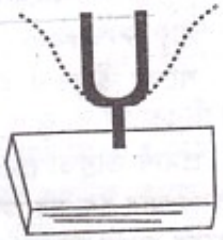
**কোনো বস্তুর উপর আরোপিত পর্যাবৃত্ত স্পন্দনের কম্পাঙ্ক বস্তুটির স্বাভাবিক কম্পাঙ্কের সমান হলে বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এ ধরনের কম্পনকে অনুনাদ বলে।**

অন্যভাবে বলা যায় উৎসের কম্পন এবং উৎসের দ্বারা সৃষ্ট শব্দ যে মাধ্যম দিয়ে চলাচল করে তার কণার কম্পন সমান হলে একটি জোরালো শব্দ সৃষ্টি হয় বা কণাগুলি সর্বাধিক বিস্তারে কম্পিত হয়। এই ঘটনাকে অনুনাদ বলে।

পরবশ কম্পন ও অনুনাদের সংজ্ঞা থেকে এটি স্পষ্ট যে **সকল অনুনাদই পরবশ কম্পন কিন্তু সকল পরবশ কম্পন অনুনাদ নয়।**

**উদাহরণ :**

১। একটি সুরশলাকাকে কম্পিত করে তা বায়ুতে স্থাপন করলে খুব ক্ষীণ শব্দ উৎপন্ন হয়। কিন্তু এই কম্পিত সুরশলাকা টেবিলের উপর চেপে ধরলে জোরে শব্দ শোনা যায়। এক্ষেত্রে সুরশলাকার কম্পনের ফলে টেবিল পরবশ কম্পনে স্পন্দিত হয় এবং টেবিলের চারপাশের বায়ু স্পন্দিত হয়। এক্ষেত্রে স্পন্দনের মাত্রা বৃদ্ধি পায় বলে শব্দের প্রাবল্যও বেড়ে যায়। এভাবে স্পন্দন সৃষ্টি হয় [চিত্র ৯.২১]।


চিত্র ৯·২১

২। একটি ঝুলন্ত ব্রীজের উপর দিয়ে সৈন্যদল যখন মার্চ করে যায় তখন সৈন্যদলের পা মিলিয়ে যাবার কারণে আরোপিত কম্পনের সৃষ্টি হয়। ফলে ব্রীজের লোহা বা অন্যান্য উপাদানের কণাগুলোও কম্পিত হয়। যখন আরোপিত কম্পন এবং ব্রীজের উপাদানের কণাগুলোর কম্পন সমান হয় তখন ব্রিজটি সর্বোচ্চ বিস্তারে কম্পিত হয়। এক পর্যায়ে ব্রিজটি ভেঙ্গেও পড়তে পারে। এভাবে ব্রিজে অনুনাদ সৃষ্টি হয়। ধু. বি. ১০-১১

**কাজ :** অনুনাদ বায়ুস্তম্ভ নলের মুখে একটি কম্পমান সুরশলাকা ধর। কী দেখতে পাবে ? অনুনাদ নলে পানির দৈর্ঘ্য উঠানামা কর এবং সুরশলাকাকে কম্পিত করে নলের মুখে ধর। দেখবে কোনো এক সময় জোরে শব্দ উৎপন্ন হবে। —কারণ ব্যাখ্যা কর।

**অনুনাদের বৈশিষ্ট্য:**

১। কোনো একটি বস্তুর স্বাভাবিক পর্যায়কাল যদি এর উপর আরোপিত পর্যায় বলের পর্যায়কালের সমান হয়, তখন বস্তুটির কম্পনে অনুনাদ হয়।

২। সকল অনুনাদী কম্পন পরবশ কম্পন।

৩। অনুনাদী কম্পনে বিস্তার সবচেয়ে বেশি হবে।

৪। অনুনাদে বস্তুর কম্পন শুরু হওয়ার অল্প সময় পরই নিয়মিত হয়।

## ৯·১০ শব্দের তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল
## Intensity and Intensity Level of Sound

মানুষের কান একটি স্বাভাবিক শব্দগ্রাহক যন্ত্র। উৎস হতে শব্দ তরঙ্গ মাধ্যমের মধ্য দিয়ে সঞ্চালিত হয়ে আমাদের কানের পর্দায় কম্পন সৃষ্টি করে। এই কম্পন সংকেত অনুসারে মস্তিষ্কে অনুভূতি সৃষ্টি করে এবং মস্তিষ্ক শব্দের প্রকৃতি বিশ্লেষণের মাধ্যমে শব্দ জোরালো না ক্ষীণ তা চিহ্নিত করে। মানুষের কান এত সংবেদনশীল (sensitive) যে অতি ক্ষীণ এবং অত্যন্ত জোরালো শব্দ শুনতে পায়। ক্ষীণ এবং জোরালো শব্দের অনুপাত $10^{13}$। এই সীমার মধ্যে সৃষ্ট শব্দ আমরা শুনতে পাই।

শব্দোচ্চতা হচ্ছে মূলত কর্ণের অনুভূতি। এটি শারীরবৃত্তীয় বিষয় (physiological phenomenon), ভৌত বিষয় নয়। শব্দোচ্চতা শ্রবণের মাত্রা প্রকাশ করে। শব্দোচ্চতা বলতে শব্দ কতটা জোরে হচ্ছে তা বুঝায়। সুতরাং, শব্দোচ্চতার নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেওয়া যায় :

**যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা একটি শব্দ অন্য একটি শব্দ হতে কত বেশি জোরালো তা বুঝা যায় তাকে শব্দোচ্চতা বলে।** লক্ষণীয় যে, শব্দোচ্চতার সংজ্ঞা ব্যক্তি নির্ভর। একই তীব্রতার বিভিন্ন কম্পাঙ্কের শব্দ শ্রোতার

কাছে কম-বেশি জোরে মনে হতে পারে। শব্দোচ্চতা শব্দের তীব্রতা দ্বারা নির্ধারিত হয়। তীব্রতা যত বাড়ে শব্দোচ্চতা তত বেশি জোরালো হয়। তবে শব্দোচ্চতা শব্দের তীব্রতার সাথে সমানুপাতিক হারে বাড়ে না। শব্দোচ্চতা ও শব্দের তীব্রতার সম্পর্ক নিচে আলোচনা করা হলো।

**তীব্রতা :** শব্দের তীব্রতা একটি সুনির্দিষ্ট ভৌত রাশি। তীব্রতার সংজ্ঞা নিম্নরূপ :

**শব্দ সঞ্চালনের অভিমুখের সাথে লম্বভাবে স্থাপিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে যে পরিমাণ শক্তি প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত হয় তাকে তীব্রতা বলে।** একে I দ্বারা প্রকাশ করা হয়। তীব্রতার একক $Js^{-1}\ m^{-2}$ বা $Wm^{-2}$।

পূর্বে উল্লেখ করা হয়েছে যে শব্দোচ্চতা তীব্রতার সাথে বাড়ে তবে সমানুপাতিক হারে নয়। ওয়েবার ফেচনার (Weber Fechner)-এর সূত্র অনুসারে শব্দোচ্চতা শব্দের তীব্রতার লগারিদম (Logarithm)-এর সমানুপাতিক। এই সূত্রানুসারে শব্দোচ্চতা S এবং শব্দের তীব্রতা I হলে, এদের মধ্যে সম্পর্ক হলো,

$$S \propto \log_{10} I$$

বা, $S = K \log_{10} I$ ... ... ... (9.22)

শব্দের তীব্রতার একক $Wm^{-2}$ হলেও ব্যবহারিক ক্ষেত্রে প্রমাণ তীব্রতার সাপেক্ষে একে পরিমাপ করা হয়। প্রমাণ তীব্রতা কী তা জানা দরকার।

**প্রমাণ তীব্রতা (Standard intensity) :** 1000 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দের শ্রাব্যতার সীমা $10^{-12}\ Wm^{-2}$ তীব্রতার সমান ধরা হয় এবং একেই প্রমাণ বা আদর্শ তীব্রতা বলে। অর্থাৎ **1000 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট $10^{-12}\ Wm^{-2}$ তীব্রতাকে প্রমাণ তীব্রতা বলে।** একে $I_0$ দ্বারা সূচিত করা হয়। $I_0$ এর সাপেক্ষে সকল তীব্রতা পরিমাপ করা হয়।

**তীব্রতা লেভেল (Intersity level) : যে কোনো শব্দের তীব্রতা এবং আদর্শ বা প্রমাণ তীব্রতার শব্দের শব্দোচ্চতার পার্থক্যকে তীব্রতা লেভেল বলে।** অন্যভাবে বলা যায়, কোনো শব্দের তীব্রতা ও প্রমাণ তীব্রতার অনুপাতের লগারিদমকে ঐ শব্দের তীব্রতা লেভেল বলে। তীব্রতা লেভেলকে ডেসিবেল ($d$B) এককে প্রকাশ করা হয়।

ঢা.বি.'১২-১৩

**ব্যাখ্যা :** ধরা যাক, দুটি নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের শব্দের তীব্রতা I ও $I_0$ এবং শব্দোচ্চতা যথাক্রমে S ও $S_0$। এখন সমীকরণ (9.22) হতে পাই,

$$S \propto \log_{10} I \quad \text{বা,} \quad S = K \log_{10} I$$

আবার, $S_0 \propto \log_{10} I_0$ বা, $S_0 = K \log_{10} I_0$

$\therefore$ শব্দোচ্চতার পার্থক্য, $\beta = S - S_0 = K(\log_{10} I - \log_{10} I_0)$

$$= K \log_{10} \left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.23)$$

এখানে K হচ্ছে ধ্রুবক। এটি এককের উপর নির্ভর করে। শব্দোচ্চতার পার্থক্য $\beta$-কে তীব্রতা লেভেল বলা হয়। এখন $I_0$ যদি প্রমাণ তীব্রতা হয়, তবে যে কোনো শব্দের তীব্রতা লেভেল এবং ঐ প্রমাণ তীব্রতা লগারিদম অনুপাতে নির্দেশিত হবে এবং একক বিহীন হবে।

এখন $K = 1$ এবং $I_0$ প্রমাণ তীব্রতা হলে শব্দোচ্চতার পার্থক্যকে বেল (bel) বলা হয়। টেলিফোনের আবিষ্কারক আলেকজান্ডার গ্রাহাম বেলের নামকরণে এই এককের নামকরণ করা হয়েছে। শব্দোচ্চতার একক বেল খুবই বড় একক, তাই ডেসিবেল ব্যবহার করা হয়। 1 বেলের 1 দশমাংশকে 1 ডেসিবেল ($d$B) বলা হয়। এই ডেসিবেলই শব্দের তীব্রতার আদর্শ একক।

সমীকরণ (9.23)-কে ডেসিবেলে লেখা যায়,

$$\beta = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0}\right) dB \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.24)$$

যদি, $\beta = 1\ dB$ হয়, তবে

$$1 = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{বা,} \quad \log_{10} \left(\frac{I}{I_0}\right) = \frac{1}{10}$$

$$\therefore \quad \frac{I}{I_0} = 1{\cdot}26$$

এর অর্থ হলো শব্দের তীব্রতার 26% পরিবর্তনের জন্য তীব্রতার লেভেল 1 $d$B পরিবর্তিত হয়। উল্লেখ্য, মানুষের কান 1$d$B এর কম শব্দোচ্চতার পার্থক্য বুঝতে পারে না।

সমীকরণ (9.24) হতে দেখা যায়—

(i) যখন $I = 100\ I_0$, তখন $\beta = 10 \log_{10}(100) = 10 \log_{10} 10^2 = 20\ d$B

(ii) যখন $I = 1000\ I_0$, তখন $B = 10 \log_{10}(1000) = 10 \log_{10} 10^3 = 30\ d$B

সুতরাং, দেখা যাচ্ছে যে দুটি শব্দের শব্দোচ্চতার পার্থক্য 20 $d$B হলে জোরালো শব্দ ক্ষীণ শব্দের চেয়ে 100 গুণ তীব্র বুঝায়। আবার পার্থক্য 30 $d$B হলে জোরালো শব্দ 1000 গুণ বেশি তীব্র বুঝায়।

এখন $I = I_0$ হলে, সমীকরণ (9.24) হতে পাই, $\beta = 10 \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) = 0$

শব্দোচ্চতার পার্থক্য বা তীব্রতা লেভেল শূন্যকে নিম্নতর প্রান্তীয় সীমা বা শ্রাব্যতার সীমা বলে।

শব্দোচ্চতার সর্বোচ্চ সীমা, $L = 10 \log_{10} 10^{12} = 120\ d$B। এর চেয়ে বেশি তীব্রতার শব্দ কানে জ্বালা বা অস্বস্তির উদ্রেক করে।

উপরের আলোচনা থেকে বেল ও ডেসিবেলের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা দেওয়া যায়।

**বেল : শব্দের তীব্রতা যখন 10 গুণ বৃদ্ধি পায় তখন শব্দোচ্চতা যে পরিমাণ বাড়ে তাকে 1 বেল বলে।**

**ডেসিবেল : শব্দের তীব্রতা যখন $10^{0.1}$ গুণ বৃদ্ধি পায় তখন শব্দোচ্চতা যতটুকু বাড়ে তাকে 1 ডেসিবেল বলে।** অন্যভাবে বলা যায়, **1 বেলের দশভাগের এক ভাগকে 1 ডেসিবেল বলে।**

কোনো শব্দ উৎসের তীব্রতা $I_1$ হতে $I_2$-তে পরিবর্তিত হলে তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন হবে,

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 = 10 \log_{10}\left(\frac{I_2}{I_1}\right) d\text{B} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.25)$$

অনুরূপভাবে, শব্দ উৎসের ক্ষমতা $P_1$ হতে $P_2$-তে পরিবর্তিত হলে তীব্রতা লেভেল বা ক্ষমতা লেভেলের পরিবর্তন হবে,

$$\Delta\beta = 10 \log_{10}(P_2 / P_1)\ d\text{B} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.26)$$

1000 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট প্রমাণ তীব্রতার এক ডেসিবেল-এর একটি বিশুদ্ধ সুর যে প্রাবল্য সৃষ্টি করে তাকে **ফন** বলে। শব্দ প্রাবল্যের আরও একটি একক আছে। এর নাম **সোন** (Sone)। শ্রোতার শ্রাব্যতার সীমার 40 ডেসিবেল উর্ধ্বে 1000 Hz কম্পাঙ্কের একটি বিশুদ্ধ সুর যে প্রাবল্য সৃষ্টি করে তাকে 'সোন' বলে।

সারণি ৯.১ : কয়েকটি শব্দের তীব্রতা ও তীব্রতা লেভেল

| শব্দ | তীব্রতা, I ($Wm^{-2}$) | আপেক্ষিক তীব্রতা, $I/I_0$ | তীব্রতা লেভেল ($d$B) |
|---|---|---|---|
| সর্বনিম্ন শ্রাব্য শব্দ | $1 \times 10^{-12}$ | $10^0$ | 0 |
| পাতার মর্মর শব্দ | $1 \times 10^{-11}$ | $10^1$ | 10 |
| ফিসফিসানী | $1 \times 10^{-9}$ | $10^3$ | 30 |
| শ্রেণিকক্ষের শব্দ | $1 \times 10^{-7}$ | $10^5$ | 50 |
| স্বাভাবিক কথাবার্তা | $1 \times 10^{-6}$ | $10^6$ | 60 |
| ব্যস্ততম রাস্তার শব্দ | $1 \times 10^{-5}$ | $10^7$ | 70 |
| কারখানার কোলাহল | $1 \times 10^{-3}$ | $10^9$ | 90 |
| মাথার উপরের জেট প্লেনের শব্দ | $1 \times 10^{-2}$ | $10^{10}$ | 100 |
| তীব্র বজ্রনির্ঘোষের শব্দ | $1 \times 10^{-1}$ | $10^{11}$ | 110 |
| কানে বেদনা দানকারী সূচন শব্দ | $1 \times 10^{0}$ | $10^{12}$ | 120 |

## গাণিতিক উদাহরণ

১। কোনো জনসভায় শব্দের তীব্রতা $10^{-8}$ watt $m^{-2}$। শব্দের তীব্রতা লেভেল ডেসিবেলে নির্ণয় কর। শব্দের তীব্রতা তিনগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল কত হবে ? [দি. বো. ২০১১, ২০০৯; চ. বো. ২০১০; রা. বো. ২০০৭, ২০০৩; কু. বো. ২০০৪]

আমরা জানি,

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$= 10 \log \frac{10^{-8}}{10^{-12}} = 10 \log (10^4) = 40\ dB$$

আবার, $\beta' = 10 \log \frac{I'}{I_0} = 10 \log \frac{3 \times 10^{-8}}{1 \times 10^{-12}}$

$$= 10 \log 3 \times 10^4 = 44.77\ dB$$

এখানে,

প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12}\ Wm^{-2}$

জনসভায় শব্দের তীব্রতা, $I = 10^{-8}\ Wm^{-2}$

তীব্রতা লেভেল, $\beta = ?$

আবার, $I' = 3I = 3 \times 10^{-8}\ Wm^{-2}$

$\beta' = ?$

২। কোনো শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা $1 \times 10^{-6}\ Wm^{-2}$ হলে শব্দের তীব্রতা লেভেল ডেসিবেলে নির্ণয় কর। [সি. বো. ২০১১; ২০০৮; ব. বো. ২০১০; ঢা. বো. ২০০৬, ২০০১; য. বো. ২০০৪, ২০০২; চ. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

$$= 10 \log \frac{10^{-6}}{10^{-12}} = 10 \log 10^6$$

$$= 60\ dB$$

এখানে,

প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12}\ Wm^{-2}$

শ্রেণিকক্ষের শব্দ তীব্রতা, $I = 10^{-6}\ Wm^{-2}$

তীব্রতা লেভেল, $\beta = ?$

৩। একটি ক্যাসেট প্লেয়ার হতে নিঃসৃত শব্দের ক্ষমতা 30mW হতে 60mW-এ পরিবর্তিত হলে শব্দের তীব্রতা লেভেলের কত পরিবর্তন হবে ? [সি. বো. ২০০৯, ২০০৭]

মনে করি, শব্দের তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন = $\Delta\beta$

আমরা জানি,

$$\Delta\beta = 10 \log_{10} \left( \frac{\beta_2}{\beta_1} \right)$$

$$= 10 \log_{10} \left( \frac{60 \times 10^{-3}\ W}{30 \times 10^{-3}\ W} \right)$$

$$= 10 \log_{10} (2)$$

$$= 3dB$$

এখানে,

নিঃসৃত শব্দের প্রাথমিক ক্ষমতা,

$\beta_1 = 30\ mW = 30 \times 10^{-3}\ W$

নিঃসৃত শব্দের পরিবর্তিত ক্ষমতা,

$\beta_2 = 60\ mW = 60 \times 10^{-3}\ W$

$\Delta\beta = ?$

৪। কোনো শ্রেণিকক্ষে শব্দের তীব্রতা $10^{-7} Wm^{-2}$। শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল কত হবে ? [ব. বো. ২০০৬ ; রা. বো. ২০০৫]

আমরা জানি,

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{10^{-7}}{10^{-12}}$$

$$= 10 \log 10^5$$

$$= 50\ dB$$

আবার, আমরা জানি,

$$\beta' = 10 \log \frac{I'}{I_0} = 10 \log \frac{2I}{I_0}$$

$$= 10 \log \frac{2 \times 10^{-7}}{10^{-12}} = 10 \log 2 \times 10^5$$

$$= 53.01\ dB$$

এখানে,

তীব্রতা, $I = 10^{-7}\ Wm^{-2}$

প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12}\ Wm^{-2}$

তীব্রতা লেবেল, $\beta = ?$

আবার,

$I' = 2I = 2 \times 10^{-7}\ Wm^{-2}$

$\beta' = ?$

## ৯·১১ বীট বা স্বরকম্প
**Beats**

সমান বা প্রায় সমান তীব্রতা ও প্রায় সমান কম্পাঙ্কের দুটি শব্দ তরঙ্গ একসঙ্গে উৎপন্ন করলে দেখা যাবে যে, শব্দ একটানা হচ্ছে না—একটি নির্দিষ্ট সময় অন্তর অন্তর একবার বাড়ছে ও একবার কমছে। শব্দের তীব্রতার এরূপ পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধিকে বীট বা স্বরকম্প বলে। প্রতি সেকেন্ডে শব্দের তীব্রতার পর্যায়ক্রমিক হ্রাস বা বৃদ্ধির দ্বারা স্বরকম্পের সংখ্যা (বা কম্পাঙ্ক) নির্ণয় করা হয়।

সংজ্ঞা : সমান বা প্রায় সমান তীব্রতা এবং প্রায় সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একই দিকে অগ্রগামী দুটি শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দের লব্ধি প্রাবল্যের হ্রাস-বৃদ্ধির ঘটনাকে বীট বা স্বরকম্প বলে।

| উৎস | তীব্রতা লেভেল β(db) | শব্দ উৎস | তীব্রতা লেভেল β(db) |
|---|---|---|---|
| স্বাভাবিক শ্বাস-প্রশ্বাস | 10 | স্বাভাবিক কথা | 60 |
| পাতার মর্মর ধ্বনি | 20 | ফিসফিস কথা | 30 |
| লাইব্রেরি | 40 | | |

Note:

| সুর | টৌনিক | | | উপসুর | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| বাংলাদেশী | সা | রে | গা | মা | পা | ধা | নি | সা |
| পাশ্চাত্য ইংরেজী নাম | do | re | mi | fa | sol | la | ti | do |
| পাশ্চাত্য ইংরেজী প্রতীক | C | D | E | F | G | A | B | C |
| সুরের কম্পাংক | 256 | 288 | 320 | 341-33 | 384 | 420-66 | 480 | 512 |

**পরীক্ষাটি করে দেখ :**

সমান কম্পাঙ্কের দুটি সুর শালাকা লও এবং স্থাপন কর। এখন সুর শলাকা দুটির একটিকে এ হাতুড়িতে আঘাত কর। দেখা যাবে তারা প্রায় একই একই সাথে আঘাত করলে দেখা যাবে এখনও তারা বৃদ্ধি পাচ্ছে। এখন একটি সুর শলাকার এক বাহুতে যাবে এবং সুর শলাকা দুটির কম্পাঙ্কের মধ্যে কিছুটা আঘাত করে শব্দ উৎপন্ন করলে একটানা শব্দ শোনা কাছাকাছি ভিন্ন কম্পাঙ্কের দুটি সুর শলাকা হতে উৎ রকম হ্রাস-বৃদ্ধির নাম বীট বা স্বরকম্প এবং শব্দ তী

**দুইটি শব্দ উৎসের ক্রিয়ায় প্রতি সেকেন্ডে 5**

এটি বলতে নিম্নলিখিত বিষয়গুলো বুঝা যায় :

১। উৎসদ্বয়ের ক্রিয়ায় শব্দের তীব্রতা প্রতি সে

২। উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্য N = 5 H

৩। উৎসদ্বয় হতে আগত শব্দ কোনো বিন্দুতে দশায় মিলিত হয়।

৪। পর পর একটি সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন তীব্রতা

**বীট উৎপত্তির শর্ত :**

১। বীট সৃষ্টিকারী শব্দ তরঙ্গ দুটি একই সম

২। তরঙ্গ দুটির কম্পাঙ্ক ও তীব্রতা প্রায় সমা

৩। তরঙ্গ দুটির দরুন মাধ্যমের কোনো একটি

৪। মাধ্যমের কোনো একটি কণার উপর তরঙ্গ পরিবর্তিত হবে।

৫। তরঙ্গ দুটির মিলিত ক্রিয়ার বিস্তার সময়ে

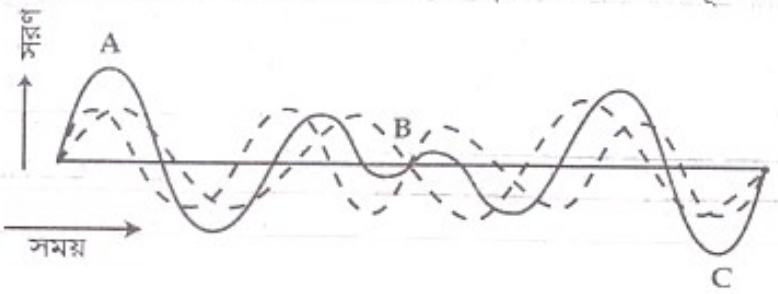
- কোন মাধ্যমে শব্দের বেগ মাধ্যমের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কর বর্গমূলের সমানুপাতিক এবং ঘনত্বের বর্গমূলের ব্যাস্তানুপাতিক।
- তাপমাত্রা ও আদ্রতা বৃদ্ধি পেলে বাতাসে শব্দের বেগ বৃদ্ধি পায়।
- অনুনাদ পরবশ কম্পনের একটি বিশেষ অবস্থা।
- শব্দ অগ্রগামী অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ।
- শব্দের বেগ মাধ্যমের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে।
- নিউটনের সূত্র হতে প্রাপ্ত শব্দের বেগের ত্রুটি প্রায় 16% , $0^0$C তাপ মাত্রার বাতাসে শব্দের বেগ = 332.26 $ms^{-1}$
- হাইড্রোজেন গ্যাসে শব্দের বেগ অক্সিজেন গ্যাসের তুলনায় চার গুণ বেশী।
- বায়ু, পানি ও লোহার মধ্যে শব্দের বেগ (0°C তাপমাত্রায়) যথাক্রমে 332 m/s, 1433 m/s ও 5300 m/s।
- শব্দের বেগ বৃদ্ধি তাপমাত্রা বৃদ্ধির বর্গমূলের সমানুপাতিক।
- নিউটনের মতে শব্দ বায়ু মাধ্যমে চলাচল করে সমোষ্ণ প্রক্রিয়ায়।
- ল্যাপ্লাসের মতে শব্দ বায়ু মাধ্যমে চলাচল করে রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায়।
- শব্দ সঞ্চালনের জন্য স্থিতিস্থাপক অবিছিন্ন মাধ্যমের প্রয়োজন।
- ডপলার নীতির উপরে ভিত্তি করেই বেগ নির্ণয়ের জন্য আলট্রাসনোগ্রাম তৈরী হয়েছে।
- বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেশী থাকলে শব্দের বেগ বেড়ে যায়।
- বায়ু বা গ্যাসের ক্ষেত্রে $1^0$C উষ্ণতা বৃদ্ধি বা হ্রাসের জন্য বেগ 2ft/sec বা 0.61 m/s বা 61cm/s বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়।

### বীট বা স্বরকম্প গঠনের কৌশল
**Mechanism of Formation of Beats**

প্রায় সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট দুটি শব্দ তরঙ্গ মধ্যে দশা বৈষম্য সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয় পরবর্তী মুহূর্তে তরঙ্গদ্বয় বিপরীত দশায় ক্রিয়া করে অন্তর কণাটির সরণ তথা শব্দের তীব্রতা একবার স তীব্রতার এই পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধিই স্বরকম্প।

প্রায় সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট দুটি সুর শলাকা লই। তাদেরকে আঘাত করে শব্দ তরঙ্গ উৎপন্ন করি। এ তরঙ্গ দুটি মাধ্যমের মধ্য দিয়ে চলতে থাকবে। এতে মাধ্যমের এক বিন্দুতে শব্দ তরঙ্গ দুটি কোনো এক সময় সমদশায় এবং পরবর্তী অপর এক সময় বিপরীত দশায় মিলিত হবে। ৯·২২ চিত্রে A বিন্দুতে দুটি শব্দ তরঙ্গ একই দশায়

মিলিত হওয়ায় লব্ধি শব্দের বিস্তার তরঙ্গ দুটির বিস্তারের যোগফলের সমান হবে। ফলে লব্ধি শব্দের তীব্রতা বে হবে। এখানে তরঙ্গ দুটিকে সরু রেখা এবং লব্ধি শব্দ তরঙ্গকে অবিচ্ছিন্ন মোটা রেখা দ্বারা সূচিত করা হয়েছে।




চিত্র ৯·২২

যতই সময় অতিবাহিত হবে ততই একটি তরঙ্গ অপরটিকে অতিক্রম করার চেষ্টা করবে। B বিন্দুতে তরঙ্গ দুটি বিপরীত দশায় থাকায় লব্ধি শব্দের বিস্তার তরঙ্গ দুটির বিস্তারের বিয়োগফলের সমান হবে। অতএব লব্ধি শব্দের তীব্রতা কম হবে। পুনরায় C বিন্দুতে তরঙ্গ দুটি একই দশায় থাকায় লব্ধি শব্দের বিস্তার তরঙ্গ দুটির বিস্তারের যোগফলের সমান হবে। ফলে লব্ধি শব্দের তীব্রতা অধিক হবে। এভাবে লব্ধি শব্দের তীব্রতার পর্যায়ক্রমে হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটবে। **প্রতি সেকেন্ডে শব্দের পর্যায়ক্রমে হ্রাস বা বৃদ্ধি দ্বারা স্বরকম্পের সংখ্যা নির্ণীত হবে।**

## বীটের বৈশিষ্ট্য
**Characteristics of beat**

১। সমান বা প্রায় সমান তীব্রতা এবং প্রায় সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একই দিকে অগ্রগামী দুটি শব্দতরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দের লব্ধি প্রাবল্যের পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধির ফলে বীট সৃষ্টি হয়।

২। বীটের ক্ষেত্রে কোনো বিন্দুতে তরঙ্গ দুটির মধ্যে দশা পার্থক্য সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয়।

৩। শব্দের তীব্রতা সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয়।

৪। লব্ধি তরঙ্গের কম্পাঙ্ক বীট উৎপন্নকারী তরঙ্গদ্বয়ের গড় কম্পাঙ্কের সমান হয়।

## বীট বা স্বরকম্পের প্রয়োগ
**Application of Beats**

স্বরকম্পের তিনটি প্রয়োগ আছে ; যথা—

(১) **স্বরকম্পের সাহায্যে সুর শলাকার অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক নির্ণয় করা যায়।**

(২) **স্বরকম্পের সাহায্যে খনিতে দূষিত বাতাসের অস্তিত্ব নির্ণয় করা যায়।**

(৩) **বাদ্যযন্ত্রাদির সুর নির্ণয় করা যায়।**

১। **অজ্ঞাত কম্পাঙ্ক নির্ণয় :** স্বরকম্পের সাহায্যে কোনো স্বনকের অজানা কম্পাঙ্ক $n_1$ পরিমাপ করা যায়। এই স্বনকের সঙ্গে স্বরকম্প উৎপন্ন করে—এরূপ একটি জানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকা পরীক্ষা-নিরীক্ষা করে বাছাই করা হয়। সুরশলাকাটির কম্পাঙ্ক $n$ হলে স্পষ্টত $n$ অপেক্ষা $n_1$ প্রায় সমান হয়। এবার প্রতি সেকেন্ডে স্বরকম্পের সংখ্যা $m$ গণনা করা হয়; সংজ্ঞানুযায়ী $m = n_1 - n$। এরপর $n$ অপেক্ষা $n_1$ বড় না ছোট তা নির্ণয় করার জন্য সুরশলাকাটির যে কোনো বাহুতে এক ফোঁটা মোম লাগিয়ে ওর কম্পাঙ্ক সামান্য কমান হয়। এর ফলে স্বরকম্পের সংখ্যা বাড়লে স্পষ্টত $n$ অপেক্ষা $n_1$ বড়; অতএব $m = n_1 - n$ বা $n_1 = n + m$। কিন্তু স্বরকম্পের সংখ্যা কমে গেলে $m = n - n_1$ বা $n_1 = n - m$। এভাবে অজানা কম্পাঙ্ক $n_1$ নির্ণয় করা যায়।

২। **খনিতে দূষিত বাতাসের অস্তিত্ব নির্ণয় :** খনিতে দূষিত বাতাসের অস্তিত্ব নির্ণয় করতে গিয়ে দুটি অভিন্ন প্রকৃতির অর্গান নল লই। একটি অর্গান নলে খনির বাতাস এবং অপরটিতে বিশুদ্ধ বাতাস নিয়ে নল দুটিতে একই সঙ্গে শব্দ উৎপন্ন করি। খনির বাতাস বিশুদ্ধ না হলে নল দুটিতে সৃষ্ট শব্দের কম্পাঙ্কের প্রভেদ থাকবে। ফলে স্বরকম্পের সৃষ্টি হবে। কিন্তু খনির বাতাস বিশুদ্ধ হলে কম্পাঙ্কের প্রভেদ থাকবে না। ফলে স্বরকম্প শোনা যাবে না।

**সিদ্ধান্ত : স্বরকম্পের সৃষ্টি হলে বুঝতে হবে যে, খনির বাতাস দূষিত।**

৩। **বাদ্যযন্ত্রাদির সুর নির্ণয় :** দুটি বাদ্যযন্ত্রকে এক সুরে আনতে হলে তাদেরকে একই সঙ্গে বাজিয়ে স্বরকম্পের উপস্থিতি লক্ষ করতে হয়। সুর মিললে স্বরকম্প আর শোনা যাবে না। এমনিভাবে বীটের সাহায্যে বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্রের সুর মিলানো এবং নির্ণয় করা যায়।

❐ বীট সংক্রান্ত:

- বীট বা স্বরকম্প, $N = f_1 \sim f_2$ [ভর বাড়ালে যদি বীট বাড়ে (–) হবে]

$f_1 = f_2 \pm N$

$f_1$ অজানা ও $f_2$ জানা কম্পাঙ্ক হলে :অজানা কম্পাঙ্কের সুরশলাকায় মোম(ভর বাড়ালে) লাগালে বীট সংখ্যা যদি বেড়ে যায় তাহলে অজানা কম্পাঙ্কের মান ছোট হবে আর , বীট সংখ্যা যদি কমে যায় অজানা কম্পাঙ্কের মান বড় হবে ।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। দুটি সুরশলাকা A ও B একই সাথে শব্দ তে খানিকটা মোম লাগিয়ে ওজন বাড়ালে বীট কম্পাঙ্ক কত ?** [দি. বো. ২০১১; রা. বো. ২০০৮; ব. বো. ২০০৫]

আমরা জানি,

$n_A = n_B \pm N$

যেহেতু A সুর শলাকার বাহুতে মোম লাগানোর ফলে বীট সংখ্যা হ্রাস পায় ; কাজেই $n_A > n_B$ হবে। অতএব,

$n_A = n_B + N$

$= 256 + 5 = 261$

$\therefore \quad n_A = 261$ Hz

এখানে,

$N = 5$

$n_B = 256$ Hz

$n_A = ?$

**২। A ও B দুটি সুরেলী কাঁটা একত্রে শব্দায়িত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট শোনা যায়। A-এর বাহুর ভর কিছু কমালে বীট উৎপত্তির হার বৃদ্ধি পায়। B-এর কম্পাঙ্ক 512 Hz হলে A-এর প্রকৃত কম্পাঙ্ক কত ?** [ঢা. বো. ২০০৮ ]

আমরা পাই, $N = n_1 \sim n_2$

প্রশ্নানুসারে ভর হ্রাসে A-এর কম্পাঙ্ক বৃদ্ধি পায়। এতে বীট উৎপত্তির হার বৃদ্ধি পায় হেতু তাদের কম্পাঙ্কের পার্থক্যও বৃদ্ধি পায়।

$\therefore$ A-এর কম্পাঙ্ক, $n_1 >$ B-এর কম্পাঙ্ক, $n_2$

সুতরাং, $n_1 - n_2 = N$

এখানে, $N = 5$ বীট/সে. ও $n_2 = 512$ Hz

$\therefore \quad n_1 = N + n_2 = (512 + 5)$ Hz $= 517$ Hz

**৩। দুটি সুর শলাকা A ও B একই সময় শব্দায়িত হওয়ায় প্রতি সেকেন্ডে 6টি বীট উৎপন্ন হয়। কিন্তু A-তে খানিকটা মোম লাগালে বীটের সংখ্যা হ্রাস পায়। B-এর কম্পাঙ্ক 320 Hz হলে, A-এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।** [কু. বো. ২০০৮]

আমরা পাই, $N = n_1 \sim n_2$

প্রশ্নানুসারে ভরের বৃদ্ধিতে A-এর কম্পাঙ্ক হ্রাস পায়।

কাজেই A-এর কম্পাঙ্ক,

$n_1 >$ B-এর কম্পাঙ্ক, $n_2$

কাজেই, $N = n_1 - n_2$

এখানে, $N = 6$ বীট/সে. ও $n_2 = 320$ Hz

$\therefore \quad n_1 = n_2 + N = (320 + 6)$ Hz

$= 326$ Hz

**৪। 64টি সুর শলাকা ক্রমবর্ধমান কম্পাঙ্কে সাজানো আছে। তাদের শেষটির কম্পাঙ্ক প্রথমটির দ্বিগুণ এবং পর পর যে কোনো দুটি শলাকা প্রতি সেকেন্ডে 4টি বীট উৎপন্ন করে। প্রথম সুর শলাকার কম্পাঙ্ক কত ?**

ধরি প্রথমটির কম্পাঙ্ক $= n$

তা হলে শেষটির কম্পাঙ্ক $= 2n$

আবার পর্যায়ক্রমিক দুটি সুর-শলাকার কম্পাঙ্কের পার্থক্য $= 4$ Hz

$\therefore$ দ্বিতীয় সুর শলাকার কম্পাঙ্ক $= n + 4$

$= n + (2 - 1)4$

তৃতীয় সুর শলাকার কম্পাঙ্ক $= n + 4 + 4 = n + (3 - 1)4$

চতুর্থ সুর শলাকার কম্পাঙ্ক $= n + (4 - 1)4$

---

64-তম সুর শলাকার কম্পাঙ্ক $= n + (64 - 1)\,4$

কিন্তু, $n + (64 - 1)\,4 = 2n$

$\therefore \quad n = (64 - 1)4 = 252$ Hz

৫। A ও B দুটি সুরেলী কাঁটা একত্রে ধ্বনিত করলে প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট উৎপন্ন হয়। A-কে এক ঘষে পুনরায় ধ্বনিত করলে একই সংখ্যক বীট উৎপন্ন হয়। B-এর কম্পাঙ্ক 510 Hz। ঘষার পূর্বে ও পরে A এর কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

মনে করি, A ও B সুর শলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে $n_A$ ও $n_B$

এখানে, $n_A$ অজানা কম্পাঙ্ক, $n_B = 510$ Hz এবং বীট সংখ্যা, $N = 5$

$\therefore \quad n_A = n_B \pm N \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$

ঘষার পর A-এর কম্পাঙ্ক

$n_A = 510 + 5$

এবং ঘষার পূর্বে A-এর কম্পাঙ্ক

$n_A = 510 - 5 = 505$ Hz

যেহেতু A সুর শলাকাকে ঘষা হয়েছে তাই ঘষার পর এর কম্পাঙ্ক পূর্বের তুলনায় বেড়ে যাবে। কাজেই ঘষার পূর্বে A এর সম্ভাব্য কম্পাঙ্ক, $n_A = 515$ Hz বিবেচনা করলে ঘষার পর বীট সংখ্যা একই হবার সম্ভাবনা নেই। তাই ঘষার পূর্বে A-এর কম্পাঙ্ক = 505 Hz হবে এবং ঘষার পর A-এর কম্পাঙ্ক $n_A = 515$ Hz.

## বীটের গাণিতিক রাশিমালা
## Mathematical Expression of Beat

ধরা যাক দুটি শব্দায়িত সুর শলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে $n_1$ ও $n_2$ $(n_1 > n_2)$ এবং কম্পাঙ্ক দুটির পার্থক্য খুব বেশি নয়। আরও ধরা যাক শলাকা দুটি হতে আগত শব্দ তরঙ্গ মাধ্যমের কোনো একটি কণার উপর সমদশায় আপতিত হবার $t$ সেকেন্ড পরে তরঙ্গ দুটির দরুন কণাটির পৃথক সরণ যথাক্রমে,

$$y_1 = a \sin 2\pi n_1 t \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.27)$$

ও $$y_2 = b \sin 2\pi n_2 t \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.28)$$

উপরিপাতনের নীতি অনুসারে লব্ধি সরণ,

$$y = y_1 + y_2 = a \sin 2\pi n_1 t + b \sin 2\pi n_2 t \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.29)$$

যদি তরঙ্গ দুটির বিস্তার সমান অর্থাৎ $a = b$ হয়, তবে

$$y = a(\sin 2\pi n_1 t + \sin 2\pi n_2 t)$$

$$= 2a \sin\left\{2\pi\left(\frac{n_1 + n_2}{2}\right)t\right\} \cos 2\pi \frac{(n_1 - n_2)}{2} t$$

$$= \left[2a \cos 2\pi \frac{(n_1 - n_2)t}{2}\right] \sin 2\pi \left(\frac{n_1 + n_2}{2}\right) t$$

ধরা যাক, $A = 2a \cos 2\pi \dfrac{(n_1 - n_2)t}{2}$ এবং $n = (n_1 + n_2)/2$

$\therefore \quad y = A \sin 2\pi n t \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9.30)$

এটি সমীকরণ (9.27) ও (9.28)-এর ন্যায় লব্ধি তরঙ্গের সমীকরণ। এর কম্পাঙ্ক $n$ ও বিস্তার A। এই বিস্তার সময় ভেদে বিভিন্ন হবে। কারণ, শব্দ তরঙ্গ দুটি কোনো একটি কণার উপর মিলিত হলে তাদের মধ্যে দশা বৈষম্য সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয়। কোনো এক মুহূর্তে কণাটির উপর তরঙ্গদ্বয় সমদশায় আবার পরবর্তী মুহূর্তে বিপরীত দশায় ক্রিয়া করে। এতে তরঙ্গদ্বয়ের মিলিত ক্রিয়ায় একটি নির্দিষ্ট সময় অন্তর অন্তর কণাটির সরণ তথা শব্দের তীব্রতা একবার সবচেয়ে বেশি হয় এবং আর একবার সবচেয়ে কম হয়। শব্দের এ পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধিতে স্বরকম্পের উৎপত্তি হয়। যেমন—

$t = 0, \left(\dfrac{1}{n_1 - n_2}\right), \left(\dfrac{2}{n_1 - n_2}\right), \left(\dfrac{3}{n_1 - n_2}\right)$ ইত্যাদি হলে,

$A = 2a, -2a, 2a, -2a$ ইত্যাদি হবে।

সুতরাং এসব মুহূর্তে বিস্তার সর্বাধিক হবে এবং শব্দ সবচেয়ে জোরে শোনা যেতে পারে। কেননা শব্দের তীব্রতা বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক।

আবার, $t = \frac{1}{2(n_1 - n_2)}$, $\frac{3}{2(n_1 - n_2)}$, $\frac{5}{2(n_1 - n_2)}$ ইত্যাদি হলে, A = 0 হবে। সুতরাং এসব মুহূর্তে কোনো শব্দ শোনা যাবে না। অতএব দেখা যাচ্ছে যে, পর পর দুটি প্রবল শব্দ বা নিঃশব্দের মধ্যে সময়ের ব্যবধান $T = \frac{1}{(n_1 - n_2)}$ এবং এটিই শব্দের হ্রাস বা বৃদ্ধির তথা স্বরকম্পের পর্যায়কাল।

∴ **1 সেকেন্ডে স্বরকম্পের সংখ্যা বা কম্পাঙ্ক = $\frac{1}{T} = (n_1 - n_2)$ = শব্দ দুটির কম্পাঙ্কের পার্থক্য।**

সাধারণভাবে লেখা যায়, $N = (n_1 \sim n_2)$

এ সমীকরণ অনুযায়ী বীটের একক হবে "/ সেকেন্ড" বা "সেকেন্ড$^{-1}$"

## ৯·১২ স্বরগ্রাম ও হারমোনিক্স
## Musical Scale and Harmonics

### স্বরগ্রাম
### Musical Scale

আমরা জানি একটি সুরের মধ্যে নিম্ন ও উচ্চ কম্পাঙ্ক বিদ্যমান থাকে। সর্বনিম্ন কম্পাঙ্কের সুর হলো সূচনা সুর বা মূল সুর (Key note)। উচ্চতর কম্পাঙ্কগুলোর মান সূচনা-সুরের সঙ্গে নির্দিষ্ট অনুপাতে থাকে। সর্বোচ্চ কম্পাঙ্কটি সূচনা-সুরের অষ্টক হয়। যদি একটি কম্পাঙ্ক ক্রমের কম্পাঙ্কগুলি পরপর ধ্বনিত হলে খুব শ্রুতিমধুর শব্দ শোনা যায় তাহলে তখন স্বরগ্রাম সৃষ্টি হয়েছে বলে থাকি। সবচেয়ে সরল স্বরগ্রাম হলো ডায়াটনিক স্বরগ্রাম (diatonic scale)। তাহলে স্বরগ্রাম বলতে আমরা কী বুঝি ?

**স্বরগ্রাম বলতে নির্দিষ্ট কম্পাঙ্কের কতকগুলো সাজানো সুর বুঝায়।** যে সব সুর আমাদের কানে সহজে সাড়া দেয় এবং কণ্ঠস্বরের উপযোগী হয় স্বরগ্রামে ঐ সব সুরকে ঢেলে সাজানো হয়। পরীক্ষায় দেখা যায় যে, কোনো নির্দিষ্ট সুর ও তার দ্বিগুণ কম্পাঙ্কবিশিষ্ট অপর একটি সুরের মধ্যে প্রথম সুরের কম্পাঙ্ক অনুযায়ী, বিভিন্ন কম্পাঙ্কের কতকগুলো সুর সন্নিবেশ করলে সমসঙ্গতি বজায় থাকে। এরূপ সমসঙ্গতিপূর্ণ কতকগুলো সুরের সমষ্টিকে স্বরগ্রাম বলে। সর্বাপেক্ষা কম কম্পাঙ্কের সূচনা সুরকে টোনিক (tonic or key tone) বলে।

হারমোনিয়াম ও পিয়ানোতে কতকগুলো চাবি এবং বাঁশিতে কতকগুলো ছিদ্র আছে। এ চাবি বা ছিদ্রগুলো একটি নির্দিষ্ট স্বরগ্রামে সাজানো থাকে। বেহালায় হাতের কায়দায় তারের বিভিন্ন স্থানে আঙ্গুল চেপে সুরযুক্ত শব্দ সৃষ্টি করা হয়। সেতার ও এস্রাজে কতকগুলো ঘাট থাকে যাদের সাহায্যে ইচ্ছেমত স্বরগ্রামের সুরগুলোর সুরবিভেদ পরিবর্তন করা যায়।

সাধারণত সূচনা-সুরের কম্পাঙ্ক 256 Hz এবং সর্বোচ্চ কম্পাঙ্ক 512 Hz হয়। নিচের তালিকায় এই স্বরগ্রামের বিভিন্ন কম্পাঙ্কগুলি তাদের বাংলাদেশ ও পাশ্চাত্যে নামসহ ৯.২ সারণিতে দেখানো হলো।

**সারণি ৯.২**

| প্রতীক | বাংলাদেশী নাম | পাশ্চাত্য নাম | কম্পাঙ্ক | কম্পাঙ্কের অনুপাত (সূচনা-সুরের) |
|---|---|---|---|---|
| C | সা | Do | 256 | 1 |
| D | রে | Re | 288 | 9/8 |
| E | গা | Mi | 320 | 5/4 |
| F | মা | Fa | $341\frac{1}{3}$ | 4/3 |
| G | পা | Sol | 384 | 3/2 |
| A | ধা | La | $426\frac{2}{3}$ | 5/3 |
| B | নি | Ti | 480 | 15/8 |
| C | সা | do | 512 | 2 |

## হারমোনিক্স বা সমমেল
**Harmonics**

আমরা জানি কোনো স্বরে যেসব বিভিন্ন সুর থাকে, তাদের মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম, তাকে মূল সুর (Fundamental tone) বলে। অন্যান্য সুর, যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি, তাদের উপসুর (overtones) বলে। আবার উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয়, তাহলে সেই সকল উপসুরকে সমমেল বা হারমোনিক (Harmonic) বলে। উপসুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হলে, তাকে দ্বিতীয় সমমেল বা অষ্টক (Second harmonic or octave) বলে। তিনগুণ হলে তৃতীয় সমমেল (Third harmonic) এবং চারগুণ হলে চতুর্থ সমমেল (Fourth harmonic) বলে। মূলসুরকে প্রথম সমমেলও (First harmonic) বলা হয়। যেমন, কোনো আর্গন থেকে নিঃসৃত নিচের কম্পাঙ্কগুলো হলো :

256, 268, 502, 512, 620, 768, 1020, 1280 Hz.

এখানে 256 Hz মূলসুর। 512 Hz হচ্ছে মূলসুরের অষ্টক বা দ্বিতীয় হারমোনিক এবং 768 Hz ও 1280 Hz হচ্ছে যথাক্রমে তৃতীয় ও পঞ্চম হারমোনিক। 256 Hz ছাড়া অন্যান্য কম্পাঙ্কের সুর হচ্ছে উপসুর। বেহালার ছড় টেনে কোনো শব্দ উৎপন্ন করলে তাকে স্বর বলে। কারণ এতে একাধিক কম্পাঙ্কের শব্দ মিশ্রিত থাকে। স্বরগ্রামের প্রথম সা'র কম্পাঙ্কের চেয়ে শেষ সা'র কম্পাঙ্ক দ্বিগুণ হওয়ায় শেষ সা-কে প্রথম সা'র অষ্টক বলে।

উপরোক্ত আলোচনা থেকে আমরা বলতে পারি, "সকল সমমেল উপসুর, কিন্তু সকল উপসুর সমমেল নয়"—এ কথার অর্থ কী ? একাধিক কম্পাঙ্কবিশিষ্ট সুরের সমন্বয়ে স্বর সৃষ্টি হয়। স্বরের মধ্যে উপস্থিত কম্পাঙ্কগুলোর মধ্যে যেটি সর্বনিম্ন সেই কম্পাঙ্কের সুরকে মূলসুর বলে। বাকি সব কম্পাঙ্ক হলো উপসুর। উপসুরগুলোর মধ্যে যাদের কম্পাঙ্ক মূলসুরের সরল গুণিতক তাদের সমমেল বা harmonic বলে। সুতরাং সমমেলগুলো উপসুরেরই অংশ। সেজন্য বলা হয়, **সব সমমেল উপসুর কিন্তু সব উপসুর সমমেল নয়।**

আমরা অর্থবহ যেসব শব্দ শুনি তার বেশির ভাগ অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে সৃষ্টি। এই কম্পাঙ্কগুলো পরস্পরের সরল গুণিতক হওয়ার জন্য এদের দ্বারা সৃষ্ট শব্দ আমাদের কাছে সঙ্গীত গুণসম্পন্ন মনে হয়। কোনো স্বরের বেশির ভাগ শক্তি মূল সুরে বর্তমান থাকে বাকি শক্তি উপসুরগুলোর মধ্যে থাকে। শক্তির এই বণ্টনের উপর স্বরের বৈশিষ্ট্য নির্ভর করে। কোনো স্বরে সমমেল উপসুরের সংখ্যা যত বেশি হবে এবং অসমমেল উপসুরের সংখ্যা যত কম হবে, শব্দ তত শ্রুতিমধুর হবে।

দুটি সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাত একটি পূর্ণসংখ্যা হলে এদের মিলিত প্রভাবে শ্রুতিমধুর শব্দের উৎপত্তি হয় এবং এদের তীক্ষ্ণতার পার্থক্য ভালোভাবে বুঝা যায়। এই কারণে **দুটি সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাতকে সুরবিরাম বা সুরানুপাত বলে।**

সঙ্গীতে নিম্নলিখিত শব্দগুলোর বহুল প্রচলন দেখা যায় :

(১) **ত্রয়ী (Triad)** : তিনটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 হলে তাদের সমন্বয়ে যে সুরযুক্ত শব্দের উৎপত্তি হয় তাকে ত্রয়ী বলে। সা : গা : পা = 256 : 320 : 384 = 4 : 5 : 6 এবং মা : ধা : সা' = 341·33 : 426·66 : 512 = 4 : 5 : 6 ; কাজেই 256, 320 ও 384 কম্পাঙ্ক এবং 341·33, 426·66 ও 512 কম্পাঙ্কবিশিষ্ট সুরের সমন্বয়ে উৎপন্ন শব্দ ত্রয়ী।

(২) **স্বর-সঙ্গতি (Chord)** : চারটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 : 8 হলে তাদের সমন্বয়ে এক প্রকার শ্রুতিমধুর শব্দের উৎপত্তি হয়। এরূপ সমন্বয়কে স্বর-সঙ্গতি বা সমসঙ্গতি বলে। সুতরাং ত্রয়ী ও ত্রয়ীর নিম্নতম কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দের সমন্বয় স্বর-সঙ্গতি। কিন্তু সমন্বয় যদি শ্রুতিমধুর না হয় অর্থাৎ শ্রুতিকটু হয় তবে ঐ সমন্বয়কে **বিষম সঙ্গতি** বলে।

(৩) **সমতান বা হারমোনি (Harmony)** : একই সময় কতকগুলো শব্দ উৎপন্ন হলে যদি তাদের মধ্যে একটি ঐকতানের সৃষ্টি হয় তবে তাকে সমতান বলে।

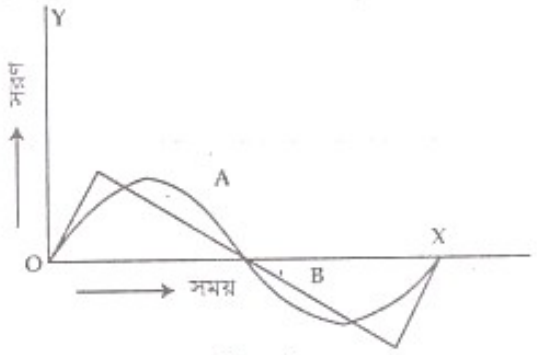
(৪) **স্বরমাধুর্য বা মেলডি (Melody)** : কতকগুলো শব্দ একের পর এক উৎপন্ন হয়ে যদি একটি সুরযুক্ত শব্দের সৃষ্টি করে তবে তাকে স্বরমাধুর্য বা মেলডি বলে।

(৫) সলো (Solo) : একটি মাত্র বাদ্যযন্ত্র হতে যে স্বর সৃষ্টি হয় তাকে সলো বা একক সঙ্গীত বলে। একটি বেহালা বা পিয়ানো হতে উৎপন্ন স্বরই সলো।

(৬) অর্কেস্ট্রা (Orchestra) : যখন একাধিক বাদ্যযন্ত্র একত্রে বাজিয়ে একটি সমতান অথবা মেলডি অথবা সমতান মেলডি উভয়ই উৎপন্ন করে তখন তাকে অর্কেস্ট্রা বলে।

## ৯·১৩ সঙ্গীত গুণ বিশ্লেষণে পদার্থবিজ্ঞানের অবদান
## Contribution of Physics in the Analysis of Musical Sound

পদার্থবিজ্ঞানের শব্দ অধ্যায়ে আমরা শব্দের উৎপত্তি, মাধ্যমে শব্দ সঞ্চালন, বীট সৃষ্টি, শব্দের তীব্রতা, তীক্ষ্ণতা এবং এই সকল শব্দের গুণ বা জাতিসহ কোন্‌টি সঙ্গীত গুণসম্পন্ন কোন্‌টি নয়েজ (noise) যুক্ত শব্দ ইত্যাদি বিষয়ে আলোচনা করে থাকি। সকল বাদ্য যন্ত্র পদার্থবিজ্ঞানের কোনো না কোনো বিষয়ের উপর ভিত্তি করে তৈরি করা হয়েছে। সকল বাদ্যযন্ত্রে কম্পনের মাধ্যমে সুর সৃষ্টি করা হয়। এমনকি পানিতে কম্পন সৃষ্টি করে জলতরঙ্গের সুর তোলা যায়। সকল যন্ত্র দ্বারা সৃষ্ট শব্দই পদার্থবিজ্ঞানের তত্ত্ব দ্বারা বিশ্লেষণ করা যায়। আমরা জানি যে সকল বৈশিষ্ট্য দ্বারা দুটি উৎস হতে নির্গত শব্দের তীব্রতা ও তীক্ষ্ণতা এক হলেও তাদের একটিকে অন্যটি হতে পৃথক করা যায় তাই জাতি বা গুণ (quality)। এই বৈশিষ্ট্য দ্বারা একই গান বাঁশি ও সেতার হতে বাজালে ঐ গানের শব্দগুলো বাঁশির না সেতারের তা শোনামাত্র বুঝা যায়। একটি সংযুক্ত বা সঙ্গীত গুণসম্পন্ন শব্দ যেসব সুরের মিশ্রণে সৃষ্টি হয় তাদের মধ্যে সুরের কম্পাঙ্ক দ্বারা তার তীব্রতার পরিচয় পাওয়া যায়। কোনো একটি সুরযুক্ত শব্দে উপস্থিত উপসুরের প্রভাবে শব্দ তরঙ্গের সরণ-সময় রেখার আকার ও সাথে সাথে জাতি বদলায়। ৯·২৩ চিত্রে জাতি ভিন্ন অন্য কোনো প্রভেদ নেই এরূপ দুটি সুরযুক্ত শব্দ তরঙ্গের সময়-সরণ রেখা AB দেখানো হয়েছে।



চিত্র ৯·২৩

আবার কোনো সুরযুক্ত শব্দের বা সঙ্গীত গুণসম্পন্ন (musical sound) শব্দের জাতি ঐ শব্দে উপস্থিত উপসুরের সংখ্যার উপর এবং উপসুরগুলির বিস্তারের আপেক্ষিক মানের উপর নির্ভর করে। একটি কম্পনরত বস্তু থেকে নির্গত শব্দে কোন কোন উপসুর উপস্থিত থাকে তা তারটিকে কোনো বিন্দুতে উদ্দীপিত করা হচ্ছে তার উপর নির্ভর করে। যেমন— একটি তারকে মধ্যবিন্দুতে টেনে ছেড়ে দিলে (plucking) এই বিন্দুটি নিস্পন্দ বিন্দু হতে পারে না। কাজেই তারের মধ্যবিন্দুতে দ্বিতীয়, চতুর্থ ইত্যাদি যেসব সমমেলের নিস্পন্দ বিন্দু থাকে তারা উপস্থিত থাকে না। বস্তুত সব যুগ্ম সমমেলই অনুপস্থিত থাকে। সুতরাং সাধারণভাবে বলা যায় যে, তারের উদ্দীপক বিন্দুতে (point of excitation) যেসব উপসুরের একটি নিস্পন্দ বিন্দু থাকে তা তার থেকে নিঃসৃত শব্দে উপস্থিত থাকে না। বেহালা ও এই জাতীয় অন্যান্য বাদ্যযন্ত্রে যন্ত্রীরা এই নীতিকে কাজে লাগিয়ে নিঃসৃত স্বরের জাতি নিয়ন্ত্রণ করে, ফলে এই সুর সঙ্গীত গুণ সমৃদ্ধ হয়।

কম্পনরত তারের কোনো বিন্দুকে আলতোভাবে ছুঁলে ঐ বিন্দুতে একটি নিস্পন্দ বিন্দুর সৃষ্টি হয়। ফলে সেসব উপসুরের এই বিন্দুতে নিস্পন্দ বিন্দু আছে সেগুলি ছাড়া অন্য উপসুরগুলি অবদমিত (suppressed) হয়ে যায়। যেমন— একটি কম্পনরত তারকে দৈর্ঘ্যের এক তৃতীয়াংশ দূরত্বে স্পর্শ করলে তৃতীয়, ষষ্ঠ, নবম, দ্বাদশ, পঞ্চদশ ইত্যাদি যেসব সমমেল ঐ বিন্দুতে নিস্পন্দ বিন্দু আছে সেগুলি ছাড়া অন্যসব সমমেল অবদমিত হয়ে যায়। তারের যন্ত্র বাজাবার সময় যন্ত্রীরা তারের বিশেষ বিশেষ জায়গায় আঙ্গুল ছোঁয়ান, ফলে অবাঞ্ছিত সমমেলগুলি অবদমিত হয়ে নিঃসৃত স্বরের জাতি পাল্টে দেয়। সুতরাং দেখা যায় যে, সঙ্গীত গুণ, জাতি, সমমেল উপসুর সবকিছুর ধারণা ও জ্ঞান আমরা পদার্থবিজ্ঞানের শব্দ অধ্যায় থেকে নিতে পারি। আর এই লব্ধজ্ঞান দ্বারা সঙ্গীত গুণ যাচাই ও সঙ্গীত গুণের তীব্রতা, তীক্ষ্ণতা এবং মানসহ নানাবিধ বিষয়ের ব্যাখ্যা ও বিশ্লেষণ করতে পারি।

সাধারণত বাদ্যযন্ত্রে উৎপন্ন শব্দ বিশুদ্ধ সুর হয় না, বিভিন্ন সুরের মিশ্রণে গঠিত স্বর হয়। মূলসুরের তীব্রতা অপেক্ষাকৃত বেশি থাকে এবং এর কম্পন দিয়ে স্বরের তীক্ষ্ণতা নির্ধারিত হয়। উপসুরগুলির উপস্থিতির উপর এদের জাতি নির্ভর করে। এই জাতি সম্বন্ধে জানতে হলে অবশ্যই পদার্থবিজ্ঞানের শব্দবিজ্ঞান বিষয়ে অধ্যায়ের প্রয়োজন।

আর এই জ্ঞানই সঙ্গীত গুণকে সমৃদ্ধ করে। দুটি স্বরের জাতির পার্থক্য নির্ভর করে : (i) ওদের মূল সুরের সঙ্গে উপস্থিত উপসুরের সংখ্যার উপর (ii) উপসুরগুলির কম্পাঙ্কের বিভিন্নতার উপর এবং (iii) উপসুরগুলির বিস্তারের আপেক্ষিক মানের উপর।

৯.২৪ চিত্রে বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্র থেকে উৎপন্ন শব্দের তরঙ্গ রূপ দেখানো হলো। তরঙ্গগুলির তরঙ্গদৈর্ঘ্য ($\lambda$) এবং বিস্তার সমান। শব্দের প্রাবল্য তরঙ্গের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক বলে প্রতিটি ক্ষেত্রে উৎপন্ন শব্দের প্রাবল্য সমান হবে। এই বিষয়াবলি পদার্থবিজ্ঞানের অবদান। আবার তীক্ষ্ণতা তরঙ্গদৈর্ঘ্য দিয়ে নির্ধারিত হয় বলে প্রতিটি



(ক)



(খ)



(গ)



(ঘ)

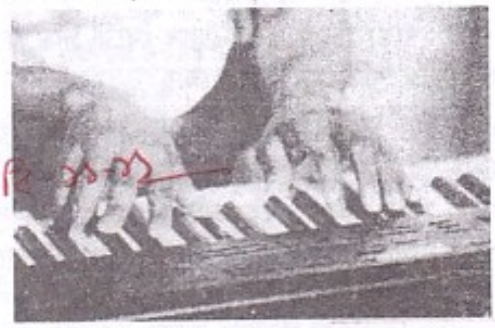
চিত্র ৯.২৪ : বিভিন্ন বাদ্যযন্ত্রের দ্বারা উৎপন্ন শব্দ।

শব্দের তীক্ষ্ণতাও সমান হবে। এই উদাহরণে তিনটি যন্ত্রে উৎপন্ন তিনটি স্বরের প্রাবল্য ও তীক্ষ্ণতা সমান। কিন্তু তরঙ্গরূপ এক নয়। তাই এদের জাতি ভিন্ন। এ সকল বিষয়ে জ্ঞানলাভ অতীব জরুরি যা শব্দ বিজ্ঞান অধ্যয়নের মাধ্যমে জানা সম্ভব। সুতরাং উপরিউক্ত বিষয়ের আলোকে আমরা বলতে পারি সঙ্গীত গুণ বিশ্লেষণে পদার্থবিজ্ঞানের অবদান প্রত্যক্ষ ও পরোক্ষভাবে জড়িত।

## ৯·১৪ সোরগোল ও সঙ্গীতগুণ এবং এদের প্রভাব
## Noise and Musical Sound and Their Effect

আমাদের চারপাশে আমরা নানারকম শব্দ শুনি। যেমন বৃষ্টির রিমঝিম শব্দ, বেহালার সুর, গিটারের সুর ইত্যাদি শব্দ আমাদের শুনতে ভালো লাগে; আবার চিৎকার, হৈ চৈ, গাড়ির শব্দ আমাদের পীড়া দেয়। এসব শব্দকে মোটামুটি দুই ভাগে ভাগ করতে পারি— সুরসমৃদ্ধ শব্দ ও সুরবর্জিত শব্দ। যে সকল শব্দ শ্রুতিমধুর তাদের সুরযুক্ত শব্দ বা সঙ্গীত গুণসম্পন্ন বা সুশ্রাব্য বলা হয়। আর যেসব শব্দ শ্রুতিকটু তাদের সোরগোল বা সুরবর্জিত শব্দ বা অপসুর বলা হয়। এই শ্রেণিবিভাগ অনুভূতির ভিত্তিতে করা হয়েছে। কিন্তু অনুভূতির ভিত্তিতে শ্রেণিবিভাগ ঠিক বিজ্ঞানসম্মত নয়। এইজন্য এই শ্রেণিবিভাগ ভৌত ধর্মের ভিত্তিতেও করা হয়। একজনের কাছে যে শব্দ সুরযুক্ত মনে হবে অপরের নিকট তা সুরবর্জিতও মনে হতে পারে। শ্রোতার মানসিকতা, পরিবেশ ইত্যাদি অনেক কিছুর মিলিত প্রভাবই সুরযুক্ত বা সঙ্গীত গুণবিশিষ্ট শব্দকে সোরগোল বা সুরবর্জিত আবার সুরবর্জিত শব্দকে শ্রুতিমধুর মনে হতে

পারে। অন্যভাবে বলা যায় সুশ্রাব্য বা সঙ্গীত গুণসম্পন্ন শব্দ ও সোরগোল বা অপসুর শব্দের মধ্যে কোনো সুস্পষ্ট বিভেদ রেখা টানা যায় না। শ্রোতার আপেক্ষিক পছন্দের দ্বারা সাধারণত এই দুই প্রকার শব্দের বিভেদ করা যায়। যেমন একজনের কাজে রবীন্দ্র সঙ্গীত ভালো লাগে কিন্তু ব্যান্ড সঙ্গীত ভালো লাগে না কিন্তু অপর একজনের নিকট ব্যান্ড সঙ্গীত ভালো লাগে কিন্তু রবীন্দ্র সঙ্গীত ভালো লাগে না।

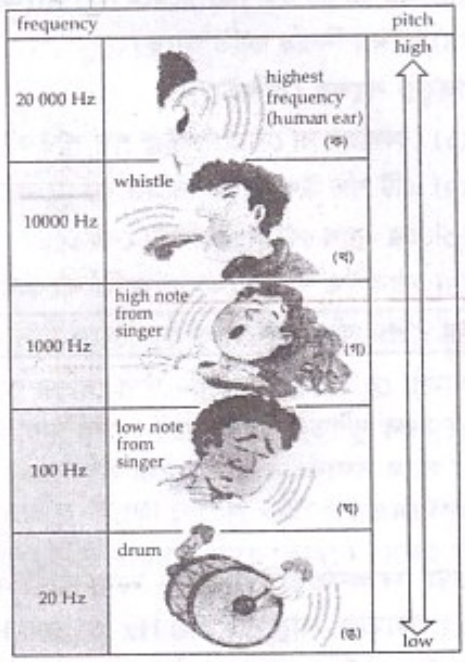


চিত্র ৯.২৫ : হারমোনিয়ামের শব্দ।

কম্পন নিয়মিত বা পর্যায়বৃত্ত হলে যে শব্দ সৃষ্টি হয় এবং যা আমাদের শ্রুতিমধুর লাগে তাই সঙ্গীত গুণবিশিষ্ট শব্দ। আবার স্বনকের উৎসের কম্পন অনিয়মিত বা অপর্যাবৃত্ত হলে যে শব্দ সৃষ্টি হয় এবং যা আমাদের শ্রুতিকটু লাগে তা সোরগোল শব্দ। তাহলে দেখা যায় হারমোনিয়াম [চিত্র ৯·২৫], গীটার, সেতার, বাঁশির শব্দে সঙ্গীত গুণ বিদ্যমান, অপরদিকে পটকার আওয়াজ, বাজারের কোলাহল, হাতুড়ি দ্বারা পেরেক পোতার শব্দে সোরগোল বা নয়েজ বিদ্যমান। বলা যায় শব্দে উপস্থিত উপসুরের সংখ্যার উপর এবং উপসুরগুলোর বিস্তারের আপেক্ষিক মানের উপর সঙ্গীত গুণ নির্ভর করে। সোরগোলে এই আপেক্ষিক মান কোনো গাণিতিক নিয়ম মানে না।




চিত্র ৯.২৬




চিত্র ৯.২৭

কোলাহল বা সোরগোল সুরবর্জিত শব্দ; কিন্তু অনেক সময় দূর থেকে ঐ শব্দের গুণগুণ ধ্বনি শুনতে ভালোই লাগে। আবার অনেক সুরযুক্ত বা সঙ্গীত গুণসম্পন্ন শব্দের সঙ্গে সুর বর্জিত শব্দও মিশে থাকে। যেমন হাতুড়ি দিয়ে ঘণ্টায় আঘাত করলে সোরগোল ও সঙ্গীত গুণ উভয় প্রকার শব্দের সৃষ্টি হয়। এই দুই ধরনের শব্দের মধ্যে পার্থক্য অনেকটা ব্যক্তিনির্ভর। অবস্থা বিশেষে একই শব্দ একই লোকের কাছে কখনও শ্রুতিমধুর অথবা কখনও শ্রুতিকটু বলে মনে হয়।

৯·২৬ চিত্রে দুই জন গায়ক জোরে শব্দ করে গান গাইতে দেখা যাচ্ছে। এ শব্দ জোরালো হওয়ায় এর মধ্যে সংগীত গুণ না থাকায় শ্রোতার নিকট তা শ্রুতিকটু বা সোরগোল মনে হবে।

৯·২৭ চিত্রে বিভিন্ন কম্পাঙ্কের শব্দ দেখানো হয়েছে। ৯·২৭(ক) চিত্র 20000 Hz কম্পাঙ্কের শব্দ কানে এসে পৌছাবার পর শ্রুতিকটু ও অস্বস্তি বোধ হবে। ৯·২৭(খ) 10000 Hz কম্পাঙ্কের গাড়ির হুইসেল যা সুর বর্জিত সোরগোল যুক্ত শব্দ কানে এসে পৌছাবার পর শ্রুতিকটু এবং অস্বস্তি বোধ হবে।

৯·২৭(গ) 1000 Hz কম্পাংকের শব্দ কানে এসে পৌছাবার পর শ্রুতিকটু মনে হবে।

৯·২৭(ঘ) চিত্রে একজন গায়কের গানের নিম্ন কম্পাঙ্কের (100 Hz) সঙ্গীত গুণসম্পন্ন শব্দ কানে এসে পৌঁছাবার পর তা শ্রুতিমধুর লাগবে।

৯·২৭(ঙ) চিত্রে একটি ড্রাম থেকে নিম্ন কম্পাঙ্কের (20 Hz) শব্দ নির্গত হচ্ছে, এই শব্দে কিছু সংগীত গুণ থাকায় এ শব্দ শ্রুতিমধুর মনে হবে।

আবার কম্পাঙ্কের গুণাগুণ বিবেচনা করেও সোরগোল ও সঙ্গীত গুণযুক্ত শব্দের প্রভেদ খুঁজে পাওয়া যায়। আমরা যেসব অর্থবহ শব্দ শুনি তার বেশির ভাগ অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে সৃষ্টি। এই কম্পাঙ্কগুলো যদি পরস্পরের সরল গুণিতক হয় তাহলে এদের দ্বারা সৃষ্ট শব্দ আমাদের কাছে **সঙ্গীত গুণসম্পন্ন** মনে হবে। আর যদি পরস্পরের সাথে সম্পর্কবিহীন অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে শব্দ সৃষ্টি হয় তাহলে সে শব্দ আমাদের কাছে **সোরগোল বা নয়েজ** মনে হবে। নিম্নে সঙ্গীত গুণ ও সোরগোল যুক্ত শব্দের বৈশিষ্ট্য আলোচনা করা হলো।

**সঙ্গীত গুণসম্পন্ন শব্দের বৈশিষ্ট্য :**

(১) সঙ্গীত গুণবিশিষ্ট শব্দ শ্রুতিমধুর ও আরামদায়ক।

(২) এই শব্দ উৎসের নিয়মিত ও পর্যায় কম্পনের ফলে সৃষ্টি হয়।

(৩) এর তিনটি বৈশিষ্ট্য রয়েছে। ① শব্দোচ্চতা ও তীব্রতা বা প্রাবল্য ② তীক্ষ্ণতা ও জাতি বা ধ্বনি

(৪) শব্দের নিজস্ব জাতি আছে।

**সোরগোলযুক্ত শব্দের বৈশিষ্ট্য :**

(১) কোলাহল বা সোরগোলযুক্ত শব্দ শ্রুতিকটু ও বিরক্তিকর।

(২) এটি শব্দ উৎসের অনিয়মিত কম্পাঙ্কের ফলে সৃষ্টি হয়।

(৩) এর এরূপ কোনো বৈশিষ্ট্য নেই।

(৪) সুরবর্জিত শব্দের কোনো জাতি থাকে না।

**নিজে কর :** শব্দ কখন নয়েজ বা গোলমেলে মনে হয় ?

আমরা যে অর্থবহ শব্দ শুনি তার বেশির ভাগ অনকগুলো বাদ্যযন্ত্রের সমন্বয়ে সৃষ্টি। এই কম্পাঙ্কগুলো যদি পরস্পরের সরল গুণিতক হয় তাহলে এদের দ্বারা সৃষ্ট শব্দ আমাদের কাছে সঙ্গীত গুণসম্পন্ন মনে হয়। আর যদি পরস্পরের সাথে সম্পর্কহীন অনেকগুলো কম্পাঙ্কের সমন্বয়ে শব্দ সৃষ্টি হয় তাহলে সে শব্দ আমাদের কাছে নয়েজ বা গোলমেলে মনে হয়।

## উচ্চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনার গাণিতিক উদাহরণ

১। কামাল বায়ুতে 400 Hz ও 500 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট দটি সরশলাকা হতে সমঃ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের

* টানা তারের অনুনাদ :

(a) দৈর্ঘ্যের জন্য : $n \propto \frac{1}{l}$

(b) টানের জন্য : $n \propto \sqrt{T}$

(c) ভরের জন্য : $n \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$

$\therefore n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} = \frac{1}{2lr}\sqrt{\frac{T}{\pi\rho}}$

২য় তরঙ্গের জন্য Q বিন্দুর দশা কোণ $\delta_2$ হলে

$$\delta_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2'} \times x = \frac{2\pi}{3{\cdot}2} \times 3 = \frac{6\pi}{3{\cdot}2}$$

দশা পার্থক্য $= \delta_1 - \delta_2 = \frac{3\pi}{2} - \frac{6\pi}{3{\cdot}2} = \frac{3{\cdot}2 \times 3\pi - 2 \times 6\pi}{2 \times 3{\cdot}2} = \frac{9{\cdot}6\pi - 12\pi}{6{\cdot}4} = -\frac{2{\cdot}4}{6{\cdot}4}\pi$

**২। অনিকের মোবাইল সেটে FM ব্যান্ড আছে। সে একদিন তার সেট অন করে BBC বেতারের বাংলা খবর শুনছিল। উৎপন্ন শব্দের তীব্রতা ছিল $10^{-7}\text{Wm}^{-2}$। কিছুক্ষণ পর সে নিজেই আবার সাউন্ড বাড়িয়ে দিল ফলে শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ হয়ে গেল।**

**(ক) উদ্দীপকে উল্লিখিত শেষ ক্ষেত্রে শব্দের তীব্রতা লেভেল কত ছিল ?**

**(খ) অনিক যদি ধারাবাহিকভাবে তার সেটের সাউন্ড বৃদ্ধি করতেই থাকে তাহলে তীব্রতা লেভেলের কী পরিবর্তন হবে ?— বিশ্লেষণ কর।**

(ক) আমরা জানি প্রমাণ তীব্রতা, $I_0 = 10^{-12}\ \text{Wm}^{-2}$

দেওয়া আছে, প্রথম ক্ষেত্রে শব্দের তীব্রতা, $I_1 = 10^{-7}\ \text{Wm}^{-2}$

$\therefore$ ২য় ক্ষেত্রে তীব্রতা, $I_2 = 2 \times 10^{-7}\ \text{Wm}^{-2}$

আমরা জানি, শব্দের তীব্রতা লেভেল, $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$

শেষ ক্ষেত্রে তীব্রতা লেভেল, $\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0} = 10 \log \frac{2 \times 10^{-7}}{10^{-12}} = 53\ dB$

(খ) আমরা জানি তীব্রতা লেভেল, $\beta_1 = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$ ... ... (i)

এবং $\beta_2 = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$ ... ... (ii)

তীব্রতা লেভেলের পরিবর্তন $\beta_2 - \beta_1 = \Delta\beta = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) dB$ ... ... (iii)

এরপর যদি এভাবে ধারাবাহিকভাবে সাউন্ড বাড়াতে থাকে তাহলে তীব্রতা লেভেল সমীকরণ (iii) অনুযায়ী বাড়তে থাকবে। অর্থাৎ অনিক যদি ধারাবাহিকভাবে রেডিও সেটের সাউন্ড বাড়াতে থাকে তাহলে শব্দের তীব্রতা লেভেলও ধারাবাহিকভাবে পরিবর্তন হবে।

## সার-সংক্ষেপ

| | | |
|---|---|---|
| তরঙ্গ | : | কোনো স্থিতিস্থাপক জড় মাধ্যমের বিভিন্ন কণার সমষ্টিগত পর্যাবৃত্ত কম্পনের ফলে মাধ্যমে যে আলোড়ন সৃষ্টি হয়, তাকে তরঙ্গ বলে। |
| তরঙ্গের প্রকারভেদ | : | কম্পনের সাথে তরঙ্গ প্রবাহের দিকের তারতম্য ভেদে তরঙ্গকে দু'ভাগে ভাগ করা হয়েছে। যথা—(১) আড় বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ ; (২) লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ। |
| আড় বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ | : | যে সব তরঙ্গের ক্ষেত্রে জড় মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিক তরঙ্গ প্রবাহের দিকের সমকোণী হয়, তাদেরকে আড় বা অনুপ্রস্থ তরঙ্গ বলে। |
| লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ | : | যে সব তরঙ্গের ক্ষেত্রে জড় মাধ্যমের কণাগুলোর কম্পনের দিক এবং তরঙ্গ প্রবাহের দিক একই দিকে হয় তাদেরকে লম্বিক বা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ বলে। |
| শব্দ | : | শব্দ এক প্রকার শক্তি যা একটি স্থিতিস্থাপক নিরবচ্ছিন্ন মাধ্যমের মধ্য দিয়ে আমাদের কানে পৌঁছে শ্রুতির অনুভূতি জন্মায় বা জন্মাতে চেষ্টা করে। |
| শব্দের উৎপত্তি | : | কোনো বস্তুর কম্পনের দরুন শব্দ উৎপন্ন হয়। সর্ব প্রকার শব্দ উৎপত্তির মূল উৎস বস্তুর কম্পন। |
| পূর্ণ কম্পন | : | তরঙ্গস্থিত কোনো একটি কম্পমান বস্তু একটি বিন্দু হতে যাত্রা শুরু করে আবার একই দিক হতে সেই বিন্দুতে ফিরে এলে তাকে পূর্ণ কম্পন বলে। |

**তরঙ্গ বেগ** : কোনো একটি তরঙ্গ কোনো মাধ্যমে এক সেকেন্ডে যতটুকু দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে তরঙ্গ দ্রুতি বলে।

**তরঙ্গ দৈর্ঘ্য** : কোনো মাধ্যমে কোনো একটি কম্পমান বস্তু একটি পূর্ণ কম্পনে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে ঐ তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্য বলে। একে $\lambda$ দিয়ে সূচিত করা হয়।

**কম্পাঙ্ক বা স্পন্দন সংখ্যা** : কোনো একটি কম্পমান বস্তু এক সেকেন্ডে যত সংখ্যক পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করে, তাকে উক্ত বস্তুর কম্পাঙ্ক বলে। একে $n$ দিয়ে প্রকাশ করা হয়।

**দোলনকাল বা পর্যায়কাল** : কোনো একটি কম্পমান বস্তুর একটি পূর্ণ দোলন সম্পন্ন করতে যে সময় লাগে তাকে ঐ বস্তুর দোলন বা পর্যায়কাল বলে। একে T দিয়ে সূচিত করা হয়।

**বিস্তার** : কোনো একটি কম্পমান বস্তু তার সাম্যাবস্থান থেকে ডানে বা বামে যে সর্বাধিক দূরত্ব অতিক্রম করে, তাকে ঐ বস্তুর বিস্তার বলে।

**দশা** : দশা কোনো একটি কম্পমান বস্তুর কোনো মুহূর্তের দোলনের অবস্থা প্রকাশ করে।

**আদি দশা** : কোনো একটি কম্পমান বস্তু যে দশা নিয়ে কম্পন শুরু করে, তাকে আদি দশা বলে।

**তরঙ্গ মুখ** : কোনো একটি তরঙ্গের উপরিস্থিত সমদশাসম্পন্ন সকল বিন্দুর মধ্য দিয়ে অংকিত তলকে তরঙ্গ মুখ বলে।

**তরঙ্গ শীর্ষ** : আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে এর ধনদিকে এক তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে সর্বাধিক সরণের বিন্দুকে তরঙ্গ শীর্ষ বলে।

**তরঙ্গ পাদ** : আড় তরঙ্গের ক্ষেত্রে এর ঋণদিকে এক তরঙ্গ দৈর্ঘ্যে সর্বাধিক সরণের বিন্দুকে তরঙ্গ পাদ বলে।

**তরঙ্গ রেখা** : কোনো এক মুহূর্তে মাধ্যমের কণাগুলো তরঙ্গের উপর যে রেখায় আপনা-আপনি অবস্থান করে সে রেখাকে তরঙ্গ রেখা বলে।

**অগ্রগামী তরঙ্গ** : কোনো তরঙ্গ যদি কোনো বিস্তৃত মাধ্যমের এক স্তর হতে অন্য স্তরে সঞ্চালিত হয়ে সামনের দিকে অগ্রসর হতে থাকে, তবে তাকে অগ্রগামী তরঙ্গ বলে।

**তরঙ্গের উপরিপাতন** : দুটি শব্দ তরঙ্গ একই সঙ্গে কোনো মাধ্যমের একটি কণাকে অতিক্রম করলে ঐ কণা তরঙ্গ দুটির সম্মিলিত প্রভাবে আলোড়িত হবে। কোনো মুহূর্তে কণাটির লব্ধি সরণ প্রত্যেকটি তরঙ্গ পৃথকভাবে ঐ বিন্দুতে যে সরণ সৃষ্টি করে তাদের ভেক্টর যোগফলের সমান। এর নাম তরঙ্গের উপরিপাতন।

**স্থির তরঙ্গ** : কোনো মাধ্যমের একটি সীমিত অংশে পরস্পর বিপরীতমুখী সমান বিস্তার ও তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি অগ্রগামী তরঙ্গ একে অপরের উপর আপতিত হলে যে নতুন তরঙ্গ সৃষ্টি হয় তাকে স্থির তরঙ্গ বলে।

**সুস্পন্দ বিন্দু** : স্থির তরঙ্গের ক্ষেত্রে কোনো কোনো বিন্দুতে বস্তুকণার বিস্তার শূন্য এবং কোনো কোনো বিন্দুতে বিস্তার সর্বাধিক। যে বিন্দুগুলোতে বিস্তার সর্বাধিক তাদেরকে সুস্পন্দ বিন্দু বলে।

**নিস্পন্দ বিন্দু** : যে সকল বিন্দুতে বিস্তার শূন্য তাদেরকে নিস্পন্দ বিন্দু বলে।

**শব্দোচ্চতা** : যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা একটি শব্দ অন্য একটি শব্দ হতে যত বেশি জোরালো তা বুঝা যায় তাকে শব্দোচ্চতা বলে।

**তীব্রতা** : শব্দ সঞ্চালনের অভিমুখের সাথে লম্বভাবে স্থাপিত একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে যে পরিমাণ শক্তি প্রতি সেকেন্ডে প্রবাহিত হয় তাকে তীব্রতা বলে।

**প্রমাণ তীব্রতা** : 1000 Hz কম্পাঙ্কবিশিষ্ট শব্দের শ্রাব্যতার সীমা $10^{-12}$ $Wm^{-2}$ তীব্রতার সমান ধরা হয় এবং একেই প্রমাণ বা আদর্শ তীব্রতা বলে।

**তীব্রতা লেভেল** : যে-কোনো শব্দের তীব্রতা এবং আদর্শ বা প্রমাণ তীব্রতার শব্দের শব্দোচ্চতার পার্থক্যকে তীব্রতা লেভেল বলে।

**বেল** : শব্দের তীব্রতা যখন 10 গুণ বৃদ্ধি পায় তখন শব্দোচ্চতা যে পরিমাণ বাড়ে তাকে 1 বেল বলে।

**ডেসিবেল** : শব্দের তীব্রতা যখন $10^{0.1}$ গুণ বৃদ্ধি পায় তখন শব্দোচ্চতা যতটুকু বাড়ে তাকে 1 ডেসিবেল বলে।

**বীট বা স্বরকম্প** : সমান বা প্রায় সমান তীব্রতা এবং প্রায় সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একইদিকে অগ্রগামী দুটি শব্দ তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শব্দের লব্ধি প্রাবল্যের হ্রাস-বৃদ্ধির ঘটনাকে বীট বা স্বরকম্প বলে।

**স্বরগ্রাম** : সমসঙ্গতিপূর্ণ কতগুলো সুরের সমষ্টিকে স্বরগ্রাম বলে।

| | | |
|---|---|---|
| মূল সুর | : | কোনো স্বরের মধ্যে যে সুরের কম্পাঙ্ক সবচেয়ে কম, তাকে মূল সুর বলে। |
| উপসুর | : | অন্যান্য সুর, যাদের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের চেয়ে বেশি, তাদের উপসুর বলে। |
| অষ্টক | : | উপসুরের কম্পাঙ্ক মূল সুরের কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ হলে, তাকে অস্টক বা দ্বিতীয় সমমেল বলে। |
| সমমেল | : | উপসুরগুলোর কম্পাঙ্ক যদি মূল সুরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক হয়, তাহলে সেই সকল উপসুরকে সমমেল বা হারমোনিক বলে। |
| সুর বিরাম বা সুরানুপাত | : | দুটি সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাতকে সুর বিরাম বা সুরানুপাত বলে। |
| ত্রয়ী | : | তিনটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 হলে তাদের সমন্বয়ে যে সুরযুক্ত শব্দের উৎপত্তি হয় তাকে ত্রয়ী বলে। |
| স্বর-সঙ্গতি | : | চারটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 : 8 হলে তাদের সমন্বয়ে এক প্রকার শ্রুতিমধুর শব্দের উৎপত্তি হয়। এরূপ সমন্বয়কে স্বর-সঙ্গতি বা সমসঙ্গতি বলে। |
| সমতান বা হারমনি | : | একই সময় কতগুলো শব্দ উৎপন্ন হলে যদি তাদের মধ্যে একটি ঐক্যতানের সৃষ্টি হয় তবে তাকে সমতান বা হারমনি বলে। |
| মেলডি বা স্বর মাধুর্য | : | কতগুলো শব্দ একের পর এক উৎপন্ন হয়ে যদি একটি সুরযুক্ত শব্দের সৃষ্টি করে তবে তাকে স্বর মাধুর্য বা মেলডি বলে। |
| সলো | : | একটিমাত্র বাদ্যযন্ত্র হতে যে স্বর সৃষ্টি হয় তাকে সলো বা একক সঙ্গীত বলে। |

## অনুশীলনী

### (ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য হলো—
(i) তরঙ্গদৈর্ঘ্য আছে
(ii) তরঙ্গের কম্পাঙ্ক আছে
(iii) শব্দ তরঙ্গ আড় তরঙ্গ
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

২। শব্দ বিস্তারের জন্য জড় মাধ্যমের প্রকৃতি কেমন হওয়া উচিত?
ক স্থিতিস্থাপক ও অবিচ্ছিন্ন
খ অস্থিতিস্থাপক ও অবিচ্ছিন্ন
গ স্থিতিস্থাপক ও বিচ্ছিন্ন
ঘ অস্থিতিস্থাপক ও বিচ্ছিন্ন

৩। শব্দ যখন বায়ু থেকে গ্লিসারিনে প্রবেশ করে তখন পরিবর্তন হয়—
(i) বেগ
(ii) কম্পাঙ্ক
(iii) তরঙ্গদৈর্ঘ্য
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৪। লম্বিক তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য হলো—
(i) মাধ্যমের কণাগুলির কম্পনের দিক তরঙ্গ প্রবাহের দিকের সমান্তরাল হয়
(ii) মাধ্যমে এর সমবর্তন বা পোলারণ ঘটে না
(iii) স্থিতিস্থাপক ধর্মসম্পন্ন মাধ্যমে এ তরঙ্গ সৃষ্টি হয়
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৫। আড় তরঙ্গের বৈশিষ্ট্য হলো—
(i) মাধ্যমের কণাগুলির কম্পনের দিক তরঙ্গ প্রবাহের দিকের সমান্তরাল হয়
(ii) তরঙ্গ প্রবাহে মাধ্যমে তরঙ্গ শীর্ষ ও তরঙ্গ পাদ সৃষ্টি হয়
(iii) মাধ্যমে এর সমবর্তন বা পোলারণ ঘটে
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

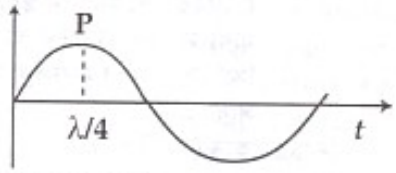
৬। কোনো একটি কম্পমান বস্তুর কোনো মুহূর্তের দোলনের অবস্থা যে রাশি প্রকাশ করে তাকে কী বলে ?
ক বিস্তার
খ প্রাবল্য
গ দশা
ঘ কম্পাঙ্ক

৭। কোনো তরঙ্গের উপর সমদশাসম্পন্ন কণাগুলোর গতিপথকে বলে—
ক তরঙ্গদৈর্ঘ্য
খ কম্পাঙ্ক
গ বিস্তার
ঘ তরঙ্গমুখ

৮। নিম্নোক্ত তরঙ্গের কোনটি অনুপ্রস্থ তরঙ্গ নয়?
ক পানি তরঙ্গ
খ শব্দ তরঙ্গ
গ আলোক তরঙ্গ
ঘ বেতার তরঙ্গ

৯। 1 m তরঙ্গদৈর্ঘ্যের একটি তরঙ্গের বেগ 200 $ms^{-1}$ হলে এর কম্পাঙ্ক—
ক 150 Hz
খ 200 Hz
গ 100 Hz
ঘ 20 Hz

১০। একটি তরঙ্গের সমীকরণ $y = 100 \sin (500 \pi t)$ হলে কণাটির কম্পাঙ্ক কত ?
ক $250 \pi$ Hz
খ 250 Hz
গ $300 \pi$ Hz
ঘ $500 \pi$ Hz

১১।


চিত্রে P বিন্দুর দশা কত ?
ক 45°
খ 90°
গ 180°
ঘ 270°

একটি অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ
$y = \sin 2\pi (vt - 5)$ মিটার।
নিচের ১২ ও ১৩নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

১২। তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য কত?
ক 2m
খ 3m
গ 1m
ঘ 0·1 m

১৩। তরঙ্গটির বিস্তার কত?
ক 0m
খ 1m
গ 2m
ঘ 3m

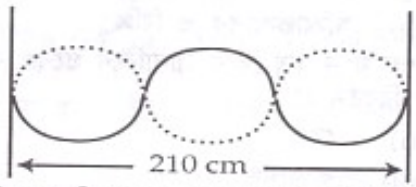
১৪। কোনো চলমান তরঙ্গের সমকোণে একক ক্ষেত্রফলের মধ্য দিয়ে প্রতি সেকেন্ডে যে পরিমাণ শক্তি লম্বভাবে প্রবাহিত হয় তাকে বলে ঐ তরঙ্গের—
ক দশা
খ তীব্রতা
গ তরঙ্গমুখ
ঘ অগ্রগামী তরঙ্গ

১৫। পথ পার্থক্য বা দূরত্ব $\lambda$-এর জন্য দশা পার্থক্য—
ক $2\pi$
খ $\pi$
গ $\frac{\pi}{2}$
ঘ $\frac{\pi}{4}$

১৬। যখন দুটি সদৃশ অগ্রগামী তরঙ্গ পরস্পরের উপর উপরিপাতিত হয়, তখন লব্ধি তরঙ্গের বেগ—
ক বৃদ্ধি পায়
খ হ্রাস পায়
গ শূন্য হয়
ঘ অপরিবর্তিত থাকে

১৭। উৎসের কম্পাঙ্কের সাথে তীব্রতার সম্পর্ক—
ক $E \propto f$
খ $I \propto f^2$
গ $I \propto \frac{1}{f}$
ঘ $I \propto \frac{1}{f^2}$

১৮। স্থির তরঙ্গের ক্ষেত্রে—
(i) পর পর দুটি লুপের সরণ পরস্পর বিপরীত দিকে হয়
(ii) তরঙ্গের বিভিন্ন বিন্দুতে কম্পনের বিস্তার সমান হয়
(iii) মাধ্যমের সীমিত অংশে উৎপন্ন হয়
নিম্নের কোনটি সঠিক?
ক i
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

১৯।


চিত্রানুযায়ী 80 Hz কম্পাঙ্কের একটি স্থির তরঙ্গ সৃষ্টি করা হলো। এই স্থির তরঙ্গ সৃষ্টিকারী তরঙ্গগুলির বেগ কত ? [ঢা. বো. ২০১৫]
ক 56 $ms^{-1}$
খ 112 $ms^{-1}$
গ 1120 $ms^{-1}$
ঘ 5600 $ms^{-1}$

২০। স্থির তরঙ্গের পরপর দুইটি সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব—

ক $\frac{\lambda}{4}$

খ $\frac{\lambda}{2}$

গ $\frac{3\lambda}{4}$

ঘ $\lambda$

২১। শব্দের তীব্রতা—

(i) উৎসের কম্পাঙ্কের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

(ii) উৎসের বিস্তারের বর্গের সমানুপাতিক

(iii) মাধ্যমে ঘনত্বের সমানুপাতিক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii

খ ii ও iii

গ i ও iii

ঘ i, ii ও iii

২২। বিট ব্যবহার করা হয়—

(i) অজানা কম্পাঙ্ক নির্ণয় করতে

(ii) শব্দের বেগ নির্ণয় করতে

(iii) বাদ্যযন্ত্রের সুর মিলাতে

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii

খ ii ও iii

গ i ও iii

ঘ i, ii ও iii

২৩। প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট উৎপন্ন হয় কথাটির অর্থ হলো—

(i) শব্দের তীব্রতা সেকেন্ডে 5 বার হ্রাস-বৃদ্ধি হয়

(ii) উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্য 5 Hz

(iii) পরপর 1টি সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন তীব্রতার মধ্যকার সময়ের পার্থক্য 0·1 s.

নিচের কোন্‌টি সঠিক ?

ক i

খ i ও ii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

২৪। কোনটি সত্য নয়?

ক শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ করলে শব্দোচ্চতা দ্বিগুণ হয়

খ শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ করলে শব্দোচ্চতা দ্বিগুণ হয় না

গ শব্দের তীব্রতা দ্বিগুণ করলে শব্দোচ্চতা বৃদ্ধি পায়

ঘ শব্দের তীব্রতার সাথে শব্দোচ্চতার সম্পর্ক আছে

২৫। দুইটি শব্দ উৎসের ক্রিয়ায় লব্ধি শব্দের তীব্রতা প্রতি সেকেন্ডে চারবার পর্যায়ক্রমিক হ্রাস-বৃদ্ধি পায়। এ থেকে বুঝা যায় প্রতি সেকেন্ডে উৎপন্ন বীট সংখ্যা— [ঢা. বো. ২০১৫]

ক 0

খ 2

গ 4

ঘ 8

২৬। বীট সৃষ্টির শর্ত হলো—

(i) বীট সৃষ্টিকারী শব্দ তরঙ্গ দুটি একই সময়ে উৎপন্ন হতে হবে

(ii) তরঙ্গ দুটির কম্পাঙ্ক ও তীব্রতা প্রায় সমান হতে হবে

(iii) তরঙ্গ দুটির মিলিত ক্রিয়ার বিস্তার সময়ের সাথে পরিবর্তিত হবে

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

২৭। অনুনাদের বৈশিষ্ট্য হলো—

(i) সকল অনুনাদী কম্পন পরবশ কম্পন

(ii) অনুনাদী কম্পনে বিস্তার সবচেয়েবেশি হয়

(iii) সকল পরবশ কম্পনই অনুনাদী কম্পন

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

২৮। শব্দের তীব্রতা পরিমাপের একক কোনটি? [ঢা. বো. ২০১৫]

ক $Js^{-2}m^{-2}$

খ $\frac{J}{sm^2}$

গ $J^{-1}s^2m^{-2}$

ঘ $\frac{Js^{-2}}{m^2}$

২৯। কোনো শব্দের তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার 100 গুণ হলে ঐ শব্দের তীব্রতার লেভেল কত ডেসিবেল?

ক 20 $d$B

খ 2·0 $d$B

গ 0·20 $d$B

ঘ 0·02 $d$B

৩০। সুস্পন্দ বিন্দুর শর্ত কোনটি?

ক $\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$ .....

খ $\frac{2\pi x}{\lambda} = 0, \pi, 2\pi$.....

গ $\frac{2\pi x}{\lambda} = 0, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$.....

ঘ $\frac{2\pi x}{\lambda} = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$.....

৩১। কোনো শ্রেণিকক্ষের শব্দের তীব্রতা $1 \times 10^{-6}$ $Wm^{-2}$ হলে শব্দের তীব্রতা লেভেল ডেসিবেলে কত ?
ক 20 $d$B
খ 30 $d$B
গ 50 $d$B
ঘ 60 $d$B

৩২। আমাদের কান সবচেয়ে মৃদু যে শব্দ শুনতে পায় তার তীব্রতা কত ?
ক $10^{-6}$ $Wm^{-2}$
খ $10^{-8}$ $Wm^{-2}$
গ $10^{-10}$ $Wm^{-2}$
ঘ $10^{-12}$ $Wm^{-2}$

৩৩। যে বৈশিষ্ট্য দ্বারা একটি শব্দ অন্য একটি শব্দ হতে কত বেশি জোরালো তা বুঝা যায়, তাকে কী বলে?
ক তীব্রতা
খ স্বরকম্প
গ স্বরগ্রাম
ঘ শব্দোচ্চতা

৩৪। দুই সুরের কম্পাঙ্কের অনুপাতকে কী বলা হয়?
ক সুর বিরাম
খ স্বরগ্রাম
গ ডায়াটেনিক স্বরগ্রাম
ঘ স্বর-সঙ্গতি

৩৫। কোনো স্বরের বিদ্যমান সুরগুলোর মধ্যে মৌলিক সুরের কম্পাঙ্ক—
ক সবচেয়ে বেশি
খ সবচেয়ে কম
গ সবচেয়ে কম কম্পাঙ্কের দ্বিগুণ
ঘ সবচেয়ে বেশি কম্পাঙ্কের অর্ধেক

৩৬। হারমোনিক বা সমমেল হচ্ছে যে উপসুরের কম্পাঙ্ক মৌলিক সুরের কম্পাঙ্কের—
ক সরল গুণিতক
খ 1·5 গুণ
গ দ্বিগুণ
ঘ অর্ধেক

কোনো অর্গান থেকে নিসৃত কম্পাঙ্কগুলো হলো : 256, 268, 502, 512, 620, 768, 1020, 1280 Hz
নিচের ৩৮ ও ৩৯নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৩৭। এখানে মূল সুর কোনটি ?
ক 256 Hz
খ 620 Hz
গ 1020 Hz
ঘ 1280 Hz

৩৮। মূল সুরের অষ্টক বা দ্বিতীয় হারমোনিক কোনটি?
ক 256 Hz
খ 268 Hz
গ 512 Hz
ঘ 768 Hz

৩৯। তিনটি শব্দের কম্পাঙ্কের অনুপাত 4 : 5 : 6 হলে তাদের সমন্বয়ে যে সুরযুক্ত শব্দের উৎপত্তি হয় তাকে কী বলে ?
ক স্বরসঙ্গতি
খ ত্রয়ী
গ সমতান
ঘ সমমেল

৪০। সঙ্গীত গুণসম্পন্ন শব্দের বৈশিষ্ট্য হলো—
(i) শ্রুতিমধুর ও আরামদায়ক
(ii) শব্দের নিজস্ব কোনো জাতি থাকে না
(iii) এই শব্দ উৎসের নিয়মিত ও পর্যায় কম্পনের ফলে সৃষ্টি হয়
নিচের কোনটি সঠিক ?
ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

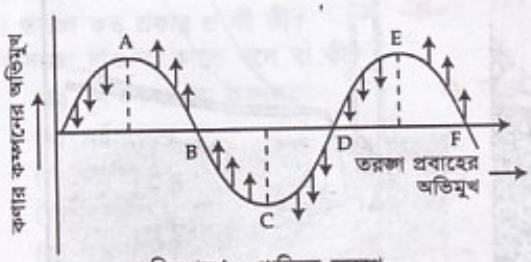
৪১। একমুখ বন্ধ একটি নলে একটি শব্দতরঙ্গ সৃষ্টি করা হলো। নলের দৈর্ঘ্য এমনভাবে ঠিক করা হলো যেন নলের ভেতরে শব্দ সর্বোচ্চ জোরালো হয়। নলের ভেতরে শব্দ তরঙ্গের প্রকৃতি কিরূপ?
ক লম্বিক এবং স্থির [ঢা. বো. ২০১৫]
খ লম্বিক এবং অগ্রগামী
গ আড় এবং অগ্রগামী
ঘ আড় এবং স্থির

**উত্তর :**

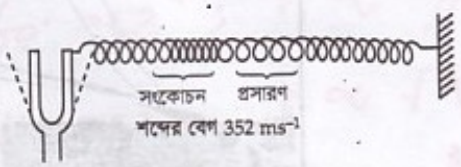
| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ১। ক | ২। ক | ৩। খ | ৪। ঘ | ৫। গ | ৬। গ | ৭। ঘ | ৮। খ | ৯। খ | ১০। খ |
| ১১। খ | ১২। গ | ১৩। খ | ১৪। খ | ১৫। ক | ১৬। ঘ | ১৭। খ | ১৮। খ | ১৯। খ | ২০। খ |
| ২১। খ | ২২। ঘ | ২৩। ঘ | ২৪। ক | ২৫। গ | ২৬। ঘ | ২৭। ক | ২৮। খ | ২৯। ক | ৩০। ক |
| ৩১। ঘ | ৩২। ঘ | ৩৩। ঘ | ৩৪। ক | ৩৫। খ | ৩৬। ক | ৩৭। ক | ৩৮। গ | ৩৯। খ | ৪০। খ |
| ৪১। ক | | | | | | | | | |

## (খ) সৃজনশীল প্রশ্ন

১।




চিত্র 'ক' : পানিতে তরঙ্গ




চিত্র 'খ' : বায়ুতে তরঙ্গ

(ক) তরঙ্গমুখ কী ?

(খ) তরঙ্গের উপরিপাতন নীতি ব্যাখ্যা কর।

(গ) চিত্র থেকে প্রাপ্ত তথ্যাদি ব্যবহার করে বায়ুতে সৃষ্ট তরঙ্গটির তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(ঘ) একটি তরঙ্গের বেগ, তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং কম্পাঙ্কের মধ্যকার সম্পর্কের গাণিতিক প্রমাণ দাও।

২। রাফি তার বন্ধুদের সাথে ফুটবল খেলার সময় হঠাৎ তাদের বলটি খেলার মাঠের পার্শ্বের পুকুরের পানিতে পড়ল। ফলে পানিতে ঢেউয়ের সৃষ্টি হলো। রাফি লক্ষ করল বলটি যে স্থানে পড়েছিল সেখান থেকে ধীরে ধীরে ঢেউগুলো চারদিকে ছড়িয়ে পড়ল। [ঢেউয়ের শীর্ষবিন্দু থেকে অপর ঢেউয়ের শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব 10 cm এবং পানিতে 3 s-এ 6টি ঢেউয়ের সৃষ্টি হয়।]

(ক) অগ্রগামী তরঙ্গ কী ?

(খ) তরঙ্গদৈর্ঘ্য বলতে কী বুঝায় ?

(গ) পানিতে সৃষ্ট ঢেউয়ের বেগ নির্ণয় কর।

(ঘ) রাফির সৃষ্ট এ ধরনের অগ্রগামী তরঙ্গের সাধারণ সমীকরণ $y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$। এর গাণিতিক বিশ্লেষণ দেখাও।

৩। কোনো মাধ্যমের মধ্য দিয়ে ধ্রুব বেগে ধাবমান অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ, $y = 5\sin(200\,\pi t - 1{\cdot}57\,x)$। এখানে সবকটি রাশি S. I. এককে প্রদত্ত।

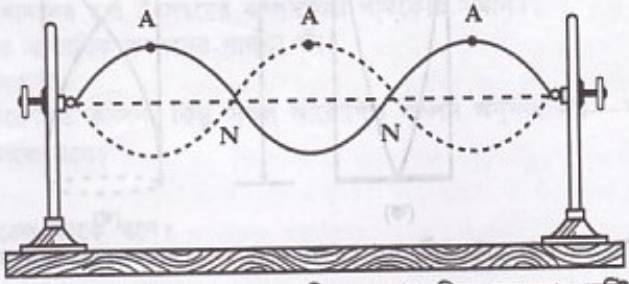
(ক) অগ্রগামী তরঙ্গ কী ?

(খ) শব্দের ব্যতিচার বলতে কী বুঝায় ?

(গ) তরঙ্গটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক এবং তরঙ্গদৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

(ঘ) যেহেতু তরঙ্গের বেগ ধ্রুব সেহেতু তরঙ্গের উপরিস্থিত মাধ্যমের কণার ত্বরণ কী সর্বদা শূন্য হবে ? বিশ্লেষণ কর।

৪।




দুই প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আটকানো টানা তারে আঘাত করায় চিত্রের ন্যায় স্থির তরঙ্গের সৃষ্টি হলো।

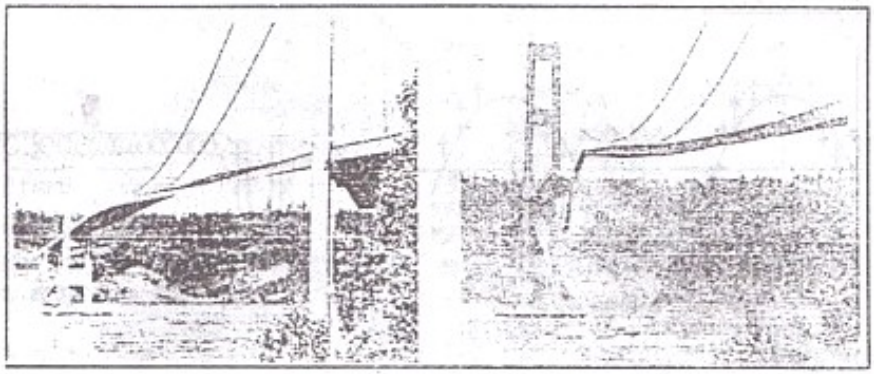
(ক) তরঙ্গের উপরিপাতন নীতি কী ?

(খ) উপরিপাতনের নীতির সাহায্যে কী কী ব্যাখ্যা করা যায় ?

(গ) আঘাতের ফলে সৃষ্ট অগ্রগামী তরঙ্গের সমীকরণ $y = A_0\sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$ হলে স্থির তরঙ্গের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(ঘ) তরঙ্গের উপরিস্থিত সকল কণার গতি কী সরল ছন্দিত গতি ? তোমার উত্তরের সপক্ষে যুক্তি দাও।

৫।



চিত্রের ওয়াশিংটনের টাকোমা ন্যারোজ ব্রিজটি 1940 সালের 1 জানুয়ারি চলাচলের জন্য খুলে দেওয়া হয়। একটি হালকা বাতাসে অনুনাদ সৃষ্টির কারণে খুলে দেওয়ার চার মাসের মধ্যেই ব্রিজটি ভেঙ্গে যায়।

(ক) পরবশ কম্পন কী ?

(খ) সব অনুনাদই পরবশ কম্পন কিন্তু সব পরবশ কম্পন অনুনাদ নয় কেন ?

(গ) সৈন্যদল ব্রিজের উপর দিয়ে মার্চ করে চললে ব্রিজ ভেঙ্গে যাওয়ার সম্ভাবনা থাকার কারণ অনুসন্ধান কর।

(ঘ) উদ্দীপকের ঘটনাটি থেকে কীভাবে পরবশ কম্পন ও অনুনাদের মধ্যে পার্থক্য করা যায় বিশ্লেষণ কর।

৬। পদার্থবিজ্ঞান ক্লাসে শব্দের তীব্রতা $1 \times 10^{-8}$ $Wm^{-2}$। বিজ্ঞানী গ্রাহাম বেলের নাম অনুসারে তীব্রতার লগ মানকে বেল বলা হয়। ব্যবহারিক ক্ষেত্রে এক বেলের দশ ভাগের এক ভাগকে একটি একক ধরে শব্দোচ্চতা পরিমাপ করা হয় এবং একে 1 ডেসিবেল বলে।

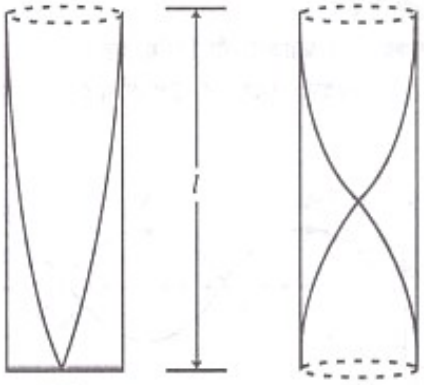
(ক) বীট কী ?

(খ) সকল হারমোনিকই উপসুর কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক নয়। ব্যাখ্যা কর।

(গ) পদার্থবিজ্ঞান ক্লাসের শব্দের তীব্রতা লেভেল ডেসিবেলে নির্ণয় কর।

(ঘ) উদ্দীপকে উল্লেখিত শব্দের তীব্রতা লেভেলের গাণিতিক সমীকরণ প্রতিপাদন কর।

৭।




(ক) (খ)

চিত্রে একমুখ খোলা নল (ক) এবং দুই মুখ খোলা নলে (খ) বায়ুস্তরের কম্পন দেখানো হয়েছে। নল দুটির প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য $l$।

(ক) মূল সুর কী ?

(খ) 'দুটি শব্দ উৎসের ক্রিয়ায় প্রতি সেকেন্ডে 5টি বীট উৎপন্ন হয়'—এটি বলতে কী বুঝায় ?

(গ) (খ) নং চিত্রে ১ম উপসুরের কম্পাঙ্ক 448 Hz হলে নলের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। বায়ুতে শব্দের বেগ 345 $ms^{-1}$।

(ঘ) উদ্দীপকের নল দুটি কী একই কম্পাঙ্কের মূল সুর তৈরি করতে পারবে ? যদি না পারে তাহলে কীভাবে একই কম্পাঙ্কের মূল সুর তৈরি করা সম্ভব বিশ্লেষণ কর।

## (গ) কাঠামোবন্ধ ও রচনামূলক প্রশ্ন

১। তরঙ্গ কী?
২। তরঙ্গ কত প্রকার ও কী কী?
৩। সংজ্ঞা দাও বা কাকে বলে বা কী?
(ক) পূর্ণ স্পন্দন বা কম্পন
(খ) পর্যায়কাল
(গ) কম্পাঙ্ক
(ঘ) বিস্তার
(ঙ) তরঙ্গদৈর্ঘ্য
(চ) তরঙ্গ বেগ
(ছ) কৌণিক কম্পাঙ্ক
(জ) দশা
(ঝ) আদি দশা
(ঞ) তরঙ্গ শীর্ষ
(ট) তরঙ্গ পাদ
(ঠ) তরঙ্গের তীব্রতা
৪। তরঙ্গদৈর্ঘ্য, তরঙ্গ বেগ ও কম্পাঙ্কের মধ্যে সম্পর্ক লিখ।
৫। $v = n\lambda$ সম্পর্কটি প্রতিপাদন কর।
৬। অনুপ্রস্থ তরঙ্গ ও অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য কী?
৭। শব্দ কী ? বায়ুতে শব্দ সঞ্চালিত হয় কী কী প্রক্রিয়ায় ?
৮। অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যগুলি লিখ।
৯। অগ্রগামী তরঙ্গের বৈশিষ্ট্যগুলি লিখ।
১০। অগ্রগামী তরঙ্গের রাশিমালা প্রতিপাদন কর।
১১। অগ্রগামী তরঙ্গ ও স্থির তরঙ্গের মধ্যে পার্থক্য নির্দেশ কর।
১২। একটি স্থির তরঙ্গ অঙ্কন কর এবং এতে $\frac{\lambda}{2}$ চিহ্নিত কর।
১৩। স্থির তরঙ্গের গাণিতিক রাশিমালা প্রতিপাদন কর।
১৪। উপরিপাতন নীতি কী ? ব্যাখ্যা কর।
১৫। স্থির তরঙ্গের ক্ষেত্রে সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টির শর্তের গাণিতিক ব্যাখ্যা দাও।
১৬। বীট গণনা করে অজানা সুরশলাকার কম্পাঙ্ক কীভাবে নির্ণয় করবে ?
১৭। সুস্পন্দ বিন্দু ও নিস্পন্দ বিন্দু কাকে বলে? চিত্র অঙ্কন করে দেখাও।
১৮। সুস্পন্দ বিন্দু ও নিস্পন্দ বিন্দু সৃষ্টির শর্তগুলো আলোচনা কর।
১৯। বীট কাকে বলে?
২০। দেখাও যে বীট উৎপাদনের হার উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের পার্থক্যের সমান।
২১। আরোপিত কম্পন ও স্বাভাবিক কম্পনের পার্থক্য কী?
২২। অনুনাদ কাকে বলে?
২৩। সকল অনুনাদই আরোপিত কম্পন; কিন্তু সকল আরোপিত কম্পন অনুনাদ নয়—ব্যাখ্যা কর।
২৪। তরঙ্গের তীব্রতা কাকে বলে?
২৫। প্রমাণ তীব্রতা কী?
২৬। শব্দের তীব্রতা লেভেল কাকে বলে?
২৭। ডেসিবেল কী?
২৮। বীট সৃষ্টির শর্তগুলি লিখ।
২৯। সকল হারমোনিক উপসুর ? কিন্তু সকল উপসুর হারমোনিক তরঙ্গের ?
৩০। সঙ্গীত মানসম্পন্ন শব্দের বৈশিষ্ট্যগুলি লিখ।
৩১। সোরগোল যুক্ত শব্দের বৈশিষ্ট্যগুলি লিখ।
৩২। সুর ও স্বর কাকে বলে?
৩৩। মূল সুর কাকে বলে?
৩৪। হারমোনিক কী?

* টানা তারের অনুভূমিক —
i) দৈর্ঘ্যের সূত্র ; $n \propto \frac{1}{l}$
ii) টানের সূত্র ; $n \propto \sqrt{T}$
iii) ভরের সূত্র ; $n \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$
$\therefore n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} = \frac{1}{2lr}\sqrt{\frac{T}{\pi\rho}}$

৩৫। সংজ্ঞা দাও :
(ক) অষ্টক
(খ) সুর বিরাম
(গ) স্বর সঙ্গতি
(ঘ) ত্রয়ী
(ঙ) ডায়াটোনিক স্বর
(চ) মেলডি

৩৬। নয়েজ ও সঙ্গীত গুণের পার্থক্য আলোচনা কর।

৩৭। সঙ্গীত গুণ বিশ্লেষণে পদার্থবিজ্ঞানের অবদান ব্যাখ্যা কর।

## (ঘ) ক্রিয়াকর্ম

পোস্টার তৈরি কর। উচ্চ কম্পাঙ্কের একটি ঢোলের শব্দ এবং একটি হারমোনিয়ামের শব্দ। এই দুই শব্দের প্রথমটি নয়েজ সৃষ্টিকারী এবং দ্বিতীয়টি সঙ্গীত গুণসম্পন্ন যা দৈনন্দিন জীবনে প্রভাব বিস্তার করে। ক্লাস রুমে উপস্থাপন কর।

## (ঙ) কাজ (গাণিতিক সমস্যা)

১। দুটি সুর শলাকায় কম্পাঙ্কের পার্থক্য 118 Hz। বাতাসে শলাকা দুটি যে তরঙ্গ উৎপন্ন করে তাদের একটির দুটি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্য অপরটির তিনটি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের সমান। শলাকাদ্বয়ের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।
[উ. 354 Hz ও 236 Hz]

২। একটি সুর শলাকা A মাধ্যমে 0·1 m ও B মাধ্যমে 0·15 m দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তরঙ্গ উৎপন্ন করে। A মাধ্যমে শব্দের বেগ 3 $ms^{-1}$ হলে B মাধ্যমে শব্দ 6 s-এ কতদূর যাবে নির্ণয় কর। [ উ. 27 m ]

৩। বায়ু ও পানিতে 320 Hz কম্পাঙ্কের একটি শব্দ তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 3·9 m। বায়ুতে শব্দের বেগ 345 $ms^{-1}$ হলে পানিতে শব্দের বেগ কত ?
[উ. 1593 $ms^{-1}$]

৪। একটি শব্দ উৎস হতে সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গ উৎসটির 30 বার কম্পনের সময়ে বায়ুতে 24 m দূরত্ব অতিক্রম করে। উৎসটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [ বায়ুতে শব্দের বেগ = 332 $ms^{-1}$ ] [ উ. 415 Hz ]

৫। P ও Q দুটি মাধ্যমে শব্দের বেগ যথাক্রমে 300 $ms^{-1}$ ও 340 $ms^{-1}$। মাধ্যম দুটিতে শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 0·2m হলে সুরশলাকার 50 কম্পনে শব্দ Q মাধ্যমে কতদূর যাবে ? [ উ. 85m ]

৬। দুটি সুর শলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 128 Hz এবং 384 Hz। বায়ুতে শলাকা দুটি হতে সৃষ্ট শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় কর।
[উ. 3 : 1]

৭। 500 $s^{-1}$ কম্পাঙ্কবিশিষ্ট একটি তরঙ্গের বেগ কোনো মাধ্যমে 350 $ms^{-1}$। তরঙ্গস্থিত 60° দশা পার্থক্যে অবস্থিত দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। কোনো বিন্দুতে $10^{-3}$ s সময়ের ব্যবধানে দুটি সরণের মাঝে দশা পার্থক্য কত হবে ?
[ উ. 0·116 m ও $\pi$ rad ]

৮। 0·65 m ব্যবধানে অবস্থিত তরঙ্গের দুটি কণার মধ্যে দশা পার্থক্য 6·28 rad। মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ 332·8 $ms^{-1}$ হলে তরঙ্গ উৎসের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [ উ. 512 Hz ]

৯। দুটি সুর শলাকার কম্পাঙ্কের পার্থক্য 32 Hz। বায়ুতে শলাকা দুটির একটির শব্দ তরঙ্গ 9টি ও অপরটির শব্দ তরঙ্গ 10টি পূর্ণ কম্পন দিয়ে একই দূরত্ব অতিক্রম করলে কম্পাঙ্কদ্বয় নির্ণয় কর। [ উ. 288 Hz ও 320 Hz ]

১০। কোনো একটি মাধ্যমে 640 Hz এর 480 Hz কম্পাঙ্কের দুটি শব্দ তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের পার্থক্য 1m হলে শব্দের বেগ কত ?
[উ. 1920 $ms^{-1}$ ]

১১। একটি সুর শলাকা যে সময়ে 200 বার কম্পন দেয় সে সময়ে এটি দ্বারা সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গ বাতাসে 140 m দূরত্ব অতিক্রম করে। সুর শলাকার কম্পাঙ্ক 500 Hz হলে বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উ:.350 $ms^{-1}$]

১২। একটি তরঙ্গের দুটি কণা 0·175 m ব্যবধানে অবস্থিত। কণাদ্বয়ের মধ্যে দশা পার্থক্য 1·57 রেডিয়ান। তরঙ্গ উৎসের কম্পাঙ্ক 470 Hz হলে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর। [উ. 329 $ms^{-1}$]

১৩। $y = 1{\cdot}15 \sin (2000\, t + 0{\cdot}01\, x)$, যেখানে সকল রাশি SI এককে প্রকাশিত। তরঙ্গের বিস্তার, কম্পাঙ্ক, তরঙ্গদৈর্ঘ্য এবং তরঙ্গ বেগ নির্ণয় কর। [উ:.1·15m, 318·5 Hz, 6·28m, $2 \times 10^5$ $ms^{-1}$]

১৪। $y = 10 \sin 2\pi \left(\frac{t}{0{\cdot}02} - \frac{x}{15}\right)$ সমীকরণটি একটি অগ্রগামী তরঙ্গ প্রকাশ করছে। এক্ষেত্রে দৈর্ঘ্যের একক সেন্টিমিটার এবং সময়ের একক সেকেন্ডে দেয়া হয়েছে। এ তরঙ্গের বিস্তার, কম্পাঙ্ক, তরঙ্গ দৈর্ঘ্য এবং তরঙ্গ বেগ নির্ণয় কর।
[উ. 10 cm, 50 Hz, 15 cm, 75 $cms^{-1}$ ]

১৫। A মাধ্যমে শব্দের বেগ B মাধ্যমে শব্দের বেগের 5 গুণ। মাধ্যম দুটিতে একটি শব্দের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 4 m। B মাধ্যমে শব্দের বেগ 380 $ms^{-1}$ হলে শব্দ উৎসের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ. 380 Hz]

১৬। বায়ুতে শব্দ প্রবাহে সৃষ্ট তরঙ্গের পরপর দুটি বিপরীত দশাগ্রস্ত কণার মধ্যবর্তী দূরত্ব 0·6 m। তরঙ্গ উৎসের কম্পাঙ্ক 300 Hz হলে বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উ. 360 $ms^{-1}$]

১৭। একটি সুর শলাকা A মাধ্যমে 0·1 m ও B মাধ্যমে 0·15 m তরঙ্গ দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট তরঙ্গ উৎপন্ন করে। A মাধ্যমে শব্দের বেগ 330 $ms^{-1}$ হলে B মাধ্যমে শব্দ 6s-এ কতদূর যাবে নির্ণয় কর। [উ. 2970 m]

১৮। কোনো একটি মাধ্যমে 640 Hz ও 480 Hz কম্পাঙ্কের দুটি শব্দ তরঙ্গের তরঙ্গদৈর্ঘ্যের পার্থক্য 1 m হলে শব্দের বেগ কত ? [উ. 1920 $ms^{-1}$]

১৯। একটি সুর শলাকার কম্পাঙ্ক 264 Hz। সুর শলাকা হতে 42·5 m দূরে শব্দ যাওয়ার সময় অবকাশে শলাকাটি কতটি কম্পন সম্পন্ন করবে ? [বায়ুতে শব্দের বেগ = 340 $ms^{-1}$] [উ. 33 বার]

২০। তিনটি সুর শলাকার কম্পনের পর্যায়কাল যথাক্রমে 0·008, 0·0025 ও 0·00125 s। বায়ুতে এদের শব্দের তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় কর। [উ. 32 : 10 : 5]

২১। দুটি সুর শলাকার কম্পাঙ্কের পার্থক্য 118 Hz। বাতাসে শলাকা দুটি যে তরঙ্গ উৎপন্ন করে তাদের একটির দুটি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘ্য অপরটির তিনটি পূর্ণ তরঙ্গদৈর্ঘের সমান। শলাকাদ্বয়ের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ. 118 Hz, 236 Hz]

২২। একটি সুর শলাকা যে সময়ে 200 বার কম্পন দেয় সে সময়ে এটি দ্বারা সৃষ্ট শব্দ তরঙ্গ বাতাসে 140 m দূরত্ব অতিক্রম করে। সুর শলাকার কম্পাঙ্ক 500 Hz হলে বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উ. 350 $ms^{-1}$]

২৩। দুটি সুর শলাকার কম্পাঙ্ক যথাক্রমে 128 Hz ও 384 Hz। বায়ুতে শলাকা দুটি হতে সৃষ্ট শব্দের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের অনুপাত নির্ণয় কর। [উ. 3 : 1]

২৪। কোনো শব্দের তীব্রতা প্রমাণ তীব্রতার 100 গুণ হলে ঐ শব্দের তীব্রতার লেভেল কত ডেসিবেল? [উ. 20 $dB$]

২৫। বায়ুতে একটি শব্দ তরঙ্গের উৎসের তীব্রতা 500 $Wm^{-2}$ এবং বিস্তার 0·15 m। বায়ুর ঘনত্ব 1·29 $kgm^{-3}$ হলে শব্দ উৎসের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। (শব্দের বেগ, $v = 330\ ms^{-1}$) [উ. 162 Hz]

২৬। একটি শব্দ উৎস হতে 1 km দূরে শব্দের তীব্রতা $5·5 \times 10^{-6}$ $Wm^{-2}$ হলে উৎসের ক্ষমতা নির্ণয় কর। [উ. 69 W]

২৭। একটি স্থির তরঙ্গের সমীকরণ $y = 8 \sin\frac{\pi x}{6} \cos 64\ \pi t$; এখানে $x$ ও $y$ সেন্টিমিটারে ও $t$ সেকেন্ডে দেয়া হয়েছে। যে দুটি তরঙ্গের মিলিত ক্রিয়ায় স্থির তরঙ্গটির উৎপত্তি হয়েছে তাদের বিস্তার, কম্পাঙ্ক ও বেগ নির্ণয় কর। [উ. 0·04 m, 32 Hz ও 3·84 $ms^{-1}$]

২৮। দুটি সুর শলাকা একটি গ্যাসে 0·50 m এবং 0·505 m দৈর্ঘ্যের তরঙ্গ উৎপন্ন করে। যদি প্রতি সেকেন্ডে 6টি বীট উৎপন্ন হয় তবে উক্ত গ্যাসে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উ. 303 $ms^{-1}$]

২৯। এমন দুটি শব্দের তীব্রতার অনুপাত নির্ণয় কর যার একটি অপরটি অপেক্ষা 6 $dB$ বড়। [উ. 3·98]

৩০। কত তীব্রতার শব্দ $1 \times 10^{-9}$ $Wm^{-2}$ তীব্রতার শব্দ অপেক্ষা 17 $dB$ বড় হবে ? [উ. $5 \times 10^{-8}$ $Wm^{-2}$]

৩১। একটি কক্ষের শব্দের তীব্রতা $10^{-7}$ $Wm^{-2}$। শব্দের তীব্রতা তিনগুণ হলে নতুন তীব্রতা লেভেল নির্ণয় কর। [উ. 54·77 $dB$]

৩২। 24টি সুর শলাকা ক্রমবর্ধমান কম্পাঙ্কে সাজানো আছে। যে কোনো একটি সুর শলাকা এর পূর্ববর্তী শলাকার সাথে সেকেন্ডে 4টি বীট উৎপন্ন করে এবং শেষ সুর শলাকা যদি প্রথমটির অষ্টক হয় তাহলে প্রথম ও শেষ শলাকা দুটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ. 92 Hz; 184 Hz]

৩৩। কোনো একটি সীমাবদ্ধ মাধ্যমে সৃষ্ট দুটি স্থির তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 320 Hz। তরঙ্গের পরপর দুটি নিঃশব্দ বিন্দুর দূরত্ব 0·50 m। মাধ্যমে তরঙ্গের বেগ নির্ণয় কর। [উ. 320 $ms^{-1}$]

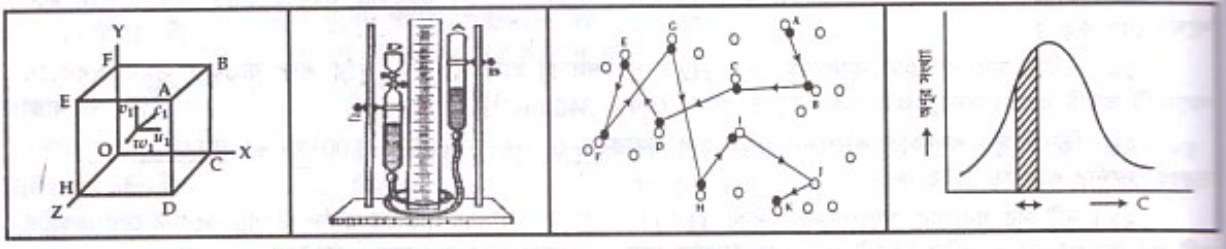
৩৪। 1 m ও 1·01 m তরঙ্গদৈর্ঘ্যের দুটি শব্দ তরঙ্গ কোনো গ্যাসীয় মাধ্যমে 6টি বীট উৎপন্ন করে। উক্ত গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের বেগ নির্ণয় কর। [উ. 336·67 $ms^{-1}$]

৩৫। একটি সুর 512 Hz কম্পাঙ্কের সুর শলাকার সাথে প্রতি সেকেন্ডে 4টি বীট এবং 514 Hz কম্পাঙ্কের অপর একটি সুর শলাকার সাথে প্রতি সেকেন্ডে 6টি বীট উৎপন্ন করে। সুরটির কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। [উ. 508 Hz]

১০

# আদর্শ গ্যাস ও গ্যাসের গতিতত্ত্ব
# IDEAL GAS AND KINETICS OF GASES

প্রধান শব্দ (Key Words) : তাপ, গ্যাসের সূত্রাবলি, আদর্শ গ্যাস, পরম শূন্য তাপমাত্রা, সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, গড় বর্গ বেগ, গড় বর্গ বেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ, শক্তির সমবিভাজন নীতি, সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ, অসম্পৃক্ত বাষ্প-চাপ, আপেক্ষিক আর্দ্রতা।




## ভূমিকা
## Introduction

আমরা জানি যে কঠিন, তরল বা গ্যাসীয় সব পদার্থই অসংখ্য অতি ক্ষুদ্র কণা দিয়ে গঠিত। এই কণাকে পদার্থের অণু বলা হয়। একই পদার্থের অণুগুলির ধর্ম অভিন্ন, কিন্তু বিভিন্ন পদার্থের অণুগুলির ধর্ম বিভিন্ন হয়। কঠিন ও তরল পদার্থের ক্ষেত্রে চাপের প্রভাব খুবই নগণ্য। কিন্তু গ্যাসের ক্ষেত্রে চাপের প্রভাব খুবই প্রবল। তাই গ্যাসের প্রসারণ আলোচনায় চাপের উল্লেখ করা হয়। তরল অবস্থায় পদার্থের অণুগুলির মধ্যে ব্যবধান কঠিন অবস্থা অপেক্ষা বেশি থাকে। যেকোনো তরলকে বিভিন্ন অংশে বিভক্ত করতে খুব কম বলের প্রয়োজন হয়। অতএব তরলের ক্ষেত্রে আন্তরাণবিক আকর্ষণ বল থাকে না বললেই চলে।

এই অধ্যায় পাঠ শেষে শিক্ষার্থীরা—

- গ্যাসের গতিতত্ত্ব ব্যবহার করে আদর্শ গ্যাসের সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- বয়েল ও চার্লসের সূত্র জানতে পারবে।
- **ব্যবহারিক :** বয়েলের সূত্র যাচাই।
- গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্য বর্ণনা করতে পারবে।
- গ্যাসের গতিতত্ত্বের আলোকে আদর্শ গ্যাসের সূত্র ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- শক্তির সমবিভাজন নীতি জানতে পারবে।
- জলীয় বাষ্প ও বায়ুর চাপের মধ্যে সম্পর্ক বিশ্লেষণ করতে পারবে।
- শিশিরাংক, আপেক্ষিক আর্দ্রতা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- **ব্যবহারিক :**
  নিউটনের শীতলীকরণ সূত্রের সাহায্যে তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়।

## ১০.১ আদর্শ গ্যাস
## Ideal Gas

এই অধ্যায়ে আমরা আদর্শ গ্যাসের গতিতত্ত্ব এবং মৌলিক স্বীকার্য সম্বন্ধে বিস্তারিত জানব। তাহলে আদর্শ গ্যাস কী—প্রথমে জানা দরকার।

**যে সকল গ্যাস গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যসমূহ মেনে চলে এবং সকল তাপমাত্রায় ও চাপে বয়েল ও চার্লসের সূত্র যুগ্মভাবে মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস (Ideal gas) বলে।** এই স্বীকার্যগুলো যে সব সময় সঠিকভাবে মেনে চলে এরকম কোনো গ্যাসের অস্তিত্ব বাস্তবে নেই। তাই বাস্তব গ্যাসের (Real gas) ধর্ম আদর্শ গ্যাস থেকে বিচ্যুত দেখতে পাওয়া যায়। কেবলমাত্র নিম্নচাপ ও উচ্চ তাপমাত্রায় গ্যাস এই সমীকরণ মেনে চলে। বাস্তবে আমাদের পরিচিত কোনো গ্যাসই আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ সঠিকভাবে মেনে চলে না। সব গ্যাসই আদর্শ গ্যাসের মতো আচরণ করে না। আদর্শ গ্যাস একটি কাল্পনিক ধারণা মাত্র।

**আদর্শ গ্যাসের বৈশিষ্ট্যসূচক মানদণ্ড নিম্নরূপ :**

(১) আদর্শ গ্যাস সকল তাপমাত্রায় ও চাপে $PV = nRT$ সমীকরণ মেনে চলে।

(২) স্থির তাপমাত্রায় আদর্শ গ্যাসের অভ্যন্তরীণ শক্তি এর আয়তনের উপর নির্ভরশীল নয়।

অর্থাৎ $\left(\frac{du}{dV}\right)_T = 0$, $u$ = গ্যাসের অভ্যন্তরীণ শক্তি, V = গ্যাসের আয়তন, T = তাপমাত্রা।

(৩) আদর্শ গ্যাসের অণুসমূহের মধ্যে কোনো আকর্ষণ-বিকর্ষণ নেই।

(৪) আদর্শ গ্যাসের অণুসমূহের মোট আয়তন গ্যাস দ্বারা দখলকৃত আয়তনের তুলনায় নগণ্য।

আমরা জানি তাপ প্রয়োগে সাধারণত পদার্থের প্রসারণ ঘটে এবং তাপ অপসারণে এর সংকোচন ঘটে। কোনো পদার্থের অবস্থা তিনটি রাশি, যথা—চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রা দ্বারা নির্দিষ্ট করা যায়।

গ্যাসের **চাপ, আয়তন** এবং **তাপমাত্রা** এই তিনটিকে গ্যাসের **চল রাশি** (Variable) বলে এদের যে কোনো দুটির মধ্যে সম্পর্ক স্থাপন করতে হলে অপর একটিকে অপরিবর্তিত রাখতে হবে। এ অনুযায়ী হিসাব করলে আমরা তিনটি সম্পর্ক পাই। তিনটি সূত্র দ্বারা এই তিনটি সম্পর্ক নিয়ন্ত্রিত হয়। এই তিনটি সূত্রকে **গ্যাসীয় সূত্র** (Gas Laws) বলা হয়। গ্যাসীয় সূত্র আলোচনার পূর্বে গ্যাস কী জানা দরকার। গ্যাসের নিম্নলিখিত যে কোনো একটি সংজ্ঞা দেওয়া যেতে পারে—

**সংজ্ঞা : (i) সাধারণ তাপমাত্রা ও চাপে যে সব পদার্থ বায়বীয় অবস্থায় থাকে, তাদেরকে গ্যাস বলে।** যেমন হাইড্রোজেন, অক্সিজেন, নাইট্রোজেন ইত্যাদি গ্যাস।

**(ii) বর্তমান প্রচলিত মত অনুসারে সংকট তাপমাত্রার উপরে কোনো পদার্থের বায়বীয় অবস্থার নাম গ্যাস।**

## ১০·২ গ্যাসের সূত্রাবলি
**Gas Laws**

গ্যাসের মোল সংখ্যা, চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রা প্রভৃতির উপর মাত্রিকভাবে পরীক্ষা-নিরীক্ষা করে বিজ্ঞানিগণ গ্যাসের মৌল ধর্মভিত্তিক বিভিন্ন সূত্র আবিষ্কার করেন। এই সূত্রসমূহ গ্যাস সূত্র নামে পরিচিত। সূত্রগুলো হলো—

(১) বয়েলের সূত্র
(২) চার্লসের সূত্র
(৩) চাপীয় সূত্র
(৪) অ্যাভোগাড্রোর সূত্র।

নিম্নে গ্যাসের তিনটি সূত্র বর্ণনা করা হলো —

### ১। বয়েল-এর সূত্র
**Boyle's Law**

1662 খ্রিস্টাব্দে রবার্ট বয়েল নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের চাপ ও আয়তনের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে একটি সূত্র আবিষ্কার করেন। এর নাম **বয়েল-এর সূত্র**। সূত্রটি নিম্নে বিবৃত হলো :

**'তাপমাত্রা স্থির থাকলে, কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন তার চাপের ব্যস্তানুপাতিক।'** (২০-২২)

মনে করি স্থির তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ এবং আয়তন যথাক্রমে P এবং V।

অতএব আমরা পাই, $V \propto \frac{1}{P}$

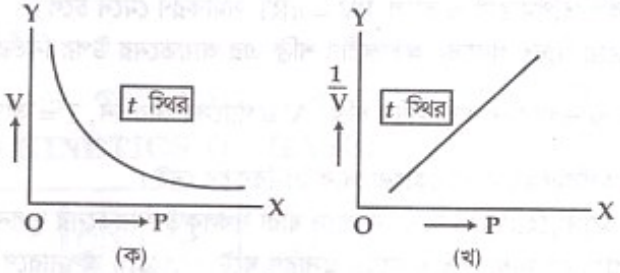
বা, $V = \text{ধ্রুবক} \times \frac{1}{P}$ বা, $PV = \text{ধ্রুবক} = K$

বা, $PV = K$ ... ... ... ... (10.1)

এই সমীকরণকে **সমোষ্ণ সমীকরণ** (Isothermal equation) বলে।

যদি স্থির তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের $P_1, P_2, P_3, \ldots\ldots$ ও $P_n$ চাপে আয়তন যথাক্রমে $V_1, V_2, V_3, \ldots$ ও $V_n$ হয়, তবে আমরা পাই, $P_1V_1 = P_2V_2 = P_3V_3 = \ldots\ldots\ldots = P_nV_n =$ ধ্রুবক।

এ থেকে দেখা যায় চাপ ও আয়তন পরস্পর ব্যস্তানুপাতিক। তাই চাপের ও আয়তনের বিভিন্ন মানের জন্য




চিত্র ১০·১

স্থির তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন (V) ও চাপ (P) এর লেখচিত্র একটি সমপরাবৃত্ত (rectangular hyperbola) হয় [চিত্র ১০·১(ক)]।

**নিজে কর :** মনে কর ১০·১(ক) লেখচিত্রের X অক্ষের দিকে চাপ P এবং Y অক্ষের দিকে $\frac{1}{V}$ নিয়ে লেখচিত্র অঙ্কন করতে বলা হলো। লেখচিত্রটি কেমন হবে ব্যাখ্যা কর।

এখানে দেখা যাচ্ছে যে, স্থির তাপমাত্রায় গ্যাসের চাপ বৃদ্ধির সাথে সাথে আয়তন হ্রাস পায় বা P এর বৃদ্ধির কারণে $\frac{1}{V}$ রাশিও বৃদ্ধি পায়। আবার বলা যায়, চাপ হ্রাস পেলে আয়তন বৃদ্ধি পায় বা $\frac{1}{V}$ হ্রাস পায়।

**জেনে রাখ :** বয়েলের সূত্র উচ্চ তাপমাত্রায় ও কম চাপে বিশেষভাবে প্রযোজ্য, কিন্তু নিম্ন তাপমাত্রায় ও উচ্চ চাপে এ সূত্র হতে বিচ্যুতি দেখা যায়।

**নিজে কর :** বেলুনে ফুঁ দিলে আয়তন বাড়ে এবং চাপও বাড়ে। এখানে বয়েলের সূত্র কি লঙ্ঘিত হয় ?

একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বেলুনে ফুঁ দিয়ে বাতাস ভরলে বেলুনের আয়তন বাড়ে এবং সাথে সাথে ভেতরের বায়ুর চাপও বাড়ে। সুতরাং আপাতভাবে মনে হয় যে, এই ঘটনায় বয়েলের সূত্র লঙ্ঘিত হচ্ছে। কিন্তু মনে রাখা দরকার যে বয়েলের সূত্র নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। ফুঁ দিলে বেলুনের মধ্যে আরো বায়ু প্রবেশ করে অর্থাৎ বেলুনের মধ্যে বায়ুর ভর নির্দিষ্ট না থেকে বেড়ে যায়। ফলে বায়ুর আয়তন ও চাপ দুইই বেড়ে যায়। তাই বেলুনে ফুঁ দিয়ে বেলুন ফোলানোর ঘটনায় বয়েলের সূত্র প্রয়োগ করা হয় না।

### ২। চার্লস-এর সূত্র
### Charles's Law

1787 খ্রিস্টাব্দে ফরাসি বিজ্ঞানী চার্লস এই সূত্র আবিষ্কার করেন। তাঁর নামানুসারে এই সূত্রকে চার্লস-এর সূত্র বলে। এটি নির্দিষ্ট চাপে তাপমাত্রা এবং আয়তনের সম্পর্ক নির্দেশ করে। এই সূত্র অনুসারে **স্থির চাপে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন 0°C হতে প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য 0°C-এর আয়তনের নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ বা 0·00366 অংশ পরিবর্তিত হয়।**

মনে করি 0°C তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন = $V_0$

∴ চার্লস-এর সূত্রানুযায়ী স্থির চাপে,

1°C তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের আয়তন = $V_0 + \frac{V_0}{273}$

θ°C " " " " = $V_0 + \frac{V_0 \times \theta}{273}$

মনে করি স্থির চাপে ঐ গ্যাসের θ°C তাপমাত্রায় আয়তন = V

∴ আমরা পাই, $V = V_0 + \frac{V_0\theta}{273} = V_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$ ... ... (10.2)

**পরম স্কেলে চার্লস-এর সূত্র**

সমীকরণ (10.2) অনুসারে, $V = V_0\left(\frac{273+\theta}{273}\right) = \frac{V_0 T}{273}$

এখানে T হচ্ছে পরম স্কেলে তাপমাত্রা। $T = \theta + 273$

ধরা যাক, $\frac{V_0}{273} = K =$ ধ্রুবক অতএব, $V = KT$

বা, $V \propto T$ ... ... ... (10.3)

অর্থাৎ, **নির্দিষ্ট চাপে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের আয়তন তার পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এটিই পরম স্কেলে চার্লসের সূত্র।**

**ব্যাখ্যা :** মনে করি নির্দিষ্ট চাপ ও ভরের কোনো গ্যাসের প্রাথমিক আয়তন $V_1$ ও প্রাথমিক তাপমাত্রা $T_1$। এর চূড়ান্ত আয়তন $V_2$ ও চূড়ান্ত তাপমাত্রা $T_2$ হলে চার্লসের সূত্রানুসারে,

$V_1 = KT_1$ এবং $V_2 = KT_2$ $\therefore \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

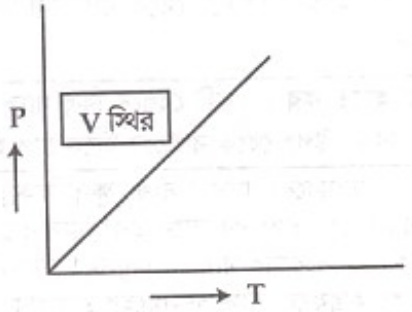
বা, $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ ... ... ... (10.4)

**যাচাই কর :** একটি বেলুনে গ্যাস ভরে তা রোদে কিছুক্ষণ রেখে দাও। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে আয়তনের পরিবর্তন ব্যাখ্যা কর।

### ৩। চাপীয় সূত্র
**Law of Pressure**

1842 খ্রিস্টাব্দে বিখ্যাত বিজ্ঞানী **রেনো** (Regnault) এই সূত্র আবিষ্কার করেন। এজন্য এই সূত্রকে **রেনোর চাপীয় সূত্র** বলা হয়। এটি স্থির আয়তনে চাপ এবং তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে। এই সূত্র অনুসারে,

**স্থির আয়তনে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ 0°C হতে প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য তার 0°C-এর চাপের একটি নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ বা, 0·00366 অংশ পরিবর্তিত হয়।**



চিত্র ১০·২

**যাচাই কর :** স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের ক্ষেত্রে V — T লেখচিত্র মূল বিন্দুগামী সরলরেখা হয় কেন?

মনে করি 0°C তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ $= P_0$

$\therefore$ রেনোর চাপীয় সূত্রানুযায়ী স্থির আয়তনে,

1°C তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের চাপ $= P_0 + \frac{P_0}{273}$

$\theta$°C " " " " $= P_0 + \frac{P_0 \times \theta}{273}$

মনে করি স্থির আয়তনে $\theta$°C তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের চাপ = P

$\therefore$ আমরা পাই, $P = P_0 + \frac{P_0 \times \theta}{273}$

$= P_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right) = P_0\left(\frac{273+\theta}{273}\right)$ ... ... (10.5)

**পরম স্কেলে চাপের সূত্র :**

সমীকরণ (10.5) অনুসারে,

$$P = P_0\left(\frac{273+\theta}{273}\right) = \frac{P_0 T}{273}$$

এখানে T হচ্ছে পরম স্কেলে তাপমাত্রা। $T = \theta + 273$

ধরা যাক, $\frac{P_0}{273} = K =$ ধ্রুবক অতএব, $P = KT$

বা, $P \propto T$ ... ... ... (10.6)

অর্থাৎ, **নির্দিষ্ট আয়তনে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের চাপ তার পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এটিই পরম স্কেলে চাপের সূত্র।**

**ব্যাখ্যা :** মনে করি, একটি গ্যাসের প্রাথমিক চাপ $P_1$, প্রাথমিক তাপমাত্রা $T_1$, চূড়ান্ত চাপ $P_2$ ও চূড়ান্ত তাপমাত্রা $T_2$।

চাপীয় সূত্রানুসারে, $P_1 = KT_1$ এবং $P_2 = KT_2$

$\therefore \quad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

বা, $\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} =$ ধ্রুবক ... ... ... (10.7)

বা, $\frac{P}{T} =$ ধ্রুবক

বা, $P \propto T$, যখন V ধ্রুবক।

$\therefore$ নির্দিষ্ট আয়তনে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের চাপ তার পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এটিই পরম স্কেলে চাপের সূত্র।

সমীকরণ (10.7) থেকে বলা যায় তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে চাপ বৃদ্ধি পাবে এবং তাপমাত্রা হ্রাস পেলে চাপ হ্রাস পাবে।

**নিজ হাতে কর :** একটি বেলুনে কিছু গ্যাস ভর। এরপর মুখটি ভালো করে বন্ধ কর। এরপর বেলুনের উপর হাতের চাপ দাও। উপর থেকে বাইরের দিকে চাপ অনুভূত হবে।

যেকোনো গ্যাস অসংখ্য ক্ষুদ্রাতিক্ষুদ্র অণু দ্বারা গঠিত। অণুসমূহ সব সময় অতি দ্রুতগতিতে ইতস্তত ভ্রমণ করে। ফলে পরস্পরের সাথে এবং গ্যাসাধারের ভেতরের দেওয়ালের সাথে তাদের অবিরাম স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ চলতে থাকে। এ সংঘর্ষের মাধ্যমে অণুসমূহ গ্যাসাধারের দেওয়ালের উপর বল প্রয়োগ করে। গ্যাসাধারের দেওয়ালে প্রতি একক ক্ষেত্রফলে গ্যাস অণুসমূহের প্রয়োগকৃত বলের জন্য গ্যাসে চাপের সৃষ্টি হয়।

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে কিছু শুষ্ক বায়ু সংনমিত প্রক্রিয়ায় সংনমিত করে এর আয়তন অর্ধেক করা হলো। চূড়ান্ত চাপ নির্ণয় কর।** [য. বো. ২০০৯; কু. বো. ২০০১]

আমরা জানি,

$P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $P_2V_2 = P_1V_1$

বা, $P_2 = \frac{V_1}{V_2}P_1 = \frac{2V_2}{V_2}P_1$

$= 2P_1 = 2 \times 1{\cdot}013 \times 10^5\ \text{Nm}^{-2}$

$= 2{\cdot}026 \times 10^5\ \text{Nm}^{-2}$

এখানে,

প্রাথমিক চাপ, $P_1 = 1{\cdot}013 \times 10^5\ \text{Nm}^{-2}$

প্রাথমিক আয়তন $= V_1$

চূড়ান্ত আয়তন, $V_2 = \frac{V_1}{2}$

চূড়ান্ত চাপ, $P_2 = ?$

**২। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উ হ্রদের পৃষ্ঠে বায়ুমণ্ডলের চাপ স্বাভাবিক বায়ুমণ্ডলীয় গভীরতা কত ?** [রা. বো. ২০১১, ২০০৭; দি.

আমরা জানি,

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3 = \frac{4\pi}{6}d^3 = Kd^3$$

$\therefore \quad V_1 = Kd_1^3$

এবং $V_2 = Kd_2^3 = K(2d_1)^3 \quad \because d_2 = 2d_1$

$= 8Kd_1^3 = 8V$

সুতরাং ব্যাস দ্বিগুণ হলে আয়তন 8 গুণ হবে।

মনে করি, হ্রদের তলদেশে চাপ $= P_1$ এবং উ

আমরা জানি, $P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $(P_2 + h\rho g)\,V = P_2V_2 = P_2 \times 8$

বা, $h\rho g = 8P_2 - P_2 = 7P_2$

$\therefore \quad h = \dfrac{7P_2}{\rho g} = \dfrac{7 \times 1{\cdot}013 \times 10^5}{1 \times 10^3 \times 9{\cdot}8} = 72{\cdot}36\ \text{m}$

**৩। 0·64m পারদ স্তম্ভ চাপে এবং 39°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের আয়তন $5{\cdot}7 \times 10^{-4}\ m^3$; প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন কত?**

আমরা পাই,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

বা, $\dfrac{0{\cdot}64 \times 5{\cdot}7 \times 10^{-4}}{312} = \dfrac{0{\cdot}76 \times V_2}{273}$

বা, $V_2 = \dfrac{0{\cdot}64 \times 5{\cdot}7 \times 10^{-4} \times 273}{312 \times 0{\cdot}76}$

$\therefore \quad V_2 = 4{\cdot}2 \times 10^{-4}\ m^3$

এখানে,

$P_1 = 0{\cdot}64\ m$

$V_1 = 5{\cdot}7 \times 10^{-4}\ m^3$

$T_1 = 39°C = (39 + 273)\ K = 312\ K$

প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রা,

$P_2 = 0{\cdot}76\ m$

$T_2 = 273\ K$

$V_2 = ?$

**Prob. 01:** স্বাভাবিক চাপে কোন হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসার সময় বাতাসের বুদবুদ আয়তনে 3 গুণ হয়। হ্রদের গভীরতা কত? [Ref: ম. হালিম]

**Solve:** $h = \dfrac{(3-1) \times 1.0133 \times 10^5}{1000 \times 9.8} = 20.7\ \text{m}$

**বিকল্প Solve:** $h = 10.34 \times (n - 1) = 10.34 \times 2 = 20.7\ \text{m}$

**For Practice:**

01. 10.2 m গভীর কোন হ্রদের তলদেশ থেকে পানির বুদবুদ উপরিতলে চলে আসলে আয়তন কত গুণ হবে? **Ans.** 2

02. কোন হ্রদের তলদেশ থেকে পানি উপরিতলে আসার একটি বায়ু বুদবুদের ব্যাস দ্বিগুণ হয়। হ্রদের গভীরতা কত? [Ref: রমা বিজয়]

**Hints:** $h = \dfrac{(n^3 - 1)P}{\rho g}$ **Ans.** 72 m

03. 31 m গভীর কোন হ্রদের তলদেশ থেকে বুদবুদ পানির উপরে উঠে আসলে বুদবুদের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল কত গুণ হবে?

**Hints:** $h = \dfrac{(n^2 - 1)P}{\rho g}$ **Ans.** 2

## আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ
**Perfect Gas Equation**

মনে করি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের চাপ, আয়তন ও পরম তাপমাত্রা যথাক্রমে P, V, T।

বয়েলের সূত্রানুসারে, $V \propto \dfrac{1}{P}$, (যখন তাপমাত্রা T স্থির থাকে)

এবং চার্লসের সূত্রানুসারে, $V \propto T$ (যখন চাপ P ধ্রুব থাকে)

এই দুটি সূত্রকে একত্রে লেখা যায়,

$V \propto \dfrac{T}{P}$, যখন T ও P উভয়ই ধ্রুবক

বা, $V = K\dfrac{T}{P}$ বা, $\dfrac{PV}{T} = K$

বা, $PV = KT$ ... ... ... (10.8)

এখানে K একটি ধ্রুব সংখ্যা, এর মান গ্যাসের ভর এবং এককের পদ্ধতির ওপর নির্ভর করে। এখন $T_1$, $T_2$, $T_3$, ... , $T_n$ পরম তাপমাত্রায় এবং $P_1$, $P_2$, $P_3$, ... , $P_n$ চাপে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন যথাক্রমে $V_1$, $V_2$, $V_3$, ... , $V_n$ হলে, উপরোক্ত সমীকরণ অনুসারে,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2} = \frac{P_3V_3}{T_3} = \ldots = \frac{P_nV_n}{T_n} = K = \text{ধ্রুবক}$$

এখন অ্যাভোগ্যাড্রোর প্রকল্প অনুসারে এক মৌল বা এক গ্রাম অণু ভরের সকল গ্যাসের আয়তন, একই চাপ ও তাপমাত্রায় সমান এবং স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় এই আয়তন 22·4 লিটার। সুতরাং V যদি এক মোল গ্যাসের আয়তন হয়, $\frac{PV}{T}$ অনুপাতটি সকল গ্যাসের জন্য অভিন্ন হবে। অর্থাৎ K-এর মান এক গ্রাম অণু ভরের সকল গ্যাসের ক্ষেত্রে অভিন্ন হয়। এক্ষেত্রে K এর পরিবর্তে R লেখা হয় এবং R-কে সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক (universal gas constant) বা মোলার গ্যাস ধ্রুবক (molar gas constant) বলা হয়। এই R এর মান, $R = 8{\cdot}31\ JK^{-1}\ mole^{-1}$।

এখন যদি 1 মোল গ্যাস বা এক গ্রাম অণু ভরের যেকোনো গ্যাস বিবেচনা করা হয় তাহলে যেকোনো গ্যাসের ক্ষেত্রে সমীকরণ (10.8) থেকে লেখা যায়

$$PV = RT \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.9)$$

এখন যদি এক মোল বা এক গ্রাম অণু গ্যাস না নিয়ে $m$ ভরের গ্যাস নেয়া হয় যার আয়তন V এবং ঐ গ্যাসের আণবিক ভর যদি M হয়, তবে এক মোল বা এক গ্রাম অণু গ্যাসের আয়তন হবে $\frac{M}{m}V$। সুতরাং সমীকরণ (10.9)-এ V এর পরিবর্তে $\frac{M}{m}V$ বসিয়ে পাই,

$$P \times \frac{M}{m} V = RT$$

বা, $PV = \frac{m}{M} RT \quad \left(\frac{m}{M} = n = \text{মোল সংখ্যা}\right)$

বা, $PV = nRT \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.10)$

**এটাই আদর্শ গ্যাস সমীকরণ বা গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ।**

**হিসাব :** আদর্শ তাপমাত্রা ও চাপে 1 মোল গ্যাস যে আয়তন দখল করে তার আয়তন এবং একক আয়তনে অণুর সংখ্যা বের কর।

আমরা জানি, $PV = nRT \therefore V = \frac{nRT}{P} = \frac{1 \times 8{\cdot}31 \times 273}{1{\cdot}07 \times 10^5} = 2{\cdot}25 \times 10^{-2}\ m^3$

আবার, একক আয়তনে অণুর সংখ্যা,

$$\frac{N}{V} = \frac{6{\cdot}02 \times 10^{23}}{2{\cdot}25 \times 10^{-2}} = 2{\cdot}68 \times 10^{25}$$

## ১০·৩ গ্যাসের ঘনত্বের সমীকরণ

### Equation of density of a gas

ধরা যাক $T_1K$ পরম তাপমাত্রায় $m$ ভরের কোনো গ্যাসের আয়তন $V_1$, চাপ $P_1$ ও ঘনত্ব $\rho_1$ এবং $T_2K$ পরম তাপমাত্রায় তার আয়তন $V_2$, চাপ $P_2$ ও ঘনত্ব $\rho_2$। গ্যাসটি তার অবস্থার সমীকরণ মেনে চললে,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

অর্থাৎ, $\frac{P_1}{T_1} \cdot \frac{m}{\rho_1} = \frac{P_2}{T_2} \cdot \frac{m}{\rho_2} \quad \left[\because \rho_1 = \frac{m}{V_1} \text{ এবং } \rho_2 = \frac{m}{V_2}\right]$

$$\therefore \quad \frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2} = \text{একটি ধ্রুবক} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.11)$$

এটিও (আদর্শ) গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ নির্দেশ করে। এ সমীকরণ অনুসারে,

(ক) $P_1 = P_2$ হলে, $\rho_1 T_1 = \rho_2 T_2$

$$\therefore \quad \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_2}{T_1} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.12)$$

সুতরাং স্থির চাপে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের ঘনত্ব তার পরম তাপমাত্রার ব্যস্তানুপাতিক।

(খ) $T_1 = T_2$ হলে, $\frac{P_1}{\rho_1} = \frac{P_2}{\rho_2}$

$$\therefore \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.13)$$

কাজেই, স্থির তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের চাপ তার ঘনত্বের সমানুপাতিক।

### সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক
### Universal Gas Constant

যে কোনো গ্যাসের ভর এক গ্রাম মোল হলে, সকল গ্যাসের ক্ষেত্রে K-এর মান সমান হয় এবং ধ্রুবক K-কে R দ্বারা প্রকাশ করা হয়। সেজন্য R-কে **সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক** বলা হয়।

**R-এর অর্থ :** $n$ মোল গ্যাসের ক্ষেত্রে আমরা পাই,

$$PV = nRT$$

$$\therefore \quad R = \frac{PV}{nT} = \frac{\text{কাজ বা শক্তি}}{\text{মোল সংখ্যা} \times \text{ডিগ্রী তাপমাত্রা}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.14)$$

উক্ত সমীকরণ হতে R-এর নিম্নলিখিত সংজ্ঞা দেয়া যায়—

**সংজ্ঞা :** এক মোল আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী বাড়ালে তা যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাকে সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলে। এটিই হলো R-এর অর্থ বা তাৎপর্য।

**R-এর একক :** এস. আই. পদ্ধতিতে R-এর একক হলো জুল কেলভিন$^{-1}$ মোল$^{-1}$ ($JK^{-1}\ mol^{-1}$)।

**R- এর মান :** এস. আই. পদ্ধতিতে স্বাভাবিক তাপমাত্রা এবং চাপে (N. T. P) 8·314 $JK^{-1}\ mol^{-1}$ (জুল কেলভিন$^{-1}$ মোল$^{-1}$)

## ১০·৪ পরম শূন্য তাপমাত্রা বা পরম শীতলতা
### Absolute zero temperature

চার্লসের সূত্র হতে আমরা দেখতে পাই যে, স্থির চাপে যদি 0°C তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট ভরের একটি গ্যাসের আয়তন $V_0$ হয় এবং θ°C তাপমাত্রায় তার আয়তন V হয়, তবে

$$V = V_0\left(1 + \frac{\theta}{273}\right)$$

$-273$°C তাপমাত্রায় উক্ত গ্যাসের আয়তন, $V_{-273} = V_0\left(1 - \frac{273}{273}\right) = 0$

অর্থাৎ স্থির চাপে গ্যাসকে ঠান্ডা করে তার তাপমাত্রা $-273$°C করলে আয়তন শূন্য হবে। তাপমাত্রা আরও কমালে গ্যাসের আয়তন ঋণাত্মক হবে। কিন্তু ঋণাত্মক আয়তন অর্থহীন। অতএব **সর্বনিম্ন তাপমাত্রা** $-273$°C। প্রকৃতপক্ষে এই তাপমাত্রা $-273{\cdot}16$°C। কোনো কিছুরই তাপমাত্রা এর অপেক্ষা কম হতে পারে না। শুধু পৃথিবীতে নয়, সৌরজগৎ তথা মহাবিশ্বে এর কম তাপমাত্রা কোথাও থাকতে পারে না। এজন্য $-273$°C তাপমাত্রাকে **সর্বনিম্ন তাপমাত্রা বা পরম বা চরম শূন্য তাপমাত্রা বা চরম শীতলতা** (Absolute zero temperature) বলা হয়। কাজেই, স্থির চাপে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা ক্রমশ কমাতে থাকলে, চার্লসের সূত্রানুযায়ী যে তাপমাত্রায় পৌঁছে তার আয়তন শূন্য হয় ও গ্যাসের গতিশক্তি সম্পূর্ণরূপে লোপ পায় তাকে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলে।

## গাণিতিক উদাহরণ

১। যদি $R = 8{\cdot}31\ JK^{-1}\ mol^{-1}$ হয় তবে 72 cm পারদ চাপে এবং 27°C তাপমাত্রায় 20 g অক্সিজেনের আয়তন নির্ণয় কর।

আমরা জানি, $PV = nRT$

বা, $PV = \frac{m}{M}RT$

বা, $V = \frac{m\,RT}{PM}$

$= \frac{20 \times 10^{-3} \times 8{\cdot}31 \times 300}{72 \times 10^{-2} \times 13{\cdot}6 \times 10^{3} \times 9{\cdot}8 \times 32 \times 10^{-3}}$

$= 0{\cdot}0162369 = 16{\cdot}24 \times 10^{-3}\ m^3$

এখানে,

$m = 20\ g = 20 \times 10^{-3}\ kg$

$M = 32 \times 10^{-3}\ kg\ mol^{-1}$

$R = 8{\cdot}31\ JK^{-1}\ mol^{-1}$

$T = (27 + 273) = 300\ K$

$h = 72\ cm = 72 \times 10^{-2}\ m$

$P = h\rho g$

$= 72 \times 10^{-2} \times 13{\cdot}6 \times 10^{3} \times 9{\cdot}8\ Nm^{-2}$

$V = ?$

২। 27°C তাপমাত্রায় প্রতি গ্রাম অণু হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। $[R = 8{\cdot}3\ JK^{-1}\ mol^{-1}]$

[ব. বো. ২০১১; কু. বো. ২০১০; চ. বো. ২০০৭; ঢা. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

গতিশক্তি $= \frac{3}{2}RT$

$= \frac{3}{2} \times 8{\cdot}3 \times 300 = 3735\ J\ mol^{-1}$

এখানে,

$R = 8{\cdot}3\ JK^{-1}\ mol^{-1}$

$T = (273 + 27)\ K = 300\ K$

## ১০·৫ ব্যবহারিক
**Experimental**

| পরীক্ষণের নাম : | বয়েলের সূত্র যাচাই |
|---|---|
| পিরিয়ড : ২ | **Verification of Boyle's Law** |

**মূলতত্ত্ব (Theory) :** তাপমাত্রা স্থির থাকলে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন তার উপর প্রযুক্ত চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

যদি কোনো নির্দিষ্ট ভর গ্যাসের আয়তন, V এবং চাপ, P হয় তবে বয়েলের সূত্রানুসারে

$$V \propto \frac{1}{P}$$

বা, $PV =$ ধ্রুবক। ... ... ... (i)

অনুরূপভাবে যদি কোনো নির্দিষ্ট ভর গ্যাসের $P_1, P_2, P_3$ ইত্যাদি চাপে তার আয়তন যথাক্রমে $V_1, V_2, V_3$ হয় তবে বয়েলের সূত্রানুসারে আমরা পাই, $P_1V_1 = P_2V_2 = P_3V_3 =$ ধ্রুবক $= K$।

**যন্ত্রপাতি (Apparatus) :** (১) বয়েলের যন্ত্র, (২) ব্যারোমিটার এবং (৩) তাপমান যন্ত্র।

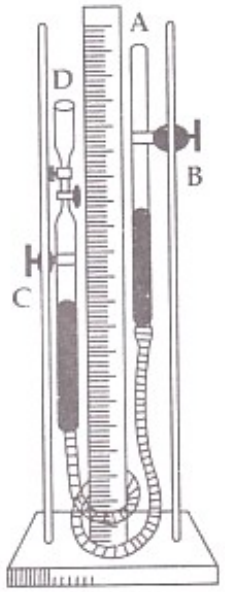
**কার্যপদ্ধতি বা কাজের ধারা (Procedure) :** উক্ত পরীক্ষা তিনটি ধাপে সম্পন্ন করা হয়, যথা— **(A) বায়ুমণ্ডলীয় চাপে, (B) বায়ুমণ্ডলীয় চাপ অপেক্ষা অধিক চাপে** এবং **(C) বায়ুমণ্ডলীয় চাপ অপেক্ষা কম চাপে।**

(১) পরীক্ষার শুরুতেই ব্যারোমিটারের সাহায্যে বায়ুমণ্ডলের চাপ নির্ণয় করা হয়। মনে করি এটি $P_1$।

**(A) বায়ুমণ্ডলীয় চাপে :**

(২) CD নলটিকে উঠা-নামা করিয়ে তাকে এমন উচ্চতায় রাখা হয় যাতে উভয় নলের পারদ স্তম্ভ এক সমতলে থাকে। এ অবস্থায় AB নলে আবদ্ধ বায়ুর চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান হবে।

(৩) স্কেল হতে AB নলের বন্ধমুখ এবং AB নলের পারদ তলের পাঠ নেয়া হয়। এ দুই পাঠের পার্থক্য হতে আবদ্ধ বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা হয়। AB নল সমব্যাসযুক্ত হওয়ায় আবদ্ধ বায়ুর দৈর্ঘ্য তার আয়তনের আনুপাতিক হবে। বায়ুমণ্ডলের চাপ এবং বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্যের গুণফল বের করা হয়।



চিত্র ১০·৩

**(B) বায়ুমণ্ডলের চাপ অপেক্ষা অধিক চাপে :**

(৪) এবার CD নলকে আস্তে আস্তে উপরে তোলা হয়। এই অবস্থায় CD নলের পারদ স্তম্ভ AB নলের স্তম্ভ হতে উঁচুতে থাকবে এবং AB নলের আবদ্ধ বায়ুর চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপ অপেক্ষা বেশি হবে। উভয় নলের পারদ স্তম্ভের পাঠ নেয়া হয় এবং তাদের পার্থক্য নির্ণয় করা হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপের সাথে উক্ত পার্থক্য যোগ করে AB নলে আবদ্ধ বায়ুর চাপ বের করা হয়। $P_1$ বায়ুমণ্ডলের চাপ হলে এবং $h$ পারদ স্তম্ভদ্বয়ের পার্থক্য হলে আবদ্ধ বায়ুর চাপ $P = P_1 + h$। AB নলের পারদতল এবং বন্ধ প্রান্তের পাঠ হতে আবদ্ধ বায়ুর আয়তন নির্ণয় করা হয়। CD নল ক্রমাগত উপরে উঠিয়ে ৫/৬ বার পাঠ নেয়া হয় এবং প্রতিবারই আবদ্ধ বায়ুর চাপ এবং আয়তনের গুণফল বের করা হয়।

**(C) বায়ুমণ্ডলের চাপ অপেক্ষা কম চাপে :**

(৫) এখন CD নলকে নিচে নামানো হয় এবং এমন জায়গায় রাখা হয় যাতে AB নলের পারদ স্তম্ভ CD নলের পারদ স্তম্ভ হতে উঁচুতে থাকে। এ অবস্থায় AB নলের আবদ্ধ চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপ অপেক্ষা কম হবে। উভয় নলের পারদ স্তম্ভের পাঠ নেয়া হয় এবং তাদের পার্থক্য নির্ণয় করা হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ হতে উক্ত পার্থক্য বিয়োগ করে AB নলের আবদ্ধ বায়ুর চাপ বের করা হয়। $P_1$ বায়ুমণ্ডলের চাপ হলে এবং $h$ পারদ স্তম্ভদ্বয়ের পার্থক্য হলে আবদ্ধ বায়ুর চাপ $P = P_1 - h$। AB নলের পারদতল এবং বন্ধ প্রান্তের পাঠ হতে আবদ্ধ বায়ুর আয়তন নির্ণয় করা হয়। CD নল ক্রমাগত নিচে নামিয়ে ৫/৬ বার পাঠ নেয়া হয় এবং প্রতিবারই চাপ এবং আয়তনের গুণফল বের করা হয়।

(৬) পরীক্ষার শুরুতে এবং শেষে ব্যারোমিটারের সাহায্যে বায়ুমণ্ডলের চাপ পরিমাপ করা হয় এবং গড় মান নেয়া হয়। মনে করি, তা $P_1$।

**পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন (Observation and Manipulation) :**

**ছক (Table)**

| চাপ | পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | ব্যারো-মিটারের পাঠ $=B$ সেমি | পরীক্ষা-গারের তাপমাত্রা $= t°$ C | আবদ্ধ নল AB-এর উপর প্রান্তের পাঠ $= a$ সেমি | আবদ্ধ নল AB-এর পারদ স্তম্ভের পাঠ $= b$ সেমি | খোলা নল CD-এর পারদ স্তম্ভের পাঠ $= c$ সেমি | আবদ্ধ বায়ুর আয়তন $V = (a-b)$ ঘন সেমি | পারদ স্তম্ভের উচ্চতার পার্থক্য $h=(b-c)$ সেমি | আবদ্ধ বায়ুর মোট চাপ $P = (B \pm h)$ সেমি | $K = P \times V$ | মন্তব্য |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| বায়ুমণ্ডলীয় চাপে | | | | | | | | | | | ধ্রুবক |
| বায়ুমণ্ডলীয় চাপ অপেক্ষা অধিক চাপে | | | | | | | | | | | |
| বায়ুমণ্ডলীয় চাপ অপেক্ষা কম চাপে | | | | | | | | | | | |

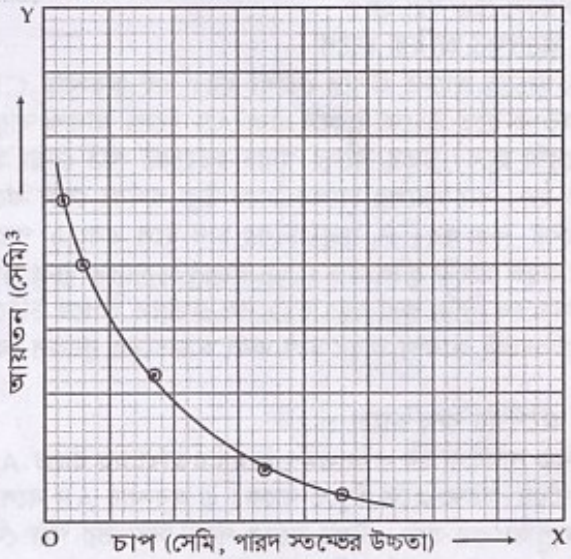
**হিসাব বা গণনা (Calculation) :**

(১) $P \times V$ = ... (২) $P \times V$ = ...

(৩) $P \times V$ = ... (৪) $P \times V$ = ...

[অনুরূপভাবে সকল গণনা করা যায়]

**ফলাফল (Result) :** যেহেতু $P \times V$ = ধ্রুবক, সেহেতু P এবং V-এর সম্পর্কটিকে একটি লেখ দ্বারা প্রকাশ করা যায়। P-কে X-অক্ষে এবং V-কে Y-অক্ষে স্থাপন করে লেখ অঙ্কন করলে তা একটি আয়তাকার পরাবৃত্ত হবে




চিত্র ১০·৪

এবং প্রমাণ করবে যে, $P \times V$ = ধ্রুবক। কিন্তু P বনাম $\frac{1}{V}$ লেখ অঙ্কন করলে তা একটি সরলরেখা হবে। এটিও প্রমাণ করবে যে $P \times V$ = ধ্রুবক।

∴ বয়েলের সূত্র প্রমাণিত হলো।

**সতর্কতা (Precautions) :**

(১) নল দুটি পুরাপুরি খাড়া হওয়া উচিত।

(২) দৃষ্টিভ্রম এড়িয়ে পাঠ নেয়া উচিত।

(৩) তাপমাত্রা স্থির রাখার জন্য CD নলকে ধীরে ধীরে উঠা-নামা করা প্রয়োজন।

(৪) প্রতিবার পাঠ নেবার পর কিছু সময় অপেক্ষা করা উচিত।

**আলোচনা (Discussion) :** বন্ধ নল ও খোলা নল অসম প্রস্থচ্ছেদের হলে প্রাপ্ত ফলাফলে ত্রুটি পরিলক্ষিত হয়।

## ১০·৬ গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্য

### Fundamental Postulates of Gas Molecules

গ্যাসের অণুর গতিশীলতার জন্য তাপ উৎপন্ন হয়। এটি হলো গ্যাসের অণুর গতিতত্ত্ব। গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে গ্যাসের গতির প্রকৃতি এবং উদ্ভূত তাপের মধ্যে সম্পর্ক জানা যায়। গ্যাসের অণুর গতিতত্ত্ব সুপ্রতিষ্ঠিত করার জন্য কতকগুলো পূর্বশর্ত প্রয়োজন। এগুলোকে গ্যাসের **মৌলিক স্বীকার্য** বলা হয়। গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্যসমূহ নিম্নে উল্লেখ করা হলো :

১। প্রত্যেক গ্যাসই সমান ভরের অসংখ্য ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কণার সমন্বয়ে গঠিত। এদের নাম অণু। অণুগুলো নিউটনের গতিসূত্র মেনে চলে।

২। কোনো একটি গ্যাসের অণুগুলো সদৃশ। কিন্তু বিভিন্ন গ্যাসের অণুগুলো ভিন্ন ভিন্ন। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়— হাইড্রোজেন গ্যাসের সকল অণু সদৃশ, অক্সিজেন গ্যাসের সকল অণু সদৃশ। কিন্তু হাইড্রোজেন গ্যাসের অণু এবং অক্সিজেন গ্যাসের অণু সদৃশ নয়।

৩। গ্যাসের অণু
৪। অণুগুলোর ম
৫। আধারের অ
৬। অণুগুলোর
কোনো বল প্রয়োগ করে
৭। অণুগুলো সং
৮। অণুগুলো প্র
সাথে ধাক্কা খাচ্ছে। আং
৯। তাপমাত্রা বৃ
১০। দুটি ধাক্কা
দূরত্বকে মুক্ত পথ (free
১১। একটি ধাব
ধাক্কাগুলো তাৎক্ষণিক (i
১২। গ্যাসের অ
১৩। গ্যাসের অ
এটি হতে সিদ্ধান্ত গ্রহণ
এখানে উল্লেখ
বলে।
১৪। গ্যাসের

* গড় মুক্ত পথ :-

$\rightarrow \lambda = \frac{l}{n}$

* → একক মিটার।

* প্রমাণিকভাবে গড় মুক্তপথ;

$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 N}$

তাহলে; $\lambda \propto \frac{1}{\sigma^2}$

$\lambda \propto \frac{1}{N}$

এখানে; N হলো একক আয়তনে অণুর
সংখ্যা এবং $\sigma$ হলো গ্যাসের
অণুর ব্যাস।

## ১০·৭ গড় বে

**Mean velocity, mean square velocity**

কোনো একটি বস্তু অসম বেগে গমন করলে মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব এবং মোট সময়ের ভাগফলকে গড় বেগ বলে। আবার, দুই বা ততোধিক বেগের গড় মানকে গড় বেগ বলে।

কিন্তু দুই বা ততোধিক বেগের বর্গের গড় মানকে গড় বর্গবেগ বলে। মনে করি গ্যাসের $n$ সংখ্যক অণুর বেগ যথাক্রমে $c_1, c_2, \ldots \ldots c_3, \ldots \ldots c_n$। অতএব তাদের

গড় বেগ, $c_a = \frac{c_1 + c_2 + c_3 + \ldots \ldots + c_n}{n}$ ... ... ... (10.15)

গড় বর্গবেগ $c_a^2 = \frac{c_1^2 + c_2^2 + \ldots \ldots + c_n^2}{n}$ ... ... ... (10.16)

পুনঃ দুই বা ততোধিক বেগের বর্গের গড় মানের বর্গমূলকে গড় বর্গবেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ বলে। অতএব গড় বর্গবেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ

$$c = \sqrt{c_a^2} = \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2 + \ldots \ldots + c_n^2}{n}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.17)$$

সাধারণত মূল গড় বর্গবেগ গড় বেগ অপেক্ষা বেশি মানের হয়। নিচের উদাহরণ থেকে বিষয়টি স্পষ্ট হবে।

ধরা যাক চারটি অণুর বেগ যথাক্রমে 3, 4, 5 এবং 6 একক।

সুতরাং, এদের গড় বেগ, $\bar{c} = \frac{3 + 4 + 5 + 6}{4} = 4{\cdot}5$

এবং মূল গড় বর্গবেগ $\sqrt{\bar{c^2}} = \sqrt{\frac{3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2}{4}} = 4{\cdot}64$

## ১০·৮ গ্যাসের আণবিক গতিতত্ত্ব
### Molecular Kinetic Theory of Gases

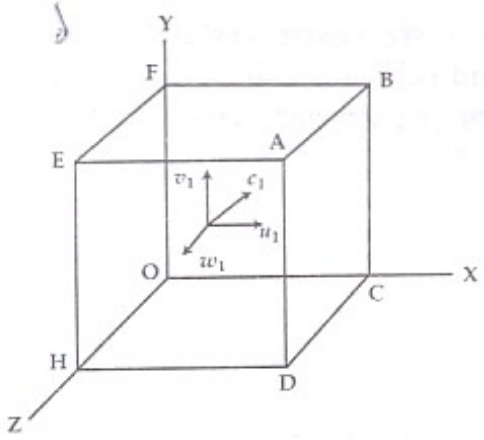
সকল গ্যাসই মোটামুটি **বয়েল, চার্লস** এবং **চাপের সূত্র** মেনে চলে। এজন্য সকল গ্যাসের একটি সাধারণ গঠন আছে বলে ধরে নেয়া যায়। সকল গ্যাসই তথা সকল বস্তুই অসংখ্য অণুর সমষ্টি। এ অণুগুলো অবিরাম গতিশীল অবস্থায় থাকে। তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে তাদের গতিশক্তি বৃদ্ধি পায়। কঠিন পদার্থের অণুগুলো খুবই ঘন সন্নিবিষ্ট থাকায় সংসক্তি বল অধিক। এর ফলে কঠিন পদার্থের নির্দিষ্ট আকার ও আয়তন থাকে। তরল পদার্থের অণুগুলোর পারস্পরিক সংসক্তি বল অপেক্ষাকৃত কম। ফলে এদের নির্দিষ্ট আকার থাকে না, কিন্তু আয়তন থাকে। গ্যাসের অণুগুলোর মধ্যে সংসক্তি বল একেবারে নেই বললেই চলে। ফলে গ্যাসের অণুগুলো স্বাধীনভাবে চলাচল করতে পারে। তাই গ্যাসীয় পদার্থের নির্দিষ্ট কোনো আকার বা আয়তন নেই।

**ডেভী, জুল, রামফোর্ড** প্রমুখ বিজ্ঞানী বিভিন্ন পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণ করেছেন যে, তাপ এক প্রকার শক্তি এবং পদার্থ কণার গতির ফলেই তাপ সৃষ্টি হয়। তা হলে দেখা যাচ্ছে, **তাপ হলো গতির একটি বিশেষ রূপ। অতএব গ্যাসের গতিশীলতার জন্য তাপ উৎপন্ন হয়। এটি হলো গ্যাসের গতিতত্ত্ব।** গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে গ্যাসের গতির প্রকৃতি এবং উদ্ভূত তাপের মধ্যে সম্পর্ক জানা যায়।

1730 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী **বার্ণৌলি** (Bernoulli) সর্বপ্রথম গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে গ্যাসের সূত্রাবলি ব্যাখ্যা করেন। এ কারণে বিজ্ঞানী বার্ণৌলিকে গ্যাসের গতিতত্ত্বের জনক বলা হয়। কিন্তু 1860 খ্রিস্টাব্দে **ক্লসিয়াস, ম্যাক্সওয়েল, বোল্‌জম্যান, জিন, ভ্যানডার ওয়াল্‌স** প্রমুখ বিজ্ঞানী গ্যাসের গতিতত্ত্বের প্রভূত উন্নতি সাধন করেন এবং এই তত্ত্বের সাহায্যে গ্যাসের নানারূপ আচরণের সন্তোষজনক ব্যাখ্যা প্রদান করেন।

## ১০·৯ গতিতত্ত্ব অনুসারে আদর্শ গ্যাসের চাপের সমীকরণ
### Equation of pressure of an ideal gas according to the kinetic theory

ছয় তলবিশিষ্ট আদর্শ স্থিতিস্থাপক পদার্থের একটি ঘনাকৃতি ফাঁপা পাত্র লই। মনে করি এটি ABCDEFOH [চিত্র ১০·৫ ]। পাত্রটির প্রত্যেকটি বাহুর দৈর্ঘ্য $l$ । অতএব এর আয়তন $V = l^3$।



চিত্র : ১০·৫

ধরি পাত্রটি M ভরের একটি আদর্শ গ্যাস দ্বারা পূর্ণ এবং গ্যাসের ঘনত্ব $\rho$। মনে করি গ্যাসের অণুর সংখ্যা $n$ এবং প্রত্যেকটি অণুর ভর $m$। উক্ত অণুগুলোর মধ্য হতে একটি অণু বিবেচনা করি যার বেগ $c_1$ [চিত্র ১০·৭]। এই বেগকে OX, OY এবং OZ অক্ষ বরাবর যথাক্রমে $u_1$, $v_1$ এবং $w_1$ উপাংশে বিভাজন করি। অতএব আমরা লিখতে পারি,

$$c_1^2 = u_1^2 + v_1^2 + w_1^2$$

মনে করি অণুটি OX বরাবর $u_1$ বেগে গিয়ে ABCD তলকে আঘাত করল। অণুর ভর $m$ হলে OX অক্ষ বরাবর তার ভরবেগ $= mu_1$। দেয়ালটির সাথে অণুর স্থিতিস্থাপক সংঘর্ষ ঘটে। ফলে অণুটি একই বেগে পশ্চাৎদিকে প্রতিক্ষিপ্ত (rebound) বা ফেরত আসে। অতএব সংঘর্ষের পর এর ভরবেগ $= -mu_1$

$\therefore$ অণুটির বেগের $u_1$ উপাংশের দরুন ভরবেগের পরিবর্তন $= mu_1 - (-mu_1) = mu_1 + mu_1 = 2mu_1$

আবার ABCD তলে একবার ধাক্কা খাবার পর EFOH তলে আর একবার ধাক্কা খাবে। OX অক্ষ বরাবর অণুটির বেগ $u_1$ হওয়ায় ABCD তল হতে EFOH তলে আসতে এর সময় লাগে $\frac{l}{u_1}$ অর্থাৎ $\frac{l}{u_1}$ সময় পর অণুটির বেগের $u_1$ উপাংশের দরুন ভরবেগের পরিবর্তন $= 2mu_1$

$\therefore$ অণুটির বেগের $u_1$ উপাংশের জন্য ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \dfrac{\text{ভরবেগের পরিবর্তন}}{\text{সময়}}$

$$= \frac{2mu_1}{l/u_1} = \frac{2mu_1^2}{l}$$

অনুরূপভাবে গ্যাস অণুটির বেগের $v_1$ উপাংশের জন্য ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \frac{2mv_1^2}{l}$ এবং বেগের $w_1$ উপাংশের জন্য ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \frac{2mw_1^2}{l}$

∴ ঐ অণুর মোট ভরবেগের পরিবর্তনের হার

$$= \frac{2mu_1^2}{l} + \frac{2mv_1^2}{l} + \frac{2mw_1^2}{l} = \frac{2m}{l}(u_1^2 + v_1^2 + w_1^2) = \frac{2mc_1^2}{l}$$

দ্বিতীয় অণুর বেগ $c_2$ হলে একইভাবে দেখানো যায় যে, তার মোট ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \frac{2mc_2^2}{l}$

∴ $n$-তম অণুর বেগ $c_n$ হলে, এর মোট ভরবেগের পরিবর্তনের হার $= \frac{2mc_n^2}{l}$

∴ পাত্রস্থিত $n$ সংখ্যক অণুর মোট ভরবেগের পরিবর্তনের হার

$$= \frac{2m}{l}(c_1^2 + c_2^2 + \dots\dots + c_n^2) = \frac{2mn}{l}\left(\frac{c_1^2 + c_2^2 + \dots\dots + c_n^2}{n}\right)$$

$$= \frac{2mn}{l}c^2 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (10.18)$$

$$\left[\text{এখানে } c = \text{গড় বর্গবেগের বর্গমূল} = \sqrt{\frac{c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_n^2}{n}}\right]$$

কিন্তু নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রানুযায়ী এই ভরবেগের পরিবর্তনের হার অণুগুলোর উপর বিভিন্ন দেয়াল কর্তৃক প্রযুক্ত বলের সমান। ঘনকটির দেয়ালের উপর ধাক্কাজনিত চাপ P হলে ঘনকের ছয়টি দেয়ালের উপর মোট বল

$$= \text{ক্ষেত্রফল} \times \text{চাপ} = 6l^2 \times P \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (10.19)$$

∴ সমীকরণ (10.18) এবং সমীকরণ (10.19) হতে পাই,

$$6l^2 \times P = \frac{2mnc^2}{l}$$

বা, $P = \frac{2mnc^2}{6l^2 \times l} = \frac{mnc^2}{3l^3} = \frac{1}{3}\frac{mnc^2}{l^3}$ ... ... ... (10.20)

বা, $P = \frac{1}{3}\frac{mnc^2}{V}$ ... ... ... (10.21)

বা, $PV = \frac{1}{3}Mc^2$ $(\because M = mn)$

## ১০·১০ গ্যাসের গতিতত্ত্বের প্রয়োগ
## Application of kinetic theory of gases

পদার্থবিজ্ঞানে গ্যাসের গতিতত্ত্বের বহুল প্রয়োগ পরিলক্ষিত হয়। প্রয়োগসমূহ নিম্নে আলোচনা করা হলো—

১। **বয়েল-এর সূত্র (Boyle's law) :** গ্যাসের গতিতত্ত্বের সাহায্যে বয়েল-এর সূত্র প্রতিপাদন করা যায়। বয়েল-এর সূত্র অনুযায়ী সুষম তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

মনে করি T পরম তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন V এবং চাপ P

∴ বয়েল-এর সূত্র হতে পাই,

$P \propto \frac{1}{V}$, যখন T স্থির থাকে

বা, $P = \text{ধ্রুব সংখ্যা} \times \frac{1}{V}$

বা, $PV = \text{ধ্রুব সংখ্যা}$

পুনরায় গতিতত্ত্ব অনুসারে গ্যাসের চাপ,

$$P = \frac{1}{3}\frac{mnc^2}{V}$$

বা, $PV = \frac{1}{3}mnc^2 = \frac{1}{3}Mc^2 = \frac{2}{3}\times\frac{1}{2}Mc^2 = \frac{2}{3}E$ ... ... (10.22)

এখানে, E = গ্যাস অণুসমূহের মোট গতিশক্তি

অণুসমূহের গতিশীলতার দরুন কোনো বস্তু তাপ প্রাপ্ত হয় অর্থাৎ তাপ গতিরই একটি ভিন্ন রূপ। তাপমাত্রা স্থির থাকলে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপের পরিমাণ স্থির থাকে। ফলে মোট গতিশক্তিও স্থির থাকে। অতএব স্থির তাপমাত্রায় মোট গতিশক্তি K. E. $= \frac{1}{2}mnc^2$ = ধ্রুব সংখ্যা।

পুনঃ, তাপমাত্রা স্থির থাকলে PV = ধ্রুব সংখ্যা। **এটিই হলো বয়েল-এর সূত্র।** গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে এটি প্রমাণিত হলো।

**২। চার্লস-এর সূত্র (Charles's law) :**

আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ হতে পাই,

$$PV = RT \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (i)$$

আবার, আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ হতে আমরা জানি,

$$PV = \frac{1}{3}Nmc^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (ii)$$

এখানে N = এক গ্রাম অণু গ্যাসের অণুর সংখ্যা। একে অ্যাভোগ্যাড্রোর সংখ্যা বলে।

∴ সমীকরণ (i) ও (ii) হতে পাই,

$$\frac{1}{3}Nmc^2 = RT, \text{ বা, } Nmc^2 = 3RT$$

বা, $\frac{1}{2}Nmc^2 = \frac{3}{2}RT$

বা, $\frac{1}{2}mc^2 = \frac{3}{2}\left(\frac{R}{N}\right)T = \frac{3}{2}KT$

বা, $mc^2 = 3KT$

সমীকরণ (ii)-এ মান বসিয়ে পাই,

$$PV = \frac{1}{3}N \times 3KT = 3NKT \quad \ldots \quad \ldots \quad (iii)$$

এখন চাপ স্থির থাকলে,

$V \propto T$ (∵ N ও K ধ্রুবক)

অর্থাৎ **চাপ স্থির থাকলে নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন এর পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এটিই চার্লস-এর সূত্র।** অতএব গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে চার্লস-এর সূত্র প্রমাণিত হলো।

**৩। চাপের সূত্র (Law of pressure) :** আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ হতে আমরা পাই,

$$PV = RT$$

আমরা আরও জানি,

$PV = \frac{1}{3}Nmc^2$, এখানে N = এক গ্রাম-অণু গ্যাসের অণুর সংখ্যা যাকে অ্যাভোগ্যাড্রো সংখ্যা বলে।

$N = 6{\cdot}0222 \times 10^{26}$ অণু/কিলোমোল। $m$ = একটি অণুর ভর $= \frac{M}{N}$

∴ $\frac{1}{3}Nmc^2 = RT$

বা, $mc^2 = 3\frac{R}{N}T = 3KT$, এখানে K = বোল্‌জম্যান ধ্রুবক $= 1{\cdot}381 \times 10^{-23}$ J $K^{-1}$

বর্ণনা অনুযায়ী 2 kg হাইড্রোজেনে, 32 kg অক্সিজেনে, 28 kg নাইট্রোজেন, 12 kg কার্বনে প্রত্যেক ক্ষেত্রে $6.022 \times 10^{26}$ অণু থাকবে।

$\therefore \quad PV = \frac{1}{3} Nmc^2$ সমীকরণ হতে পাই

$$PV = \frac{1}{3} N \times 3KT = NKT \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.23)$$

উপরের সমীকরণে N ও K ধ্রুব সংখ্যা। অতএব স্থির আয়তনে, $P \propto T$.

$\therefore$ **আয়তন স্থির থাকলে নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। এটিই লা চাপের সূত্র।** অতএব গতিতত্ত্ব হতে চাপের সূত্র প্রমাণিত হলো।

**৪। আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ (Perfect gas equation) :** গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ তিপাদন করা যায়।

গ্যাসের গতিতত্ত্ব অনুযায়ী, কোনো গ্যাসের তাপশক্তি তার অণুগুলোর গতিশক্তির ফলশ্রুতি। পরম শূন্য পমাত্রায় কোনো গ্যাসের অণুগুলোর তাপশক্তি শূন্য হয়। ফলে গ্যাসের অণুগুলোর গতিশক্তি এবং গড় বর্গবেগের র্গমূল-এর মানও শূন্য হয়। কোনো গ্যাসে তাপ প্রয়োগ করলে, এটি গ্যাসের অণুসমূহের গতিশক্তি হিসেবে প্রকাশ য়।

$$\therefore \quad \text{K.E.} = \frac{1}{2} mnc^2 = \frac{1}{2} Mc^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.24)$$

এখানে, $m$= প্রতিটি অণুর ভর, $n$ = অণুর সংখ্যা, $c$ = গড় বর্গবেগের বর্গমূল এবং $M = mn$ = গ্যাসের ভর।

আমরা পূর্বেই দেখেছি যে, কোনো গ্যাসের ক্ষেত্রে অণুর গড় গতিশক্তি পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক।

$\therefore$ আমরা পাই,

$$\frac{1}{2} mnc^2 \propto T \text{ ; বা, } \frac{1}{2} Mc^2 \propto T \text{ ; বা, } \frac{1}{2} Mc^2 = KT$$

এখানে K = সমানুপাতিক ধ্রুবক।

কিন্তু গ্যাসের চাপের রাশিমালা হতে আমরা পাই,

$$P = \frac{1}{3} \frac{mnc^2}{V} = \frac{1}{3} \frac{Mc^2}{V}$$

$$\text{বা, } PV = \frac{1}{3} Mc^2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} Mc^2 = \frac{2}{3} KT$$

$$\text{বা, } PV = RT \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.25)$$

এখানে, $R = \frac{2}{3} K$ = একটি ধ্রুব সংখ্যা।

$\therefore$ **PV = RT সমীকরণকে আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ বলে।**

এখানে উল্লেখ থাকে যে, V = এক গ্রাম অণু গ্যাসের আয়তন। যদি $n$ গ্রাম অণু গ্যাস বিবেচনা করা হয়, তবে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ হয় $PV = nRT$। **গ্যাসের গতিতত্ত্ব হতে এটি প্রমাণিত হলো।**

বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাসের অবস্থার সমীকরণ, PV = RT সর্বদা মেনে চলে না। শুধুমাত্র উচ্চ তাপমাত্রা এবং নিম্ন চাপে বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাস সমীকরণ অনুসরণ করে।

স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাস সমীকরণ অনুসরণ না করার মূল কারণ নিম্নরূপ :

গতিতত্ত্ব থেকে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ প্রতিপাদন করার সময় গ্যাস অণুগুলিকে শুধুমাত্র বিন্দু ভর (point mass) ধরা হয়। অর্থাৎ অণুগুলোর আয়তন বিবেচনা করা হয়নি। এছাড়া গ্যাস অণুগুলোর মধ্যকার আকর্ষণ বল

বিবেচনা করা হয়নি। বিখ্যাত ওলন্দাজ পদার্থবিদ ভ্যানডার ওয়ালস (Van der Waals) গ্যাস অণুগুলোর সীমিত আকার এবং এদের মধ্যকার আন্তঃআণবিক বল বিবেচনা করে আদর্শ গ্যাস সমীকরণটি নিম্নরূপ সংশোধন করেন :

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.26)$$

এখানে $a$ ও $b$ রাশিদ্বয় যে কোনো নির্দিষ্ট গ্যাসের জন্য ধ্রুব, তবে সব গ্যাসের জন্য একই মানের নয়।

**নিজে কর :** বাস্তব গ্যাসের জন্য ভ্যানডার ওয়ালসের অবস্থার সমীকরণ গঠনে কোন দুটি বিষয় বিবেচনা করা হয় ?

(i) বাস্তব গ্যাসের অণুগুলোর নির্দিষ্ট আকার আছে অর্থাৎ তাদের আয়তন নগণ্য নয়।

(ii) অণুগুলির মধ্যে আকর্ষণ বল সম্পূর্ণ উপেক্ষণীয় নয়। এই দুটি বিষয় গণ্য করা হয়।

**যাচাই কর :** স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাস সমীকরণ অনুসরণ করে না কেন ?

## ১০·১১ গতিসূত্র প্রয়োগ করে পারস্পরিক সম্পর্ক প্রতিপাদন

**(i) চাপ ও আয়তনের সাথে ঘনত্বের সম্পর্ক :**

আদর্শ গ্যাসের গতীয় সমীকরণ থেকে জানি $PV = \frac{1}{3}Mc^2$

বা, $P = \frac{1}{3}\frac{M}{V}c^2 = \frac{1}{3}\rho c^2$ $\left[\because \text{ ঘনত্ব, } \rho = \frac{M}{V}\right]$

**(ii) গ্যাসের চাপ একক আয়তনের গতিশক্তির দুই তৃতীয়াংশ :**

যেহেতু $PV = \frac{1}{3}Mc^2$

বা, $P = \frac{1}{3}\frac{M}{V}c^2 = \frac{2}{3} \times \frac{\frac{1}{2}Mc^2}{V} = \frac{2}{3} \times \frac{E}{V}$

$\therefore$ চাপ $= \frac{2}{3} \times \frac{\text{গতিশক্তি}}{\text{আয়তন}}$ $\quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.27)$

**(iii) $E = \frac{3}{2}RT$ :**

যেহেতু $PV = \frac{1}{3}Mc^2$ আবার এক মোল গ্যাসের জন্য আদর্শ গ্যাস সূত্র $PV = RT$

$\therefore \quad \frac{1}{3}Mc^2 = RT$

বা, $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}Mc^2 = \frac{1}{2}RT$

বা, $\frac{1}{2}Mc^2 = \frac{3}{2}RT$

বা, $E = \frac{3}{2}RT$

$\therefore$ 1 গ্রাম গ্যাসের গতিশক্তি $= \frac{3}{2}$ RT. $\quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.28)$

**(iv) মূল গড় বর্গবেগ পরম তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক :**

আমরা জানি $PV = \frac{1}{3}Mc^2$

আবার আদর্শ গ্যাস সূত্র থেকে 1 মোল গ্যাসের জন্য $PV = RT$

$\therefore \quad \frac{1}{3}Mc^2 = RT$ বা, $c^2 = 3\frac{R}{M}T$

এখানে $\frac{R}{M}$ = ধ্রুবক

$\therefore \quad c^2 =$ ধ্রুবক $\times T$

$\sqrt{c^2} =$ ধ্রুবক $\sqrt{T}$ বা $c_{rms} \propto \sqrt{T}$ ... ... ... (10.29)

$\therefore$ মূল গড় বর্গবেগ পরম তাপমাত্রার বর্গমূলের সমানুপাতিক।

(v) $E' = \frac{3}{2}KT$

আমরা জানি, $\frac{1}{2}Mc^2 = \frac{3}{2}RT \quad \therefore \quad \frac{1}{2}\frac{M}{N}c^2 = \frac{3}{2}\frac{R}{N}T$

N = অ্যাভোগ্যাড্রো সংখ্যা = এক গ্রাম অণু গ্যাসে অণুর সংখ্যা বুঝায়।

$\frac{1}{2}mc^2 = \frac{3}{2}KT$

আবার $E' = \frac{3}{2}KT$, এখানে $E'$ একটি অণুর গতিশক্তি

$\therefore$ একটি অণুর গতিশক্তি $= \frac{3}{2} \times$ বোল্‌জম্যান ধ্রুবক $\times$ পরম তাপমাত্রা ... ... (10.30)

K = বোল্‌জম্যান ধ্রুবক $= 1.38 \times 10^{-23}\ JK^{-1}$

সুতরাং কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের ক্ষেত্রে একটি অণুর গতিশক্তি পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক অর্থাৎ গ্যাসের সুষম তাপমাত্রার মূল কারণ এর অণুগুলোর মধ্যে গতিশক্তির সুষম বণ্টন। গড় গতিশক্তি বৃদ্ধি পেলে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাবে। আবার গড় গতিশক্তি হ্রাস পেলে তাপমাত্রা হ্রাস পাবে। অতএব পরম শূন্য তাপমাত্রায় অণুর গতিশক্তি শূন্য হবে। **এটিই হলো গতিতত্ত্ব অনুযায়ী তাপমাত্রার ব্যাখ্যা।**

## গাণিতিক উদাহরণ

**১। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে নাইট্রোজেনের ঘনত্ব $1.25\ kgm^{-3}$।**

**(i) অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল বের কর।** [ঢা. বো. ২০১১, ২০০৮; চ. বো. ২০০৩]

**(ii) 100°C তাপমাত্রায় নাইট্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয় কর।**

[সি. বো. ২০০৮; য. বো. ২০০৭; ঢা. বো. ২০০২]

(i) আমরা জানি,

$$c = \sqrt{\frac{3P}{\rho}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 1.013 \times 10^5}{1.25}}$$

$$= 493.07\ ms^{-1}$$

এখানে,

স্বাভাবিক চাপ, $P = 1.013 \times 10^5\ Nm^{-2}$

স্বাভাবিক তাপমাত্রা, $T = 273K$

ঘনত্ব, $\rho = 1.25\ kgm^{-3}$

(i) স্বাভাবিক তাপমাত্রায়, $c = ?$

(ii) তাপমাত্রা, $T_1 = 100°C = (100 + 273)\ K = 373K$

$c_1 = ?$

(ii) আবার, $c = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$

এবং $c_1 = \sqrt{\frac{3RT_1}{M}} \quad \therefore \quad \frac{c_1}{c} = \sqrt{\frac{T_1}{T}}$

বা, $c_1 = c\sqrt{\frac{T_1}{T}} = 493.07 \times \sqrt{\frac{373}{273}} = 576.34\ ms^{-1}$

উ: (i) $493.07\ ms^{-1}$ (ii) $576.34\ ms^{-1}$

২। স্থির চাপে কোন তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের অণুর মূল গড় বর্গবেগ প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রার মূল গড় বর্গবেগের অর্ধেক হবে? [সি. বো. ২০১১; য. বো. ২০০৩]

আমরা জানি,

$$c = \sqrt{\frac{3RT}{m}}$$

$$\therefore \quad c_1 = \sqrt{\frac{3RT_1}{m}}$$

এবং $c_2 = \sqrt{\frac{3RT_2}{m}}$

অতএব, $\frac{c_2}{c_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$

বা, $\frac{1}{2} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$

বা, $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

$$\therefore \quad T_2 = \frac{1}{4} \times T_1 = \frac{1}{4} \times 273$$

$$= 68.25 \text{ K}$$

এখানে,

$c_2 = \frac{1}{2} c_1$

প্রমাণ তাপমাত্রা, $T_1 = 273$ K

নির্ণেয় তাপমাত্রা, $T_2 = ?$

৩। 29°C তাপমাত্রায় 3g নাইট্রোজেন গ্যাসের মোট গতিশক্তি নির্ণয় কর। [ নাইট্রোজেনের গ্রাম আণবিক ভর 28 g ] [ কু. বো. ২০০৩ ]

আমরা জানি, $n$ মোল গ্যাসের গতি শক্তি,

$$\text{K. E.} = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} \frac{m}{M} RT$$

$$\therefore \text{ K. E.} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{28} \times 8.31 \times 302$$

$$= 403 \text{ J}$$

এখানে, $m = 3$ g

$M = 28$ g

$R = 8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$

$T = (273 + 29) \text{ K} = 302 \text{ K}$

K. E. = ?

## প্রমাণ তাপমাত্রা ও প্রমাণ চাপ
## Standard temperature and standard pressure (STP)

**প্রমাণ তাপমাত্রা :** যে তাপমাত্রায় প্রমাণ চাপে বরফ গলে পানিতে পরিণত হয় বা পানি জমে বরফে পরিণত হয় সেই তাপমাত্রাকে প্রমাণ তাপমাত্রা বলে। সেলসিয়াস স্কেলে এটি 0°C এবং কেলভিন স্কেলে 273 K।

**প্রমাণ চাপ :** 45° অক্ষাংশে 273 K তাপমাত্রায় উল্লম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতাবিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদ স্তম্ভ যে চাপ দেয় তাকে প্রমাণ চাপ বলে।

অতএব, প্রমাণ চাপ = 760 mm পারদ স্তম্ভ চাপ

$$= 0.76 \text{ m} \times 13596 \text{ kgm}^{-3} \times 9.806 \text{ ms}^{-2}$$

$$= 1.013 \times 10^5 \text{ Nm}^{-2}$$

$$= 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

## ১০·১২ শক্তির সমবিভাজন নীতি
## Law of Equipartition of Energy

শক্তির সমবিভাজন নীতি আলোচনার পূর্বে স্বাধীনতার মাত্রা কী জানা দরকার ?

**স্বাধীনতার মাত্রা (Degrees of freedom) :** একটি বস্তুর গতিশীল অবস্থা (State) বা অবস্থান (position) সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য যত সংখ্যক স্বাধীন চলরাশির প্রয়োজন হয় তাকে স্বাধীনতার মাত্রা বলে।

একটি এক পারমাণবিক গ্যাস অণুর তিনটি স্বাধীনতার মাত্রা আছে। একটি দ্বিপারমাণবিক গ্যাস অণুর স্বাধীনতার মাত্রা সংখ্যা পাঁচ—তিনটি হলো রৈখিক গতির জন্য এবং দুটি হলো ঘূর্ণন গতির জন্য।

**শক্তির সমবিভাজন নীতি (Law of Equipartion of Energy) : কোনো গতীয় সংস্থার মোট শক্তি তাপীয় সাম্যাবস্থায় প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার মধ্যে সমভাবে বণ্টিত হয় এবং প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার শক্তির পরিমাণ $=\frac{1}{2}KT$।**

এখন আমরা এই সূত্রটিকে গ্যাস অণুর ক্ষেত্রে প্রয়োগ করব। আমরা জানি, এক পারমাণবিক গ্যাসের একটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 3। অতএব এই সূত্র অনুযায়ী একটি অণুর গড়শক্তি $=\frac{3}{2}KT$। দ্বিপারমাণবিক গ্যাসের একটি অণুর স্বাধীনতার মাত্রা 5, অতএব প্রতিটি অণুর গড়শক্তি $=\frac{5}{2}KT$।

**প্রমাণ :** গ্যাসের গতিতত্ত্ব থেকে আমরা জানি, তাপীয় সাম্যাবস্থায় তিনটি অক্ষ X, Y ও Z বরাবর কোনো গ্যাস অণুর বেগ $c$-এর উপাংশগুলির গড় বর্গমান পরস্পর সমান অর্থাৎ, $u^2 = v^2 = w^2$। এখানে X, Y ও Z অক্ষ বরাবর অণুটির উপাংশ বেগগুলির গড়মান যথাক্রমে $u$, $v$ ও $w$। কাজেই উপাংশ বেগগুলির আনুষঙ্গিক মান সমান হবে।

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mw^2$$

কিন্তু, $c^2 = u^2 + v^2 + w^2$ এবং $u^2 = v^2 = w^2$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mw^2 = \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}mc^2$$

আবার, আমরা জানি, প্রতিটি অণুর গড় গতিশক্তি

$$\frac{1}{2}mc^2 = \frac{3}{2}KT$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mw^2 = \frac{1}{3}\times\frac{3}{2}KT = \frac{1}{2}KT$$

অতএব, প্রত্যেক অণুর স্বাধীনতার মাত্রার গড় শক্তির পরিমাণ $= \frac{1}{2}KT$।

আবার কম্পনরত কণার ক্ষেত্রে, অর্ধেক হলো গতিশক্তি এবং অর্ধেক হলো স্থিতিশক্তি। কাজেই স্বাধীনতার মাত্রা পিছু মোট শক্তি = গতিশক্তি + স্থিতিশক্তি $=\frac{1}{2}KT + \frac{1}{2}KT = KT$.

তাহলে আমরা দেখতে পাই যে, বেগের প্রতিটি উপাংশের সাথে সংশ্লিষ্ট অপসরণ গতিশক্তি মোট গতিশক্তির এক-তৃতীয়াংশ। প্রাপ্তব্য মোট শক্তি অণুর শক্তি শোষণের বিভিন্ন নিরপেক্ষ উপায় সমমানে শোষিত অংশের সমষ্টি। অন্য কথায় প্রাপ্তব্য মোট শক্তি বিভিন্ন নিরপেক্ষ শক্তি হিসেবে সমভাবে বিভাজিত হয়।

আবার অণুগুলি সসীম আকৃতিবিশিষ্ট, জ্যামিতিক বিন্দু নয়। কাজেই অণুসমূহের জড়তার ভ্রামক ও ভর রয়েছে তাই অপসরণ গতির সাথে এদের ঘূর্ণন গতিও রয়েছে। অণুগুলোর আকৃতি পরিপূর্ণভাবে দৃঢ় নয় এবং অন্যান্য অণুর সাথে সংঘর্ষের কারণে এদের মধ্যে স্পন্দন আশা করা যেতে পারে। ফলে এদের স্বাধীনতার মাত্রা আরও বেশি হতে পারে। ম্যাক্সওয়েল-বোলজম্যান সংখ্যায়নিক বলবিদ্যার সাহায্যে দেখানো যায় যে, কোনো স্বাধীনতা মাত্রার সাথে সংশ্লিষ্ট শক্তি যদি স্বাধীনতা মাত্রা নির্দিষ্টকারী চলরাশির দ্বিঘাত অপেক্ষক হয়, তাহলে সংশ্লিষ্ট শক্তির গড় মান $\frac{1}{2}KT$ এর সমান হবে। মোট শক্তি যদি সকল স্বাধীনতার মাত্রার মধ্যে সমভাবে বিভক্ত হয়, তাহলে $f$ স্বাধীনতার মাত্রাসম্পন্ন কোনো অণুর মোট জড়শক্তি $= f\times\frac{1}{2}KT = \frac{f}{2}KT$.

**জেনে রাখ : স্বাধীনতার মাত্রা কী ?**

**স্বাধীনতার মাত্রা (Degree of freedom) :** কোনো বস্তু অবাধে বা স্বাধীনভাবে যতগুলি গতির অধিকারী হতে পারে, সেই সংখ্যাকে ঐ বস্তুর স্বাধীনতার মাত্রা বলে। রৈখিক গতির স্বাধীনতার মাত্রা 3। আবর্তনরত কণার স্বাধীনতার মাত্রা 5।

কোনো সংস্থার উপাদানগুলির অবস্থান পুরোপুরি প্রকাশ করতে প্রয়োজনীয় মোট স্থানাঙ্ক হতে উপাদানগুলোর মধ্যে স্বতন্ত্রভাবে বর্তমান সম্পর্কের সংখ্যা বাদ দিলে মোট স্বাধীনতার মাত্রা সংখ্যা পাওয়া যায়। যেমন, কোনো সংস্থার স্বাধীন এক পরমাণু অণুর সংখ্যা $n$ হলে স্বাধীনতার মাত্রা হবে $3n$. কিন্তু অণুগুলোর পারস্পরিক অবস্থান $r$ সংখ্যক সমীকরণ দ্বারা সম্পর্কযুক্ত হলে, মোট স্বাধীনতার মাত্রা সংখ্যা হবে $n' = (3n - r)$.

## ১০·১৩ জলীয় বাষ্প ও বায়ু চাপ
## Water Vapour and Air Pressure

বায়ুমণ্ডলে সর্বদা কিছু না কিছু জলীয় বাষ্প বিদ্যমান থাকে। বাষ্পায়ন প্রক্রিয়ায় খাল-বিল, পুকুর, নদী, সমুদ্র প্রভৃতি হতে প্রতিনিয়ত প্রচুর পরিমাণে পানি বাষ্প হয়ে বায়ুমণ্ডলে মিশে যাচ্ছে। মেঘ, বৃষ্টি, কুয়াশা, শিশির প্রভৃতি নৈসর্গিক ঘটনা হতে প্রমাণিত হয় যে, বায়ুতে প্রচুর পরিমাণ জলীয় বাষ্প আছে।

বিভিন্ন স্থানে বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বিভিন্ন। আবার কোনো কোনো দিন বায়ুতে জলীয় বাষ্প বেশি থাকে এবং কোনো কোনো দিন বায়ুতে জলীয় বাষ্প কম থাকে। তাহলে এখন আমাদের প্রশ্ন জাগে কী কী বিষয়ের উপর জলীয় বাষ্প নির্ভর করে ? এর জবাবে নিশ্চয় আমরা বলব—

**কোনো কোনো স্থানে পানির উৎসের উপস্থিতি, অক্ষাংশ, সমুদ্র পৃষ্ঠ হতে তার অবস্থান প্রভৃতির উপর বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ নির্ভর করে।**

কোনো স্থানের আবহাওয়ার উপর বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের গুরুত্ব অপরিসীম। কোনো কোনো দ্রব্যের সুষ্ঠু উৎপাদন ও গুদামজাতকরণে বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ ও তাপমাত্রা একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে থাকা প্রয়োজন। এই কারণে বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের পরিমাণ নির্ণয়ের গুরুত্বও অনেক। কোনো স্থানের জলীয় বাষ্পের চাপ ঐ স্থানের জলীয় বাষ্পের পরিমাণের ওপর নির্ভর করে। জলীয় বাষ্পের পরিমাণ যত বেশি হবে তার চাপও তত বেশি হবে।

তরল থেকে নির্গত বাষ্পও সাধারণ গ্যাসের মতো আধারের গায়ে চাপ প্রয়োগ করে। এই চাপই বাষ্প চাপ। এই বাষ্প চাপ ও জলীয় বাষ্প আমাদের দৈনন্দিন জীবন প্রভাবিত করে।

বায়ুতে অণুসমূহ অবিরত ইতস্তত ছুটাছুটি করার ফলে পাত্রের একক ক্ষেত্রফলের উপর বায়ুর অণুসমূহ যে চাপ প্রয়োগ করে তাকে বায়ুর চাপ বলে। বহুকাল থেকে গ্যাসের চাপের একক বায়ুচাপ বা বায়ুমণ্ডল বা অ্যাটমস্ফিয়ার (atmosphere) সংক্ষেপে atm ব্যবহৃত হয়ে আসছে।

**0°C তাপমাত্রায় 45° অক্ষাংশে সমুদ্র সমতলে যে পরিমাণ বায়ুচাপ 760 mm পারদস্তম্ভের চাপের সমান হয়, তাকে এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপ বা এক বায়ুচাপ (1 atm) বলে।** মিমি পারদ বা mm Hg এককেও চাপ প্রকাশ করা হয়।

এস. আই. এককে গ্যাসের চাপকে নিউটন/মিটার$^2$ ($Nm^{-2}$) বা প্যাসকেল (Pa) এককে প্রকাশ করা হয়। প্রতি বর্গমিটারে এক নিউটন বলকে 1 প্যাসকেল (Pascal) বলে।

কোনো স্থানে তাপমাত্রার কমবেশি হলে ঐ স্থানের বাষ্পকণার ধারণ ক্ষমতারও কমবেশি হয়। তবে নির্দিষ্ট **তাপমাত্রায় একটি আবদ্ধ স্থানের বাষ্পধারণ ক্ষমতা নির্দিষ্ট থাকে; অতিরিক্ত বাষ্প ধারণ করতে পারে না। এই অবস্থায় বাষ্প যে চাপ দেয় তাকে সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে।** আবার একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো স্থানে বাষ্পের পরিমাণ যদি এমন হয় যে, তা আরও অতিরিক্ত বাষ্প ধারণ করতে পারে, তবে ঐ বাষ্পকে **অসম্পৃক্ত বাষ্প** বলে। **এই অবস্থায় বাষ্প যে চাপ দেয় তাকে অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ বলে।**

"কোনো স্থানের সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ 1·336 mm পারদ"—এই উক্তি দ্বারা বুঝি সংশ্লিষ্ট স্থানে বাষ্প সর্বদা 1·336 mm পারদ চাপ প্রয়োগ করবে।

**ক্রিয়াকর্ম :** বাড়ির বারান্দায় একটি রশির উপর শীতের দিনে ভেজা কাপড় নেড়ে দাও। আবার ঐ একই স্থানে বর্ষার দিনে ঐ কাপড়টি শুকাতে দাও। দেখা যাবে শীতকালে কাপড় দ্রুত শুকায়। কাপড় দ্রুত শুকাবার কারণ কী ?

শীতকালের চেয়ে যদিও বর্ষাকালে বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা বেশি থাকে তবু কাপড় শীতকালেই দ্রুত শুকায়। এর কারণ হলো বর্ষাকালে বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেশি থাকে ফলে বাষ্পায়ন কম হয়। আর শীতকালে বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ কম থাকায় ভেজা কাপড়ের পানির বাষ্পায়ন দ্রুত হয় এবং কাপড় দ্রুত শুকায়।

**পর্যবেক্ষণ :** কোনো একদিন গরমের দুপুর বেলা কিছুক্ষণ ঢাকাতে অবস্থান কর। তারপর প্লেনে করে ঐ একই দিন চট্টগ্রামে পৌঁছাও। চট্টগ্রামে পৌঁছে কি অনুভব করবে ?

সমুদ্র থেকে ঢাকার অবস্থান অনেক দূরে; কিন্তু চট্টগ্রাম সমুদ্রের খুবই কাছে। ফলে ঢাকার তুলনায় চট্টগ্রামের বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ অনেক বেশি থাকে, তাই সেখানকার আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি থাকায় বেশি অস্বস্তি লাগবে।

আমরা জানি, শরীরের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে শরীর থেকে ঘাম বের হয়। বায়ু শুষ্ক হলে অর্থাৎ আর্দ্রতা কম হলে ঘাম দ্রুত শুকায় এবং শরীর ঠাণ্ডা হয়। বায়ু আর্দ্র হলে ঘাম দ্রুত শুকায় না, ফলে শরীর ঠাণ্ডা হয় না, তাই অশস্তি বোধ হয়। চট্টগ্রামের বায়ুতে আর্দ্রতা বেশি থাকায় সেখানে ঘাম দ্রুত শুকায় না বলে শরীরে অস্বস্তি বোধ হবে।

## জলীয় বাষ্পের সাথে বায়ুর চাপের সম্পর্ক
**Relation between water vapour and air pressure**

আমরা জানি বায়ুতে জলীয় বাষ্প থাকলে বা বায়ু আর্দ্র থাকলে এর ঘনত্বেরও পরিবর্তন হয়। আর্দ্র বায়ু বা জলীয় বাষ্প পূর্ণ বায়ুর ঘনত্ব শুষ্ক বায়ুর ঘনত্বের তুলনায় কম অর্থাৎ বায়ুতে জলীয় বাষ্প যত বেড়ে যায় এর ঘনত্বও তত কমে যায়।

মনে করি $m$ ভরবিশিষ্ট কোনো বায়ুর $P_1$ চাপে এবং $T_1K$ তাপমাত্রায় যদি আয়তন $V_1$ এবং ঘনত্ব $\rho_1$ হয় এবং ঐ গ্যাসের $P_2$ চাপে এবং $T_2K$ তাপমাত্রায় আয়তন $V_2$ এবং ঘনত্ব $\rho_2$ হয় তা হলে,

$$\rho_1 = \frac{m}{V_1} \quad \text{বা,} \quad V_1 = \frac{m}{\rho_1} \quad \text{এবং} \quad \rho_2 = \frac{m}{V_2} \quad \text{বা,} \quad V_2 = \frac{m}{\rho_2}$$

এখন $\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$ সম্পর্কে $V_1$ এবং $V_2$ এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{P_1 m}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2 m}{\rho_2 T_2} = \text{ধ্রুবক} \quad \text{বা,} \quad \frac{P_1}{\rho_1 T_1} = \frac{P_2}{\rho_2 T_2} = \text{ধ্রুবক}$$

বা, $$\frac{\rho_1 T_1}{P_1} = \frac{\rho_2 T_2}{P_2} = \text{ধ্রুবক} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.31)$$

$\therefore \frac{\rho T}{P} = \text{ধ্রুবক}$। এই সম্পর্ক T তাপমাত্রায় বায়ুর চাপ ও জলীয় বাষ্পের ঘনত্বের মধ্যে সম্পর্ক নির্দেশ করে। যদি তাপমাত্রা স্থির থাকে অর্থাৎ $T_1 = T_2$ হয় তবে (10.31) নং সমীকরণ থেকে পাই, $\frac{\rho_1}{P_1} = \frac{\rho_2}{P_2} = \text{ধ্রুবক}$

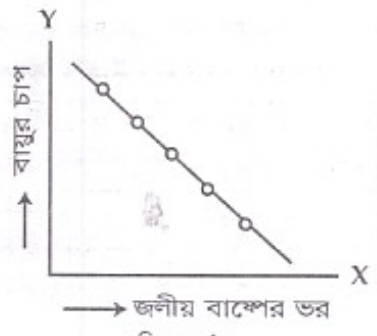
বা, $$\frac{\rho}{P} = \text{ধ্রুবক} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (10.32)$$

$\therefore \boxed{\rho \propto P}$

**নিজে কর :** একটি গ্রাফ কাগজে জলীয় বাষ্প বৃদ্ধি ও হ্রাসের সাথে বায়ুর চাপের লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং ব্যাখ্যা কর। লেখচিত্রটি চিত্র ১০·৬ এ দেখানো হলো।

সমীকরণ (10·35) অনুযায়ী স্থির তাপমাত্রায় বায়ুর ঘনত্ব উহার চাপের সমানুপাতিক। অর্থাৎ বায়ুতে জলীয় বাষ্প বেড়ে গেলে বায়ুর ঘনত্ব কমে এবং বায়ুর চাপও কমে যায়। আবার বিপরীতক্রমে বলা যায় বায়ুতে জলীয় বাষ্প কমে গেলে বায়ুর ঘনত্ব বেড়ে যায় এবং বায়ুর চাপও বেড়ে যায়।

বায়ুতে কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় জলীয় বাষ্প ধারণ করতে পারা এবং না পারার উপর বাষ্পচাপের প্রকৃতি দুই ধরনের— (১) সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ ও (২) অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ।



চিত্র ১০·৬

**সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের বৈশিষ্ট্য :**

১। কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানে যখন সর্বাধিক পরিমাণ বাষ্প ধারণ করে তখন ঐ বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্প বলে। সম্পৃক্ত বাষ্প সর্বাধিক চাপ প্রয়োগ করে।

২। এটি একটি আবদ্ধ স্থানে তৈরি করা যায়।

৩। যদি কোনো আবদ্ধ স্থানে তরল পদার্থের সংস্পর্শে কিছু বাষ্প থাকে তবে বুঝতে হবে যে, ঐ বাষ্প সম্পৃক্ত বাষ্প।

৪। সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল এবং চার্লস-এর সূত্র মানে না।

৫। সম্পৃক্ত বাষ্পের সংস্পর্শে যথেষ্ট তরল পদার্থ না থাকলে স্থির তাপমাত্রায় ঐ বাষ্পের আয়তন বৃদ্ধি করলে, তরল পদার্থ বাষ্পীভূত হবার পর ঐ স্থান বাষ্প অসম্পৃক্ত হবে।

৬। তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ সম্পৃক্ত বাষ্পকে অসম্পৃক্ত বাষ্পে পরিণত করা যায়।

**অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপের বৈশিষ্ট্য :** (20 -22)

১। একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো স্থানে বাষ্পের পরিমাণ যদি এমন হয় যে তা আরও অতিরিক্ত বাষ্প ধারণ করতে পারে, তবে ঐ বাষ্পকে অসম্পৃক্ত বাষ্প বলে। এই চাপ সম্পৃক্ত চাপের চেয়ে কম হয়।

২। এটি আবদ্ধ বা খোলা যে কোনো স্থানে তৈরি হতে পারে।

৩। কোনো আবদ্ধ স্থানে যদি কিছু বাষ্প থাকে কিন্তু কোনো তরল পদার্থ না থাকে তবে ঐ বাষ্প অসম্পৃক্ত বা সদ্য সম্পৃক্ত হতে পারে । এই স্থানের আয়তন সামান্য কমালে যদি কিছু বাষ্প তরলে পরিণত হয় তবে ঐ বাষ্প সদ্য সম্পৃক্ত—অন্যথায় অসম্পৃক্ত।

৪। অসম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল এবং চার্লস-এর সূত্র মেনে চলে।

৫। একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ অসম্পৃক্ত বাষ্পের তাপমাত্রা স্থির রেখে তার আয়তন ক্রমাগত কমাতে থাকলে এক সময় ঐ স্থান বাষ্প সম্পৃক্ত হবে।

৬। তাপমাত্রা কমিয়ে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ অসম্পৃক্ত বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্পে পরিণত করা যায়।

**সারণি ১০.১ : তাপমাত্রার সাথে বাষ্পচাপের পরিবর্তন**

| তাপমাত্রা (°C) | চাপ (mm HgP) | তাপমাত্রা (°C) | চাপ (mm HgP) |
|---|---|---|---|
| 0 | 4.58 | 28 | 28.35 |
| 2 | 5.29 | 30 | 31.83 |
| 4 | 6.10 | 32 | 35.66 |
| 6 | 7.01 | 34 | 39.90 |
| 8 | 8.05 | 36 | 44.42 |
| 10 | 9.21 | 38 | 49.58 |
| 12 | 10.52 | 40 | 55.32 |
| 14 | 11.99 | 50 | 92.51 |
| 16 | 13.63 | 60 | 149.38 |
| 18 | 15.48 | 70 | 233.70 |
| 20 | 17.54 | 80 | 355.10 |
| 22 | 19.83 | 90 | 525.75 |
| 24 | 22.38 | 100 | 760.00 |
| 26 | 25.21 | | |

## ১০·১৪ শিশিরাংক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা
## Dew point and Relative Humidity

### শিশিরাঙ্ক
### Dew point

একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ জলীয় বাষ্প ধারণ করতে পারে। বায়ুর জলীয় বাষ্প ধারণের ক্ষমতা তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে বেড়ে যায় এবং তাপমাত্রা হ্রাস পেলে কমে যায়। বায়ু যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প ধরে রাখতে পারে সাধারণ বায়ুতে তার চেয়ে কম জলীয় বাষ্প থাকে বলে সাধারণ বায়ু জলীয় বাষ্পে অসম্পৃক্ত থাকে এবং অসম্পৃক্ত বায়ুর জলীয় বাষ্পের চাপ অপেক্ষা সম্পৃক্ত বায়ুর জলীয় বাষ্পের চাপ বেশি হয়। কিন্তু বায়ুর তাপমাত্রা যদি ক্রমশ কমতে থাকে তবে তার জলীয় বাষ্প ধারণের ক্ষমতা কমে যায় এবং একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বায়ুর মধ্যে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তা দ্বারা উক্ত বায়ু সম্পৃক্ত অবস্থা ধারণ করে। এ অবস্থায় তাপমাত্রা আর একটু কমলে কিছু জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র পানি বিন্দুতে পরিণত হয়। এই নির্দিষ্ট তাপমাত্রাকে শিশিরাঙ্ক বলে। এখন আমরা দেখব শিশিরাঙ্ক বলতে কী বুঝায় ?

**যে তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু তার ভেতরের জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় তাকে ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্ক বলে।** অথবা, **যে তাপমাত্রায় শিশির জমতে বা অদৃশ্য হতে শুরু করে তাকে শিশিরাঙ্ক বলে।**

**"কোনো স্থানের বায়ুর শিশিরাঙ্ক 15°C"**—এটি দ্বারা বুঝা যায় যে, 15°C তাপমাত্রায় ঐ স্থানের বায়ু তার মধ্যস্থ জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হবে। অথবা 15°C তাপমাত্রায় ঐ স্থানে শিশির গঠিত বা অদৃশ্য হতে শুরু করবে।

বায়ুর তাপমাত্রায় কোনো একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প উপস্থিত থাকে শিশিরাঙ্কে ঐ একই পরিমাণ জলীয় বাষ্প সম্পৃক্ত অবস্থা ধারণ করে। ডালটন-এর সূত্র অনুসারে এই সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ বায়ুর উপর নির্ভর করে না। সুতরাং **বায়ুর তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের অসম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের সমান হবে।**

**পরীক্ষণ :** শিশিরাঙ্কের মান নির্ণয় করার জন্য বায়ুর মধ্যে একটি উজ্জ্বল ধাতব পৃষ্ঠকে ধীরে ধীরে ঠান্ডা করা হয়। শিশির জমতে শুরু করার সঙ্গে সঙ্গে ধাতব পৃষ্ঠটির ঔজ্জ্বল্য নষ্ট হয়ে যায়। এই সময় এর উষ্ণতার পাঠ লিখে রাখ। এখন ধাতব পৃষ্ঠটিকে ধীরে ধীরে উত্তপ্ত করলে এর উপরের জমা শিশির এক সময় মিলিয়ে যায় তখন আবার এর উষ্ণতার পাঠ লিখে রাখ।

দুটি পাঠের গড় নিলে শিশিরাঙ্কের মান পাওয়া যায়।

### আপেক্ষিক আর্দ্রতা
### Relative humidity

বায়ু কতখানি শুষ্ক বা ভিজা তা নির্দেশ করতে 'আর্দ্রতা' শব্দটি ব্যবহৃত হয়। অনেক সময় শীতকালের বায়ু শুষ্ক ও গ্রীষ্মকালের বায়ু আর্দ্র বলা হয়। এটি দ্বারা শীতকালের তুলনায় গ্রীষ্মকালের বায়ুতে অধিক পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে এটিই বুঝানো হয়। বায়ুর আর্দ্রতা দুভাবে প্রকাশ করা হয়। যথা—পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা।

**পরম আর্দ্রতা (Absolute humidity) :** কোনো সময় কোনো স্থানের একক আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তাকে ঐ বায়ুর পরম আর্দ্রতা বলে। সাধারণত এক ঘন মিটার আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তা বায়ুর পরম আর্দ্রতা নির্দেশ করে।

**"বায়ুর পরম আর্দ্রতা $10^{-2}$ kg-m$^{-3}$ "**—এটি দ্বারা বুঝা যায় যে, এক ঘন মিটার আয়তনের বায়ুতে $10^{-2}$ kg জলীয় বাষ্প বিদ্যমান আছে।

**আপেক্ষিক আর্দ্রতা : কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে ঐ তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন হয়**

**তাদের অনুপাতকে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।** এই অনুপাত দ্বারা বায়ু কতখানি ভিজা বা শুষ্ক তা নির্দেশ করা হয়। একে সাধারণত R দ্বারা ব্যক্ত করা হয়।

∴ আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$$R = \frac{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর}}{\text{ঐ তাপমাত্রায় উক্ত আয়তনের ঐ বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর}}$$

তাপমাত্রা $t°C$ এবং আয়তন V হলে,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{t°C \text{ তাপমাত্রায় V আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর}}{t°C \text{ তাপমাত্রায় V আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর}}$$

কিন্তু স্থির তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর তার বাষ্পচাপের সমানুপাতিক।

$$\therefore \text{ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{t°C \text{ তাপমাত্রায় V আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{t°C\text{-এ V আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

আবার যে কোনো তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ = শিশিরাঙ্কে উক্ত বায়ুর সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ।

$$\therefore \text{ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

সাধারণত আপেক্ষিক আর্দ্রতা শতকরা হিসেবে প্রকাশ করা হয়। সুতরাং আপেক্ষিক আর্দ্রতা R দ্বারা, শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ $f$ দ্বারা এবং বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ F দ্বারা নির্দেশ করলে,

$$R = \frac{f}{F} \times 100\% \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (10.33)$$

**"বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%"**—এর দ্বারা বুঝা যায় যে, (i) বায়ুর তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের ঐ বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন তার শতকরা 60 ভাগ জলীয় বাষ্প বায়ুতে আছে।

(ii) বায়ুর তাপমাত্রায় ঐ বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ একই তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের 100 ভাগের 60 ভাগ অর্থাৎ $\frac{3}{5}$ অংশ।

(iii) ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের 100 ভাগের 60 ভাগ।

**নিজে কর :** কোনো ঘরের মধ্যে পানি ছিটাও তাতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেড়ে যাবে। কিন্তু দেখবে তাপমাত্রা একই থাকবে। আবার আপেক্ষিক আর্দ্রতা ও শিশিরাঙ্ক বেড়ে যাবে। এর কারণ কী ?

ঘরের ভেতর পানি ছিটালে ঘরের বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেড়ে যায়। কিন্তু ঘরের উষ্ণতা একই থাকে বলে ঐ উষ্ণতায় ঘরের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর অপরিবর্তিত থাকে। আপেক্ষিক তাপের সংজ্ঞায় অর্থাৎ (10.33) সমীকরণের লব বাড়ে কিন্তু হর একই থাকে। ফলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বাড়ে। স্পষ্টত শিশিরাঙ্কও বাড়ে।

আমাদের দৈনন্দিন জীবনে আপেক্ষিক আর্দ্রতার প্রভাব লক্ষণীয়। যা আমাদের শারীরিক, মানসিক অবস্থায় প্রভাব ফেলে। তাই আপেক্ষিক আর্দ্রতার গুরুত্ব জানা দরকার।

## আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়ের গুরুত্ব
## Importance of determination of relative humidity

(১) কোনো কোনো রোগের জীবাণু শুষ্ক আবহাওয়ায় এবং কোনো কোনো রোগের জীবাণু আর্দ্র আবহাওয়ায় বংশ বৃদ্ধি করে। এই কারণে জনস্বাস্থ্য বিভাগ আপেক্ষিক আর্দ্রতার হিসাব রাখে এবং কোনো কোনো রোগের প্রাদুর্ভাব দেখা দিলে বেতার ও সংবাদপত্রের মাধ্যমে তা ঘোষণা করে।

(২) মানুষের মেজাজ, স্বাস্থ্য, কর্মোদ্যম অনেকাংশে আপেক্ষিক আর্দ্রতার উপর নির্ভরশীল। যে সব আবদ্ধ স্থানে অধিক লোক সমাগম হয় সেখানকার বায়ু কিছুক্ষণের মধ্যে দূষিত ও আর্দ্র হয়ে পড়ে। এজন্য আধুনিক সিনেমা হল, অডিটরিয়াম, বড় বড় অফিস ইত্যাদিতে শীতাতপ নিয়ন্ত্রণের প্রচলন দেখা যায়।

(৩) কোনো কোনো বস্তু যেমন আলু, তামাক, কাঠ, পেঁয়াজ, রসুন প্রভৃতি শুষ্ক আবহাওয়ায় ভালো থাকে। তাই আপেক্ষিক আর্দ্রতা জানা আবশ্যক।

(৪) আবার বৈদ্যুতিক, ইলেকট্রনিক প্রভৃতি যন্ত্রপাতির স্টোরে ও কারখানায় একটি নির্দিষ্ট আপেক্ষিক আর্দ্রতার প্রয়োজন হয়। এই কারণে এসব ক্ষেত্রে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে রাখা বিশেষভাবে প্রয়োজন। তাই আপেক্ষিক আর্দ্রতা জানা অপরিহার্য।

(৫) কোনো স্থানের আবহাওয়া বহুলাংশে আপেক্ষিক আর্দ্রতার পরিবর্তনে পরিবর্তিত হয়। তাই আবহাওয়া অফিস আপেক্ষিক আর্দ্রতার হিসাব রাখে এবং বেতার ও সংবাদপত্রে আবহাওয়ার পূর্বাভাস প্রদান করে।

(৬) সিগারেট, পশম, কার্পাস প্রভৃতি শিল্পের কতকগুলো বিশেষ রাসায়নিক প্রক্রিয়ার সহায়তার জন্য বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা একটি নির্দিষ্ট সীমার মধ্যে থাকা প্রয়োজন। এই কারণে এসব কল-কারখানা বিশেষ বিশেষ অঞ্চলে স্থাপিত হয়।

(৭) নিরাপদ বিমান চালনার জন্য বিমান চালককে আর্দ্র বায়ুর অঞ্চল এড়িয়ে যেতে হয়। এই কারণে তাকে আপেক্ষিক আর্দ্রতার হিসাব জানার প্রয়োজন হয়।

## আর্দ্রতামিতি সম্পর্কিত কয়েকটি বাস্তব ঘটনা যা আমাদেরকে প্রভাবিত করে

**(ক) মেঘাচ্ছন্ন রাত্রি অপেক্ষা মেঘশূন্য রাত্রি শিশির জমার জন্যে সহায়ক।**

আমরা জানি নদী-নালা, খালবিল, সাগর-সমুদ্র, জলাশয় ইত্যাদি হতে পানি সব সময় বাষ্পায়নের ফলে জলীয় বাষ্পে পরিণত হয় এবং বায়ুমণ্ডলে মিশে যায়। দিনের বেলায় সূর্যের তাপে ভূ-পৃষ্ঠ সংলগ্ন বাতাস গরম থাকে এবং জলীয় বাষ্প দ্বারা অসম্পৃক্ত থাকে। মেঘহীন রাত্রিতে ভূ-পৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ঠান্ডা হতে থাকে এবং পরিশেষে এমন একটি তাপমাত্রায় উপনীত হয় যখন বাতাস জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয় এবং জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয়ে শিশির জমে।

কিন্তু আকাশ মেঘাচ্ছন্ন থাকলে ভূ-পৃষ্ঠ তাপ বিকিরণ করে ঠান্ডা হতে পারে না। কারণ মেঘ তাপরোধী পদার্থ বলে ভূ-পৃষ্ঠ হতে বিকিরণজনিত কারণে তাপ পরিবাহিত হতে পারে না। ফলে ভূ-পৃষ্ঠ ঠান্ডা হয় না এবং শিশির জমে না।

**(খ) বর্ষার দিন অপেক্ষা শীতকালে ভিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকায়।**

বর্ষার দিনে বায়ুমণ্ডল জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত থাকে। ফলে বাতাস অধিক পরিমাণে জলীয় বাষ্প ধারণ করতে পারে না। শীতকালের বাতাস শুকনা থাকে। শুকনা বাতাস জলীয় বাষ্পহীন। এই বাতাস ভিজা কাপড় থেকে দ্রুত জলীয় বাষ্প শোষণ করে নিয়ে সম্পৃক্ত হতে চায়। ফলে শীতের দিনে ভিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকায়।

**(গ) গরমের দিনে কুকুর জিহ্বা বের করে দৌড়ায়।**

গরমের দিনে কুকুরের শরীর উত্তপ্ত থাকে এবং কুকুর অস্বস্তিবোধ করে। কিন্তু কুকুরের জিহ্বার উপর এক প্রকার লালা থাকে। সেই লালা কুকুরের শরীর থেকে বাষ্পীভবনের সুপ্ত তাপ শোষণ করে এবং কুকুরের শরীর ঠান্ডা হয়। কুকুর স্বস্তি অনুভব করে। সেজন্য কুকুর জিহ্বা বের করে দৌড়ায়।

**(ঘ) ঘর্মাক্ত দেহে পাখার বাতাস লাগলে আরাম অনুভূত হয়।**

ঘর্মাক্ত দেহ খুবই অস্বস্তিকর। শরীরের ঘাম শরীর থেকে বাষ্পীভবনের সুপ্ত তাপ গ্রহণ করে বাষ্প হয়ে উবে যায়। পাখার বাতাস সেই গরম বাষ্পকে দূরীভূত করে। ফলে শরীর ঠান্ডা হয় এবং আরাম অনুভূত হয়।

(৬) শীতকালে শরীরে ও ঠোঁটে-মুখে পমেট বা গ্লিসারিন লাগান হয়।

শীতকালে বাতাসে জলীয় বাষ্প থাকে না বললেই চলে। ফলে বাতাস জলীয় বাষ্প গ্রহণ করে সম্পৃক্ত হ চায়। শরীরের ঠোঁট-মুখ অত্যন্ত নরম। বাতাস শরীরের সেই অনাবৃত নরম স্থান থেকে জলীয় বাষ্প শোষণ করে নে ফলে ঠোঁট ও মুখের চামড়া শুকনা হয়ে চড়চড় করে এবং ফেটে যায়, সেজন্য পমেট বা গ্লিসারিন লাগিয়ে চামড়া ভেজা রাখা হয়।

## শিশিরাঙ্ক এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতার সম্পর্ক
## Relation between dew point and relative humidity

শিশিরাঙ্কের সংজ্ঞা থেকে আমরা আগেই জেনেছি যে তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুর ম অবস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়, সেই তাপমাত্রাই হলো শিশিরাঙ্ক। অর্থাৎ জলীয় বাষ্প দ্বারা শিশিরাঙ্কে স্থানের বায়ু সম্পৃক্ত হয়।

অপরদিকে বায়ুমণ্ডলে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের পরিমাণের চেয়ে বায়ুমণ্ডলের সম্পৃক্ততার মাত্রা (অর্থাৎ বায়ুমণ্ড কতখানি শুষ্ক বা ভেজা) কতখানি তার দ্বারা আপেক্ষিক আর্দ্রতা পরিমাপ করা হয়।

গ্লেইসার-এর উপপাদ্যের সাহায্যে শিশিরাঙ্ক এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতার মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারি। ম করি কোনো স্থানের তাপমাত্রা $\theta_1$ এবং ঐ একই স্থানে থার্মোমিটারের বাল্‌ব সিক্তাবস্থায় তাপমাত্রা $\theta_2$, এবং সময়ের শিশিরাঙ্ক $\theta$, তাহলে গ্লেসিয়ারের নিম্নোক্ত সূত্রানুসারে শিশিরাঙ্ক ($\theta$) নির্ণয় করা যায়।

$$\theta_1 - \theta = G(\theta_1 - \theta_2) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (10.34)$$

বা, $-\theta = -\theta_1 + G(\theta_1 - \theta_2)$

বা, $\theta = \theta_1 - G(\theta_1 - \theta_2)$ $\cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (10.35)$

এখানে $G = \theta_1$°C তাপমাত্রায় গ্লেসিয়ারের উৎপাদক বা ধ্রুবক (সারণি ১০·২)।

রেনোর তালিকা থেকে শিশিরাঙ্ক $\theta$°C তাপমাত্রায় প্রাপ্ত সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ = $f$ (সারণি ১০·৩)

আবার বায়ুর তাপমাত্রা $\theta_1$°C তাপমাত্রায় প্রাপ্ত সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ = F (সারণি ১০·৩)

সংজ্ঞানুযায়ী আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \dfrac{\text{শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ}}{\text{বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ}}$

$\therefore \quad R = \dfrac{f}{F}$

আপেক্ষিক আর্দ্রতাকে শতকরা হিসেবে প্রকাশ করলে

$$R = \frac{f}{F} \times 100\% \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (10.36)$$

ইহাই শিশিরাঙ্ক এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতার মধ্যে সম্পর্ক।

## ১১·১৫ শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়
## Determination of dewpoint and relative humidity

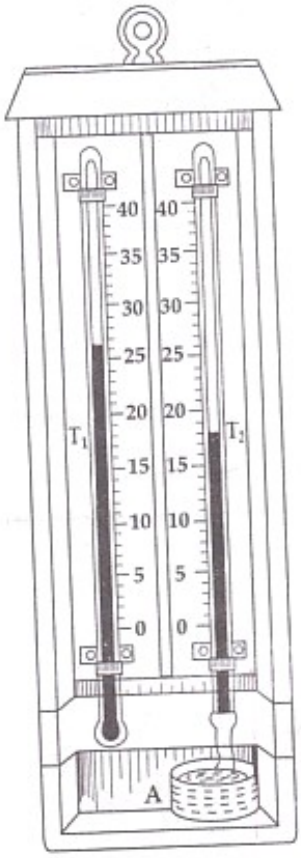
বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়ের জন্য যে যন্ত্র ব্যবহৃত হয় তাকে আর্দ্রতামান যন্ত্র বা হাইগ্রোমিটার (hygros—আর্দ্র, metron—পরিমাপ) বলে।

এই অধ্যায়ে আমরা আর্দ্র বা সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব হাইগ্রোমিটার-এর গঠন ও কার্যপদ্ধতি আলোচনা করব।

আর্দ্র বা সিক্ত ও শুষ্ক বাল্‌ব হাইগ্রোমিটার : এটি সরল হাইগ্রোমিটার। সাধারণত আবহাওয়া অফিস ও শিল্প প্রতিষ্ঠানে এই প্রকার যন্ত্র ব্যবহৃত হয়। এর সাহায্যে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা সম্বন্ধে দ্রুত মোটামুটি ধারণা পাওয়া যায়। এছাড়া এই যন্ত্রে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ভুলভাবে পরিমাপও করা যায়।

পানির বাষ্পীভবনের হার বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের উপর নির্ভরশীল—এই তথ্যের উপর এই হাইগ্রোমিটারের কার্যপ্রণালী প্রতিষ্ঠিত। ১১·৭নং চিত্রে একটি আর্দ্র ও শুষ্ক বাল্‌ব হাইগ্রোমিটারের প্রয়োজনীয় ব্যবস্থাপনা দেখানো হয়েছে।

**যন্ত্রের বর্ণনা :** এই যন্ত্রে দুটি একই প্রকার সাধারণ থার্মোমিটার $T_1$ ও $T_2$ একটি ফ্রেমে পাশাপাশি খাড়াভাবে আবদ্ধ থাকে। $T_1$ থার্মোমিটারের বাল্‌ব স্বাভাবিক অবস্থায় এবং $T_2$ থার্মোমিটারের বাল্‌ব এক টুকরা পরিষ্কার মসলিন কাপড়ে জড়িয়ে কাপড়ের অপর প্রান্ত সলিতার মত পাকানো অবস্থায় নিচের পাত্র A-এর পানিতে ডুবিয়ে রাখা হয়। কাপড় পাত্রের পানি শোষণ করে $T_2$ থার্মোমিটারের বালবকে সিক্ত রাখে। এই কারণে $T_1$ বাল্‌বকে শুষ্ক বাল্‌ব এবং $T_2$ বাল্‌বকে আর্দ্র বাল্‌ব বলা যায়।



চিত্র ১০·৭

**ক্রিয়া :** $T_2$ থার্মোমিটারের বাল্‌ব সিক্ত মসলিন কাপড়ে আবৃত থাকায় ঐ বাল্‌ব হতে প্রয়োজনীয় তাপ সংগ্রহ করে পানি বাষ্পীভূত হবে এবং বাল্‌বের তাপমাত্রা ক্রমশ হ্রাস পাবে। ফলে বায়ুর তাপমাত্রা নির্দেশক $T_1$ থার্মোমিটারের পাঠ হতে $T_2$ থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্য ক্রমশ বৃদ্ধি পাবে। বায়ু যত বেশি শুষ্ক হবে অর্থাৎ বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা যত কম হবে বাষ্পায়ন তত দ্রুত হবে এবং $T_1$ ও $T_2$ থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্যও তত বেশি হবে। আবার বায়ুতে যত বেশি জলীয় বাষ্প থাকবে অর্থাৎ বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা যত বেশি হবে, বাষ্পায়নের হার এবং সাথে সাথে দুই থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্যও তত কম হবে।

সুতরাং দুই থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্য হতে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা সম্বন্ধে একটি মোটামুটি ধারণা পাওয়া যাবে। কোনো সময় শুষ্ক বাল্‌বের তাপমাত্রা $t_1$°C ও আর্দ্র বাল্‌বের তাপমাত্রা $t_2$°C হলে নিম্নলিখিত উপায়ে ঐ সময়ের বায়ুর শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করা যাবে।

**(ক) গ্লেইসার-এর সমীকরণের সাহায্যে :** গ্লেইসার-এর সমীকরণ অনুসারে,

$$t_1 = t + G(t_1 - t_2) \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (10.37)$$

এখানে, G = শুষ্ক বাল্‌বের তাপমাত্রায় গ্লেইসার-এর রাশি এবং $t$°C = বায়ুর শিশিরাঙ্ক।

**শিশিরাঙ্ক নির্ণয় :** শুষ্ক বাল্‌বের তাপমাত্রায় গ্লেইসার-এর রাশি G-এর মান জেনে উপরের সমীকরণের সাহায্যে বায়ুর শিশিরাঙ্ক $t$°C জানা যাবে।

**আপেক্ষিক আর্দ্রতা :** ধরা যাক রেনোর বাষ্প চাপের তালিকায় $t$°C ও $t_1$°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $f$ ও F mm পারদ।

$\therefore$ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{f}{F} \times 100\%$

রেনোর সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপের তালিকাটি শুষ্ক বাল্‌বের তাপমাত্রা $t_1$°C এবং শুষ্ক এবং আর্দ্র বাল্‌বের তাপমাত্রার পার্থক্য $(t_1 - t_2)$°C-এর সাপেক্ষে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ নির্দেশ করে প্রস্তুত করা হয়েছে। তালিকার ব্যবহার বিধি নিম্নের উদাহরণ হতে পরিষ্কার বুঝা যাবে।

**আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় :** আপেক্ষিক আর্দ্রতার সংজ্ঞা ও উপরের তালিকা অনুসারে,

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা, } R = \frac{t_1\text{°C-এর একই সমতায় } (t_1 - t_2)\text{°C চিহ্নিত সারিতে নির্দেশিত চাপ}}{t_1\text{°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}} \times 100\%$$

ধরা যাক কোনো এক সময় শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্‌বের তাপমাত্রা যথাক্রমে 18°C ও 15°C ; তালিকা অনুসারে 18°C তাপমাত্রায় একই সমতায় দ্বিতীয় সারিতে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 15·5 মিমি. পারদ।

আবার দুই থার্মোমিটারের তাপমাত্রার পার্থক্য = (18 — 15)°C = 3°C

তালিকায় 18°C তাপমাত্রায় একই সমতায় 3°C পার্থক্য চিহ্নিত সারিতে চাপ = 11·3 মিমি. পার = শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ।

∴ আপেক্ষিক আর্দ্রতা, $R = \frac{11·3}{15·5} \times 100\% = 72·9\%$

**শিশিরাঙ্ক নির্ণয় :** যে তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 11·3 মিমি. পারদ সেই তাপমাত্রাই নির্ণে শিশিরাঙ্ক।

তালিকা অনুসারে 13°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 11·2 মিমি. পারদ ; 14°C তাপমাত্রা সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ = 12·0 মিমি. পারদ।

সুতরাং নির্ণেয় শিশিরাঙ্ক 13°C ও 14°C-এর মাঝে হবে।

12·0 — 11·2 = 0·8 মিমি. পারদ চাপের পার্থক্যের জন্য তাপমাত্রা বৃদ্ধি = (14 — 13)°C = 1°C

11·3 — 11·2 = 0·1 মিমি. পারদ চাপের পার্থক্যের জন্য তাপমাত্রা বৃদ্ধি $= 1 \times \left(\frac{0·1}{0·8}\right)°C = 0·125°C$

∴ নির্ণেয় শিশিরাঙ্ক, $t$ = 13°C + 0·125°C = 13·125°C

## শুষ্ক ও আর্দ্র বালব হাইগ্রোমিটারের সাহায্যে আবহাওয়ার পূর্বাভাস
## Weather forecast by wet and dry bulb hygrometer

আর্দ্র বায়ু অপেক্ষা শুষ্ক বায়ুতে পানি দ্রুত বাষ্পীভূত হয়। আবার বাষ্পায়ন যত বেশি হয় আর্দ্র বাল্ব থার্মোমিটারের পাঠ তত হ্রাস পায়। সুতরাং আর্দ্র ও শুষ্ক বাল্ব থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্য লক্ষ করে আবহাওয়ার মোটামুটি পূর্বাভাস দেয়া যায়।

থার্মোমিটার দুটির পাঠের পার্থক্য—

(১) কম হলে পূর্বাভাসে আর্দ্র আবহাওয়া উল্লেখ করা যায়।

(২) খুব বেশি হলে পূর্বাভাসে বলা যায় যে, আবহাওয়া শুষ্ক।

(৩) ধীরে ধীরে কমতে থাকলে বলা যায় যে, বৃষ্টি হওয়ার সম্ভাবনা রয়েছে।

(৪) হঠাৎ হ্রাস পেলে পূর্বাভাসে ঝড় হতে পারে উল্লেখ করা যায়।

সারণি ১০.২ : বিভিন্ন তাপমাত্রায় গ্লেইসার-এর রাশির মান

| শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা (°C) | গ্লেইসারের রাশি G | শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা (°C) | গ্লেইসারের রাশি G | শুষ্ক বাল্বের তাপমাত্রা (°C) | গ্লেইসারের রাশি G |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 7·82 | 16 | 1·87 | 28 | 1·67 |
| 5 | 7·28 | 17 | 1·85 | 29 | 1·66 |
| 6 | 6·62 | 18 | 1·83 | 30 | 1·65 |
| 7 | 5·77 | 19 | 1·81 | 31 | 1·64 |
| 8 | 4·92 | 20 | 1·79 | 32 | 1·63 |
| 9 | 4·04 | 21 | 1·77 | 33 | 1·62 |
| 10 | 2·06 | 22 | 1·75 | 34 | 1·61 |
| 11 | 2·02 | 23 | 1·74 | 35 | 1·60 |
| 12 | 1·99 | 24 | 1·72 | 36 | 1·59 |
| 13 | 1·95 | 25 | 1·70 | 37 | 1·58 |
| 14 | 1·92 | 26 | 1·69 | | |
| 15 | 1·90 | 27 | 1·68 | | |

JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS • JOYKOLY PUBLICATIONS •

### সারণি ১০.৩ : রেনো

| $t_1$°C | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 0 | 4·6 | 3·7 | 2·9 | 2·1 |
| 1 | 4·9 | 4·1 | 3·2 | 2·4 |
| 2 | 5·3 | 4·4 | 3·6 | 2·7 |
| 3 | 5·7 | 4·8 | 3·9 | 3·1 |
| 4 | 6·1 | 5·2 | 4·3 | 3·4 |
| 5 | 6·5 | 5·6 | 4·7 | 3·8 |
| 6 | 7·0 | 6·0 | 5·1 | 4·2 |
| 7 | 7·5 | 6·5 | 5·5 | 4·6 |
| 8 | 8·1 | 7·0 | 6·0 | 5·0 |
| 9 | 8·6 | 7·5 | 6·5 | 5·5 |
| 10 | 9·2 | 8·1 | 7·0 | 6·0 |
| 11 | 9·9 | 8·7 | 7·6 | 6·5 |
| 12 | 10·5 | 9·3 | 8·2 | 7·1 |
| 13 | 11·2 | 10·0 | 8·8 | 7·7 |
| 14 | 12·0 | 10·7 | 9·5 | 8·3 |
| 15 | 12·8 | 11·5 | 10·2 | 9·0 |
| 16 | 13·6 | 12·3 | 11·0 | 9·7 |
| 17 | 14·5 | 13·1 | 11·8 | 10·5 |
| 18 | 15·5 | 14·0 | 12·6 | 11·3 |
| 19 | 16·5 | 15·0 | 13·5 | 12·1 |
| 20 | 17·7 | 16·0 | 14·5 | 13·0 |

### গাণিতিক উদাহরণ

**১। কোনো একটি আবদ্ধ স্থানের ত**
**হলে পরিবর্তিত জলীয় বাষ্পের চাপ ও শিশি**
**চাপ যথাক্রমে $7·5 \times 10^{-3}$ m ও $8·1 \times 10^{-3}$**

মনে করি 10°C ও 15°C তাপমাত্রায় শিশিরাঙ্কের সংজ্ঞা অনুসারে, $P_2$ = 15°C তা বাষ্পের চাপ = $8·1 \times 10^{-3}$ m পারদ।

আবার স্থানটি আবদ্ধ বলে বায়ুর আয়

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{273+10}{273+15} = \frac{283}{288}$$

∴ পরিবর্তিত জলীয় বাষ্পের চাপ, $P_1$ =

- সমোষ্ণ পরিবর্তন বয়েলের সূত্র মেনে চলে।
- 18°C তাপমাত্রায় বায়ু এবং 269°C তাপমাত্রায় হাইড্রোজেন তরলে পরিণত হয়।
- স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন প্রসারণ সহগ $0.00366°C^{-1}$
- স্থির আয়তনে গ্যাসের চাপ প্রসারণ সহগ $0.00366°C^{-1}$
- নিম্নচাপ ও উচ্চ তাপমাত্রায় কোন বাস্তব গ্যাস আদর্শ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে।
- এক মোল গ্যাসের তাপমাত্রা 1°C বাড়ালে তা যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাকে সার্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলে।
- বার্নোলিকে গ্যাসের গতিতত্ত্বের জনক বলা হয়।
- সর্বাধিক সম্ভাব্য বেগ > গড় বেগ > মূল গড় বর্গবেগ।
- $c_{rmv} > c_{av} > c_m$
- আদর্শ গ্যাসের স্থিতিশক্তি = 0
- পরপর ধাক্কাগুলোর ভিতর একটি অণু যে গড় দূরত্ব অতিক্রম করে তাকে গড় মুক্ত পথ বলে।
- কোন নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোন আবদ্ধ স্থানে যে পরিমাণ বাষ্প ধারণ করতে পারে, সে পরিমাণ বাষ্প সেখানে থাকলে ঐ বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্প বলে।

**জলীয় বাষ্পের পরিমাণ নির্ভর করেঃ**

A. পানির উৎসের অবস্থিতি।
B. অক্ষাংশ।
C. সমুদ্র পৃষ্ঠ হতে তার উন্নতি।

**হাইগ্রোমিটার বা আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের শ্রেণীবিভাগ ঃ**

A. শিশিরাঙ্ক হাইগ্রোমিটার।
B. আর্দ্র বা সিক্ত ও শুষ্ক বাল্ব হাইগ্রোমিটার।
C. রাসায়নিক হাইগ্রোমিটার।
D. স্কেল হাইগ্রোমিটার।

**নিম্নলিখিত কারণে বায়ুর তাপমাত্রা শিশিরাঙ্কের নিচে নামতে পারেঃ**

A. বিকিরণ প্রক্রিয়ায় তাপ বর্জন করে– শিশির, কুয়াশা এভাবে সৃষ্টি হয়।
B. শীতল ও গরম বায়ুর মিশ্রণে। কোন কোন মেঘের উৎপত্তি ও তিরোধান এই প্রক্রিয়ায় সংঘটিত হয়।
C. রুদ্ধতাপীয় প্রক্রিয়ায় চাপের দ্রুত পরিবর্তনে। মেঘের উৎপত্তি ও বৃষ্টিপাত এই প্রক্রিয়ায় হয়ে থাকে।

- বর্ষার দিন অপেক্ষা শীতকালে ভিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকায়।
- মেঘাচ্ছন্ন রাত্রি অপেক্ষা মেঘশূন্য রাত্রি শিশির জমার জন্য সহায়ক।

**শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্ব হাইগ্রোমিটারের সাহায্যে আবহাওয়ার পূর্বাভাস ঃ** আর্দ্র বায়ু অপেক্ষা শুষ্ক বায়ুতে পানি দ্রুত বাষ্পীভূত হয়। আবার বাষ্পায়ন যতবেশি হয় আর্দ্র বাল্ব থার্মোমিটারের পাঠ তত হ্রাস পায়। সুতরাং আর্দ্র ও শুষ্ক বাল্ব থার্মোমিটারের পাঠের পার্থক্য লক্ষ্য করে আবহাওয়ার মোটামুটি পূর্বাভাস দেখা যায়।

**থার্মোমিটার দুটির পাঠের পার্থক্য ঃ**

- কম হলে পূর্বাভাসে আর্দ্র আবহাওয়া উল্লেখ করা যায়।
- খুব বেশি হলে পূর্বাভাসে বলা হয় আবহাওয়া শুষ্ক
- ধীরে ধীরে কমতে থাকলে বলা যায় যে, বৃষ্টির সম্ভাবনা রয়েছে।
- হঠাৎ হ্রাস পেলে পূর্বাভাসে ঝড় হতে পারে উল্লেখ করা যায়।

| তাপমাত্রা (°C) | সম্পৃক্ত জলীয়বাষ্পের চাপ (mm Hg p) |
|---|---|
| 0 | 4.58 |
| 5 | 7.01 |
| 8 | 8.05 |
| 10 | 9.21 |
| 12 | 10.52 |
| 14 | 11.99 |
| 16 | 13.63 |
| 18 | 15.48 |
| 20 | 17.54 |

মনে করি পরিবর্তিত শিশিরাঙ্ক = $t°C$

∴ $t°C$ তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পের চাপ $=7·96 \times 10^{-3}$ m পারদ।

এখন প্রদত্ত রাশিগুলো হতে দেখা যাচ্ছে যে, $(8·1 - 7·5) \times 10^{-3}$ m পারদ $= 6 \times 10^{-4}$ m পারদ চাপ বৃদ্ধির জন্য 7°C হতে তাপমাত্রা বৃদ্ধি = (8 — 7)°C = 1°C

$(7·96 - 7·5) \times 10^{-3}$ m $= 0·46 \times 10^{-3}$ m পারদ চাপ বৃদ্ধির জন্য 7°C হতে তাপমাত্রা বৃদ্ধি $= \frac{1}{0·6} \times 0·46$ $= 0·766°C$

∴ পরিবর্তিত শিশিরাঙ্ক = $(7 + 0·766)°C = 7·766°C$

**২। কোনো একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 26°C এবং শিশিরাঙ্ক 20·4°C। আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 20°C, 22°C এবং 26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 17·54, 19·83 এবং 25·21 mm পারদ চাপ।** [ব. বো. ২০১০, ২০০৩; য. বো. ২০০৯; চ. বো. ২০০৬; সি. বো. ২০০৪; কু. বো. ২০০০]

(22 — 20)° C = 2°C-এর জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের বৃদ্ধি

$= (19·83 - 17·54)$ mmHg $= 2·29$ mmHg

∴ (20·4 — 20)°C = 0·4°C-এর জন্য সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বৃদ্ধি

$= \frac{2·29 \times 0·4}{2}$ mmHg $= 0·458$ mmHg

∴ শিশিরাঙ্ক 20·4°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, $f$ $= (17·54 + 0·458)$ mmHg

$= 17·998$ mm Hg

আবার, 26°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ, F = 25·21 mmHg

আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা,

$R = \frac{f}{F} \times 100\% = \frac{17·998}{25·21} \times 100\% = 71·39\%$

## ১০·১৬ ব্যবহারিক
**Experimental**

| | |
|---|---|
| পরীক্ষণের নাম : | **নিউটনের শীতলীকরণ সূত্রের সাহায্যে তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়।** |
| পিরিয়ড : ২ | **Determination of Specific heat of a liquid by Newton's law of cooling.** |

**মূলতত্ত্ব (Theory) :** কোনো একটি পদার্থের একক ভরের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী হ্রাস বা বৃদ্ধি করতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয়, তাকে ঐ পদার্থের আপেক্ষিক তাপ বলে। একে S দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

একই পরিবেশে কোনো একটি পদার্থের তাপ হারাবার হার ঐ পদার্থের তাপমাত্রা এবং তার পারিপার্শ্বিকের তাপমাত্রার পার্থক্যের সমানুপাতিক। এটিই হলো শীতলীকরণ পদ্ধতির মূলনীতি। পদার্থের তাপমাত্রা এবং পারিপার্শ্বিকের তাপমাত্রার পার্থক্য অবশ্যই কম হতে হবে।

মনে করি,

নাড়নীসহ ক্যালরিমিটারের পানি সম = W kg

ক্যালরিমিটারে পরীক্ষণীয় তরলের ভর = M kg

তরলের আপেক্ষিক তাপ = $S\ J\ kg^{-1}\ K^{-1}$

তরলের তাপমাত্রা $\theta_1°$ হতে $\theta_2°$ -তে শীতল হতে সময় = $t_1$ sec

তরলের সম-আয়তনের পানির ভর = $m_1$ kg

পানির আপেক্ষিক তাপ = $S_1\ Jkg^{-1}K^{-1}$

পানির তাপমাত্রা $\theta_1°$ হতে $\theta_2°$-তে শীতল হতে সময় = $t_2$ sec

অতএব, তরলের তাপ হারাবার হার $= \frac{(MS + W)(\theta_1 - \theta_2)}{t_1}$ $Js^{-1}$ ... ... (i)

এবং পানির তাপ হারাবার হার $= \frac{(m_1S_1 + W)(\theta_1 - \theta_2)}{t_2}$ $Js^{-1}$ ... ... (ii)

নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র অনুসারে এই দুই ক্ষেত্রের তাপ হারাবার হার সমান।

$$\therefore \frac{(MS + W)(\theta_1 - \theta_2)}{t_1} Js^{-1} = \frac{(m_1S_1 + W)(\theta_1 - \theta_2)}{t_2} Js^{-1}$$

$$\text{বা, } \frac{(MS + W)(\theta_1 - \theta_2)}{t_1} = \frac{(m_1S_1 + W)(\theta_1 - \theta_2)}{t_2}$$

$$\text{বা, } S = \frac{1}{M}\left[\frac{(m_1S_1 + W)t_1}{t_2} - W\right]$$

$$\text{বা, } S = \frac{1}{M}\left\{\frac{t_1}{t_2}(m_1S_1 + W) - W\right\} \; J\,kg^{-1}K^{-1} \quad \ldots \quad \ldots \quad (iii)$$

এখন M, $m_1$, $S_1$, W, $t_1$ এবং $t_2$-এর মান সমীকরণ (iii)-এ বসিয়ে S-এর মান বের করা যায়।

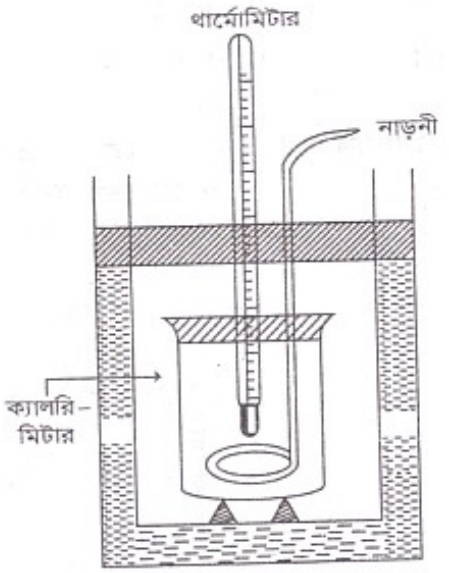
**যন্ত্রপাতি (Apparatus) :** (১) নাড়নীসহ ক্যালরিমিটার, (২) দুই দেয়ালবিশিষ্ট একটি প্রকোষ্ঠ, (৩) সুবেদী থার্মোমিটার, (৪) নিক্তি, (৫) বার্নার, (৬) স্টপ-ঘড়ি ইত্যাদি।

**কার্যপদ্ধতি (Procedure) :**

(১) নাড়নীসহ একটি পরিষ্কার ও শুষ্ক ক্যালরিমিটার নিয়ে ওজন করা হয়। ক্যালরিমিটারের ভেতরের দেয়ালে এর তলদেশ হতে তিন-চতুর্থাংশ উপরে একটি দাগ দেয়া হয়।

(২) অতঃপর অন্য একটি পাত্রে 70°C থেকে 75°C তাপমাত্রায় পানি গরম করে ঐ তাপমাত্রার পানি ক্যালরিমিটারের এই দাগ পর্যন্ত ঢালা হয় এবং গরম পানিসহ ক্যালরিমিটারটিকে দুই দেয়ালবিশিষ্ট প্রকোষ্ঠের মধ্যে স্থাপন করা হয়।

(৩) এরপর নাড়নী দ্বারা পানি আস্তে আস্তে নাড়া হয় এবং এক মিনিট পরপর থার্মোমিটারের সাহায্যে পানির তাপমাত্রা গ্রহণ করা হয়। পানির তাপমাত্রা কক্ষ তাপমাত্রা অপেক্ষা বেশি হওয়ায় তা ক্রমশ তাপ হারিয়ে শীতল হবে। এভাবে 20 থেকে 25টি পাঠ নিয়ে পানিসহ ক্যালরিমিটার ওজন করা হয়। এই দুই ওজনের পার্থক্য হতে পানির ভর নির্ণয় করা হয়।



চিত্র : ১০.৮

(৪) এখন ক্যালরিমিটার হতে পানি ফেলে দেয়া হয় এবং একে পরিষ্কার ও শুষ্ক করে অন্য একটি পাত্রে 70°C থেকে 75°C তাপমাত্রায় গরম করা পরীক্ষাধীন তরল পদার্থ দিয়ে ক্যালরিমিটারের সেই দাগ পর্যন্ত ভর্তি করা হয় এবং তরলসহ ক্যালরিমিটারটিকে প্রকোষ্ঠের মধ্যে স্থাপন করা হয়।

(৫) এবার তরল পদার্থটিকে আস্তে আস্তে নাড়া হয় এবং (৩) পদ্ধতির অনুরূপ এক মিনিট পরপর এর তাপমাত্রার পাঠ নেয়া হয়। এভাবে 20—25টি পাঠ নেয়ার পরে তরলসহ ক্যালরিমিটারের ওজন গ্রহণ করা হয়। তৃতীয় এবং প্রথম ওজনের পার্থক্য হতে তরলের ভর নির্ণয় করা হয়।

(৬) সময়কে X অক্ষে এবং তাপমাত্রাকে Y অক্ষে স্থাপন করে একটি ছক কাগজে দুটি সমতাপমাত্রা লেখচিত্র অঙ্কন করা হয়। প্রাপ্ত এই দুটি রেখাকে শীতলীকরণ রেখা বলা হয়। অঙ্কিত লেখচিত্র হতে তরল পদার্থ ও পানির কোনো একটি তাপমাত্রা $\theta_1$°C হতে $\theta_2$°C-এ শীতল হতে কত সময়ের প্রয়োজন হয় তা নির্ণয় করা হয়।

লেখচিত্রের $\theta_1$°C ও $\theta_2$°C তাপমাত্রায় সময় অক্ষের সমান্তরালে দুটি সরলরেখা AB ও CD টানা হয় এবং $\theta_1$°C হতে $\theta_2$°C পর্যন্ত শীতল হতে পানির সময় $t_1$ সে ও তরলের সময় $t_2$ সে বের করা হয়।

**পর্যবেক্ষণ ও সন্নিবেশন (Observation and Manipulation) :**

**পর্যবেক্ষণ ছক—1 (পানি ও তরলের ভর নির্ণয়ের জন্য)**

| পর্যবেক্ষণ সংখ্যা | ক্যালরিমিটারসহ নাড়নীর ভর = $W_1$ kg | (ক্যালরিমিটার + নাড়নী + পানি) এর ভর = $W_2$ kg | (ক্যালরিমিটার + নাড়নী + তরল) এর ভর = $W_3$ kg | পানির ভর $m_1$ = $(W_2 - W_1)$ kg | তরলের ভর $M = (W_3 - W_1)$ kg |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ... ... ..... | ... ... ..... | ... ... ..... | ... ... ..... | ... ... ..... |

ক্যালরিমিটারের উপাদানের আঃ তাপ = $S'$ $Jkg^{-1}K^{-1}$

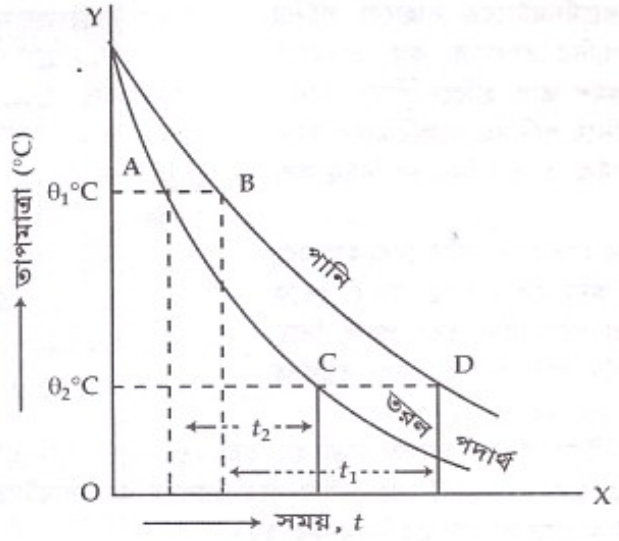
$\therefore$ ক্যালরিমিটারের পানিসম, $W = W_1 \times S'$ kg

**পর্যবেক্ষণ ছক—2 (সময়-তাপমাত্রার পাঠ)**

| সময় মিনিট | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| পানির তাপ-মাত্রা (°C) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| তরলের তাপ-মাত্রা (°C) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

**লেখচিত্র হতে :** $\theta_1$°C হতে $\theta_2$°C-এ শীতল হতে প্রদত্ত তরলের প্রয়োজনীয় সময় = $t_1$ মি

$\theta_1$°C হতে $\theta_2$°C-এ শীতল হতে পানির প্রয়োজনীয় সময় = $t_2$ মি




চিত্র ১০.৯

**হিসাব বা গণনা (Calculation) :** $S = \frac{1}{M}\left\{\frac{t_1}{t_2}(m_1S_1 + W) - W\right\}$

**ফলাফল (Result) :** প্রদত্ত তরলের নির্ণেয় আঃ তাপ, S = ..... $J\,kg^{-1}K^{-1}$

**সতর্কতা (Precautions) :**

(১) ক্যালরিমিটার পরিষ্কার ও শুষ্ক হওয়া উচিত।

(২) ওজন নির্ভুল হওয়া উচিত।

(৩) তাপমাত্রা সঠিকভাবে পরিমাপ করা উচিত।

(৪) সময়ের পাঠ নির্ভুল হওয়া উচিত।

**আলোচনা (Discussions) :**

(১) ক্যালরিমিটার পরিষ্কার ও শুষ্ক, ওজন নির্ভুল, তাপমাত্রার পাঠ সঠিক এবং সময়ের পাঠ নির্ভুল না হলে পরীক্ষার ফলাফল সঠিক হবে না।

(২) সম আয়তনের তরল পদার্থ ও পানি না নিলে ফলাফল ভুল হবে।'

(৩) ক্যালরিমিটারের তলদেশ কালো করা হয়। ফলে এর তাপ বিকিরণ করার ক্ষমতা বেড়ে যায়।

(৪) কোনো উদ্বায়ী তরল নেয়া উচিত হবে না।

## উচ্চতর দক্ষতাভিত্তিক নমুনার গাণিতিক উদাহরণ

**১। এক বিকেলে অহনা ও তার বন্ধুরা একটি হ্রদের পাশে বসে গল্প করছিল। হঠাৎ অহনার নজরে পড়ল হ্রদের স্বচ্ছ পানির তলদেশ থেকে বায়ু বুদবুদ পানির উপরিতলে আসছে। পানির উপরিতলে এসে বুদবুদটি বড় আকার ধারণ করে। [পানির উপরিতলে বুদবুদটির আকার 5 গুণ এবং বায়ুমণ্ডলের চাপ ছিল $10^5\ Nm^{-2}$]। পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000\ kgm^{-3}$।**

**(ক) উদ্দীপকে প্রদত্ত তথ্যানুসারে অহনার দেখা হ্রদের গভীরতা নির্ণয় কর।**

**(খ) উল্লিখিত উদ্দীপকটি বয়েলের সূত্র মানে কিনা তা প্রমাণ করে দেখাও।**

(ক) ধরি হ্রদের গভীরতা = $h$

আমরা জানি, $P_1V_1 = P_2V_2$

বা, $(P_2 + h\rho_1 g)\,V = P_2 \times 5V$

বা, $P_2 + h\rho_1 g = 5P_2$

বা, $4P_2 = h\rho_1 g$

$\therefore\ h = \dfrac{4P_2}{\rho_1 g} = \dfrac{4 \times 10^5}{1000 \times 9{\cdot}8}$

$= 40{\cdot}82\ m$

এখানে,

হ্রদের তলদেশে বুদবুদের আয়তন, $V_1 = V$

উপরিতলে, $V_2 = 5V$

পানির উপরিতলে বায়ুমণ্ডলের চাপ,

$P_2 = 10^5\ Nm^{-2}$

পানির ঘনত্ব, $\rho = 1000\ kgm^{-3}$

হ্রদের তলদেশে পানির চাপ

$P_1 = P_2 + h\rho_1 g$

(খ) $V_1 = V$

$V_2 = 5V$

$P_2 = 10^5\ N\text{-}m^{-2}$

$P_1 = P_2 + h\rho_1 g$

$= 10^5 + 40{\cdot}82 \times 1000 \times 9{\cdot}8$

$= 5 \times 10^5\ Nm^{-2}$

আমরা জানি, $P_1V_1 = P_2V_2$

আবার, $P_1V_1 = 5 \times 10^5\ V$ ... ... ... (i)

এবং $P_2V_2 = 5 \times 10^5\ V$ ... ... ... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) থেকে পাই,

$P_1V_1 = P_2V_2 = 5 \times 10^5$ ধ্রুবক।

অতএব, স্থির তাপমাত্রায় কোনো বস্তুর বিভিন্ন সময়ে চাপ ও আয়তনের গুণফল ধ্রুবক। এটিই বয়েলের সূত্রের প্রমাণ।

**২। লিটন হিলিয়াম গ্যাসকে আদর্শ গ্যাস ধরে গড় গতিশক্তি নির্ণয় করল $1.6 \times 10^{-20}$ J যেখানে বোলজ্‌ম্যান ধ্রুবক $K = 1.38 \times 10^{-23}$ $JK^{-1}$।**

**(ক) আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা কত ?**

**(খ) হিলিয়াম গ্যাসের তাপমাত্রা দ্বিগুণ হলে অণুগুলোর গড় গতিশক্তি কি দ্বিগুণ হবে ? না হলে তা ব্যাখ্যা কর।**

(ক) হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি

$$E = \frac{3}{2}KT$$

বা, $1.6 \times 10^{-20} = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times T$

$$\therefore T = \frac{2}{3} \times \frac{1.6 \times 10^{-20}}{1.38 \times 10^{-23}} = 772.95 \text{ K}$$

$$\simeq 500 \text{ °C}$$

(খ) হিলিয়াম গ্যাসের তাপমাত্রা দ্বিগুণ হলে অণুগুলোর গড় গতিশক্তিও দ্বিগুণ হবে। এখানে হিলিয়াম গ্যাসের তাপমাত্রা 500°C। এই তাপমাত্রার জন্য এর অণুগুলোর গড় গতিশক্তি ছিল $1.6 \times 10^{-20}$ J।

আমার জানি, $E = \frac{3}{2}KT$, এখানে E = অণুর গড় গতিশক্তি, K = বোলজ্‌ম্যান ধ্রুবক, T = পরম তাপমাত্রা

$$\therefore \quad E \propto T$$

সুতরাং কোনো গ্যাসের অণুর গড় গতিশক্তি এর পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। অর্থাৎ তাপমাত্রা বেড়ে গেলে গড় গতিশক্তিও বেড়ে যায়। আবার তাপমাত্রা হ্রাস পেলে গড় গতিশক্তিও হ্রাস পাবে। অতএব হিলিয়াম গ্যাসের তাপমাত্রা দ্বিগুণ হলে এর অণুগুলোর গতিশক্তিও দ্বিগুণ হবে।

**৩। গ্যাস ভর্তি একটি বেলুনকে 40.81 m গভীরতায় পানির তলদেশে নিয়ে যাওয়ায় এর আয়তন 1 লিটার ধারণ করল। পানির তলদেশে ঐ বেলুনে আরো 1 লিটার গ্যাস ভর্তি করে ছেড়ে দেওয়া হলো। বায়ুমণ্ডলের চাপ $10^5$ $Nm^{-2}$, পানির ঘনত্ব $10^3$ $kgm^{-3}$ এবং $g = 9.804$ $ms^{-2}$।**

**(ক) পানিতে নিমজ্জনের পূর্বে উদ্দীপকের বেলুনের আয়তন কত ছিল ?**

**(খ) যদি বেলুনটির গ্যাস ধারণ ক্ষমতা 9 লিটার হয়। তা হলে পানির উপরিতলে বেলুনটি অক্ষত অবস্থায় পৌঁছাবে কী? বিশ্লেষণপূর্বক মতামত দাও।**

(ক) মনে করি, $h$ গভীরতায় চাপ $P_1$ এবং হ্রদের উপরিতলে আয়তন $V_2$।

আমরা জানি, $P_1 = P_2 + h\rho g$

আবার,

$$P_1V_1 = P_2V_2$$

বা, $V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2} = \frac{(P_2 + h\rho g)V_1}{P_2}$

$$= \frac{(P_2 + h\rho g) \times 1}{P_2}$$

$$= \frac{10^5 + 40.81 \times 10^3 \times 9.804}{10^5} = \frac{10^5 + 4 \times 10^5}{10^5} = 5 \text{ লিটার}$$

এখানে,

$h = 40.81$ m

পানির তল দেশে, $V_1 = 1$ লিটার

উপরিতলে চাপ, $P_2 = 10^5$ $Nm^{-2}$

ঘনত্ব, $\rho = 10^3$ $kgm^{-3}$

$g = 9.804$ $ms^{-2}$

নিমজ্জনের পূর্বে বেলুনের আয়তন, $V_2 = ?$

(খ) এখন, পানির তলদেশে আরও 1 লিটার বায়ু প্রবেশ করানোর ফলে পরিবর্তিত আয়তন $V_1' = 1 + 1 = 2$ লিটার

$$\therefore \quad (P_2 + h\rho g) \times 2 = P_2V_2'$$

বা, $V_2' = \frac{2 \times (10^5 + 40.81 \times 10^3 \times 9.804)}{10^5} = 10$ লিটার

এই মান বেলুনের সর্বোচ্চ ধারণ ক্ষমতা 9 লিটার অপেক্ষা বেশি। সুতরাং, বেলুনটি ফেটে যাবে। অর্থাৎ বেলুনটি অক্ষত থাকবে না।

## সার-সংক্ষেপ

**তাপ** : তাপ এক প্রকার শক্তি যা গরম বা উচ্চ তাপমাত্রার বস্তু হতে নিম্ন তাপমাত্রার বস্তুতে তাপমাত্রার পার্থক্যের কারণে সঞ্চালিত হয়।

**গ্যাসীয় সূত্রাবলি :**

**(১) বয়েলের সূত্র** : তাপমাত্রা স্থির থাকলে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন তার চাপের ব্যস্তানুপাতিক।

**(২) চার্লস-এর সূত্র** : স্থির চাপে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য এর 0°C তাপমাত্রার আয়তনের নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ অংশ পরিবর্তিত হয়।

**(৩) চাপীয় সূত্র** : স্থির আয়তনে কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ 0°C থেকে প্রতি ডিগ্রী সেলসিয়াস তাপমাত্রা পরিবর্তনের জন্য এর 0°C তাপমাত্রার চাপের নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ $\frac{1}{273}$ অংশ পরিবর্তিত হয়।

**আদর্শ গ্যাস** : যে সব গ্যাস বয়েল এবং চার্লস-এর সূত্র মেনে চলে তাদেরকে আদর্শ গ্যাস বলে।

**পরম শূন্য তাপমাত্রা** : স্থির চাপে একটি নির্দিষ্ট ভরের কোনো গ্যাসের তাপমাত্রা ক্রমশ কমাতে থাকলে চার্লসের সূত্রানুযায়ী যে তাপমাত্রায় পৌঁছে তার আয়তন শূন্য হয় ও গ্যাসের গতিশক্তি সম্পূর্ণরূপে লোপ পায় তাকে পরম শূন্য তাপমাত্রা বলে।

**সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক, R** : এক মোল আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা এক ডিগ্রী বাড়ালে তা যে পরিমাণ কাজ সম্পন্ন করে তাকে সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলে।

**গড় বর্গ বেগ** : দুই বা ততোধিক বেগের বর্গের গড় মানকে গড় বর্গ বেগ বলে।

**গড় বর্গ বেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ** : দুই বা ততোধিক বেগের বর্গের গড় মানের বর্গমূলকে গড় বর্গবেগের বর্গমূল বা মূল গড় বর্গবেগ বলে।

**শিশিরাঙ্ক** : যে তাপমাত্রায় কোনো নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ু এর মধ্যে অবস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সম্পৃক্ত হয়, সেই তাপমাত্রাকে শিশিরাঙ্ক বলে।

**পরম আর্দ্রতা** : বায়ুর প্রতি একক আয়তনে জলীয় বাষ্পের ভরকে ঐ স্থানের পরম আর্দ্রতা বলে।

**শক্তির সমবিভাজন নীতি** : কোনো গতীয় সংস্থার মোট শক্তি তাপীয় সাম্যাবস্থায় প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার মধ্যে সমভাবে বণ্টিত হয় এবং প্রতিটি স্বাধীনতার মাত্রার শক্তির পরিমাণ $=\frac{1}{2}$ KT।

**স্বাধীনতার মাত্রা** : একটি বস্তুর গতিশীল অবস্থা বা অবস্থান সম্পূর্ণরূপে প্রকাশ করার জন্য যত সংখ্যক স্বাধীন চলরাশির প্রয়োজন হয় তাকে স্বাধীনতার মাত্রা বলে।

**প্রমাণ চাপ** : সমুদ্রপৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে 273 K তাপমাত্রায় উল্লম্বভাবে অবস্থিত 760 mm উচ্চতাবিশিষ্ট শুষ্ক ও বিশুদ্ধ পারদস্তম্ভ যে চাপ দেয় তাকে প্রমাণ চাপ বলে।

**প্রমাণ তাপমাত্রা** : যে তাপমাত্রায় প্রমাণ চাপে অর্থাৎ 760 mm পারদ চাপে বরফ গলে পানিতে পরিণত হয় বা পানি জমে বরফে পরিণত হয় সেই তাপমাত্রাকে প্রমাণ তাপমাত্রা বলে।

**বাষ্পচাপ** : তরল থেকে নির্গত বাষ্প আধারের গায়ে যে চাপ প্রয়োগ করে তাকে বাষ্পচাপ বলে।

**বায়ুচাপ** : বায়ুতে অণুসমূহ অবিরত ইতস্তত ছুটাছুটি করার ফলে পাত্রের একক ক্ষেত্রফলের উপর যে বল প্রয়োগ করে তাকে বায়ুচাপ বলে।

**এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপ** : 0°C তাপমাত্রায় 45° অক্ষাংশে সমুদ্র সমতলে যে পরিমাণ বায়ুচাপ 760 mm পারদস্তম্ভের চাপের সমান হয়, তাকে এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপ বা এক বায়ুচাপ (1 atm) বলে।

**সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ** : কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানের বাষ্প যে সর্বাধিক চাপ প্রয়োগ করে তাকে সম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে।

**অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপ** : কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোনো আবদ্ধ স্থানের বাষ্প যদি সর্বাধিক বাষ্পচাপ অপেক্ষা কম চাপ প্রয়োগ করে তবে তাকে অসম্পৃক্ত বাষ্প চাপ বলে।

**আপেক্ষিক আর্দ্রতা** : কোনো নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে ঐ তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন হয় তাদের অনুপাতকে আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলে।

## অনুশীলনী

### (ক) বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

১। $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}$ সম্পর্কটি কোন সূত্রকে সমর্থন করে ?

ক বয়েলের সূত্র
খ চার্লসের সূত্র
গ চাপের সূত্র
ঘ অ্যাভোগ্যাড্রোর সূত্র

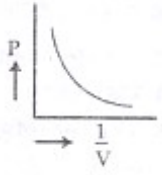
২। স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন এর পরম তাপমাত্রার—

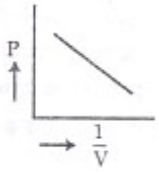
(i) ব্যস্তানুপাতিক
(ii) সমানুপাতিক
(iii) বর্গের ব্যস্তানুপাতিক

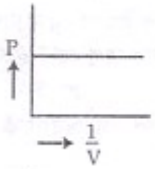
নিচের কোনটি সঠিক?

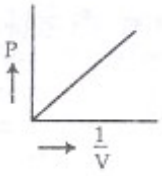
ক i
খ i ও ii
গ ii ও iii
ঘ ii

৩। P বনাম $\frac{1}{V}$ লেখচিত্রে স্থির তাপমাত্রায় একটি আদর্শ গ্যাসের 1 mole এর জন্য নিচের কোন চিত্রটি প্রযোজ্য ?

ক



খ



গ



ঘ



৪। আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে চাপ, আয়তন ও তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক হচ্ছে—

(i) $PV = RT$
(ii) $PV = nRT$
(iii) $PV = KT$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক ii ও iii
খ i ও ii
গ i ও iii
ঘ i, ii ও iii

৫। পরম স্কেলে চাপের সূত্র হলো—

ক $P \propto T^2$
খ $P \propto \frac{1}{T}$
গ $P \propto T$
ঘ $P \propto \sqrt{T}$

৬। নিম্নলিখিত কোন ক্ষেত্রে একটি গ্যাস আদর্শ গ্যাসের ন্যায় আচরণ করে ?

ক নিম্নচাপ ও উচ্চ তাপমাত্রা
খ নিম্নচাপ ও নিম্ন তাপমাত্রায়
গ উচ্চতাপ ও নিম্ন তাপমাত্রায়
ঘ উচ্চ চাপ ও উচ্চ তাপমাত্রায়

৭। আদর্শ গ্যাসের বৈশিষ্ট্য হলো—

(i) সকল তাপমাত্রা ও চাপে $PV = nRT$ সমীকরণ মেনে চলে
(ii) স্থির তাপমাত্রায় এর অভ্যন্তরীণ শক্তি এর আয়তনের উপর নির্ভরশীল
(iii) আদর্শ গ্যাসের অণুসমূহের মধ্যে কোনো আকর্ষণ ও বিকর্ষণ নেই

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii
খ i ও iii
গ ii ও iii
ঘ i, ii ও iii

৮। 100°C তাপমাত্রায় 20g অক্সিজেন একটি 20 cm দৈর্ঘ্যের ঘনককে পূর্ণ করে। এক মোল অক্সিজেনের ভর 32 g. ঘনকের অভ্যন্তরে অক্সিজেনের চাপ কত ? [ঢা. বো. ২০১৫]

ক 7800 kPa
খ 242 kPa
গ 65 kPa
ঘ 12 kPa

৯। এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপ সমান—

(i) $1.013 \times 10^5\ Nm^{-2}$

(ii) $1.013 \times 10^5\ Pa$

(iii) 760 mm Hg

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

১০। গ্যাসের অণুর মৌলিক স্বীকার্য হলো—

(i) কোনো একটি গ্যাসের অণুগুলি সদৃশ

(ii) গ্যাসের অণুগুলো বিন্দুভর আদর্শ অস্থিতিস্থাপক গোলক

(iii) অণুগুলোর মধ্যে ধাক্কা সবই তাৎক্ষণিক

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

১১। গ্যাসের গতি তত্ত্বের ক্ষেত্রে—

(i) গ্যাসের আয়তনের তুলনায় অণুগুলোর আয়তন নগণ্য

(ii) সর্বত্র গ্যাসের ঘনত্ব সমান থাকে

(iii) গ্যাসের শক্তি সম্পূর্ণটাই গতিশক্তি

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

১২। গড় বর্গ বেগের বর্গমূল ও পরম তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক হলো—

ক $C_{rms} \propto T$

খ $C_{rms} \propto \sqrt{T}$

গ $C_{rms} \propto \frac{1}{T}$

ঘ $C_{rms} \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$

১৩। নাইট্রোজেন গ্যাসের ক্ষেত্রে গামা ($\gamma$) এর মান কত? [ঢা. বো. ২০১৫]

ক 1.67

খ 1.4

গ 1.33

ঘ 1.28

১৪। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে নাইট্রোজেনের ঘনত্ব $1.25\ kg\ m^{-3}$।

অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল এর মান কত ?

ক $c = 400\ ms^{-1}$

খ $c = 125\ ms^{-1}$

গ $c = 493.07\ ms^{-1}$

ঘ $c = 490.05\ ms^{-1}$

১৫। আণবিক গতিশক্তি কোন রাশির উপর নির্ভরশীল?

ক ঘর্ষণ

খ তাপমাত্রা

গ অন্তস্থশক্তি

ঘ তাপ

১৬। প্রত্যেক অণুর স্বাধীনতার মাত্রার গড় শক্তির পরিমাণ—

ক $\frac{1}{2}$ KT

খ $\frac{3}{2}$ KT

গ $\frac{2}{3}$ KT

ঘ 0

১৭। 27° C তাপমাত্রায় প্রতি গ্রাম অণু হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি কত ? ($R = 8.3\ JK^{-1}\ mol^{-1}$)

ক $2350\ J\ mol^{-1}$

খ $3375\ J\ mol^{-1}$

গ $3735\ J\ mol^{-1}$

ঘ $5535\ J\ mol^{-1}$

১৮। একটি দ্বিপারমাণবিক গ্যাস অণুর স্বাধীনতার মাত্রার সংখ্যা—

ক ৩টি

খ ৪টি

গ ৫টি

ঘ ২টি

১৯। জলীয় বাষ্পের চাপ বেড়ে যায়—

(i) তাপমাত্রা হ্রাস পেলে

(ii) তাপমাত্রা বৃদ্ধি পেলে

(iii) তাপমাত্রা স্থির থাকলে

নিচের কোনটি সঠিক ?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

২০। জলীয় বাষ্পের ঘনত্বের সাথে বায়ুর চাপের সম্পর্ক হলো—

ক $\rho \propto P^2$

খ $\rho \propto \sqrt{P}$

গ $\rho \propto P$

ঘ $\rho \propto \frac{1}{P}$

২১। সম্পৃক্ত বাষ্প চাপের বৈশিষ্ট্য হলো—

(i) এটি একটি আবদ্ধ স্থানে তৈরি করা যায়

(ii) সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েল ও চার্লস-এর সূত্র মেনে চলে

(iii) তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ সম্পৃক্ত বাষ্পকে অসম্পৃক্ত বাষ্পে পরিণত করা যায়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

২২। বায়ুর আপেক্ষিক আর্দতা 60% এর দ্বারা বুঝা যায়—

(i) বায়ুর তাপমাত্রায় একটি নির্দিষ্ট আয়তনের ঐ বায়ুকে সম্পৃক্ত করতে যে পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন তার শতকরা 60 ভাগ জলীয় বাষ্প বায়ুতে আছে

(ii) বায়ুর তাপমাত্রায় ঐ বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ একই তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের 100 ভাগের 60 ভাগ

(iii) ঐ বায়ুর শিশিরাঙ্কে সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ বায়ুর তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের 100 ভাগের 60 ভাগ

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

২৩। আপেক্ষিক আর্দ্রতা প্রকাশ করা হয়—

(i) $R = \frac{F}{f}$

(ii) $R = \frac{f}{F}$

(iii) $R = \frac{f}{F} \times 100\%$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

২৪। কোনো একদিনের শিশিরাঙ্ক 10°C ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা 67·30%। ঐ দিনের বায়ুর সম্পৃক্ত বাষ্প-চাপ কত ? [10°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ $13·64 \times 10^{-3}$ m]

ক $1·01 \times 10^4$ m

খ $2·02 \times 10^4$ m

গ $2·02 \times 10^{-4}$ m

ঘ $1·01 \times 10^{-4}$ m

২৫। বায়ুর আর্দ্রতা কমে গেলে—

(i) দ্রুত বাষ্পায়ন ঘটে

(ii) বাষ্পায়ন বন্ধ হয়ে যাবে

(iii) হাইগ্রোমিটারের দুই থার্মোমিটারের ব্যবধান কমে যায়

নিচের কোনটি সঠিক?

ক i ও ii

খ i ও iii

গ ii ও iii

ঘ i, ii ও iii

২৬। বাতাসের আর্দ্রতা পরিমাপের যন্ত্র—

ক থার্মোমিটার

খ ওয়াটমিটার

গ হাইগ্রোমিটার

ঘ পটেনশিওমিটার

২৭। বর্ষার দিন অপেক্ষা শীতকালে ভিজা কাপড় তাড়াতাড়ি শুকায় কেন ?

ক বাতাসে জলীয় বাষ্প বেশি থাকে

খ বাতাসে জলীয় বাষ্প কম থাকে

গ বাতাসের চাপ বেশি

ঘ বাতাসের চাপ কম

২৮। একই তাপমাত্রায় রংপুর অপেক্ষা টেকনাফ অস্বস্তিকর কেন ?
- ক বাতাসের চাপ কম
- খ আপেক্ষিক আর্দ্রতা কম
- গ আপেক্ষিক আর্দ্রতা বেশি
- ঘ বাতাসের চাপ বেশি

২৯। বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হওয়ার ফল নয় কোনটি ?
- ক শিশির
- খ কুয়াশা
- গ ঝড়
- ঘ বৃষ্টি

৩০। শুষ্ক ও সিক্ত বাল্বের মধ্যে তাপমাত্রার অধিক পার্থক্য নির্দেশ করে—
- ক উচ্চ আপেক্ষিক আদ্রতা
- খ নিম্ন আপেক্ষিক আদ্রতা
- গ উচ্চ শিশিরাংক
- ঘ কোনোটিই না

৩১। একটি আদর্শ গ্যাসের তাপমাত্রা T হতে বৃদ্ধি করে 2T করা হলো। কোন রাশিটি দ্বিগুণ হবে ?
- ক অণুগুলির গড় বর্গবেগের বর্গমূল
- খ অণুগুলির গড় বেগের বর্গ
- গ অণুগুলির গতিশক্তি
- ঘ অণুগুলির গড় বর্গবেগ

**উত্তর :**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ১। খ | ২। ঘ | ৩। ঘ | ৪। ঘ | ৫। গ | ৬। ক | ৭। খ | ৮। খ | ৯। ঘ | ১০। খ |
| ১১। ঘ | ১২। খ | ১৩। খ | ১৪। গ | ১৫। খ | ১৬। ক | ১৭। গ | ১৮। খ | ১৯। গ | ২০। গ |
| ২১। ঘ | ২২। ঘ | ২৩। গ | ২৪। গ | ২৫। খ | ২৬। গ | ২৭। খ | ২৮। গ | ২৯। গ | ৩০। খ |
| ৩১। গ | | | | | | | | | |

## (খ) সৃজনশীল প্রশ্ন

১। হিলিয়াম গ্যাসের অণুর গড় গতিশক্তি $1.6 \times 10^{-20}$ J। বোল্‌জম্যান ধ্রুবক, $K = 1.38 \times 10^{-23}$ $JK^{-1}$। ধরা যাক হিলিয়াম আদর্শ গ্যাস।

(ক) আপেক্ষিক আর্দ্রতা কী ?

(খ) আদর্শ গ্যাস সমীকরণটি লিখ।

(গ) হিলিয়াম গ্যাসের তাপমাত্রা °C-এ নির্ণয় কর।

(ঘ) হিলিয়াম গ্যাসের তাপমাত্রা দ্বিগুণ হলে অণুগুলোর গড় গতিশক্তি কি দ্বিগুণ হবে ? যদি না হয়, তাহলে এর কারণ ব্যাখ্যা কর।

২। এক বিকেলে অহনা ও তার বন্ধুরা একটি হ্রদের পাশে বসে গল্প করছিল। হঠাৎ অহনার নজর পড়ে হ্রদের স্বচ্ছ পানির তলদেশ থেকে বায়ু বুদবুদ পানির উপরিতলে আসছে। পানির উপরে এসে বুদবুদটি বড় আকার ধারণ করে। [পানির উপরিতলে বুদবুদটির আকার 5 গুণ এবং বায়ুমণ্ডলের চাপ ছিল $10^5$ $Nm^{-2}$]

(ক) আদর্শ গ্যাস কী?

(খ) কোনো স্থানে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে কী বুঝায়?

(গ) উদ্দীপকে প্রদত্ত তথ্যানুসারে অহনার দেখা হ্রদের গভীরতা নির্ণয় কর।

(ঘ) বয়েলের সূত্রটি বর্ণনাপূর্বক গাণিতিক প্রমাণ দাও।

৩। তাপমাত্রা স্থির রেখে আয়তন কমিয়ে একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ অসম্পৃক্ত বাষ্পকে সম্পৃক্ত বাষ্পে পরিণত করা হলো। 7°C, 8°C ও 19°C তাপমাত্রায় ঐ সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 7.5, 8.2 এবং 16.5 mm পারদ।

(ক) সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কী?

(খ) পরম আর্দ্রতা বলতে কী বুঝায়?

(গ) কক্ষ তাপমাত্রা 26°C এবং শিশিরাঙ্ক 7.4°C হলে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর।

(ঘ) প্রমাণ কর যে, সম্পৃক্ত বাষ্প বয়েলের সূত্র মেনে চলে না।

## (গ) সাধারণ প্রশ্ন

১। আদর্শ গ্যাস কাকে বলে? বাস্তব ক্ষেত্রে আদর্শ গ্যাস পাওয়া যায় কী?
২। বয়েলের সূত্র বিবৃত কর।
৩। চার্লসের সূত্র বিবৃত কর।
৪। রেনোর চাপীয় সূত্র বিবৃত কর।
৫। চার্লসের সূত্র হতে প্রমাণ কর যে স্থির চাপে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক।
৬। একটি আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে $PV = nRT$ সম্পর্কটি প্রতিপাদন কর।
৭। মোলার গ্যাস ধ্রুবক R-কে সর্বজনীন বা বিশ্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলা হয় কেন?
৮। গ্যাস ধ্রুবক K এবং সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক R-এর মধ্যে পার্থক্য কী?
৯। দেখাও যে নির্দিষ্ট আয়তনে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক।
১০। 1 মৌল গ্যাসের জন্য আদর্শ গ্যাস সমীকরণ $PV = RT$ সমীকরণ থেকে প্রতিপাদন কর।
১১। গ্যাসের গতিতত্ত্বের মৌলিক স্বীকার্যগুলো লিখ।
১২। ভ্যানডার ওয়ালস সমীকরণটি লিখ। সমীকরণে ধ্রুবক '$a$' ও '$b$' সকল গ্যাসের ক্ষেত্রের একই মানের কী ?
১৩। বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে ভ্যাভার ওয়ালস সমীকরণ গঠনে কোন বিষয় দুটি বিবেচনা করা হয় ?
১৪। গতিতত্ত্ব অনুযায়ী তাপমাত্রার ব্যাখ্যা কর।
১৫। $PV = \frac{1}{3}Mc^2$ সমীকরণ থেকে 1 মৌল গ্যাসের গতিশক্তি $\frac{3}{2}RT$ নির্ণয় কর।
১৬। গড় বর্গবেগ কাকে বলে?
১৭। মূল গড় বর্গবেগ কাকে বলে?
১৮। স্বাধীনতার মাত্রা বলতে কী বুঝ?
১৯। শক্তির সমবিভাজন নীতি বিবৃত কর।
২০। জলীয় বাষ্প ও বায়ু চাপ কাকে বলে ?
২১। এক বায়ুমণ্ডলীয় চাপ (1 atm) বলতে কী বুঝ ?
২২। প্রমাণ চাপ কী ? [ঢা. বো. ২০১৫] প্রমাণ তাপমাত্রা বলতে কী বুঝায়?
২৩। পরম আর্দ্রতা কাকে বলে?
২৪। বায়ুর পরম আর্দ্রতা $10^{-2}$ kg $m^{-3}$ বলতে কী বুঝ ?
২৫। আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয়ের গুরুত্ব আলোচনা কর।
২৬। সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের বৈশিষ্ট্যগুলি লিখ।
২৭। কোনো স্থানে বাতাসের আপেক্ষিক আর্দ্রতা 70% বলতে কী বুঝ ?
২৮। জলীয় বাষ্পের চাপ ও বায়ুচাপের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।
২৯। সম্পৃক্ত বাষ্পচাপের বৈশিষ্ট্য কী কী?
৩০। অসম্পৃক্ত বাষ্পচাপের বৈশিষ্ট্য কী কী?
৩১। শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা কাকে বলে ? এদের মধ্যে সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা কর।
৩২। শিশিরাঙ্কের সাথে গ্লেসিয়ারের সম্পর্কটি প্রতিপাদন কর।
৩৩। মেঘলা রাত অপেক্ষা মেঘহীন রাতে বেশি শিশির জমে কেন ?

## (ঘ) ক্রিয়াকর্ম

প্রতিবেদন রচনা : দৈনন্দিন জীবনের কাজকর্মে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নানাভাবে প্রভাব বিস্তার করে—আপেক্ষিক আর্দ্রতার ইতিবাচক প্রভাব সম্পর্কে একটি প্রতিবেদন রচনা করে শিক্ষকের কাছে উপস্থাপন কর।
শিক্ষক সবচেয়ে ভালো প্রতিবেদন নির্বাচন করে শ্রেণিকক্ষে উপস্থাপন করতে বলবেন।

## (ঙ) কাজ (গাণিতিক সমস্যা)

১। স্থির তাপমাত্রায় $2 \times 10^5$ $Nm^{-2}$ চাপে কোনো নির্দিষ্ট গ্যাসের আয়তন 0·004 $m^3$। $6 \times 10^5$ $Nm^{-2}$ চাপে গ্যাসটির আয়তন কত? [উ. $1·34 \times 10^{-3}$ $m^3$]

২। 27°C তাপমাত্রায় ও 0·76m পারদ স্তম্ভ চাপে একটি গ্যাসের আয়তন 4·5$m^3$। যদি তাপমাত্রা 77°C করা হয় তবে কত চাপে আয়তন 3$m^3$ হবে ? [ উ. 1·33m পারদ স্তম্ভ চাপ]

৩। 30°C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের চাপ $1.5 \times 10^5\ Nm^{-2}$ হলে 90°C তাপমাত্রায় এর চাপ কত ?
[ উ. $1.8 \times 10^5$ Pa ]

৪। একটি পাত্রে 0°C তাপমাত্রায় কিছু গ্যাস আছে। কত তাপমাত্রায় গ্যাসের চাপ 0°C তাপমাত্রার চাপের অর্ধেক হবে? [উ. 136.5 K]

৫। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু বুদবুদের আয়তন 3 গুণ হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ $1.013 \times 10^5$ Pa হলে হ্রদের গভীরতা কত ? [ উ. 20.67 m]

৬। জলাশয়ের কত গভীরতায় একটি বুদবুদের আয়তন উপর তলে থাকাকালীন আয়তন অপেক্ষা অর্ধেক হবে? ঐ সময় বায়ুমণ্ডলের চাপ 760 mm এবং পারদের ঘনত্ব $13.6 \times 10^3\ kgm^{-3}$। [ উ. 10.336m]

৭। কোনো হ্রদের তলদেশ থেকে পানির উপরিতলে আসায় একটি বায়ু বুদবুদের আয়তন 5 গুণ হয়। বায়ুমণ্ডলের চাপ $10^5\ Nm^{-2}$ হলে হ্রদের গভীরতা কত ? [উ. 40.81 m]

৮। 20g হিলিয়াম গ্যাস পূর্ণ একটি বেলুনের আয়তন $0.12\ m^3$। বেলুনের ভিতরে গ্যাসের চাপ $1.5 \times 10^5\ Nm^{-2}$। বেলুনের ভিতরে গ্যাসের তাপমাত্রা কত? [উ. 433.2 K]

৯। 0.64 m পারদ স্তম্ভ চাপে এবং 39° C তাপমাত্রায় কোনো গ্যাসের আয়তন $5.7 \times 10^{-4}\ m^3$। প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন কত ? [উ. $4.2 \times 10^{-4}\ m^3$]

১০। স্থির তাপমাত্রায় কত চাপ প্রয়োগ করলে একটি গ্যাসের আয়তন এর স্বাভাবিক আয়তনের 4 গুণ হবে ?
[উ. $25.325 \times 10^3\ Nm^{-2}$]

১১। 600 mm পারদ স্তম্ভ চাপে কত তাপমাত্রার একটি গ্যাসের আয়তন এর স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রার আয়তনের দ্বিগুণ হবে ? [উ. 431.3 K]

১২। স্থির তাপমাত্রায় কত চাপ প্রয়োগ করলে একটি গ্যাসের আয়তন এর স্বাভাবিক আয়তনের 4 গুণ হবে ?
[ব. বো. ২০০৪, ২০০২] [উ. $25.325 \times 10^3\ Wm^{-2}$]

১৩। একটি ট্যাংকে 27°C তাপমাত্রায় 32 বায়ুমণ্ডলীয় চাপের 166 মিটার অক্সিজেন আছে। ট্যাংকে অক্সিজেনের ভর নির্ণয় কর। [অক্সিজেনের আণবিক ভর = 32 kg $kmol^{-1}$, 1 বায়ুমণ্ডলীয় চাপ = $1.013 \times 10^5$ Pa ও R = 8314 Jk $mol^{-1}\ K^{-1}$] [উ. 4.3 g]

১৪। কোনো নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের তাপমাত্রা 30° C। (i) চাপ স্থির থাকলে কোন তাপমাত্রায় আয়তন দ্বিগুণ হবে ? (ii) আয়তন স্থির থাকলে কোন তাপমাত্রায় চাপ তিনগুণ হবে ? [উ. 333° C, 636° C]

১৫। যদি আদর্শ চাপ ও তাপমাত্রায় হাইড্রোজেন গ্যাসের ঘনত্ব $0.09\ kgm^{-3}$ হয়, তবে আদর্শ তাপমাত্রা ও চাপে হাইড্রোজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগ কত ? [উ. $1837.6\ ms^{-1}$]

১৬। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে অক্সিজেনের ঘনত্ব হাইড্রোজেনের ঘনত্বের 16 গুণ হলে অক্সিজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূলীয় মান নির্ণয় কর। [হাইড্রোজেনের ঘনত্ব = $0.0898\ kgm^{-3}$] [উ. $461.21\ ms^{-1}$]

১৭। 27°C তাপমাত্রায় প্রতি কিলোগ্রাম মোল হিলিয়াম গ্যাসের গতিশক্তি নির্ণয় কর। [R = 8314 Jk $mol^{-1}K^{-1}$]
[উ. $3.74 \times 10^6$ J ]

১৮। 27°C তাপমাত্রায় 5g নাইট্রোজেনের গতিশক্তি নির্ণয় কর। (নাইট্রোজেনের গ্রাম আণবিক ভর = 28g)
[উ. 667.8 J]

১৯। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে হাইড্রোজেনের ঘনত্ব $0.09\ kgm^{-1}$। হাইড্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয় কর। [উ. $18.38 \times 10^2\ ms^{-1}$]

২০। স্বাভাবিক তাপমাত্রা ও চাপে অক্সিজেন গ্যাসের অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূল নির্ণয় কর। স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় অক্সিজেনের ঘনত্ব $1.43\ kgm^{-1}$। [উ. $461\ ms^{-1}$]

২১। 29°C তাপমাত্রায় 3 g নাইট্রোজেন গ্যাসের মোট গতিশক্তি নির্ণয় কর। [নাইট্রোজেনের গ্রাম আণবিক ভর 28 g] [কু. বো. ২০০৩] [উ. 403 J]

২২। একটি খোলা লিটার ফ্লাস্কে 0° C তাপমাত্রায় $1.32 \times 10^{-3}$ kg বায়ু আছে। 90° C তাপমাত্রায় ফ্লাস্ক হতে কী পরিমাণ বায়ু বের হয়ে যাবে ? [উ. $3.3 \times 10^{-4}$ kg]

২৩। স্থির চাপ কত তাপমাত্রায় হাইড্রোজেন অণুর গড় বর্গবেগের বর্গমূল স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় গড় বর্গবেগের বর্গমূলের দ্বিগুণ হবে ? [ঢা. বো. ২০০৯] [উ. 819° C]

২৪। 1092° C তাপমাত্রায় বায়ুর অণুগুলোর গড় বর্গবেগের বর্গমূলীয় মান নির্ণয় কর। [স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় বায়ুর ঘনত্ব = 1·296 $kgm^{-3}$] [উ. $1·08 \times 10^3$ $ms^{-1}$]

২৫। 0°C তাপমাত্রায় নাইট্রোজেন গ্যাসের গড় বর্গবেগের বর্গমূলীয় মান 493 $ms^{-1}$। স্বাভাবিক চাপ ও তাপমাত্রায় নাইট্রোজেনের ঘনত্ব নির্ণয় কর। [উ. 1·2493 $kgm^{-3}$]

২৬। 0° C তাপমাত্রায় একটি হাইড্রোজেন অণুর গতিশক্তি $5·64 \times 10^{-21}$ J এবং R = 8320 Jk $mol^{-1}$ $K^{-1}$ ধরে অ্যাভোগ্যাড্রো সংখ্যা নির্ণয় কর। [উ. $16·04 \times 10^{26}$ কণা $kmol^{-1}$]

২৭। কোনো একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 22°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%। যদি ঐ স্থানের তাপমাত্রা হ্রাস পেয়ে 12°C হয় তবে বায়ুস্থিত জলীয় বাষ্পের কত অংশ ঘনীভূত হবে ? [12°C ও 22°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $10·5 \times 10^{-3}$ m এবং $19·8 \times 10^{-3}$ m] [উ. 0·116]

২৮। একটি শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্‌ব থার্মোমিটারের শুষ্ক ও আর্দ্র বাল্‌বের তাপমাত্রা যথাক্রমে 25°C ও 19°C। বায়ুর শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। [25°C তাপমাত্রায় G-এর মান 1·65 ; 15°C, 16°C ও 25°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $12·77 \times 10^{-3}$ m, $13·71 \times 10^{-3}$ m ও $23·7 \times 10^{-3}$ m।] [উ. 15·1°C, 54·28%]

২৯। বায়ুর তাপমাত্রা 30°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60% হলে বায়ুর জলীয় বাষ্পের চাপ কত ? 30°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্প চাপ = $31·70 \times 10^{-3}$ mHg [উ. $19 \times 10^{-3}$ mHg]

৩০। কোনো একদিনে শিশিরাঙ্ক 8·5°C এবং বায়ুর তাপমাত্রা 17·5°C। আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। [8°C, 9°C, 17°C ও 18°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $7·35 \times 10^{-3}$, $8·03 \times 10^{-3}$, $15·48 \times 10^{-3}$ এবং $16·46 \times 10^{-3}$ m পারদ।] [উ, 48·2%]

৩১। কোনো একটি আবদ্ধ স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা 27°C ও শিশিরাঙ্ক 15°C। তাপমাত্রা কমে 17°C হলে, জলীয় বাষ্পের চাপ ও শিশিরাঙ্ক কত হবে? [সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ 15°C তাপমাত্রায় $12·8 \times 10^{-3}$ m পারদ।] [উ. 12·37 mmHg; 14·462°C]

৩২। কোনো একদিন সিক্ত ও শুষ্ক বালব আর্দ্রতামাপক যন্ত্রের শুষ্ক বালবের পাঠ 30° C এবং সিক্ত বালবের পাঠ 28° C। আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। 30° C এ গ্লেইসারের উৎপাদক 1·65 এবং 26° C, 28° C এবং 30° C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ যথাক্রমে $25·25 \times 10^{-3}$ m, $28·45 \times 10^{-3}$ m এবং $31·85 \times 10^{-3}$ m পারদ চাপ। [উ. 82·79%]

৩৩। কোনো একদিনের শিশিরাঙ্ক 10° C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 67·30%। ঐ দিনের বায়ুর সম্পৃক্ত বাষ্পচাপ কত ? 10° C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পচাপ $13·64 \times 10^{-3}$ m। [উ. $2·02 \times 10^{-4}$]

৩৪। নির্দিষ্ট কোনো একদিনের শিশিরাঙ্ক 8·5° C এবং বায়ুর তাপমাত্রা 18° C। আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। দেওয়া আছে 8° C, 9° C এবং 18° C তাপমাত্রায় সর্বোচ্চ বায়ুচাপ যথাক্রমে 0·084 m, 0·0861 m এবং 0·1546 m পারদ। [উ. 55%]

৩৫। কোনো একটি বন্ধ ঘরের তাপমাত্রা 17° C, শিশিরাঙ্ক 12° C। তাপমাত্রা কমে 14° C হলে, শিশিরাঙ্ক কত হবে ? (10° C ও 12°C তাপমাত্রায় সম্পৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $9·2 \times 10^{-3}$ m ও $10·5 \times 10^{-3}$ m পারদ) [উ. 11·053° C]